

«ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД УРО РАН» – ФИЛИАЛ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ  
НАУКИ ПЕРМСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА  
УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи



Ведерникова Алена Ильинична

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ  
КРИТИЧЕСКИХ ДИСТАНЦИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ДИНАМИЧЕСКОЙ  
ПРОЧНОСТИ МЕТАЛЛОВ

01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
Плехов Олег Анатольевич,

Пермь – 2020

## Оглавление

<b>Введение</b>	<b>5</b>
<b>Глава 1. Нелокальные критерии разрушения. Основные методы определения масштабов с размерностью длины</b>	<b>16</b>
1.1 Нелокальные критерии разрушения.....	17
1.1.1 Введение линейного размера на основе анализа зоны процесса разрушения .....	18
1.1.2 Введение линейного размера на основе анализа распределения напряжений в окрестности выреза .....	23
1.1.3 Введение линейного размера на основе анализа микроструктуры материала .....	27
1.1.4 Введение линейного размера на основе анализа геометрии концентратора напряжений .....	29
1.1.5 Структурно-временные критерии разрушения .....	30
1.2 Теория критических дистанций Тейлора-Сусмеля.....	31
1.2.1 Основные методы теории критических дистанций .....	32
1.2.2 Применение теории критических дистанций для прогнозирования статического разрушения.....	36
1.2.3 Применение теории критических дистанций для прогнозирования усталостного разрушения .....	37
1.3 Основные выводы по главе.....	40
<b>Глава 2. Экспериментальное исследование процесса разрушения металлов и сплавов при квазистатическом и динамическом нагружениях</b>	<b>42</b>
2.1 Условия эксперимента и результаты механических испытаний цилиндрических образцов из титанового сплава ВТ1-0 .....	43

2.2	Условия эксперимента и результаты механических испытаний цилиндрических образцов из сталей 08X18H10T, Ст3, 20X13.....	47
2.3	Условия эксперимента и результаты механических испытаний цилиндрических образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5 .....	49
2.4	Условия эксперимента и результаты механических испытаний цилиндрических образцов из сплавов ВТ6, АМг6 .....	51
2.5	Условия эксперимента и результаты механических испытаний плоских образцов из сплавов 301ХН, VASCO JET-1000 и RENE-41 .....	53
2.6	Основные выводы по главе.....	55
<b>Глава 3. Обобщение теории критических дистанций на случай динамического нагружения металлических образцов с концентраторами напряжений</b>		<b>56</b>
3.1	Определение функциональной зависимости критической дистанции от скорости деформации .....	57
3.2	Оценка предельного состояния для образцов из титановых сплавов ВТ1-0, ВТ6 и алюминиевого сплава АМг6 .....	62
3.2.1	Постановка задачи о расчете напряженно-деформированного состояния при растяжении.....	63
3.2.2	Оценка динамической прочности образцов из титанового сплава ВТ1-0.....	67
3.2.3	Оценка динамической прочности образцов из титанового сплава ВТ6 .....	70
3.2.4	Оценка динамической прочности образцов из алюминиевого сплава АМг6 .....	73
3.3	Оценка динамической прочности образцов из сталей 08X18H10T, 20X13 и Ст3.....	75

3.4 Оценка динамической прочности образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5.....	79
3.5 Оценка динамической прочности образцов из стали 301ХН, никелевого сплава RENE-41 и стали VASCO JET-1000 .....	84
3.6 Основные выводы по главе.....	89
<b>Глава 4. Анализ влияния упругопластических деформаций на величину критической дистанции</b>	<b>91</b>
4.1 Расчет напряженно-деформированного состояния образцов из ВТ1-0 при одноосном растяжении с учетом пластического деформирования материала ...	92
4.2 Идентификация параметров модели Джонсона-Кука для титанового сплава ВТ1-0.....	97
4.3 Расчет величины критической дистанции для образцов из титанового сплава ВТ1-0 с учетом упругопластических деформаций.....	100
4.4 Основные выводы по главе.....	104
<b>Глава 5. Анализ взаимосвязи величины критической дистанции и фундаментальной длины автомодельных структур в ансамбле дефектов</b>	<b>105</b>
5.1 Математическая модель накопления повреждений в материалах.....	106
5.2 Анализ теории критических дистанций на основе математической модели накопления повреждений в одномерном случае .....	110
5.3 Анализ теории критических дистанций на основе моделирования процесса накопления повреждений в трехмерном случае .....	116
5.4 Основные выводы по главе.....	120
<b>Заключение</b>	<b>122</b>
<b>Список литературы</b>	<b>124</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Таблицы к главе 2</b>	<b>144</b>

## Введение

**Актуальность темы исследования.** Необходимость разработки и внедрения простых и в тоже время эффективных критериев разрушения, позволяющих достоверно оценить условия безопасной эксплуатации металлических конструкций, в особенности конструкций с концентраторами напряжений, является очевидной в связи с созданием и увеличением числа инженерных сооружений сложной геометрии. Данная проблема актуальна для многих отраслей промышленности, включая машиностроительную, оборонную и космическую, где уже на стадии проектирования необходимо учитывать возможные аварийные ситуации, вызванные интенсивными динамическими воздействиями. Компоненты и конструкции должны быть спроектированы таким образом, чтобы выдерживать заданные нагрузки в широком диапазоне скоростей нагружения. Известно, что в процессе разрушения материалов происходит превышение предела прочности на некотором характерном расстоянии (Н. Neuber, В.В. Новожилов, D. Taylor) в течение некоторого характерного времени (Н.Ф. Морозов, Ю.В. Петров). Развитие теоретических моделей, учитывающих нелокальный характер процесса разрушения и алгоритмизированных для использования в стандартных вычислительных пакетах (ABAQUS, LS-DYNA, ANSYS, Comsol), позволяет повысить точность прогноза момента разрушения конструкции и сократить затраты на экспериментальное сопровождение практического внедрения разработки.

Одним из перспективных подходов для оценки предельного состояния образцов с учетом влияния концентраторов напряжений является теория критических дистанций, основанная на анализе особенности распределения напряжений вблизи вершины концентратора напряжений, полученного на основе решения линейно-упругой задачи. Диссертационная работа посвящена развитию теории критических дистанций на случай динамического нагружения и теоретическому анализу нелокального процесса разрушения (величины

критической дистанции) на основе моделирования процессов эволюции дефектов в материале.

**Степень разработанности темы исследования.** Анализ процесса разрушения твердых тел показал необходимость введения структурного параметра, описывающего характерный линейный размер зоны процесса разрушения, в модели механики сплошных сред. Одними из первых такую попытку предприняли К. Wieghardt (1907), Н. Neuber (1937) и В.В. Новожилов (1969), предложившие критерий разрушения, согласно которому сравнивать с пределом прочности материала необходимо не максимальное, а осредненное на некотором масштабе нормальное напряжение. R.E. Peterson (1959), J.M. Whitney и R.J. Nuismer (1974) предложили критерии разрушения по напряжению в удаленной точке. В работах G. Pluvinage (2001) в качестве области осреднения использовался некоторый эффективный объем в окрестности вершины трещины. Значительный вклад в развитие методов и моделей прогнозирования разрушения, основанных на использовании материального параметра длины, внесли такие ученые как И.И. Кокшаров (1989), А. Северин (1994), С.Е. Михайлов (1995), В.М. Корнев (1996), Л.П. Исупов (1998), D. Taylor (2004), L. Susmel (2010), G.C. Sih (1974), В.Н. Шлянников (1996), L.F. Guillemot (1965), M. Creager (1967), O. Akourri (2005), R.O. Ritchie (1973), Н.Ф. Морозов (1990), Ю.В. Петров (1991), О.Б. Наймарк (2003) и др.

Среди зарубежных ученых общепринятым является подход, предложенный D. Taylor и L. Susmel, объединяющий интегральные критерии разрушения в так называемую теорию критических дистанций (ТКД). В основе ТКД лежат три метода прогнозирования прочности материалов, использующие численное решение задачи о распределении напряжений в области концентраторов напряжений в линейно-упругой постановке. Методы теории критических дистанций хорошо зарекомендовали себя в качестве инженерных методов прогнозирования разрушения конструкций с концентраторами напряжений при квазистатическом (D. Taylor (2004), L. Susmel (2010), S. Cicero (2013)) и

циклическом нагружении (D. Taylor (2000), L. Susmel (2003), Ara jo JA (2008), D.B. Lanning (2005), S. Wiersma (2005), P. Lazzarin (2001), G. Chiandussi (2005), J.K. Wang (2012), V. Madrazo (2012), S. Cicero (2014), F.T. Ibanez-Gutierrez (2017)).

Согласно многочисленным экспериментальным данным, механический отклик материалов при высокоскоростном деформировании отличается от случая статического нагружения (U.S. Lindholm (1964, 1971), L. Oosterkamp (2000), O.S. Lee (2003), X.M. Zhang (2008), K. Sakino (2008), C.S. Wiesner (1999)). В связи с этим требуется проведение дополнительных теоретических и экспериментальных работ, посвященных исследованию разрушения образцов с концентраторами напряжений при высоких скоростях нагружения (N.A. Noda (2015)). В технической литературе можно найти критерии прочности, используемые для описания процессов динамического разрушения, например, критерий минимального времени Шоки-Кальтхоффа (1977), импульсный критерий Никифоровского-Шемякина (1979), критерий инкубационного времени Петрова-Морозова (1990) и др. Несмотря на это, проблема построения простых и в тоже время эффективных инженерных критериев разрушения, способных оценить предельное состояние материалов в широком диапазоне скоростей нагружения, до сих пор не является решенной в полном объеме.

**Цель и задачи исследования.** Целью диссертационной работы является развитие теории критических дистанций для описания процессов динамического разрушения и оценки предельного состояния конструкций с концентраторами напряжений.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Разработка методики оценки предельного состояния образцов с концентраторами напряжений в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>.
2. Проведение серии экспериментов на квазистатическое и динамическое растяжение гладких цилиндрических образцов и образцов с концентраторами напряжений для верификации предложенной методики

на металлических материалах (титановые сплавы BT1-0 и BT6, алюминиевые сплавы АМг6 и Al6063-T5, стали 08X18H10T, Ст3, 20X13, 301XH, VASCO Jet-1000, никелевый сплав RENE-41).

3. Анализ возможности повышения точности оценки динамической прочности образцов с концентраторами напряжений в случае учета процессов пластического деформирования и их зависимости от скорости деформации.
4. Моделирование механизма формирования критической дистанции на основе анализа эволюции ансамбля дефектов в процессе накопления и локализации деформации в области концентраторов напряжений.

**Научная новизна** диссертационной работы заключается в следующем:

1. Предложено обобщение теории критических дистанций на случай динамического нагружения, позволяющее оценить предельное состояние образцов с концентраторами напряжений при скоростях деформации в диапазоне  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup> на основе анализа особенности распределения напряжений вблизи вершины концентратора напряжений.
2. Предложена новая методика применения теории критических дистанций, основанная на учете процессов пластического деформирования и их зависимости от скорости деформации, позволяющая повысить точность оценки предельного состояния образцов с концентраторами напряжений в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>.
3. На основе моделирования локализации процессов накопления микрповреждений предложен механизм формирования критической дистанции в области концентраторов напряжений как результат развития диссипативной структуры в ансамбле дефектов.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Теоретическая значимость работы заключается в обобщении теории критических дистанций на случай динамического нагружения. Показано, что при учете процессов пластического течения величина критической дистанции является константой

материала, в то время как при решении задачи в общепринятой (линейно-упругой) постановке – функцией от скорости деформации. Установлена взаимосвязь процессов эволюции ансамбля дефектов в материале и величины критической дистанции.

Практическая значимость работы заключается в разработке и верификации методик расчета прочностных характеристик металлических образцов с концентраторами напряжений. Разработанные методики требуют для своей верификации сравнительно простую экспериментальную программу. Верификация предложенных методик проведена для десяти металлических материалов (ВТ1-0, ВТ6, АМг6, 20Х13, Ст3, 08Х18Н10Т, А16063-Т5, 301ХН, VASCO Jet-1000, RENE-41). Полученные данные о величине критической дистанции в широком диапазоне скоростей деформации могут использоваться в качестве табличных для оценки предельного состояния образцов с концентраторами напряжений.

**Методология и методы исследования.** Принятая в диссертационной работе методология исследования основана на комплексном применении средств компьютерного моделирования и натурных испытаний. Используются разработанные в «ИМСС УрО РАН» методики экспериментального исследования механических свойств материалов при квазистатическом и динамическом нагружениях. Для проведения динамических экспериментальных исследований применялся метод Кольского с использованием разрезного стержня Гопкинсона. Для компьютерного моделирования применяются программные комплексы конечно-элементного анализа ABAQUS/ANSYS/COMSOL Multiphysics®<sup>1</sup>. При проведении идентификации параметров математических моделей использовался расчетно-экспериментальный подход, основанный на согласовании результатов натурных испытаний и численных экспериментов на ЭВМ.

---

<sup>1</sup> ABAQUS: 002683342125\_ABQ12620\_0000\_1;

ANSYS: No 1064623;

COMSOL Multiphysics®: No 9600871.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Методика применения теории критических дистанций, позволяющая оценить предельное состояние металлических образцов с концентраторами напряжений при динамическом нагружении с использованием решения задачи о распределении напряжений в области концентратора напряжений в линейно-упругой и упругопластической постановках.
2. Результаты экспериментального определения деформационных и прочностных характеристик конструкционных материалов (титановые сплавы ВТ1-0 и ВТ6, алюминиевый сплав АМг6, стали 08Х18Н10Т, Ст3 и 20Х13) в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>, а также функции зависимости предельного напряжения от скорости деформации для исследуемых материалов.
3. Результаты численного моделирования деформирования образцов с концентраторами напряжений, значения величины критической дистанции для металлических материалов (ВТ1-0, ВТ6, АМг6, 20Х13, Ст3, 08Х18Н10Т, Al6063-T5, 301ХН, VASCO Jet-1000, RENE-41) в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>.
4. Модель формирования критической дистанции как результат накопления и локализации деформации в области концентратора напряжений, определяющая величину критической дистанции как фундаментальную длину диссипативной структуры в ансамбле дефектов.

**Степень достоверности.** Достоверность экспериментальных исследований обеспечивается использованием поверенных средств измерения, соблюдением методологии проведения экспериментов и обработки результатов, устойчивой воспроизводимостью полученных результатов. Обоснованность положений, сформулированных в диссертации, подтверждена совпадением теоретических выводов с независимыми экспериментальными данными, полученными как в «ИМСС УрО РАН», так и другими авторами. Достоверность результатов

численного моделирования подтверждается удовлетворительным соответствием экспериментальным данным, проведенным анализом сходимости, сопоставлением ряда частных результатов с опубликованными ранее частными результатами других авторов.

**Апробация результатов.** Основные результаты исследований, представленные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на 14 международных и российских научных конференциях: International Conference on Quantitative InfraRed Thermography (Bordeaux, 2014), Всероссийская школа-конференция «Математическое моделирование в естественных науках» (Пермь, 2014), «Зимняя школа по механике сплошных сред» (Пермь, 2015, 2017), Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 2015), European Solid Mechanics Conference (Leganes-Madrid, 2015), Петербургские чтения по проблемам прочности (Санкт-Петербург, 2016), Международная конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций» (Екатеринбург, 2016, 2018), Международная конференция «Актуальные проблемы прочности» (Пермь, 2017), International Conference on Structural Integrity (Madeira, 2017), Международная конференция «Перспективные материалы с иерархической структурой для новых технологий и надежных конструкций» (Томск, 2017, 2018), European Conference on Fracture (Belgrade, 2018).

**Личный вклад автора** заключается в анализе текущего состояния исследований по теме работы, обобщении и верификации методов теории критических дистанций, формулировке основных результатов и выводов диссертации. Автор принимала непосредственное участие в проведении экспериментальных исследований, представленных в работе, лично реализовывала методы и алгоритмы обработки экспериментальных данных, выполняла численное моделирование изучаемых процессов.

**Публикации.** Основное содержание диссертационной работы достаточно полно отражено в 24 научных публикациях, 11 из которых проиндексированы в

международных системах цитирования и входят в список журналов, рекомендованных ВАК.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы (174 наименования) и приложения. Работа содержит 63 рисунка и 29 таблиц. Общий объем диссертации составляет 150 страниц.

**Первая глава** диссертации носит обзорный характер и состоит из двух разделов.

Раздел **1.1** содержит информацию о работах, посвященных критериям разрушения, основанным на введении характерного линейного масштаба различной физической природы. В разделе **1.2** рассмотрены основные методы теории критических дистанций, проведен анализ области их применения, сделаны выводы о необходимости обобщения теории критических дистанций на случай динамического нагружения.

**Вторая глава** посвящена экспериментальному определению прочностных характеристик металлических образцов с концентраторами напряжений (BT1-0, BT6, AMг6, 08X18H10T, Ст3, 20X13, Al6063-T5, 301XH, VASCO Jet-1000, RENE-41) при квазистатическом и динамическом растяжении. Приведено краткое описание методик и результатов экспериментальных исследований, представлены физико-механические свойства исследуемых материалов и геометрии образцов. На основе результатов механических испытаний и данных, имеющих в литературных источниках, в последующих главах проведена верификация, предложенного в главе 3, обобщения теории критических дистанций.

В **третьей главе** диссертации предложено обобщение теории критических дистанций на случай динамического нагружения и проведена его верификация для металлических образцов, испытанных в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>.

В параграфе **3.1** излагается обобщение соотношений теории критических дистанций на случай динамического нагружения. Предложено введение

критической дистанции как степенной функции от скорости деформации и ее определение численно-экспериментальным методом на основании решения задачи о распределении напряжений в области концентратора напряжений в линейно-упругой постановке. Представлена методика оценки предельного состояния образцов с концентраторами напряжений с использованием предложенного обобщения.

Параграфы **3.2-3.5** посвящены реализации предложенного алгоритма для оценки предельного состояния металлических образцов с концентраторами напряжений при динамическом нагружении на основе моделирования напряженно-деформированного состояния металлов и сплавов в линейно-упругой постановке (верификация проведена для образцов из ВТ1-0, ВТ6, АМг6, 08Х18Н10Т, Ст3, 20Х13, А16063-Т5, 301ХН, VASCO Jet-1000, RENE-41). Численные расчеты проводились в конечно-элементных пакетах ANSYS/Simulia Abaqus. Описана экспериментальная программа проверки достоверности методики, включающая в себя независимые калибровочную и проверочную серии экспериментов. Оценена точность прогнозирования предельного состояния для металлических образцов с различными геометрическими особенностями при квазистатическом и динамическом нагружениях на основе методов теории критических дистанций. Показано, что предложенное обобщение ТКД позволяет прогнозировать прочность образцов с концентраторами напряжений из металлических материалов в исследованном диапазоне скоростей нагружения с погрешностью  $\pm 20\%$  и может рассматриваться как эффективный инженерный метод оценки предельного состояния, не требующий значительных экспериментальных усилий и затрат машинного времени.

Целью **четвертой главы** является развитие предложенной методики с помощью учета упругопластического поведения материала. Было выявлено, что при корректном учете пластической деформации в области концентратора напряжений, функция, описывающая зависимость критической дистанции от скорости деформации, может быть заменена константой материала. Показано, что

предложенная модификация позволяет повысить точность прогноза предельного состояния образцов с концентраторами напряжений (погрешность  $\pm 10\%$ ). Верификация методики проведена с использованием экспериментальных результатов для образцов из титанового сплава ВТ1-0.

В параграфах **4.1-4.2** рассматривается задача о растяжении цилиндрических образцов с кольцевым надрезом в упругопластической постановке, проведен анализ независимости решения от характерного размера элемента. С использованием экспериментальных результатов главы 2, идентифицированы параметры упругопластической модели Джонсона-Кука для титанового сплава ВТ1-0. Проведена верификация модели с помощью контрольной серии экспериментов для титанового сплава ВТ1-0.

В параграфе **4.3** проведена оценка предельного состояния образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава ВТ1-0 в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>. Показано, что при корректном учете пластической деформации погрешность при прогнозировании прочностных характеристик материала составляет  $\pm 10\%$ , а критическая дистанция является константой материала.

**Глава пять** посвящена описанию процессов накопления и локализации дефектов в области концентраторов напряжений. В основу описания эволюции ансамбля дефектов в области концентратора напряжений положена статистическая модель деформационного поведения ансамбля мезодефектов, ранее разработанная в «ИМСС УрО РАН».

В параграфе **5.1** описано построение эволюционного уравнения для структурной деформации (деформации, вызванной появлением дефектов).

В параграфе **5.2** для модельного материала представлены результаты моделирования поведения дефектов в одномерном случае при одноосном растяжении бесконечной пластины с полукруглым вырезом. Численные расчеты проводились в пакете Wolfram Mathematica. Оценка фундаментальной длины диссипативной структуры по результатам численного моделирования дает точное

соотношение, соответствующее постулату теории критических дистанций в формулировке Тейлора-Сузмеля для метода точки: переход от дисперсного к макроскопическому разрушению возникает при превышении предельного напряжения на критическом расстоянии, соответствующем половине фундаментальной длины диссипативной структуры, совпадающей с половиной критической дистанции.

В параграфе **5.3** предложено обобщение определяющих соотношений на трехмерный случай. Численные расчеты проводились в конечно-элементном пакете Comsol Multiphysics. Решена задача о квазистатическом растяжении цилиндрического образца с кольцевым надрезом из титанового сплава ВТ1-0. Показано соответствие момента разрушения образца моменту инициирования локализованной структуры в ансамбле дефектов, на половине длины которой напряжение превышает временное сопротивление разрушению для данного материала.

В **заключении** диссертации приведены основные результаты и сформулированы выводы.

## **Глава 1. Нелокальные критерии разрушения. Основные методы определения масштабов с размерностью длины**

При анализе разрушения материалов обычно выделяют четыре теории прочности, построенные на энергетических, силовых и деформационных критериях. Исследования материалов и условий их разрушения показывают существенные разногласия значений прочностных характеристик и характера их зависимости от условий нагружения. Необходимость введения структурного параметра, описывающего характерный линейный размер зоны процесса разрушения, в модели механики сплошных сред осознана давно. Введение линейного размера в критерий прочности позволяет создать единый способ описания процесса разрушения как для «бездефектных» твердых тел, так и для тел с макроскопическим дефектом типа трещины (предельные случаи) [1]. Многими авторами были предприняты попытки связать напрямую линейный параметр с характерными размерами структуры материала, такими как межзатомное расстояние или размер зерен (Н. Neuber [3], В.В. Новожилов [4, 5], В.М. Корнев [6-8]). Дальнейшие исследования [9, 10] показали, что процесс разрушения обладает собственной «структурой», которая, в общем случае, не связана со структурой материала. Несомненными достоинствами данных критериев разрушения являются простота, применимость как к сингулярным (трещины, угловые вырезы), так и к регулярным (отверстия, вырезы, полости) геометрическим особенностям, возможность использования приближенных и точных аналитических решений задач теории упругости.

Данная глава содержит два раздела. Первый раздел посвящен обзору нелокальных критериев разрушения, основанных на использовании характерного линейного масштаба различной физической природы. Проведен анализ текущего состояния проблемы прогнозирования прочности конструкционных материалов. Во втором разделе рассмотрены основные методы теории критических дистанций в традиционной для европейских механиков формулировке Тейлора-Сусмеля,

проведен анализ области их применения, сделаны выводы о необходимости обобщения теории критических дистанций на случай динамического нагружения.

### **1.1 Нелокальные критерии разрушения**

Задача усовершенствования традиционных и разработки новых моделей и подходов к расчетам конструкций на прочность, позволяющих охватить весь спектр концентраторов напряжений, а также с единых позиций подходить к расчету конструкций как с конечным концентратором напряжений, так и с трещиной, является актуальной задачей в связи с увеличением числа инженерных сооружений и конструкций сложной геометрии.

В настоящее время интенсивно разрабатываются так называемые нелокальные критерии разрушения, общим свойством которых является введение характерного линейного размера в качестве параметра прочности материала. Среди критериев, имеющих наиболее близкое отношение к диссертационной работе, можно выделить пять основных типов данного параметра:

- 1) линейный размер, связанный с зоной процесса разрушения;
- 2) линейный размер, связанный с распределением напряжений в вершине концентратора напряжений;
- 3) линейный размер, связанный с микроструктурой материала;
- 4) линейный размер, связанный с геометрией концентратора напряжений;
- 5) линейный размер, используемый при рассмотрении «инкубационного времени» разрушения.

### 1.1.1 Введение линейного размера на основе анализа зоны процесса разрушения

Вероятно, одна из первых попыток ввести линейный размер в механику разрушения была предпринята в 1907 г. К. Wieghardt, получившим асимптотические формулы для определения напряжено-деформированного состояния в окрестности выреза для плоской упругой плоскости с острым угловым вырезом [2]. Анализ этого решения привел к формулировке критерия разрушения, устраняющего бесконечность напряжения, посредством его осреднения на некотором пространственном отрезке перед острой кромкой выреза, с последующим сопоставлением полученного осредненного напряжения с характеристикой прочности ненадрезанного материала. Позднее многие авторы предлагали схожие идеи. Так, в 1937 г., Н. Neuber сформулировал интегральный критерий разрушения, учитывающий напряженное состояние во всех точках, расположенных на расстоянии  $d$  от рассматриваемой точки в направлении вероятного распространения трещины [3]:

$$\frac{1}{d} \int_0^d \sigma_n(r) dr \leq \sigma_c, \quad (1.1)$$

где  $r$  – расстояние от вершины трещины,  $\sigma_n$  – нормальное напряжение,  $d$  – характерный размер осреднения для наиболее опасного напряжения в направлении распространения трещины,  $\sigma_c$  – предел прочности. Независимо от Н. Neuber в 1969 г. аналогичный критерий осреднения напряжений был получен В.В. Новожиловым на основе анализа деформирования и разрушения материалов у вершины трещины [4, 5]. Традиционно значение  $d$  определяется из предположения эквивалентности структурного критерия Нейбера-Новожилова и критерия Ирвина ( $K_I = K_{Ic}$ , где  $K_I$  – коэффициент интенсивности напряжений,  $K_{Ic}$  – статическая вязкость разрушения). Интегральный подход получил развитие в работах многих исследователей [6-8, 11-17].

Процесс разрушения предполагает наличие пластической зоны перед вершиной трещины (локальная зона пластической деформации). Характерный размер зоны пластической деформации в окрестности вершины трещины  $R_y$  можно оценить отношением вязкости разрушения  $K_{Ic}$  к пределу текучести  $\sigma_T$ :

$$R_y = \eta \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^2, \quad (1.2)$$

где  $\eta$  – параметр, зависящий от вида напряженного состояния.

Данное соотношение справедливо для случая идеального упругопластического материала. Для упрочняющихся материалов соотношение для определения характерного размера  $d_0$  модифицируется следующим образом:

$$d_0 = \frac{\xi}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (1.3)$$

где  $K_{Ic}$  – вязкость разрушения,  $\xi$  – параметр, который в литературе трактуется авторами по-разному.

На основании критерия В.В. Новожилова в 1994 г. А. Северин [13] предложил обобщение критерия (1.1) на случай сдвигового разрушения:

$$\max_{\theta} \frac{1}{d} \int_0^d \left[ \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right)^2 + \left( \frac{\tau_n}{\tau_c} \right)^2 \right]^{1/2} dr = 1, \quad (1.4)$$

где  $r$ ,  $\theta$  – полярные координаты с началом в вершине концентратора напряжений,  $\sigma_n$ ,  $\tau_n$  – нормальное и касательное напряжения,  $\sigma_c$ ,  $\tau_c$  – пределы прочности на растяжение и сдвиг соответственно.

В данном критерии параметр  $\xi$  равен двум. Использование критерия не нашло широкого распространения в связи с наличием в нем механической характеристики – предела прочности на сдвиг, количественное выражение которой для конкретного материала в справочной литературе не приводится.

D. Taylor в так называемой теории критических дистанций предлагает использовать значение критической дистанции близкое к размеру пластической зоны при плосконапряженном состоянии и  $\xi = 1$  [18].

Z. Yosibash и соавторы (2004) [10] показали, что плотность энергии деформации  $W$  не зависит от угла раскрытия выреза  $2\alpha$  в диапазоне от  $2\alpha = 0$  (трещина) до  $2\alpha = \pi$  (плоский образец). Характерный размер зоны пластической деформации для плоскодеформированного состояния определяется как:

$$d_0 = \frac{(1+\nu)(5-8\nu)}{4\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (1.5)$$

для плосконапряженного состояния:

$$d_0 = \frac{(6-3\nu)}{4\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (1.6)$$

где  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

R. Tovo и P. Livieri (2008) определили параметр  $\xi = 0.545$  [19], в то время как F.J. Gomez и M.A. Elices (2004) предложили использовать  $\xi = 3.14$  [20].

D. Leguillon (2001) сформулировал критерий разрушения для острого V-образного надреза на основе энергетического критерия Гриффитса для трещины [21]. Началу разрушения соответствует ситуация, при которой энергия, освобождающаяся при росте трещины, достигает критической величины. В данном критерии характерный размер представляет собой длину фиктивной трещины:

$$d_0 = \frac{(\sigma_{\theta\theta}(\theta_0))^2}{K(2\alpha)} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (1.7)$$

где  $K(2\alpha)$  – параметр, зависящий от угла раскрытия надреза  $2\alpha$ .

Ю.Г. Матвиенко (2011) сформулировал критерий направления роста трещины на основе принципа осреднения напряжений в зоне процесса разрушения у вершины трещины и критерия максимальных осредненных тангенциальных напряжений [22, 23]:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{\theta\theta}}{\partial \theta} = K_I \sin \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) - \frac{8T}{3} \sqrt{2\pi d} \cos \theta_0 \sin \frac{\theta_0}{2} = 0, \quad (1.8)$$

где  $\theta_0$  – угол направления распространения трещины,  $K_I$  и  $K_{II}$  – коэффициенты интенсивности напряжений трещины нормального отрыва и трещины поперечного сдвига соответственно,  $T$  – Т-напряжение,  $d$  – размер зоны процесса разрушения в окрестности вершины трещины.

Предложенный критерий позволяет с высокой степенью достоверности прогнозировать направление роста трещины смешанного типа (I+II) и обеспечивает лучшую сходимость с экспериментальными данными для малых углов направления роста трещины, чем традиционный критерий максимальных тангенциальных напряжений.

R.E. Peterson (1959) [24], J.M. Whitney и R.J. Nuismer (1974) [25] предложили критерии разрушения по напряжению в удаленной точке. С пределом прочности материала сравнивается нормальное напряжение в точке, расположенной на некотором расстоянии  $r$  от точки действия максимального напряжения. Расстояние  $r$  находится из условия согласования с теорией трещин:

$$r = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (1.9)$$

где  $K_{Ic}$  – вязкость разрушения,  $\sigma_c$  – предел прочности материала.

В 2003 г. G. Pluvinage в качестве критерия разрушения предложил осреднение напряжений по некоторому элементарному объему процесса разрушения  $V_{ef}$  (метод объема) [26]:

$$\frac{1}{V_{ef}} \iiint_{\Omega} \sigma_{yy}(x, y, z) \times \phi(x, y, z, \chi) dV = \sigma_c, \quad (1.10)$$

где  $\chi(x)$  и  $\sigma_{yy}$  – градиент растягивающих напряжений и максимальное главное напряжение перед вершиной надреза на линии его продолжения,  $V_{ef}$  – эффективный объем процесса разрушения,  $\phi$  – весовая функция.

В 1974 г. G.C. Sih предложил модель разрушения, в основе которой лежит концепция локальной плотности энергии деформации [27, 28]. Энергия деформации, накопленная в бесконечно малой области в окрестности вершины трещины, является функцией линейно-упругих напряжений и деформаций. В случае разрушения смешанного типа плотность энергии упругой деформации выражается через коэффициенты интенсивности напряжений:

$$W = \frac{1}{r} (a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 + a_{33}K_{III}^2), \quad (1.11)$$

$$W = S / r.$$

G.C. Sih определил коэффициент плотности энергии деформации как  $S = f(K_i^2) = Wr$ . Когда энергия деформации  $W$ , накопившаяся в элементарном объеме материала на определенном расстоянии  $r_c$  от вершины трещины, достигает критической величины  $W_c$ , начинается разрушение. Расстояние  $r_c$  трактуется как весьма малый радиус цилиндрической зоны у вершины трещины, где материал нельзя считать сплошной средой ввиду сингулярности напряжений. Модель G.C. Sih успешно применяется для анализа многочисленных проблем механики разрушения [29-33].

Ранее в 1965 г. L.F. Guillemot в работе [34] предложил схожий критерий разрушения, согласно которому плотность энергии деформации, определяющая момент перехода материала к разрушению, оценивается в локальном объеме, представляющем собой цилиндр диаметром  $X_c$ .

P. Lazzarin и F. Berto (2005) постулировали, что наступлению хрупкого разрушения соответствует превышение осредненного по конечному объему значения плотности энергии деформации  $\bar{W}$  некоторого критического значения [35]. Для острого V-образного выреза при использовании схемы нагружения типа I плотность энергии деформации зависит от коэффициента интенсивности напряжений в вершине выреза  $K_\rho$ :

$$\bar{W} = \frac{I_1}{4E\lambda_1(\pi - \alpha)} \left( \frac{K_\rho}{d_0^{1-\lambda_1}} \right)^2, \quad (1.12)$$

где  $E$  – модуль Юнга,  $\lambda_1$  – показатель сингулярности напряжений,  $I_1$  – геометрическая функция,  $\alpha$  – половина угла раскрытия выреза,  $d_0$  – критический размер, являющийся характеристикой материала.

Для тупого U-образного выреза плотность энергии деформации является функцией максимального напряжения  $\sigma_{\max}$ :

$$\bar{W} = F(2\alpha)H\left(2\alpha, \frac{d_0}{\rho}\right) \frac{\sigma_{\max}^2}{E}, \quad (1.13)$$

где  $H$  и  $F$  – геометрические функции.

### 1.1.2 Введение линейного размера на основе анализа распределения напряжений в окрестности выреза

В методе объема, предложенном G. Pluvinage (2003) [26], предполагается, что разрушение происходит в некотором цилиндрическом объеме с эффективным размером, равным его диаметру и высоте. Физический смысл объема - «область повышенных напряжений», в которой накапливается необходимая энергия разрушения. Размер этой области априори не является материальной константой и зависит от режима нагружения, геометрии и уровня нагрузки.

На распределении напряжений для упругопластического материала (рисунок 1.1) можно выделить три характерные зоны: увеличение напряжения и достижение пикового значения (зона I), постепенное падение напряжения (зона II), линейное поведение напряжений в логарифмических координатах (зона III). При исследовании инициации разрушения было показано, что эффективный размер объема процесса разрушения соответствует началу зоны III.

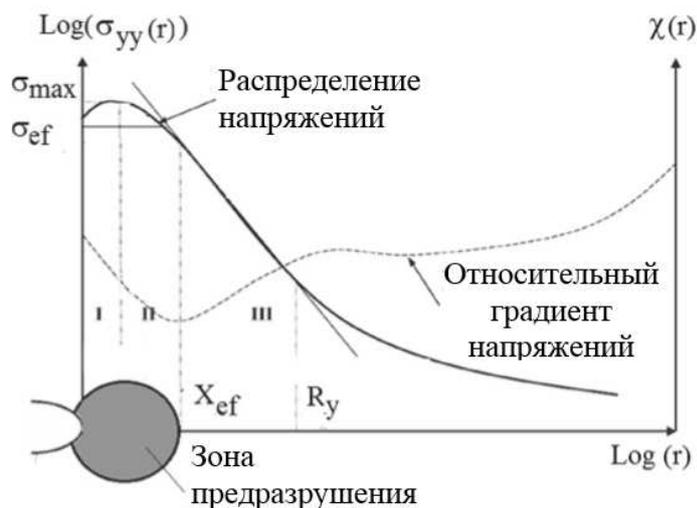


Рисунок 1.1 – Распределение напряжений в окрестности вершины выреза для упругопластического материала [26]

Для определения эффективного размера объема процесса разрушения используется графический метод, оценивающий параметр длины как точку перегиба на распределении главных напряжений вблизи вершины концентратора напряжений [26]. Минимум относительного градиента напряжений  $\chi$  совпадает с точкой перегиба. Эффективное напряжение оценивается путем осреднения напряжений по объему процесса разрушения (1.9). Относительный градиент напряжений определяется формулой:

$$\chi(r) = \frac{1}{\sigma_{yy}(r)} \frac{\partial \sigma_{yy}(r)}{\partial r}, \quad (1.14)$$

где  $\sigma_{yy}(r)$  – первое главное напряжение перед вершиной выреза на линии его продолжения.

Используя аналогичную методологию D.E. Osborn и J.D. Embury оценили эффективный размер объема процесса разрушения для образцов из конструкционной стали ХС38 с различными радиусами надрезов (0.15-2.0 мм), получив значения  $X_{ef}$  в пределах 1-5 мм [36]. Для роторной стали СтМоV в работе [52] было получено значение 0.38 мм, для Al-Zn-Mg-Cu эффективный размер равен 0.38-2.64 мм [37], для Al 7175-T74 и 17-4PH – 0.8-1.2 мм и 1.2-1.45 мм

соответственно [58]. Можно отметить, что эффективный размер объема процесса разрушения больше расстояния до максимума напряжений независимо от уровня пластичности материала.

Величина эффективного размера связана с распределением напряжений, которое, в свою очередь, чувствительно к стеснению деформаций. Следовательно, эффективный размер также чувствителен к стеснению деформаций. Для описания этого эффекта, различными авторами были использованы несколько параметров: параметр стеснения  $L$  (A.R. Dowling и C.H.A. Towley (1975)) [9], параметр трехосности (H. Clausmeuер и соавторы (1991) [38]),  $Q$ -параметр (N.P. O'Dowd и C.F. Shih (1991) [39]) и T-напряжение (C. Betegon и J.W. Hancock (1991) [40], Матвиенко Ю.Г. (2015) [41]).

T-напряжение является одной из характеристик распределения напряжений в окрестности вершины трещины или выреза. Поле упругих напряжений при вершине трещины может быть описано выражением (M.L. Williams (1957)) [42]:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + T \delta_{xi} \delta_{xj} + A_3 \sqrt{2\pi r} + O(r), \quad (1.15)$$

где  $K_I$  – коэффициент интенсивности напряжений,  $f_{ij}(\theta)$  – угловая функция напряжений,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $r, \theta$  – полярная система координат с началом в вершине трещины,  $T$  – так называемые T-напряжения. T-напряжение определяется как вторая несингулярная компонента двумерного поля напряжений вблизи фронта трещины, действующая в направлении оси  $x$  и характеризующая стеснение деформаций в направлении указанной оси. T-напряжения могут быть растягивающими или сжимающими. Положительные T-напряжения повышают степень стеснения деформаций у вершины трещины, а отрицательные – приводят к ее понижению. В литературе предложено несколько методик для определения T-напряжений в образце с трещиной. В 1999 году В. Yang и К. Ravi-Chandar предложили метод разности напряжений, согласно которому T-напряжение оценивается по распределению напряжений на линии распространения трещины

(разница между напряжением, параллельным плоскости трещины ( $\sigma_{xx}$ ), и растягивающим напряжением ( $\sigma_{yy}$ )) [43]:

$$T = T_{xx} = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})_{\theta=0}. \quad (1.16)$$

Конечно-элементный анализ показывает, что Т-напряжения перед вершиной выреза не являются постоянными (рисунок 1.2) [41].

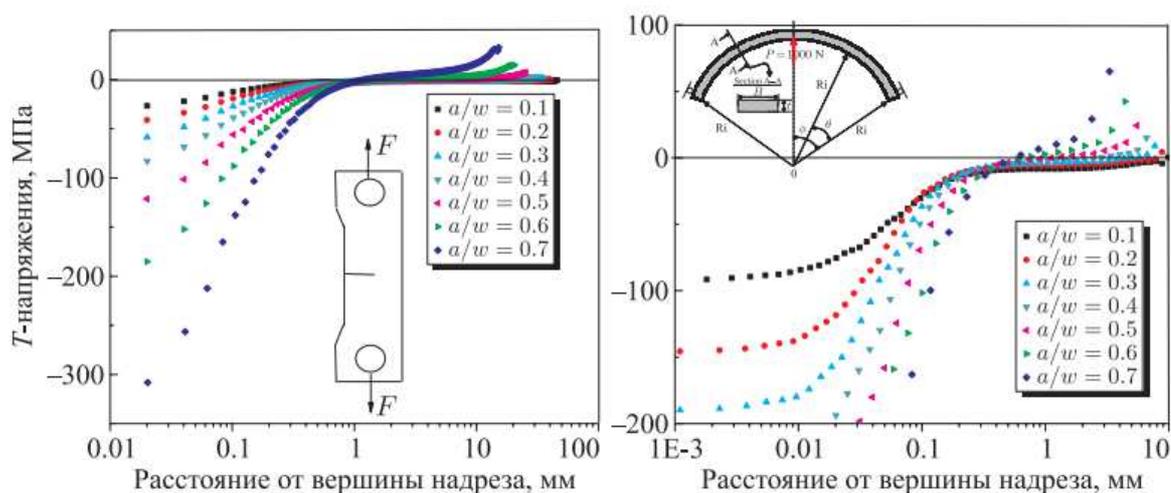


Рисунок 1.2 – Распределение Т-напряжений перед вершиной выреза на линии его продолжения (для трубной стали API X52) [41]

Вводится понятие эффективных Т-напряжений, определяемых посредством осреднения Т-напряжений перед вершиной выреза в зоне предразрушения, характеризуемой эффективным размером  $X_{ef}$  [41].

Эффективный размер зоны предразрушения  $X_{ef}$  соответствует минимуму градиента растягивающих напряжений перед вершиной выреза и определяется методом конечных элементов.

В работе [44] эффективный размер  $X_{ef}$  был оценен для 4 типов образцов, используемых для оценки вязкости разрушения: компактного образца, образца в виде двухконсольной балки, образца с краевым надрезом в условиях растяжения и нестандартного арочного образца в условиях изгиба. При этом рассчитанные

эффективные Т-напряжения изменялись в диапазоне от отрицательных до положительных значений. Показано, что эффективный размер  $X_{ef}$  увеличивается, когда степень стеснения деформаций меняется от отрицательных до положительных значений. Таким образом, в работе сделан вывод, что эффективный размер  $X_{ef}$  не является свойством материала, но чувствителен к стеснению деформаций через распределение напряжений.

### 1.1.3 Введение линейного размера на основе анализа микроструктуры материала

Для хрупких материалов зона процесса разрушения связана с микроструктурой материала. В 1948 г. С. Ziner показал, что торможение дислокаций и их скопление около препятствий (границ зерен, двойников, включений избыточных фаз) способствует созданию концентрации сдвиговых напряжений, в результате чего образуется клин с основанием  $D = nb$  ( $n$  – число дислокаций,  $b$  – вектор Бюргерса), который создает растягивающие напряжения на плоскости скола. Когда это напряжение превзойдет силы межатомной связи, образуется зародышевая микротрещина [45].

А.Н. Stroh также предложил модель зарождения дислокационной трещины в вершине полосы скольжения, когда действующие на дислокационное скопление сдвиговые напряжения достигают значения, определяемого формулой [46]:

$$\tau = \sqrt{\pi G \gamma} / 2(1 - \nu)L, \quad (1.17)$$

где  $G$  – модуль сдвига,  $\gamma$  – работа образования единицы свободной поверхности трещины,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $L$  – длина дислокационного скопления.

В.В. Корнев в своих работах [47-50] для оценки прочности монокристаллов металлов с трещинами использовал модифицированный дискретно-интегральный критерий хрупкого разрушения В.В. Новожилова, используя в качестве линейного размера расстояние между центрами атомов:

$$\frac{1}{kr_e} \int_0^{nr_e} \sigma_y(x,0) dx \leq \delta\sigma_m, \quad (1.18)$$

где  $\sigma_y$  – нормальное напряжение в вершине трещины,  $r_e$  – расстояние между центрами атомов,  $n$  и  $k$  – числа ( $n \geq k \geq 1$ ,  $k$  – число действующих межатомных связей),  $nr_e$  – интервал осреднения,  $\sigma_m$  и  $\delta\sigma_m$  – теоретические прочности при отсутствии или наличии поверхностно-активного вещества в трещине.

Для поликристаллических материалов в качестве характерного линейного размера микроструктуры материала используется размер зерна [7].

В критерии разрушения R.O. Ritchie и соавторов (RKR - модель) [51] предполагается, что если максимальное значение главного напряжения отрыва превысит критическое значение растягивающего напряжения на расстоянии равном двум размерам зерна от края трещины ( $X_c = 2d_g$ ), то это приведет к нестабильному быстрому распространению трещины и хрупкому разрушению материала.

Хорошая корреляция между характерным размером, используемым в методе объема [26, 52], и участком инициации разрушения наблюдается в работе G. Pluvinage [52] для роторной стали CrMoV. Было выявлено два типа микроструктуры: феррит с мелкодисперсными карбидами и феррит с грубыми карбидами. Для мелкодисперсной микроструктуры не было обнаружено четкой площадки инициации на фасетке скола, поверхность разрушения характеризовалась макроскопическим ручьевым узором. Для микроструктуры с повышенной дисперсностью карбидов, ручьевого узор был локализован в зоне инициации разрушения. В обоих случаях, центр ручьевого узора считался совпадающим с точкой инициации разрушения.

Согласно В.В. Федорову [53] объемная ударная вязкость металлов и равное ей критическое изменение плотности внутренней энергии к моменту разрушения зависят не только от физико-химической природы материала, но и от его структурного состояния, определяемого средним размером зерна.

### 1.1.4 Введение линейного размера на основе анализа геометрии концентратора напряжений

Расположение точки максимального напряжения  $r_{\max}$  в окрестности концентратора напряжений зависит от характеристик деформационной кривой: для линейно-упругой среды максимальное напряжение находится точно в вершине надреза, в то время как для упругопластического материала максимум находится на некотором расстоянии от вершины концентратора напряжений. В 1966 г. М. Greager аналитически получил формулы для описания напряженного состояния в окрестности вершины предельно узкого U-выреза для задач со схемами нагружения типа I и II [54]. М. Greager и Р.С. Paris постулировали, что максимум напряжений достигается на расстоянии  $r \leq \rho/2$  от вершины концентратора напряжений ( $\rho$  – радиус концентратора напряжений) [55]. В то же время для анализа напряженного состояния в окрестности выреза используется коэффициент интенсивности напряжений на расстоянии  $r > \rho/2$  от вершины концентратора напряжений, исходя из чего можно определить характерный размер как  $\rho_c = \rho/2$ . Экспериментальные результаты, полученные Н. Saghafi и соавторами в 2010 г., подтвердили, что отношение между характерным размером и половиной радиуса надреза является удовлетворительным для РММА при 60°C [56].

Для модели идеально-пластического тела расстояние от вершины надреза до точки максимального напряжения можно оценить с помощью соотношения:

$$\left[ \ln \left( 1 + \frac{r_{\max}}{\rho} \right) \right] = \left[ 1 + \frac{\pi}{2} - \frac{2\alpha}{2} \right], \quad (1.19)$$

где  $\rho$  – радиус надреза,  $2\alpha$  – угол раскрытия надреза.

Для упругопластического материала показана линейная связь между радиусом выреза и эффективным размером, полученным методом объема [26]. Данное соотношение принимает вид:

$$X_{ef} = C\rho + B, \quad (1.20)$$

где  $C$  и  $B$  – константы. Экспериментальные результаты О. Akouiri и соавторов [57] для ферритной стали XC38, J.H. Kim и соавторов [58] для алюминиевого сплава Al 7175-T74 и аустенитной стали 17-4 PH, H.E. Minor и соавторов [59] для высокопрочной стали 45SCD5 подтвердили, что эффективный размер  $X_{ef}$ , соответствующий точке максимального напряжения, линейно увеличивается с радиусом надреза и является величиной того же порядка, что и радиус надреза.

### 1.1.5 Структурно-временные критерии разрушения

В условиях динамического нагружения наличие пространственной структуры порождает характерный размер по оси времени. Такой параметр получил название «инкубационного времени» [60]. В работах Н.Ф. Морозова, Ю.В. Петрова, А.А. Уткина была показана эффективность данного подхода для предсказания условий инициирования хрупкого разрушения твердых тел под действием приложенных динамических ударных нагрузок [60-64]. Идея осреднения напряжений по времени была высказана авторами при формулировке критерия применительно к динамическим задачам теории трещин [64]:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t ds \frac{1}{d} \int_0^d \sigma(x,s) dx \leq \sigma_c, \quad (1.21)$$

где  $t$  – время,  $\sigma(x,s)$  – разрывающее напряжение,  $\tau$  – параметр осреднения, так называемое «инкубационное (структурное) время»,  $d$  – характерный пространственный масштаб. Разрушение материала с трещиной наступает при достижении в критерии знака равенства.

На основе данного структурно-временного критерия в 1991 г. Ю.В. Петровым была выдвинута концепция инкубационного времени, которая к настоящему времени сформировалась как новый подход к решению теоретических и прикладных задач динамической прочности [65].

Первоначально инкубационное время  $\tau$  трактовалось как время передачи взаимодействия от одного структурного элемента с линейным размером  $d$  к другому:

$$\tau = d / c ,$$

где  $c$  – скорость распространения самых быстрых упругих волн в материале.

Позднее инкубационное время стало рассматриваться как самостоятельная физическая константа материала, характеризующая продолжительность подготовки среды к разрушению или фазовому переходу. Данный критерий позволяет определить две основные пороговые характеристики динамического разрушения – время до разрушения и пороговую амплитуду нагрузки.

В работах [66, 67] разработан подход, позволяющий интегрировать критерий инкубационного времени с численными схемами, основанными на методе конечных элементов. Данный подход позволяет предсказывать возникновение, распространение и остановку динамического разрушения.

## 1.2 Теория критических дистанций Тейлора-Сусмеля

На западе общепринятым является подход, предложенный D. Taylor и L. Susmel, объединяющий интегральные критерии разрушения в так называемую теорию критических дистанций (ТКД) [68, 69, 70]. В названии теории лежит основной признак, объединяющий эти критерии – использование параметра размерности длины в качестве параметра разрушения, так называемая критическая дистанция  $L$ . Предполагается, что ответственными за разрушение являются не максимальные напряжения на поверхности концентратора напряжений, а напряжения на некотором расстоянии от вершины концентратора, осредненные по некоторому критическому расстоянию или площади. Важной особенностью и достоинством теории критических дистанций является возможность проведения расчетов в линейно-упругой постановке, при этом ошибка прогнозируемых значений прочности, как правило, не превышает  $\pm 20\%$ . Использование конечно-

элементного анализа делает теорию простым и эффективным инженерным инструментом проектирования, позволяющим прогнозировать прочность конструкций независимо от геометрии и сложности истории нагружения. Для оценки предельного состояния конструкции полученные в рамках теории упругости поля распределения напряжений обрабатываются одним из методов теории критических дистанций, которые будут рассмотрены в следующем параграфе.

### 1.2.1 Основные методы теории критических дистанций

Метод точки (point method, PM) – простейший метод теории критических дистанций. Критерий напряжений в точке можно сформулировать следующим образом: «наступлению предельного состояния (разрушению) соответствует ситуация, когда эффективное напряжение  $\sigma_{eff}$  в некоторой точке, удаленной от вершины концентратора напряжений на расстояние  $L/2$ , равно предельному напряжению  $\sigma_0$ ». Для одноосного растяжения метод точки можно записать в виде:

$$\sigma_{eff} = \sigma_y(r = L/2, \theta = 0) = \sigma_0, \quad (1.22)$$

где  $\sigma_y$  – нормальное напряжение,  $(r, \theta)$  – полярные координаты.

Графическая иллюстрация метода представлена на рисунке 1.3.

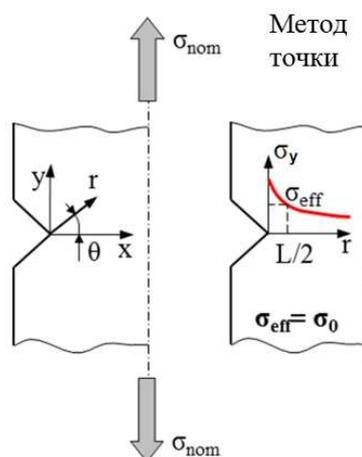


Рисунок 1.3 – Графическая иллюстрация метода точки ТКД [70]

Основными параметрами теории критических дистанций являются критическая дистанция  $L$  и предельное напряжение  $\sigma_0$ . При оценке прочности для части материалов, таких как керамика или полимеры при низких температурах,  $\sigma_0$  принимается равным временному сопротивлению разрушению  $\sigma_B$ . В то время как для других материалов предложена методика, позволяющая оценить  $\sigma_0$  на основе сопоставления результатов тестирования двух серий образцов с различными концентраторами напряжений (рисунок 1.4).

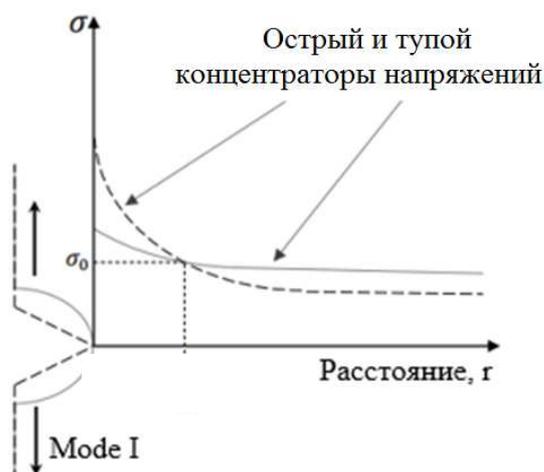


Рисунок 1.4 – Определение величины критической дистанции  $L$  и предельного напряжения  $\sigma_0$

Величина предельного напряжения  $\sigma_0$  определяется одновременно с величиной критической дистанции  $L$  как общая точка в распределениях напряжений в области концентраторов напряжений, полученных в результате численного решения задачи в линейно-упругой постановке для образцов с двумя существенно разными концентраторами напряжений [18, 72].

Теоретическую связь между параметрами теории критических дистанций и традиционной линейно-упругой механикой разрушения можно показать на примере трещины ( $\rho = 0$  мм). В соответствии с положением линейной механики разрушения, хрупкое разрушение происходит, когда коэффициент интенсивности

напряжений  $K_I$  в вершине трещины равен или несколько превышает критическое значение  $K_{Ic}$ , характеризующее вязкость разрушения материала. Используя связь  $K_{Ic}$  с критическим действующим напряжением  $\sigma_f$  и длиной трещины  $a$ , можно вывести соотношение между  $K_{Ic}$  и параметрами ТКД:

$$\sigma_f = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi a}}. \quad (1.23)$$

Зависимость нормальных напряжений в окрестности вершины трещины аналитически можно записать:

$$\sigma(r) = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}}. \quad (1.24)$$

Уравнение (1.24) справедливо в ограниченной области вблизи вершины трещины ( $r \ll a$ ). Объединив формулы (1.23) и (1.24) с критерием метода точки (1.22), получим формулу, связывающую  $L$  с прочностными свойствами  $K_{Ic}$  и  $\sigma_0$ :

$$L = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_0} \right)^2. \quad (1.25)$$

В методе линии (line method, LM) эффективное напряжение оценивается как осредненное напряжение на некотором расстоянии  $d$  по опасному сечению. Критерий разрушения принимает вид:

$$\sigma_{eff} = \frac{1}{d} \int_0^d \sigma_y(r, \theta = 0) dr = \sigma_0. \quad (1.26)$$

Используя связь с линейной механикой разрушения, можно оценить расстояние  $d$ , на котором необходимо провести осреднение. Рассматривая случай длинной трещины и используя (1.24), уравнение (1.26) приводится к (1.27):

$$d = \frac{2}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_0} \right)^2 = 2L. \quad (1.27)$$

Таким образом, метод линии можно записать в виде:

$$\frac{1}{2L} \int_0^{2L} \sigma_y(r, \theta = 0) dr = \sigma_0. \quad (1.28)$$

В большинстве случаев разница между прогнозируемыми значениями прочности методом точки и методом линии настолько мала, что можно сделать вывод об эффективности обоих методов для описания экспериментальных данных, которые неизбежно содержат определенный процент разброса. Графическая иллюстрация метода линии представлена на рисунке 1.5.

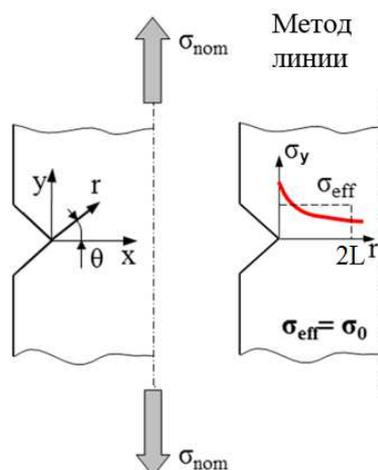


Рисунок 1.5 – Графическая иллюстрация метода линии ТКД [70]

Метод площади (area method, AM) заключается в осреднении максимальных главных напряжений на некоторой области в окрестности надреза:

$$\sigma_{eff} = \frac{2}{\pi L^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^L \sigma_1(\theta, r) r dr d\theta = \sigma_0, \quad (1.29)$$

где  $\sigma_1$  – максимальное главное напряжение.

В практических приложениях рекомендуется использовать полукруглую область, центрированную в точке максимального напряжения (рисунок 1.6).

Таким образом, параметр размерности длины  $L$  используется для всех трех методов ТКД. Метод площади не имеет повышенной точности относительно метода точки или метода линии при этом является более трудоемким, в связи с чем не получил широкого применения.

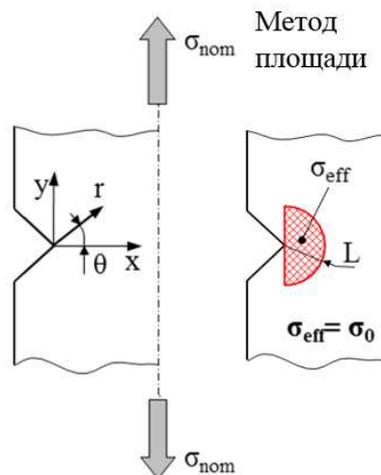


Рисунок 1.6 – Графическая иллюстрация метода площади ТКД [70]

### 1.2.2 Применение теории критических дистанций для прогнозирования статического разрушения

D. Taylor и L. Susmel показали применимость методов теории критических дистанций для расчета влияния концентратора механических напряжений на прочность при статическом нагружении для хрупких и квазихрупких материалов, таких как керамика, бетоны, волокнистые композиты [18, 74, 75], стали при низких температурах [71].

В работах [18, 72] ТКД адаптирована для учета влияния незначительной пластической деформации, предшествующей разрушению. Показано, что в пластичных материалах  $\sigma_0$  может быть в 2-3 раза выше, чем  $\sigma_B$  [69].

Статическая прочность хрупких материалов в случае многоосного деформируемого состояния исследована в работе [70]. Авторами приняты три гипотезы: 1) предельное напряжение  $\sigma_0$  не зависит от сложности поля напряжений, 2) значение критической дистанции  $L$  зависит от вида НДС, 3) разрушение происходит путем зарождения и распространения коротких трещин в плоскости действия максимальных нормальных напряжений.

В работе [73] авторы представили экспериментальное и теоретическое исследования для образцов с кольцевым надрезом из промышленного алюминия

Al6082 в условиях растяжения, кручения и кручения с растяжением. Показано, что образцы с тупыми надрезами при растяжении имеют пластичный характер разрушения, в то время как образцы с острыми надрезами разрушаются хрупко. При испытании на кручение не было выявлено зависимости характера разрушения от остроты надреза, разрушение характеризовалось распространением устойчивых сдвиговых трещин на плоскостях, перпендикулярных оси образца. При применении теории критических дистанций для оценки статической прочности образцов с концентраторами напряжений из алюминиевого сплава Al6082 использовались различные поля напряжений: напряжения по Мизесу, напряжения по Треска и распределение главных напряжений. Было показано, что напряжение по Мизесу и Треска приводят к одному значению критической дистанции и дают наименьшую прогностическую ошибку независимо от вида НДС.

Использованию теории критических дистанций для прогнозирования статического разрушения в пластичных металлических материалах при одноосном и многоосном нагружении посвящены работы [69, 76, 77]. В работе [69] показана эффективность ТКД для материалов с высокой остаточной деформацией на примере стали En3В. Погрешность прогнозирования не превышала 15% независимо от выбранного метода теории критических дистанций.

### **1.2.3 Применение теории критических дистанций для прогнозирования усталостного разрушения**

В работах [78-81] исследована возможность применения методов теории критических дистанций для прогнозирования предела выносливости в режиме многоциклового усталости как стандартных образцов с концентраторами напряжений, так и реальных конструкций. Показано, что ТКД позволяет получить значения прочностной характеристики с погрешностью  $\pm 20\%$ , независимо от геометрических особенностей концентратора напряжения.

Множество исследований посвящено применению методов ТКД для изучения масштабного (размерного) эффекта концентраторов напряжений на долговечность конструкций [82-86]. В работе [86] проведена оценка влияния статистического размерного эффекта на ресурс дисков компрессора из алюминиевого сплава TA19 в режиме малоциклового усталости и предложена методика, объединяющая теорию критических дистанций и модель, использующую некоторый объем высоких напряжений. Данная методика демонстрирует более высокую точность в сравнении с классической теорией критических дистанций.

Возможность применения ТКД для анализа размерного эффекта концентратора напряжений исследована для таких материалов, как керамика [87], оксид алюминия и натриево-известковое стекло [88], PMMA [89], Al7075-T651 [90], стали S275JR и S355J2 [91], S460M и S690Q [92], гранит и известняк [93], композиты SGFR-PA6 [94, 95] и др.

S. Wiersma и D. Taylor [96] использовали ТКД для прогнозирования прочности микрообразцов с надрезами из стали AISI 316L (ширина рабочего сечения около 100 мкм (~10 зерен)) в режиме многоциклового усталости. Микро размеры испытываемых образцов привели к уменьшению порогового значения коэффициента интенсивности напряжений. Высокий уровень точности был достигнут с использованием в качестве критической дистанции среднего размера зерна.

В ходе экспериментальных исследований D. Bellett и соавторы [97] выявили, что применение ТКД (а также других методов прогнозирования) для оценки усталостной долговечности сложных трехмерных конструкций приводит к не удовлетворительным прогнозам. В последующей работе D. Bellett и D. Taylor [98] показали, что причина большой погрешности заключается в форме трещины, образовавшейся в области концентратора напряжений. Было предложено ввести поправочный коэффициент, что позволило существенно повысить точность прогнозирования усталостной долговечности.

В работах [99-101] продемонстрирована эффективность ТКД для оценки долговечности сварных соединений в режиме многоциклового усталости.

В работе [102] показано, что величина критической дистанции  $L$  при одноосном усталостном нагружении отличается от значения при кручении. В то же время, максимальная погрешность прогноза не превышала 25%, в предположении того, что критическая дистанция при кручении равна ее значению при одноосном нагружении,.

В более поздних работах предложено использовать понятие критической плоскости. В частности, модифицирован метод кривой Веллера (MWSM) в терминах ТКД [103-113]. В этом объединенном теоретическом подходе масштабные эффекты и эффекты градиента напряжений учитываются в рамках ТКД [115-117], тогда как степень многоосности и коэффициент асимметрии цикла усталостного нагружения учитываются модифицированным методом кривой Веллера [103, 114, 118, 119]. Предполагается, что критическая дистанция не зависит от геометрии, но увеличивается по мере уменьшения числа циклов до разрушения. Показано, что метод дает оценку усталостной прочности с типичным для ТКД интервалом погрешности ( $\pm 20\%$ ).

Интересная модификация ТКД для решения проблем усталости предложена P. Lazzarin и R. Zambardi [121]. Принимается, что при плоскодеформированном состоянии критерий плотности энергии деформации, разработанный G. Glinka [122], действителен не только в вершине концентратора напряжений, но и в небольшой области вблизи вершины надреза [123]. Исходя из этого, P. Lazzarin и R. Zambardi для оценки усталостной прочности компонентов с острыми надрезами предложили использовать локальную плотность энергии деформации, усредненную в зоне процесса усталости. Оценка энергетического параметра через коэффициенты интенсивности напряжений позволила успешно применить критерий для оценки усталостной прочности острых V-образных надрезов [124, 125], а также сварных деталей, подвергнутых одноосному и многоосному усталостному нагружению [121, 123-126].

### 1.3 Основные выводы по главе

В данной главе, на основе анализа опубликованных работ, показана важность и актуальность необходимости разработки критериев прочности материала, использующих параметр с размерностью длины. В настоящее время так называемая теория критических дистанций является одной из перспективных методик, позволяющих прогнозировать предельное состояние конструкций с учетом влияния концентраторов механических напряжений. Одним из главных достоинств теории критических дистанций является возможность проведения численных расчетов в линейно-упругой постановке для широкого класса материалов. При этом открытыми остаются вопросы физического смысла критической дистанции, ее связи со структурой материала и его механическими характеристиками. Разработанный в рамках ТКД метод оценки эффективных напряжений на основе анализа линейно-упругих решений в области концентраторов напряжений обладает простотой и высоким потенциалом для инженерных приложений, однако не содержит в себе физического обоснования.

Традиционной областью применения ТКД являются квазистатические и циклические условия нагружения. Принимая во внимание, что современные конструкции работают в широком диапазоне скоростей нагружения, актуальным является вопрос создания простой методики на основе ТКД, позволяющей оценить предельное состояние конструкций с концентраторами напряжений при динамических нагрузках.

Разработку методологии можно провести двумя путями:

- 1) использование традиционного для ТКД анализа решений для определения полей напряжений в области концентраторов напряжений в линейно-упругом приближении;
- 2) построение более сложной модели, учитывающей величину пластической деформации и ее чувствительность к скорости нагружения.

В первом случае следует ожидать создания простой методики, требующей введения критической дистанции как функции процесса (скорости деформации). Разработке и верификации такой методики посвящена глава 3.

Во втором случае методика будет более точной, и критическая дистанция будет являться константой материала. Однако ее применение потребует существенных вычислительных затрат (глава 4).

Для верификации обеих предложенных методик проведена серия оригинальных экспериментов, включающая в себя калибровочные и проверочные образцы разной геометрии (глава 2).

Для анализа физического смысла критической дистанции в заключительной главе предложен механизм формирования критической дистанции в области концентраторов напряжений на основе моделирования локализации процессов накопления микроповреждений.

## **Глава 2. Экспериментальное исследование процесса разрушения металлов и сплавов при квазистатическом и динамическом нагружениях**

В данной главе диссертационной работы приведены результаты экспериментального исследования процесса разрушения образцов с концентраторами напряжений из сплавов ВТ1-0, ВТ6, АМг6, 08Х18Н10Т, Ст3, 20Х13, А16063-Т5, 301ХН, VASCO Jet-1000, RENE-41. Механические испытания были проведены в «Институте механики сплошных сред УрО РАН» (Пермь) и испытательной лаборатории Университета Шеффилда (Бакстон). Для верификации, предложенного в главе 3, обобщения теории критических дистанций также использованы экспериментальные данные, предоставленные Научно-исследовательским институтом механики при ННГУ им. Н.И. Лобачевского (Нижний Новгород) и данные из технической литературы.

Экспериментальная программа для каждого материала включает независимые калибровочную и проверочную серии экспериментов, заключающиеся в тестировании гладких цилиндрических образцов, цилиндрических образцов с U-образными и V-образными кольцевыми надрезами (радиус надрезов  $\rho$  изменялся в пределах 0.1...4.00 мм). Образцы тестировались в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>.

В основе калибровочной серии экспериментов лежат испытания гладких образцов во всем диапазоне скоростей деформации, дополненные испытаниями образцов с двумя существенно разными значениями радиусов концентраторов напряжений при крайних скоростях деформации. По данным калибровочной серии экспериментов в последующих главах определялись величины (функции) критической дистанции и предельного напряжения для исследуемого материала.

С использованием экспериментально определенной величины (функции) критической дистанции рассчитывались эффективные напряжения для образцов с

произвольными значениями коэффициента концентрации напряжений и скорости деформации. Точность прогноза момента разрушения металлических образцов проверялась с использованием проверочной серии экспериментов.

## **2.1 Условия эксперимента и результаты механических испытаний цилиндрических образцов из титанового сплава ВТ1-0**

Химический состав титанового сплава ВТ1-0 приведен в таблице 2.1, физико-механические характеристики материала при квазистатическом нагружении сведены в таблице 2.2.

Таблица 2.1 – Химический состав сплава ВТ1-0, % (ГОСТ 19807-91)

Fe	C	Si	N	Ti	O	H	Примеси
0.25	0.07	0.1	0.04	99.24-99.7	0.2	0.01	0.3

Таблица 2.2 – Физико-механические свойства сплава ВТ1-0 (ГОСТ 26492-85)

Модуль упругости, ГПа	Предел текучести, МПа	Предел прочности, МПа
112	300-420	390-540

Экспериментальное исследование проводилось в «Институте механики сплошных сред УрО РАН». Серия экспериментов на титановом сплаве ВТ1-0 включала испытания 7 гладких цилиндрических образцов и 26 образцов с кольцевыми надрезами (радиус надрезов  $\rho$  изменялся в пределах 0.1...2.00 мм) в условиях квазистатического и динамического растяжения (диапазон скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>). Геометрия образцов для квазистатических и динамических испытаний представлена на рисунках 2.1а и 2.1б. Испытания на растяжение при малых скоростях деформации проводились с использованием электромеханической испытательной машины Shimadzu AG-X Plus (рисунок 2.2а).

Для определения скорости деформации использованы данные видеоэкстензометра TRViewX240S f12.5.

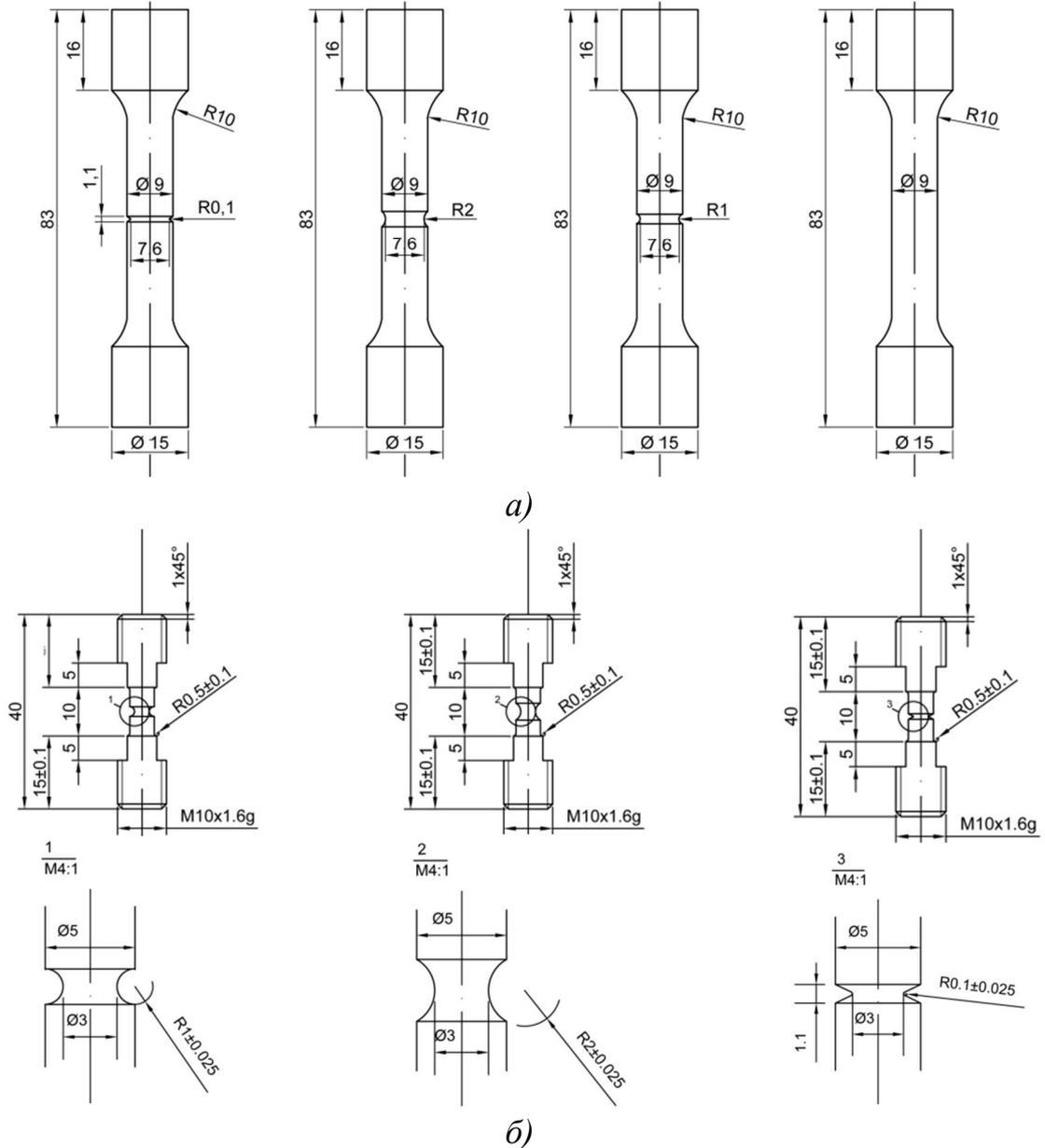


Рисунок 2.1 – Геометрия образцов из титанового сплава BT1-0: (а) для квазистатических испытаний, (б) для динамических испытаний

Максимальное значение силы, зарегистрированное во время каждого испытания, использовано в качестве значения разрушающей нагрузки  $F_f$ , а соответствующий момент времени – времени разрушения  $T_f$ . Характерная

диаграмма зависимости нагрузки от времени (рисунок 2.2б) отображает схему определения параметров  $F_f$  и  $T_f$ , которые впоследствии используются для оценки скорости нагружения  $\dot{F}$ :

$$\dot{F} = \frac{F_f}{T_f}. \quad (2.1)$$

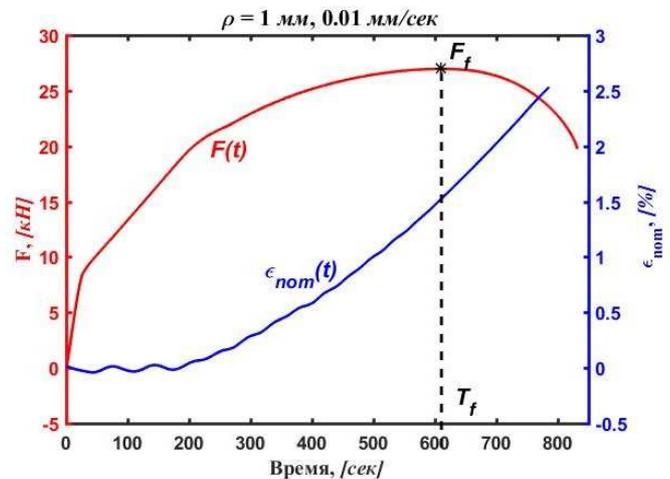
Деформация рассчитывается на основе данных, регистрируемых видеоэкстензометром:

$$\varepsilon_{nom} = \frac{l - l_0}{l_0}. \quad (2.2)$$

Скорость деформации  $\dot{\varepsilon}_{nom}$  определяется как тангенс угла наклона участка на диаграмме деформирования, проходящего через точку, соответствующую моменту времени  $T_f$ .



а)



б)

Рисунок 2.2 – (а) 300 кН электромеханическая испытательная машина Shimadzu AG-X Plus и видеоэкстензометр TRViewX240S f12.5, (б) диаграмма зависимости нагрузки и номинальной деформации от времени

Исследование деформационного поведения образцов из титанового сплава BT1-0 при динамическом растяжении проводилось с использованием разрезного стержня Гопкинсона-Кольского (РСГ) [127] в модификации Николаса [128]

(рисунок 2.3а). Подробно методика проведения эксперимента с использованием метода РСГ изложена в работе [129].

Предполагая однородность напряженно-деформированного состояния образца вдоль его оси по формулам метода Кольского определяются параметрические зависимости развития напряжения, деформации и скорости деформации в образце во время испытания:

$$\sigma_s(t) = \frac{EA}{A_s} \varepsilon_t(t), \quad \varepsilon_s(t) = -\frac{2C}{L_0} \int_0^t \varepsilon_r(t) dt, \quad \dot{\varepsilon}_s(t) = -\frac{2C}{L_0} \varepsilon_r(t). \quad (2.3)$$

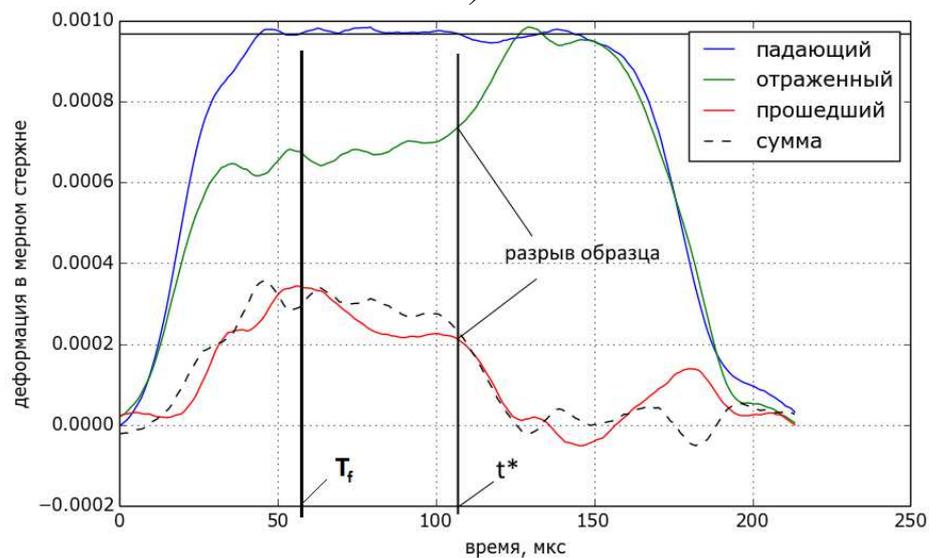
где  $t$  – время,  $C$  – скорость звука в стержнях,  $L$  – начальная длина образца,  $\sigma_s(t)$  – напряжение в образце  $\varepsilon_s(t)$  и  $\dot{\varepsilon}_s(t)$  – деформация и скорость деформации соответственно,  $\varepsilon_t(t)$  – деформационная волна сжатия, а  $\varepsilon_r(t)$  – деформационная волна растяжения. Далее из полученных параметрических зависимостей  $\sigma_s(t)$ ,  $\varepsilon_s(t)$  и  $\dot{\varepsilon}_s(t)$  исключается время как параметр и строится диаграмма деформирования образца в виде зависимостей  $\sigma_s \sim \varepsilon_s$  и  $\dot{\varepsilon}_s \sim \varepsilon_s$ .

В экспериментах на динамическое растяжение разрыву образца соответствует момент времени  $t^*$ , когда сила, действующая на образец (прошедший импульс деформации), резко падает, а скорость деформации образца (отраженный импульс деформации) – возрастает (рисунок 2.3б). Время разрушения  $T_f$  и критическая нагрузка  $F_f$  определены аналогично методологии, используемой при квазистатических испытаниях, как максимальная сила, регистрируемая в процессе эксперимента и соответствующее ей время.

Результаты экспериментального исследования поведения образцов из титанового сплава ВТ1-0 в широком диапазоне скоростей деформации приведены в Приложении 1 (таблица 1).



а)



б)

Рисунок 2.3 – (а) разрезной стержень Гопкинсона-Кольского, (б) схема определения критической нагрузки и времени до разрушения образца при динамическом нагружении

## 2.2 Условия эксперимента и результаты механических испытаний цилиндрических образцов из сталей 08X18H10T, Ст3, 20X13

Химический состав сталей 08X18H10T, Ст3 и 20X13 приведен в таблицах 2.3, 2.4 и 2.5 соответственно. Физико-механические характеристики материалов при квазистатическом растяжении сведены в таблице 2.6.

Таблица 2.3 – Химический состав стали 08X18H10T, % (ГОСТ 5632-72)

C	Si	Mn	Ni	S	P	Cr	Cu	Примеси
0.08	0.8	2	9-11	0.02	0.035	17-19	0.3	остальное

Таблица 2.4 – Химический состав стали Ст3, % (ГОСТ 380-2005)

C	Si	Mn	Ni	S	P	Cr	N	Cu	As
0.14-0.22	0.15-0.3	0.4-0.65	0.3	0.05	0.04	0.3	0.008	0.3	0.008

Таблица 2.5 – Химический состав стали 20X13, % (ГОСТ 5632-72)

C	Si	Mn	Ni	S	P	Cr
0.16-0.25	0.6	0.6	0.6	0.025	0.03	12-14

Таблица 2.6 – Физико-механические свойства материалов (ГОСТ 5949-75)

Материал	Модуль упругости, ГПа	Предел текучести, МПа	Предел прочности, МПа
08X18H10T	196	196	490
Ст3	213	240	380-490
20X13	218	440-635	650-830

Экспериментальное исследование процесса разрушения образцов из сталей 08X18H10T, Ст3, 20X13 различной геометрии (рисунок 2.4) проведено в диапазоне скоростей деформации  $10^{-4}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>. Экспериментальные данные по динамическому деформированию образцов, полученные с использованием РСГ, предоставлены профессором А.М. Браговым (НИИ механики ННГУ).

Квазистатические испытания на растяжение проводились в «Институте механики сплошных сред УрО РАН» на электромеханической испытательной машине Shimadzu AG-X Plus с использованием видеоэкстензометра TRViewX240S f12.5 (рисунок 2.2a).

Результаты экспериментального исследования обобщены в таблицах 4-6 Приложения 1.

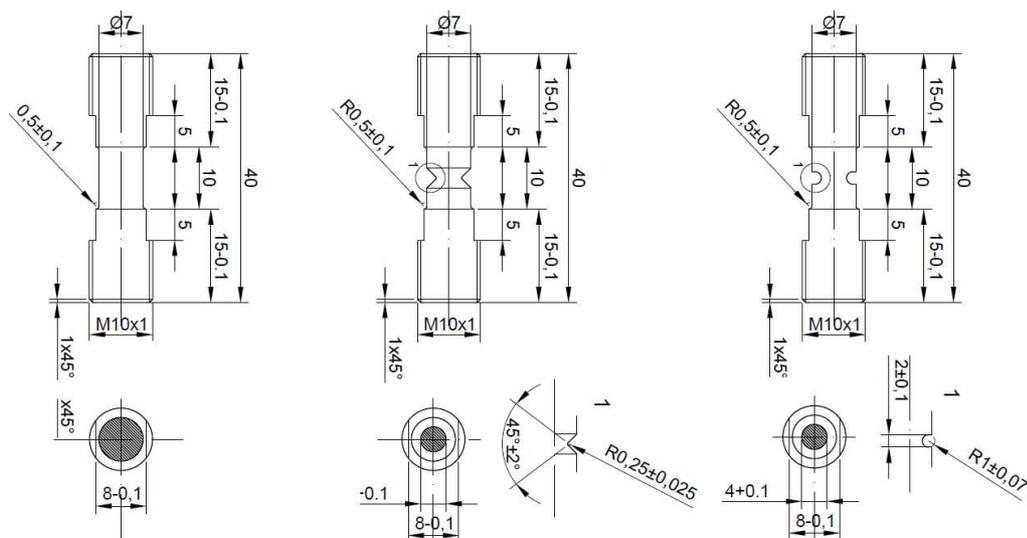


Рисунок 2.4 – Геометрия образцов из сталей 08X18N10T, Ст3, 20X13

### 2.3 Условия эксперимента и результаты механических испытаний цилиндрических образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5

Химический состав материала представлен в таблице 2.7. Механические свойства при квазистатическом растяжении приведены в таблице 2.8.

Таблица 2.7 – Химический состав сплава Al6063-T5, % (EN 573-3)

Si	Mg	Fe	Cu	Mn	Cr	Zn	Ti	Al
0.2-0.6	0.45-0.9	0.35	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	остальное

Таблица 2.8 – Механические свойства сплава Al6063-T5 (EN 755-2)

Модуль упругости, ГПа	Предел текучести, МПа	Предел прочности, МПа
68.9	130-145	175-205

Экспериментальное исследование процесса разрушения образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5 проводилось в испытательной лаборатории Университета Шеффилда. Серия экспериментов включала в себя 9 испытаний гладких цилиндрических образцов и 17 испытаний образцов с кольцевыми

надрезами (радиус надрезов  $\rho$  изменялся в пределах от 0.38 до 4.00 мм). Геометрия образцов изображена на рисунке 2.5.

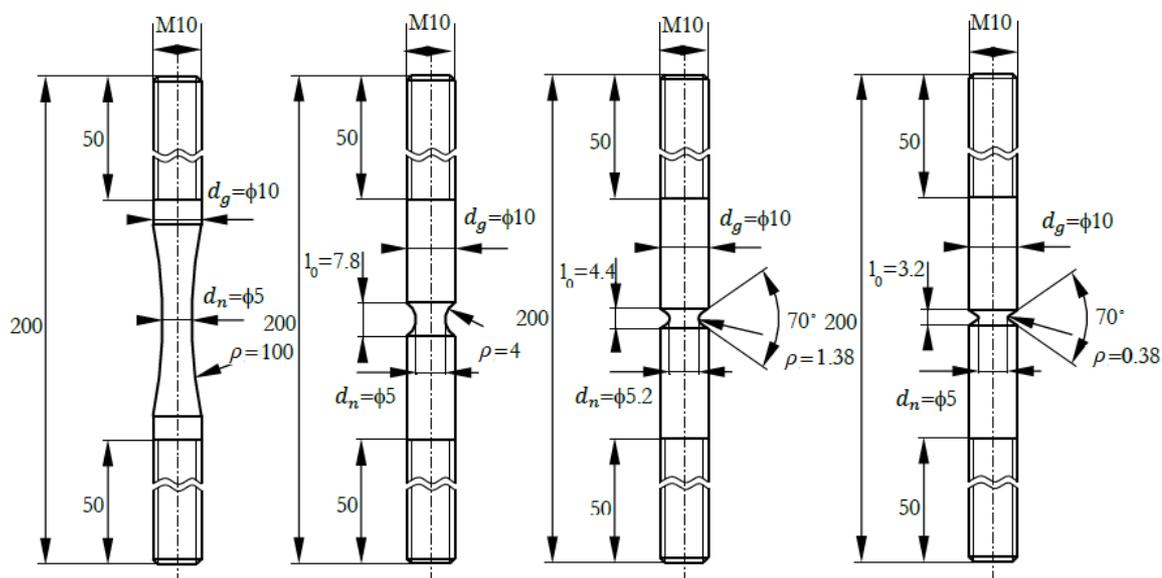


Рисунок 2.5 – Геометрия образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5

Образцы были испытаны в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$  -  $10^2$  с $^{-1}$ . На рисунке 2.6 представлена фотография экспериментальной установки и ее принципиальная схема. Квазистатическое растяжение осуществлялось путем медленной подачи сжатого воздуха в ствол газовой пушки. Динамическое нагружение производилось путем подачи сжатого азота в приемную камеру, отделенную от ствола газовой пушки медной диафрагмой, разрыв которой происходит при достижении в камере давления, определяемого прочностью (толщиной) установленной диафрагмы, и вызывает быстрое увеличение нагрузки, прикладываемой к образцу ( $100$ - $2000$  кН·с $^{-1}$ ). Контроль осевой деформации образцов осуществлялся путем синхронизации данных высокоскоростной камеры (Phantom V4.2 и Phantom V9.1) с сигналами тензодатчика. Процесс развития перемещений и деформаций во времени оценивался путем обработки высокоскоростного видео в программном обеспечении CineView 2.0.

Результаты экспериментального исследования приведены в Приложении 1 (таблица 7).

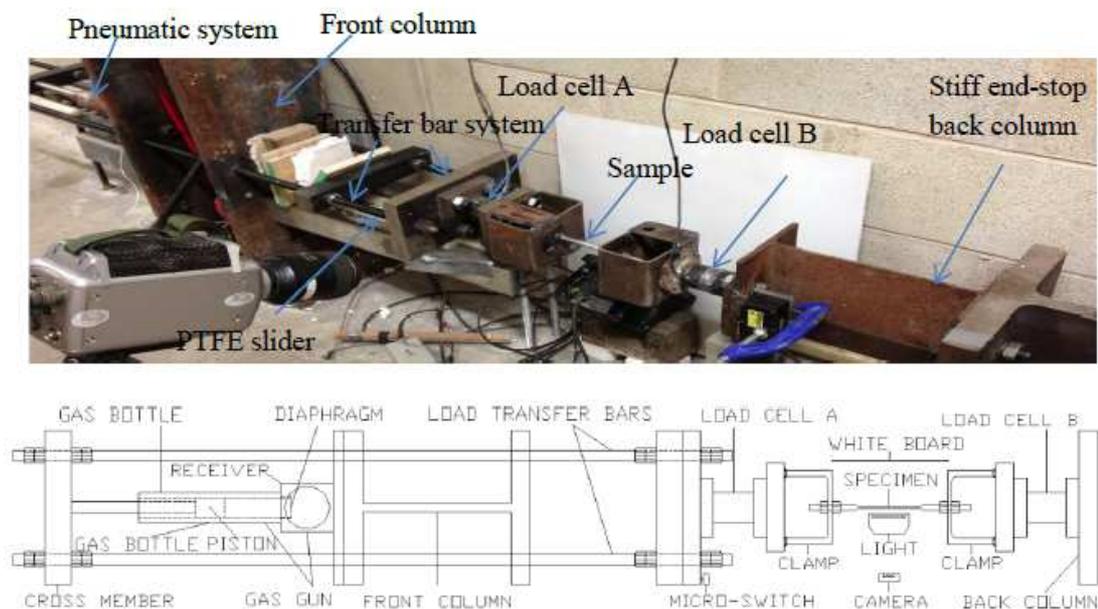


Рисунок 2.6 – Экспериментальная установка, используемая для тестирования образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5

#### 2.4 Условия эксперимента и результаты механических испытаний цилиндрических образцов из сплавов ВТ6, АМг6

Химический состав титанового сплава ВТ6 и алюминиевого сплава АМг6 приведен в таблицах 2.9 и 2.10 соответственно. Физико-механические свойства материалов сведены в таблице 2.11.

Таблица 2.9 – Химический состав сплава ВТ6, % (ГОСТ 19807-91)

Fe	C	Si	V	N	Ti	Al	Zr	O	H	Примеси
0.6	0.1	0.1	3.5-5.3	0.05	86.45-90.9	5.3-6.8	0.3	0.2	0.015	0.3

Таблица 2.10 – Химический состав сплава АМг6, % (ГОСТ 4784-97)

Fe	Si	Mn	Ti	Al	Cu	Be	Mg	Zn	Примеси
0.4	0.4	0.5-0.8	0.02-0.1	91.1-93.68	0.1	0.0002-0.005	5.8-6.8	0.2	0.1

Таблица 2.11 – Физико-механические свойства (ГОСТ 26492-85, ГОСТ 21488-97)

Материал	Модуль упругости, ГПа	Предел текучести, МПа	Предел прочности, Мпа
Титановый сплав ВТ6	115	690-740	905-1050
Алюминиевый сплав АМг6	71	120-155	285-315

Экспериментальное исследование проводилось в «Институте механики сплошных сред УрО РАН». Серия экспериментов на титановом сплаве ВТ6 включала испытания 8 гладких цилиндрических образцов и 20 образцов с кольцевыми надрезами (радиус надрезов  $\rho$  изменялся в пределах 0.1...2.00 мм) в условиях квазистатического и динамического растяжения. Из алюминиевого сплава АМг6 было испытано 9 гладких цилиндрических образцов и 18 образцов с кольцевыми надрезами. Геометрия образцов изображена на рисунке 2.7.

Испытания на растяжение при низких скоростях нагружения выполнены на сервогидравлической испытательной машине Vi-00-100 с тремя скоростями движения захватов (0.01 мм/сек, 0.1 мм/сек и 10 мм/сек) (рисунок 2.8). Время разрушения  $T_f$ , разрушающая нагрузка  $F_f$  и скорость нагружения  $\dot{F}$  определялись согласно методике, приведенной в пункте 2.1. Образцы из титанового сплава ВТ6 с V-образным концентратором напряжений протестированы при номинальной скорости нагружения до  $2.6 \cdot 10^6$  кН/с с использованием разрезного стержня Гопкинсона-Кольского.

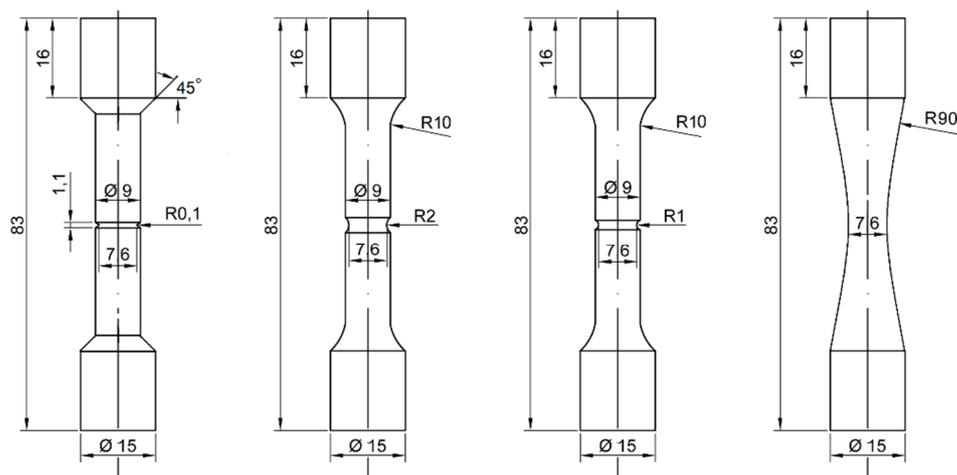


Рисунок 2.7 – Геометрия образцов из сплавов ВТ6 и АМг6

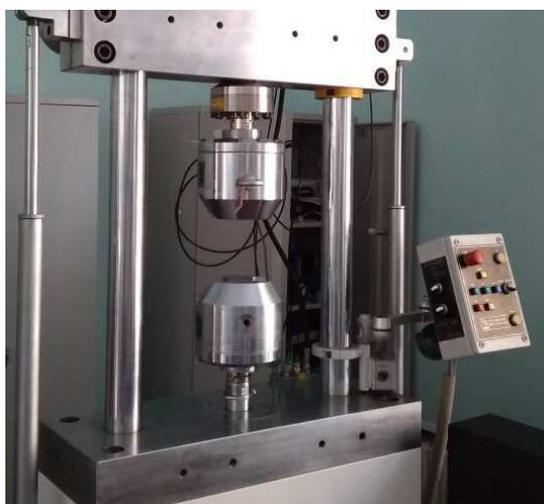


Рисунок 2.8 – 100 кН сервогидравлическая испытательная машина Vi-00-100

## 2.5 Условия эксперимента и результаты механических испытаний плоских образцов из сплавов 301XH, VASCO JET-1000 и RENE-41

В интересах расширения верификационной базы методов теории критических дистанций был проведен анализ опубликованных в литературе экспериментальных данных. В частности, проанализированы экспериментальные результаты, полученные в 60е годы А. Brisbane [130] на плоских образцах из трех металлических материалов: нержавеющей стали 301XH ( $\sigma_B = 1392$  МПа), никелевого сплава RENE-41 ( $\sigma_B = 1379$  МПа) и стали VASCO JET-1000 ( $\sigma_B = 1411$

МПа). Химический состав материалов приведен в таблицах 2.12-2.14. Геометрия образцов изображена на рисунке 2.9.

Таблица 2.12 – Химический состав сплава 301XH (%)

C	Mn	Si	S	P	Cr	Ni
0.12	1.12	0.32	0.017	0.02	17.33	7.44

Таблица 2.13 – Химический состав сплава RENE-41 (%)

C	Si	Cr	Ni	Mo	C0	Fe	Al	Ti	B
0.12	0.14	19.10	53.04	10.01	11.62	0.75	1.75	3.00	0.006

Таблица 2.14 – Химический состав сплава VASCO JET-1000 (%)

C	Mn	Si	S	P	Cr	Mo	V
0.35	0.29	0.77	0.011	0.015	4.88	1.18	0.47

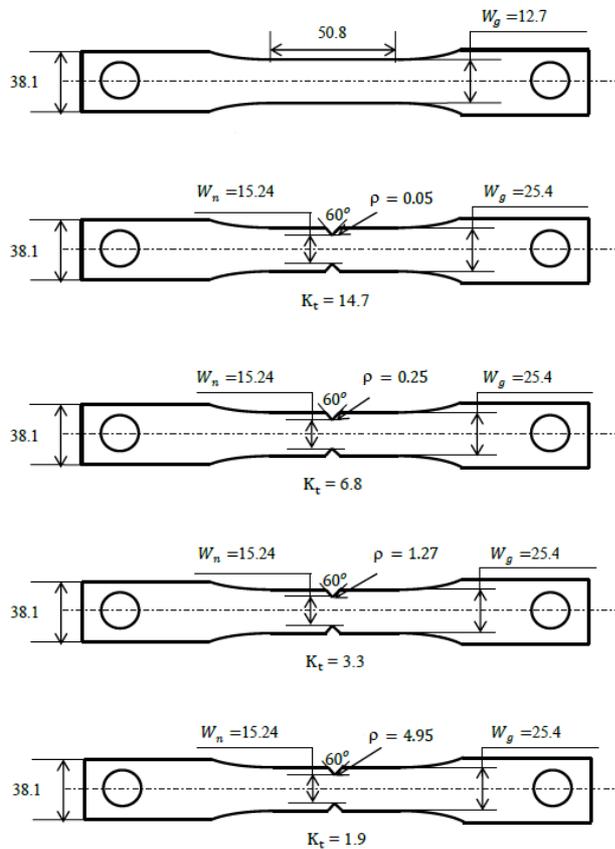


Рисунок 2.9 – Геометрия образцов из сталей 301XH, VASCO JET-1000 и никелевого сплава RENE-41 [130]

Образцы были испытаны на испытательной машине Baldwin Emery SR-4 при четырех значениях скорости перемещений  $\dot{\Delta}$ : 0.002 мм/с, 0.021 мм/с, 0.423 мм/с и 3.387 мм/с. В таблице 8 Приложения 1 обобщены экспериментальные результаты, полученные А. Brisbane [130].

## 2.6 Основные выводы по главе

В рамках второй главы представлены результаты механических испытаний образцов с кольцевыми надрезами в условиях квазистатического и динамического растяжения (диапазон скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>) для 10 материалов. Механические испытания образцов из титановых сплавов ВТ1-0, ВТ6 и алюминиевого сплава АМг6 проведены в «Институте механики сплошных сред УрО РАН» (Пермь). Экспериментальные данные по динамическому растяжению сталей 20Х18Н10Т, Ст3 и 20Х13 предоставлены Научно-исследовательским институтом механики при ННГУ им. Н.И. Лобачевского (Нижний Новгород), квазистатические испытания проведены в «Институте механики сплошных сред УрО РАН» (Пермь). Образцы из алюминиевого сплава А16063-Т5 испытаны во всем диапазоне скоростей нагружения в испытательной лаборатории Университета Шеффилда (Бакстон) совместно с английскими коллегами (L. Susmel, T. Yin). Получены статические и динамические диаграммы деформирования образцов из исследуемых материалов при растяжении в диапазоне скоростей деформации до  $10^4$  с<sup>-1</sup>, на основании которых были определены прочностные и деформационные характеристики материалов. Отмечено влияние скорости деформации на свойства материала. Дополнительно проанализированы экспериментальные данные из технической литературы с целью расширения базы для верификации методов теории критических дистанций (стали 301ХН и VASCO JET-1000, никелевого сплава RENE-41).

### **Глава 3. Обобщение теории критических дистанций на случай динамического нагружения металлических образцов с концентраторами напряжений**

Согласно теории критических дистанций оценка статической прочности образцов или конструкций с концентраторами напряжений проводится путем анализа полей напряжений в так называемой «зоне процесса». Размер зоны процесса разрушения определяется параметром размерности длины и зависит от микроструктуры материала, локальных микромеханических свойств и характерных процессов, приводящих к разрушению [68].

Многочисленные экспериментальные исследования показали, что механические свойства металлических материалов при квазистатическом и динамическом нагружениях существенно отличаются [127, 131-139]. Многие критерии разрушения работают только в условиях высокоскоростного нагружения и наоборот. Отсутствие связи между статическим и динамическим критериями накладывает некоторые ограничения на их использование.

В данной главе диссертационной работы предложено обобщение теории критических дистанций, позволяющее оценить момент разрушения материалов в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>.

Принимаются следующие гипотезы:

- 1) в качестве концентраторов напряжений рассматриваются U-образные и V-образные кольцевые вырезы на образцах цилиндрической формы. Сингулярные концентраторы напряжений (типа трещин) не берутся в рассмотрение;
- 2) под динамическим нагружением в работе понимаются скорости деформации до  $10^4$  с<sup>-1</sup>. Длина образца мала по сравнению с длиной нагружающего импульса. В образце в течение испытания реализуется одноосное напряженно-деформированное состояние с равномерным

распределением напряжений и деформаций по его длине. Несмотря на высокие скорости деформации образца, испытание может рассматриваться как квазистатическое.

Результаты опубликованы в работах [140-144, 174].

### 3.1 Определение функциональной зависимости критической дистанции от скорости деформации

В основу обобщения теории критических дистанций на случай динамического нагружения заложена гипотеза: *поскольку временное сопротивление разрушению  $\sigma_B$  и вязкость разрушения  $K_{Id}$  являются функциями скорости деформации, предположим, что аналогичным образом от скорости деформации зависит величина предельного напряжения  $\sigma_0$ , а значит и величина критической дистанции  $L$ .*

Математически данная гипотеза может быть сформулирована следующим образом. Пусть  $\dot{Z} \in \{\dot{F}, \dot{\varepsilon}, \dot{\Delta}, \dot{K}_I\}$ , где  $\dot{F}$  – скорость нагружения [Н/с],  $\dot{\varepsilon}$  – скорость деформации [с<sup>-1</sup>],  $\dot{\Delta}$  – скорость движения захватов [м/с],  $\dot{K}_I$  – скорость изменения коэффициента интенсивности напряжений [Па·м<sup>0.5</sup>/с], тогда изменение параметров  $\sigma_B$  и  $K_{Id}$  можно записать следующим образом:

$$\sigma_B = f_{\sigma_B}(\dot{Z}), \quad (3.1)$$

$$K_{Id} = f_{K_{Id}}(\dot{Z}), \quad (3.2)$$

где  $f_{\sigma_B}(\dot{Z})$  и  $f_{K_{Id}}(\dot{Z})$  – некоторые материальные функции, оцениваемые экспериментально или теоретически.

Следуя введенной гипотезе предельное напряжение  $\sigma_0$  зависит от  $\dot{Z}$  как:

$$\sigma_0 = f_{\sigma_0}(\dot{Z}), \quad (3.3)$$

тогда выражение для критической дистанции  $L$  принимает вид:

$$L = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{K_{Id}}{\sigma_0} \right] = f_L(\dot{Z}). \quad (3.4)$$

Предположим, что анализ распределения напряжений в области концентратора напряжений, как и в случае квазистатического нагружения, может быть выполнен на основе решения задачи в линейно-упругой постановке.

Используя соотношение (3.4) можно оценить величину  $\sigma_{eff}$  как характеристику зоны процесса в области концентратора напряжений. В соответствии с методом точки, методом линии и методом площади, соотношения для расчета  $\sigma_{eff}$  могут быть записаны в виде:

$$\sigma_{eff} = \sigma_y \left( \theta = 0, r = \frac{L}{2} \right), \quad (3.5)$$

$$\sigma_{eff} = \frac{1}{2L} \int_0^{2L} \sigma_y(\theta = 0, r) dr, \quad (3.6)$$

$$\sigma_{eff} = \frac{2}{\pi L^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^L \sigma_1(\theta, r) r dr d\theta. \quad (3.7)$$

Условие безопасной эксплуатации по аналогии с квазистатическим нагружением принимает вид:

$$\sigma_{eff} < \sigma_0, \quad (3.8)$$

$$\nu_D = \frac{\sigma_0}{\sigma_{eff}} \geq 1, \quad (3.9)$$

где  $\nu_D$  – коэффициент запаса прочности.

Для определения вида функций  $f_{\sigma_B}(\dot{Z})$ ,  $f_{\sigma_0}(\dot{Z})$ ,  $f_{K_{Id}}(\dot{Z})$  и  $f_L(\dot{Z})$  был проведен анализ оригинальных и литературных данных о зависимости временного сопротивления разрушению  $\sigma_B$  и вязкости разрушения  $K_{Id}$  от скорости воздействия  $\dot{Z}$  [130, 137, 145-158]. Согласно результатам анализа (таблица 3.1), независимо от способа определения  $\dot{Z} \in \{\dot{F}, \dot{\varepsilon}, \dot{\Delta}, \dot{K}_I\}$ , представленные зависимости хорошо аппроксимируются степенными законами вида:

$$\sigma_B = a_f \dot{Z}^{b_f}, \quad (3.10)$$

$$K_{Id} = \alpha \dot{Z}^\beta, \quad (3.11)$$

где  $a_f$ ,  $b_f$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  – материальные константы.

Таблица 3.1 – Зависимость прочностных характеристик от скорости воздействия

Материал	Степенная зависимость	Авторы
20MnMoNi55	$\sigma_B = 728.3\dot{\epsilon}^{0.015}$	C.S. Wiesner et al., 1999 [137]
Carbon steel G450	$\sigma_B = 593.4\dot{\epsilon}^{0.083}$	Y. Huang, B. Young, 2014 [145]
Ferritic stainless steel	$\sigma_B = 596.3\dot{\epsilon}^{0.0139}$	Y. Huang, B. Young, 2014 [145]
Aluminum alloy	$\sigma_B = 300.7\dot{\epsilon}^{0.012}$	Y. Huang, B. Young, 2014 [145]
Fe-20Mn-3Si-3Al	$\sigma_B = 819.1\dot{\epsilon}^{0.0004}$	O. Grassel et al., 2000 [146]
Fe-25Mn-3Si-3Al	$\sigma_B = 732.7\dot{\epsilon}^{0.00121}$	O. Grassel et al., 2000 [146]
Mg-3Al-2Zn-2Yalloy	$\sigma_B = 312.1\dot{\epsilon}^{0.0099}$	H. Liang et al., 2013 [147]
Ti-6-4	$\sigma_B = 1043.2\dot{\epsilon}^{0.0055}$	Y.H. Lin et al., 2011 [148]
Al-4043 alloy	$\sigma_B = 104.2\dot{\epsilon}^{0.00392}$	S. El-Gamal, G. Mohammed, 2014 [149]
4340M	$\sigma_B = 1420.6\dot{\epsilon}^{0.00036}$	B.L. Boyce, M.F. Dilmore, 2009 [150]
Weldox 460 E	$\sigma_B = 765.8\dot{\epsilon}^{0.0088}$	T. Borvik et al., 2001 [151]
X6CrNiNb1810	$\sigma_B = 604.5\dot{\epsilon}^{0.0079}$	G. Solomos et al., 2004 [152]
Fully lamellar TiAl alloy	$\sigma_B = 257.4\dot{\epsilon}^{0.031}$	S. Xu et al., 2007 [154]
Duplex Phase TiAl alloy	$\sigma_B = 397.1\dot{\epsilon}^{0.026}$	S. Xu et al., 2007 [154]
301XN stainless steel	$\sigma_B = 1399.2\dot{\Delta}^{0.0012}$	A. Brisbane, 1963 [130]
Rene-41 alloy	$\sigma_B = 1363.4\dot{\Delta}^{-0.0004}$	A. Brisbane, 1963 [130]
Vasco Jet-1000	$\sigma_B = 1461.9\dot{\Delta}^{0.0079}$	A. Brisbane, 1963 [130]
Ti-45Al-1.6Mn alloy	$K_{Id} = 25.7\dot{\Delta}^{-0.005}$	Z.M. Sun et al, 1998 [155]
HQ785C steel	$K_{Id} = 182.3\dot{\Delta}^{-0.009}$	C.J. Li, 2000 [156]
A533B	$K_{Id} = 320.1\dot{K}_I^{-0.108}$	A. Priest, 1977 [157]
0.4%CNiCrMoV steel	$K_{Id} = 45.1\dot{K}_I^{0.0101}$	A. Priest, 1977 [157]
4340 steel	$K_{Id} = 53.1\dot{K}_I^{0.0121}$	J.M. Shapiro, 1992 [158]
HY100 steel	$K_{Id} = 58.4\dot{K}_I^{-0.001}$	J.M. Shapiro, 1992 [158]
Tungsten	$K_{Id} = 57.9 \cdot \dot{K}_I^{-0.008}$	J.M. Shapiro, 1992 [158]

Следуя введенной гипотезе, можно записать:

$$\sigma_0 = a_0 \dot{Z}^{b_0}, \quad (3.12)$$

где  $a_0, b_0$  – материальные константы.

Согласно уравнению (3.4) зависимость  $L$  от  $\dot{Z}$  в явном виде:

$$L = f_L(\dot{Z}) = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{K_{ld}}{\sigma_0} \right]^2 = \left[ \frac{\alpha \dot{Z}^\beta}{a_0 \dot{Z}^{b_0}} \right] = M \dot{Z}^N, \quad (3.13)$$

где  $M$  и  $N$  – константы материала.

Если  $\sigma_0 = \sigma_B$ , то параметры  $M$  и  $N$  могут быть оценены с использованием  $K_{ld}$  (уравнение (3.11)). Когда  $\sigma_0 \neq \sigma_B$ , константы  $M$  и  $N$  определяются согласно методике, представленной в параграфе 1.2.1. В последнем случае для определения констант требуется как минимум два набора экспериментальных данных, полученных при тестировании образцов с двумя концентраторами напряжений разной остроты при двух разных значениях  $\dot{Z}$ . Точность определения констант растет с увеличением числа данных, используемых для калибровки.

Обобщая все вышесказанное, можно предложить следующий алгоритм применения теории критических дистанций для оценки предельного состояния образцов с концентраторами напряжений при динамическом нагружении (рисунок 3.1):

- 1) На основе испытаний на растяжение образцов без концентраторов напряжений в широком диапазоне скорости деформации, определяется степенная зависимость  $\sigma_B = a_0 \dot{\varepsilon}^{b_0}$ . Априори принимается гипотеза равенства  $\sigma_B$  и  $\sigma_0$ .
- 2) На основе экспериментальных данных по растяжению при крайних скоростях деформации образцов с двумя существенно разными радиусами концентраторов напряжений оценивается сила разрушения  $F_f$ .

- 3) С использованием  $F_f$  проводится конечно-элементный анализ в линейно-упругой постановке для образцов с двумя существенно разными радиусами концентраторов напряжений, испытанных при крайних скоростях деформации.
- 4) Строятся распределения напряжений в области концентраторов напряжений для двух образцов с разными концентраторами напряжений и сопоставляются с величиной  $\sigma_B$ . Если распределения напряжений для образцов с концентраторами напряжений пересеклись в области временного сопротивления разрушению, то гипотеза равенства  $\sigma_B$  и  $\sigma_0$  подтверждается.
- 5) Если  $\sigma_B = \sigma_0$ , то с использованием распределения напряжений для образца с острым концентратором напряжений и величины временного сопротивления разрушению оценивается величина критической дистанции для крайних скоростей деформации, как точка пересечения двух кривых. Определяются параметры функции  $L = M\dot{\epsilon}^N$ .
- 6) Если  $\sigma_B \neq \sigma_0$ , то с использованием распределения напряжений для образцов с двумя существенно разными концентраторами напряжений оценивается величина критической дистанции  $L$  и предельного напряжения  $\sigma_0$  для крайних скоростей деформации, как точка пересечения двух кривых. Определяются параметры функций  $\sigma_0 = a\dot{\epsilon}^b$ ,  $L = A\dot{\epsilon}^B$ .
- 7) Следующим шагом идет применение методики ТКД для оценки прочности. Проводится конечно-элементный анализ в линейно упругой постановке для образцов с произвольными значениями коэффициента концентрации напряжений и скорости деформации. С использованием значений  $L$  для соответствующей скорости деформации оцениваются эффективные напряжения  $\sigma_{eff}$  согласно одному из трех методов теории критических дистанций.

- 8) Значение предельного напряжения  $\sigma_0$  сопоставляется с эффективным напряжением  $\sigma_{eff}$ . Погрешность прогнозирования согласно обобщению теории критических дистанций оценивается с использованием соотношения  $\delta = \frac{\sigma_{eff} - \sigma_0}{\sigma_0} \cdot 100$  [%].

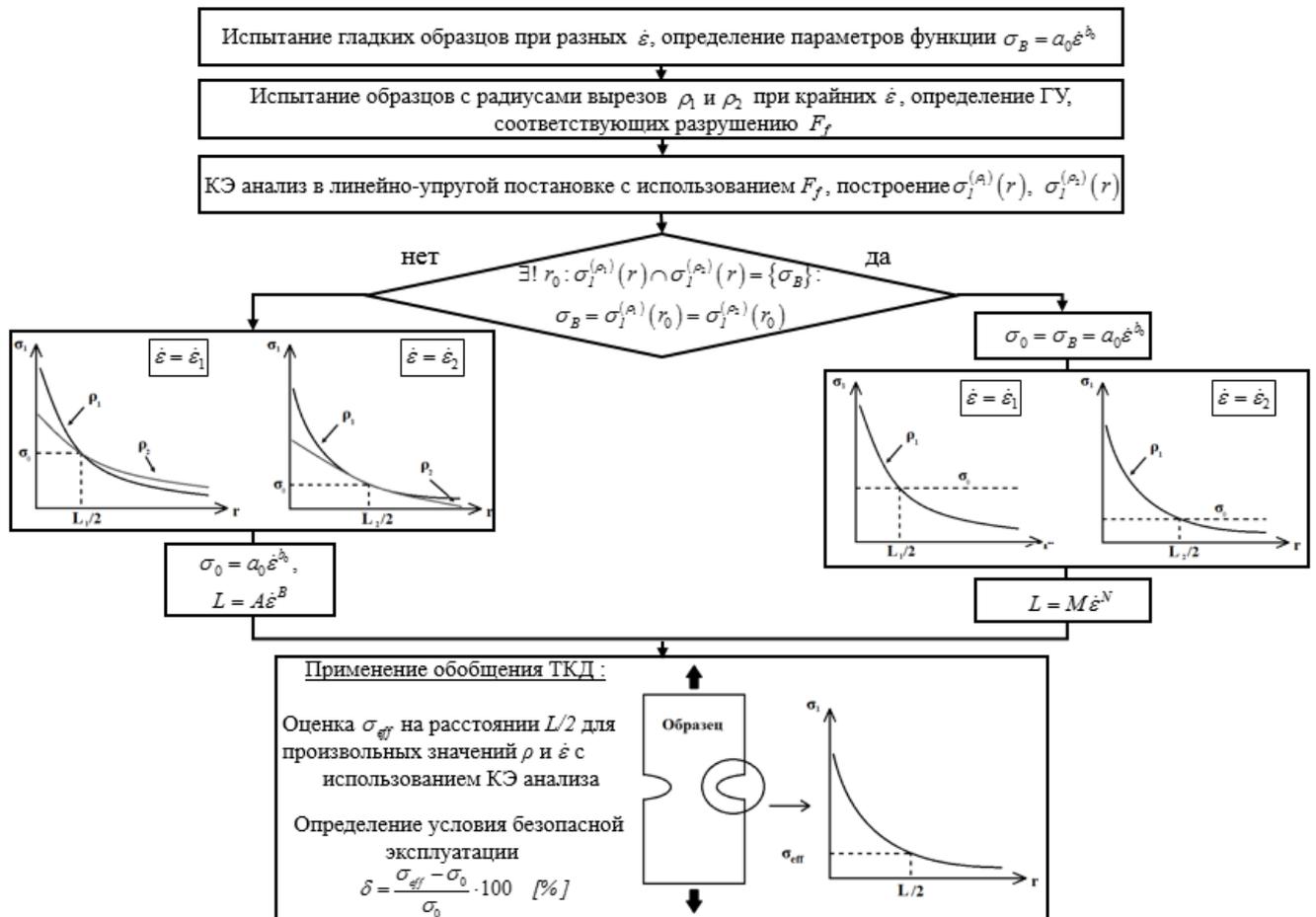


Рисунок 3.1 – Алгоритм оценки предельного состояния с использованием обобщения ТКД (метод точки)

### 3.2 Оценка предельного состояния для образцов из титановых сплавов ВТ1-0, ВТ6 и алюминиевого сплава АМг6

При верификации обобщения теории критических дистанций, позволяющего прогнозировать прочность образцов с концентраторами напряжений в диапазоне

скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>, необходимо решение задачи о распределении напряжений в области концентратора напряжений для различных радиусов концентраторов напряжений. Данный параграф посвящен моделированию напряженно-деформированного состояния образцов из титановых сплавов ВТ1-0, ВТ6 и алюминиевого сплава АМг6 в линейно-упругой постановкой.

### 3.2.1 Постановка задачи о расчете напряженно-деформированного состояния при растяжении

Для расчета величины  $\sigma_{eff}$  использованы численные модели образцов, реализованные в конечно-элементном пакете Abaqus (геометрии образцов представлены в главе 2).

Математическая постановка задачи может быть записана следующим образом.

Распределение напряжений описывается уравнением равновесия:

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{\sigma} = \bar{0}. \quad (3.14)$$

Силовые граничные условия имеют вид:

$$\bar{n} \cdot \bar{\sigma}|_{\Gamma_F} = \bar{F}, \quad (3.15)$$

где  $\bar{n}$  – вектор внешней нормали к поверхности,  $\bar{F}$  – вектор поверхностных сил,  $\Gamma_F$  – граница тела, на которой заданы поверхностные нагрузки.

Кинематические граничные условия задаются соотношением:

$$\bar{u}|_{\Gamma_U} = \bar{0}, \quad (3.16)$$

где  $\bar{u}$  – вектор перемещений,  $\Gamma_U$  – граница тела, на которой заданы перемещения.

Для тензора деформаций в случае малых деформаций справедливо геометрическое соотношение:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\bar{\nabla}\bar{u} + \bar{\nabla}\bar{u}^T), \quad (3.17)$$

где  $\bar{\nabla}$  – оператор Гамильтона.

Тензор напряжений  $\tilde{\sigma}$  связан с тензором упругих деформаций  $\tilde{\varepsilon}^e$  с помощью линейного закона Гука:

$$\tilde{\sigma} = \lambda I_1(\tilde{\varepsilon})\tilde{E} + 2\mu\tilde{\varepsilon}. \quad (3.18)$$

Для исследования сходимости по сетке проводилась серия расчетов с разным разрешением сетки в зоне концентрации напряжений, после чего оценивалось влияние размера ячейки на характерные величины. Относительная погрешность  $\gamma$  рассчитана согласно формуле:

$$\gamma = \frac{\sigma_i^1 - \sigma_{i-1}^1}{\sigma_{i-1}^1} \cdot 100\%, \quad (3.19)$$

где  $\sigma_i^1$  и  $\sigma_{i-1}^1$  – значения главных напряжений в наименьшем сечении образца, полученные при расчете задачи с двумя последующими значениями размера элемента.

Серия конечно-элементных моделей для образца из титанового сплава ВТ1-0 с U-образным концентратором напряжений ( $\rho = 1$  мм) представлена на рисунке 3.2. Размер элемента варьировался в пределах 0.5-0.0075 мм.

На рисунке 3.3 представлено распределение напряжений вдоль траектории, исходящей из вершины концентратора напряжений, для моделей с разным размером элемента. На рисунке 3.4 приведена зависимость максимального главного напряжения от размера элемента. Погрешность вычислений снижается при уменьшении размера ячейки.

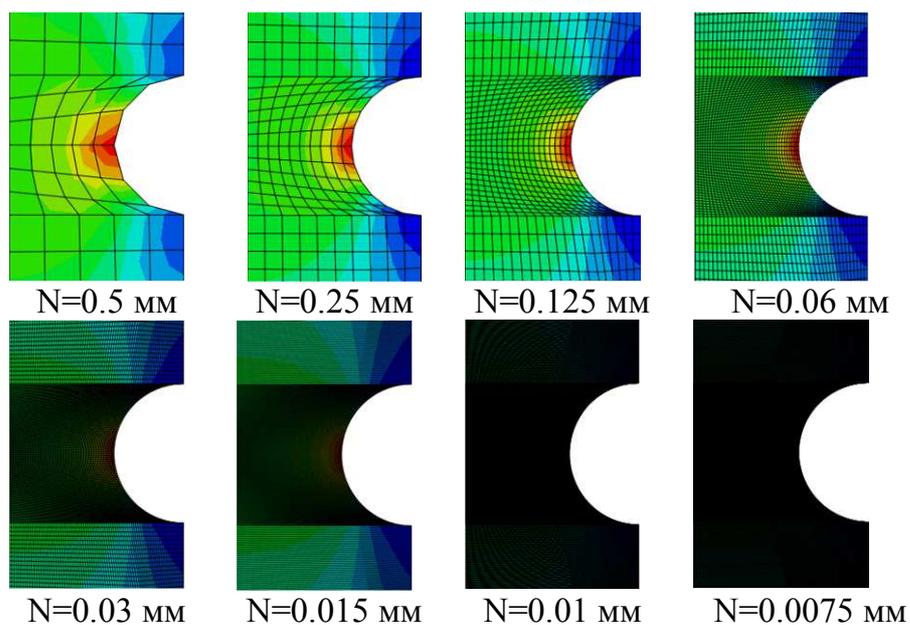


Рисунок 3.2 – Серия расчетов с разным разрешением сетки в зоне концентрации напряжений

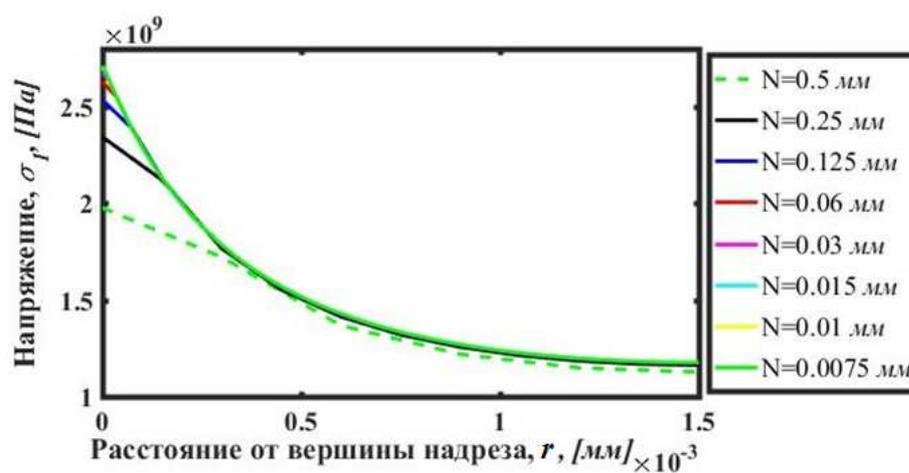


Рисунок 3.3 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс для короткого образца с U-образным концентратором напряжений ( $\rho = 1$  мм)

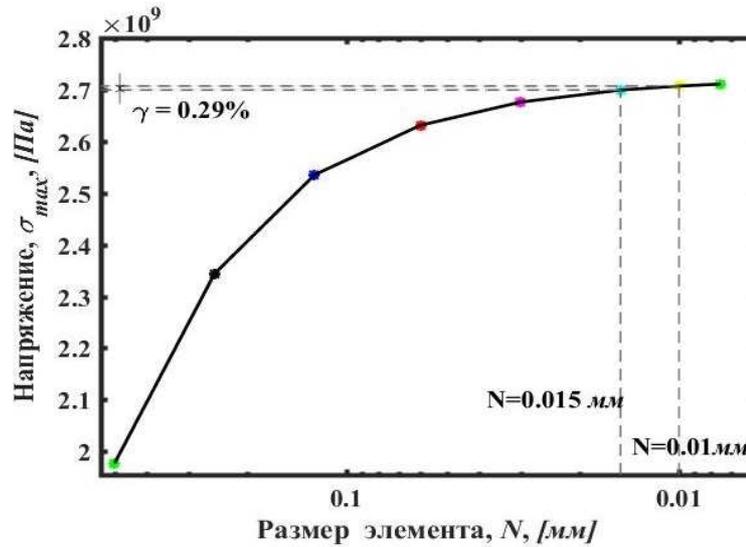


Рисунок 3.4 – Максимальное главное напряжение в вершине концентратора напряжений ( $\rho = 1$  мм) в зависимости от размера элемента

О сеточной сходимости можно говорить, когда наблюдается выход построенного графика на асимптоту, т.е. когда дальнейшее измельчение сетки не приводит к существенному изменению контролируемых величин. Можно сделать вывод, что оптимальный размер элемента  $N=0.015$  мм, при этом относительная погрешность расчета составляет 0.29%.

Аналогичный анализ был применен для образцов с различными радиусами концентраторов напряжений. Результаты исследования сходимости по сетке обобщены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Анализ сходимости сетки для образцов из ВТ6, ВТ1-0 и АМг6

Тип надреза	Размер элемента, [мм]	Относительная погрешность, [%]
$\rho = 0.1$ мм (длинные образцы)	0.01	1.98
$\rho = 1$ мм (длинные образцы)	0.015	0.69
$\rho = 2$ мм (длинные образцы)	0.03	0.7
$\rho = 0.1$ мм (короткие образцы)	0.01	1.47
$\rho = 1$ мм (короткие образцы)	0.015	0.29
$\rho = 2$ мм (короткие образцы)	0.03	0.42

Были выбраны оптимальные значения размера элемента, обеспечивающие качественный результат и используемые в дальнейших расчетах.

### 3.2.2 Оценка динамической прочности образцов из титанового сплава ВТ1-0

При использовании обобщения теории критических дистанций для анализа экспериментальных результатов, полученных при тестировании цилиндрических образцов из титанового сплава ВТ1-0, априори принята гипотеза равенства предельного напряжения  $\sigma_0$  временному сопротивлению разрушению  $\sigma_B$ , т. е.:

$$\sigma_0 = \sigma_B. \quad (3.20)$$

С использованием экспериментальных данных (таблица 1 Приложения 1) определена степенная зависимость временного сопротивления разрушению  $\sigma_B$  от номинальной скорости деформации  $\dot{\epsilon}_{nom}$  (рисунок 3.5).

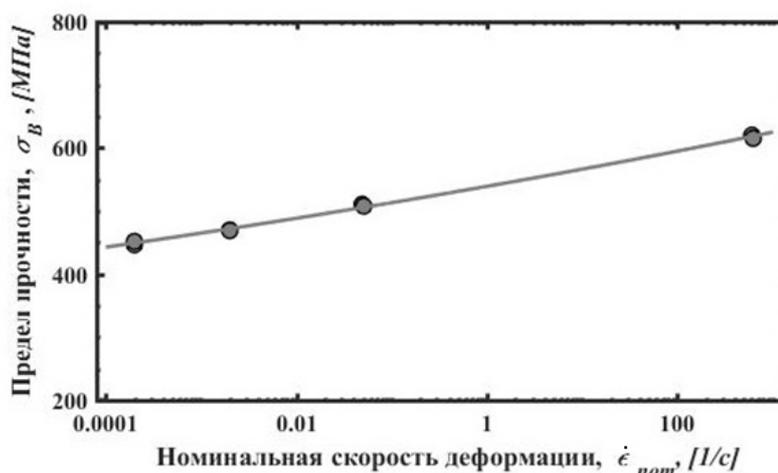


Рисунок 3.5 – Экспериментальные значения прочности на разрыв для гладких образцов из титанового сплава ВТ1-0 в зависимости от номинальной скорости деформации

Аппроксимируя экспериментальные данные получаем:

$$\sigma_0 = \sigma_B = 538.968 \dot{\epsilon}_{nom}^{0.0214} \text{ [МПа]}. \quad (3.21)$$

На рисунке 3.6а показаны распределения напряжений на расстоянии от вершины концентратора напряжений для усилия, соответствующего условию разрушения при квазистатическом нагружении ( $\dot{\epsilon}_{nom} = 0.0078 \text{ с}^{-1}$ ). Проведенный анализ данных на рисунке 3.6а подтверждает гипотезу возможности использования в качестве предельного напряжения  $\sigma_0$  для титанового сплава ВТ1-0 величины временного сопротивления разрушению  $\sigma_B$  с небольшой потерей точности. В частности, как показано на рисунке 3.6а, использование временного сопротивления разрушению ( $\sigma_B = 485.8 \text{ МПа}$ ) совместно с распределением напряжений для образца с острым концентратором напряжений ( $\rho = 0.1 \text{ мм}$ ) обеспечивает величину критической дистанции  $L = 1.7 \text{ мм}$ . Этот же рисунок подтверждает, что использование метода точки теории критических дистанций со значениями параметров  $\sigma_0 = \sigma_B = 485.8 \text{ МПа}$  и  $L = 1.7 \text{ мм}$  обеспечивает оценку прочности для образца с произвольным концентратором напряжений с погрешностью до  $\pm 20\%$ , что является принятым уровнем точности при использовании ТКД в задачах структурной целостности. Рисунок 3.6б демонстрирует распределение напряжений и величину критической дистанции для большей скорости деформации ( $\dot{\epsilon}_{nom} = 1.43 \text{ с}^{-1}$ ). Анализируя особенности распределения напряжений вблизи вершины концентраторов напряжений была оценена функция  $L(\dot{\epsilon}_{nom})$ :

$$L = 2.592 \dot{\epsilon}_{nom}^{0.08692} [\text{мм}]. \quad (3.22)$$

С использованием соотношения (3.22) и результатов моделирования распределения напряжений можно оценить условия разрушения для образцов с произвольными концентраторами напряжений используя соотношение (3.21).

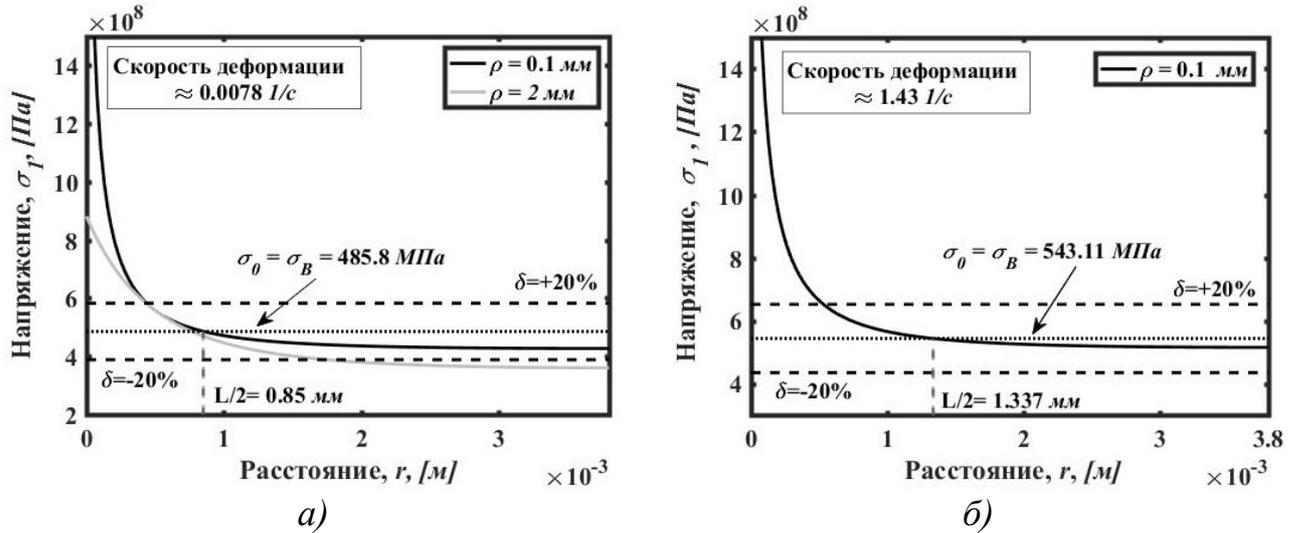


Рисунок 3.6 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс при квазистатическом (а) и динамическом (б) нагружениях

Для анализа прогностической точности модели использовался следующий алгоритм. К образцам с концентраторами напряжений, не участвовавшим в определении величины критической дистанции, при численном расчете прикладывались экспериментально определенные значения силы разрушения  $F_f$ . С использованием полученного распределения полей напряжений и величины  $L(\dot{\varepsilon}_{nom})$ , согласно трем методам ТКД, оценивалось эффективное напряжение  $\sigma_{eff}$  и сравнивалось с предельным напряжением  $\sigma_0$  для соответствующей скорости деформации, исходя из чего можно сделать вывод о возможности дальнейшей эксплуатации. Результаты анализа обобщены на рисунке 3.7, где погрешность рассчитывается как:

$$\delta = \frac{\sigma_{eff} - \sigma_0}{\sigma_0} \cdot 100 [\%]. \quad (3.23)$$

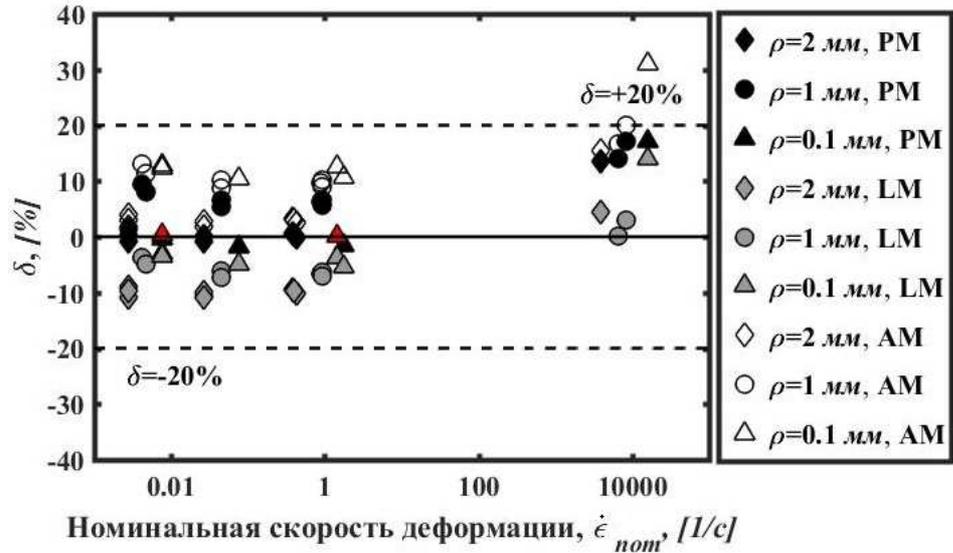


Рисунок 3.7 – Точность методов ТКД при оценке прочности образцов с концентраторами напряжений из ВТ1-0 при разных скоростях деформации

На основе данных, представленных на рисунке 3.7, можно сделать вывод, что предложенное обобщение ТКД позволяет прогнозировать прочность образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава ВТ1-0 в широком диапазоне скоростей деформации с погрешностью  $\pm 20\%$ .

### 3.2.3 Оценка динамической прочности образцов из титанового сплава ВТ6

Для прогнозирования прочности образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава ВТ6, аналогично предыдущему случаю, принята гипотеза равенства предельного напряжения  $\sigma_0$  временному сопротивлению разрушению  $\sigma_B$ .

Зависимость  $\sigma_B$  от номинальной скорости нагружения  $\dot{F}_{nom}$  в логарифмическом масштабе представлена на рисунке 3.8. Аппроксимирующая функция имеет вид:

$$\sigma_0 = \sigma_B = 1027.69 \dot{F}_{nom}^{0.0127} \text{ [МПа]}. \quad (3.24)$$

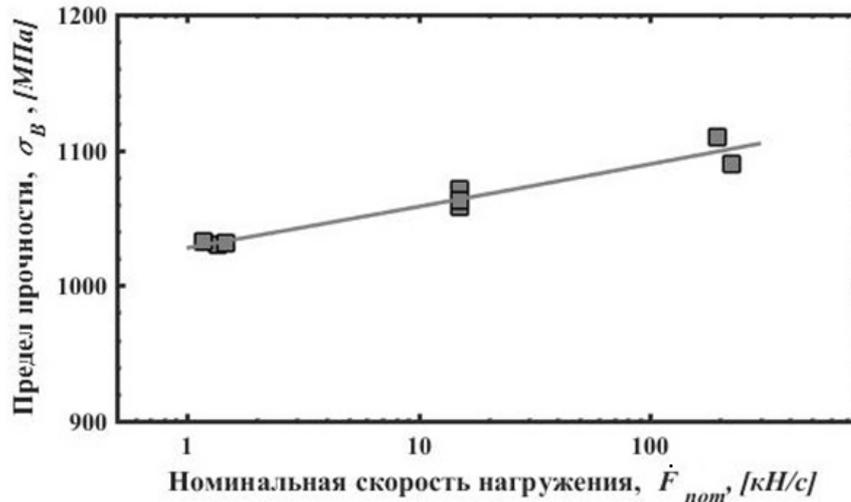


Рисунок 3.8 – Экспериментальные значения прочности на разрыв для образцов из титанового сплава ВТ6 в зависимости от номинальной скорости нагружения

На рисунках 3.9а и 3.9б представлены распределения напряжений вблизи вершины концентратора напряжений, построенные в результате решения численной задачи в линейно-упругой постановке, для усилий, соответствующих квазистатическому ( $\dot{F}_{nom} \approx 1.25$  кН/с) и динамическому ( $\dot{F}_{nom} \approx 2.64 \cdot 10^6$  кН/с) нагружениям. Анализ данных на рисунке 3.9 подтверждает гипотезу равенства предельного напряжения  $\sigma_0$  временному сопротивлению разрушению  $\sigma_B$ . Значение критической дистанции  $L$  при квазистатическом нагружении равно 3.74 мм, при динамическом нагружении – 2.58 мм (рисунок 3.9б).

Значения критической дистанции позволили оценить константы  $M$  и  $N$  в уравнении (3.13):

$$L = 3.761 \dot{F}_{nom}^{-0.02555} \text{ [мм]}. \quad (3.25)$$

С использованием степенного закона (3.25) и конечно-элементного анализа было оценено эффективное напряжение для образцов с различными радиусами концентратора напряжений во всем диапазоне скоростей деформации согласно трем методам ТКД.

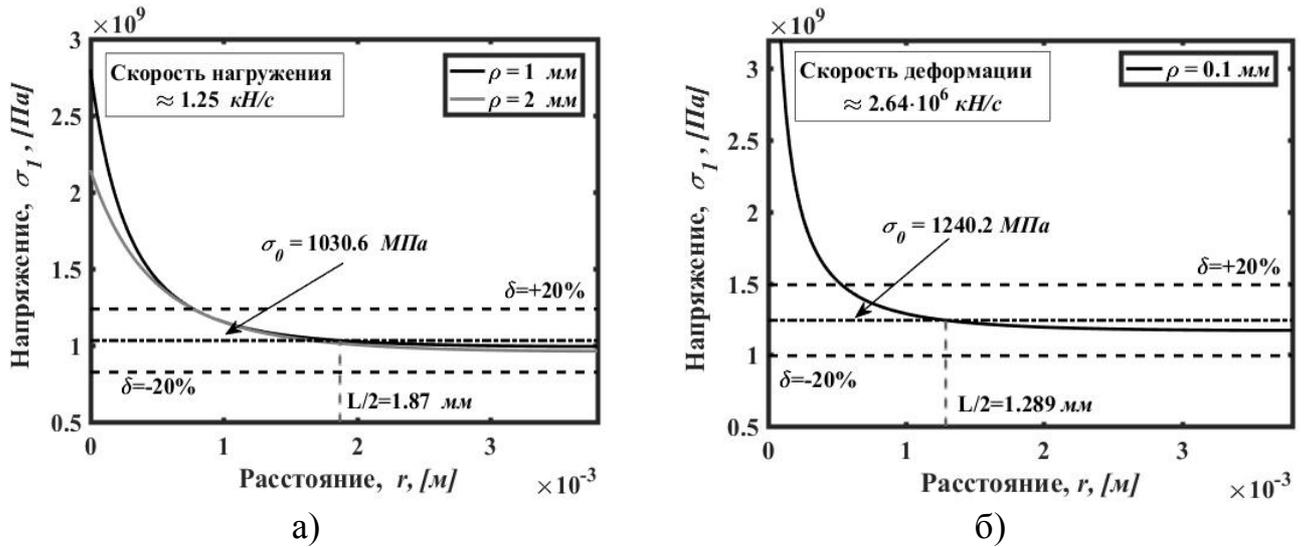


Рисунок 3.9 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс при квазистатическом (а) и динамическом (б) нагружениях для образцов из ВТ6

Рисунок 3.10 показывает, что обобщение теории критических дистанций позволяет оценить прочность образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава ВТ6 с погрешностью, не превышающей  $\pm 20\%$ . Высокий уровень точности был достигнут независимо от используемого метода (метод точки, метод линии, метод площади).

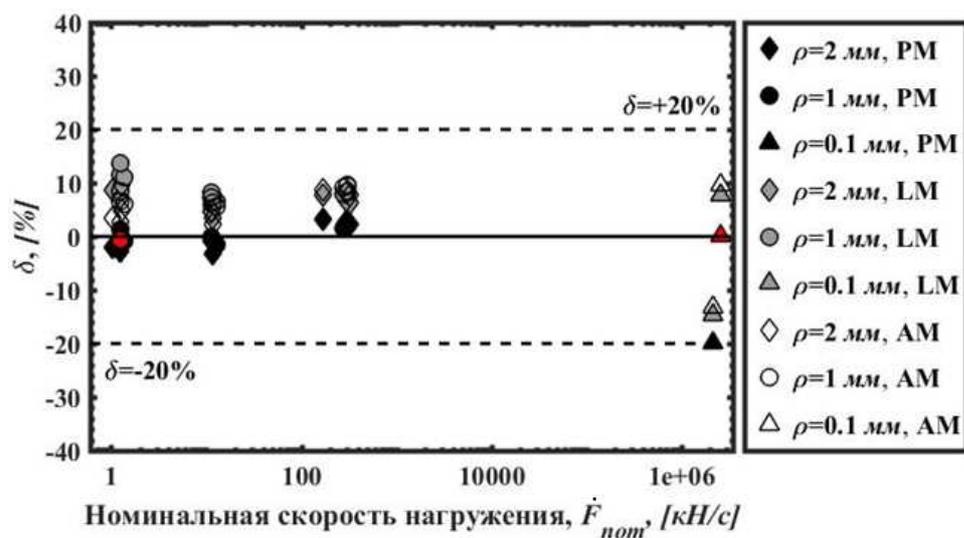


Рисунок 3.10 – Точность методов ТКД при оценке прочности образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава ВТ6 при разных скоростях нагружения

### 3.2.4 Оценка динамической прочности образцов из алюминиевого сплава АМг6

Экспериментальные данные, полученные при тестировании образцов из алюминиевого сплава АМг6 (таблица 3 Приложения 1), были проанализированы аналогичным образом. Распределение напряжений на расстоянии от вершины концентратора напряжений для разных скоростей нагружения (рисунки 3.11а и 3.11б), показывают, что для данного материала предельное напряжение  $\sigma_0$  больше, чем соответствующее временное сопротивление разрушению  $\sigma_B$ . Данное утверждение справедливо независимо от скорости нагружения. Вследствие этого, анализ распределения полей напряжений, построенных в результате решения задачи в линейно-упругой постановке при скоростях нагружения  $\dot{F}_{nom} = 0.09$  кН/с и  $\dot{F}_{nom} = 68.17$  кН/с, использовался не только для калибровки констант функции  $L(\dot{F}_{nom})$ , но и функции  $\sigma_0(\dot{F}_{nom})$ .

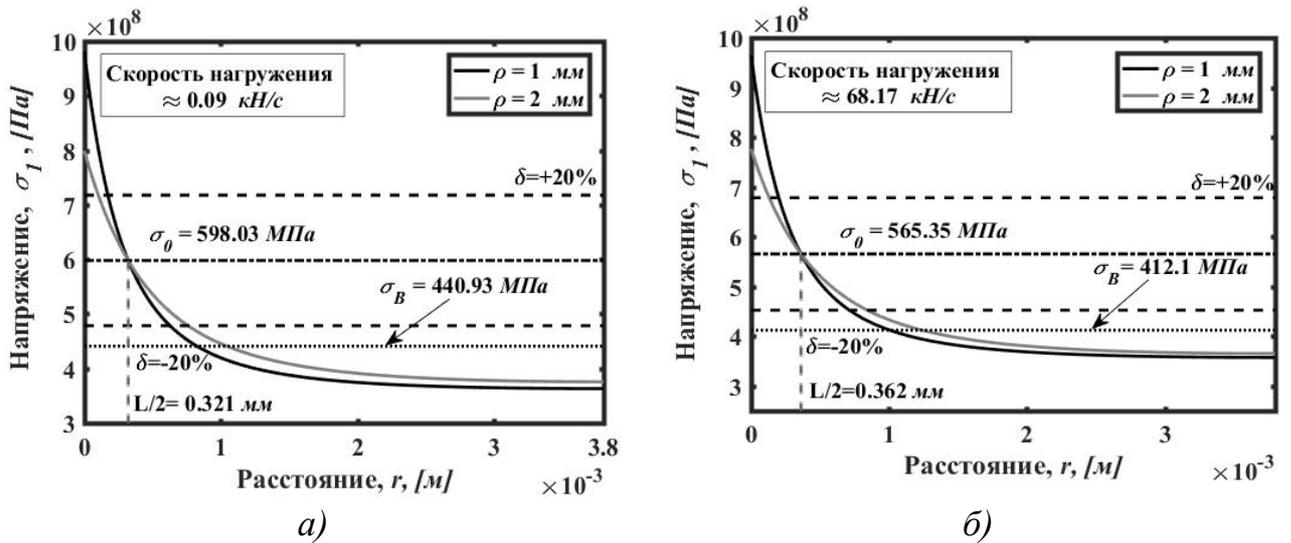


Рисунок 3.11 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс при квазистатическом (а) и динамическом (б) нагружениях для образцов из АМг6

$$L = 0.671\dot{F}_{nom}^{0.01813} \text{ [мм]}, \quad (3.26)$$

$$\sigma_0 = 585.948\dot{F}_{nom}^{-0.00848} \text{ [МПа]}. \quad (3.27)$$

С использованием степенного закона (3.26) и конечно-элементного анализа было оценено эффективное напряжение  $\sigma_{eff}$  для образцов с различными радиусами концентратора напряжений во всем диапазоне скоростей деформации согласно трем методам ТКД. Результаты сопоставления эффективного напряжения  $\sigma_{eff}$  и  $\sigma_0$  приведены на рисунке 3.12. Можно сделать вывод об эффективности обобщения теории критических дистанций, позволяющем оценить прочность образцов с концентраторами напряжений с высокой точностью, несмотря на то, что алюминиевый сплав АМгб характеризуется обратной скоростной чувствительностью (отрицательный показатель степени функции  $\sigma_0(\dot{F}_{nom})$ ).

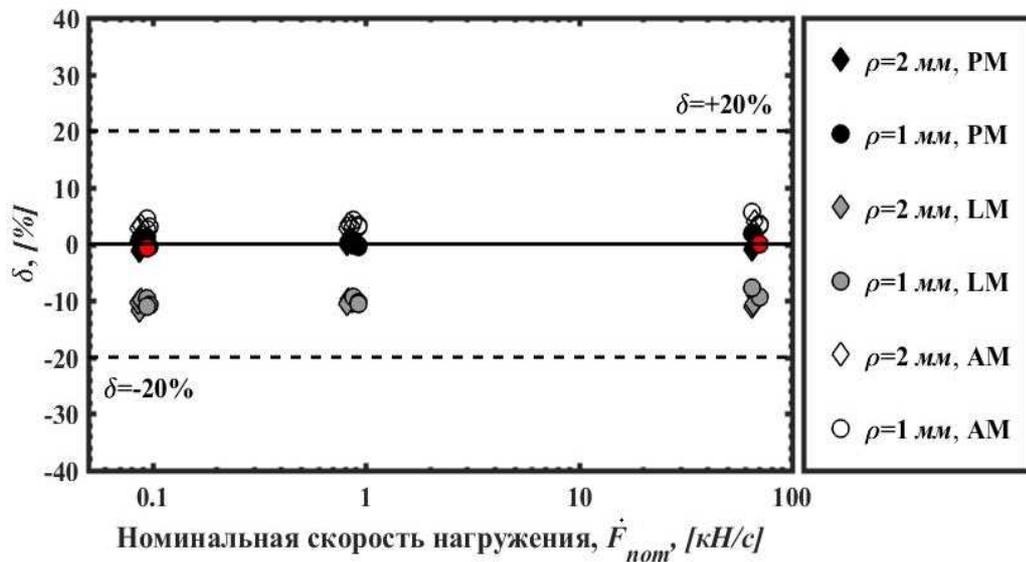


Рисунок 3.12 – Точность методов ТКД при оценке прочности образцов с концентраторами напряжений из АМгб при разных скоростях нагружения

### 3.3 Оценка динамической прочности образцов из сталей 08X18H10T, 20X13 и Ст3

В данном параграфе представлены результаты моделирования напряженно-деформированного состояния образцов из сталей 08X18H10T, 20X13 и Ст3 на основе определяющих соотношений (3.14), (3.17)-(3.18) с силовыми и кинематическими граничными условиями (3.15)-(3.16) и последующего анализа распределения напряжений в области концентраторов напряжений согласно методологии обобщения ТКД. Расчет напряженно-деформированного состояния проводился в конечно-элементном пакете Abaqus.

Для оценки сходимости задачи одноосного растяжения образцов, геометрия которых изображена на рисунке 2.4, проводилась серия расчетов с разным размером элементов в области концентратора напряжений (таблица 3.3).

Таблица 3.3 – Результаты анализа сходимости сетки для образцов из сталей

Тип надреза	Размер элемента, [мм]	Относительная погрешность, [%]
$\rho = 0.25$ мм	0.25	0.12
$\rho = 1$ мм	0.125	0.13

На рисунках 3.13-3.15 представлены распределения напряжений на расстоянии от вершины концентратора напряжений для трех типов сталей, построенные для усилий, соответствующих квазистатическому и динамическому нагружениям. Анализ данных на рисунках 3.13-3.15 показывает, что для исследуемых материалов предельное напряжение  $\sigma_0$  больше соответствующего предела прочности для гладких образцов  $\sigma_B$  независимо от значения скорости нагружения.

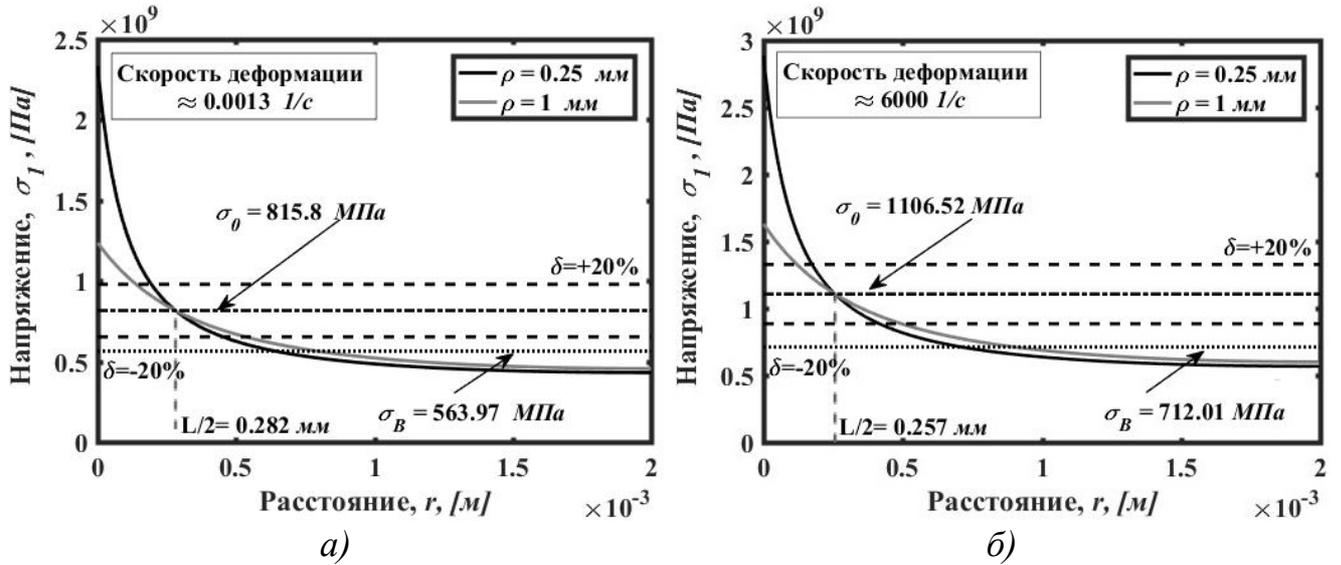


Рисунок 3.13 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс для образцов из стали 08X18N10T при: (а) квазистатическом нагружении, (б) динамическом нагружении

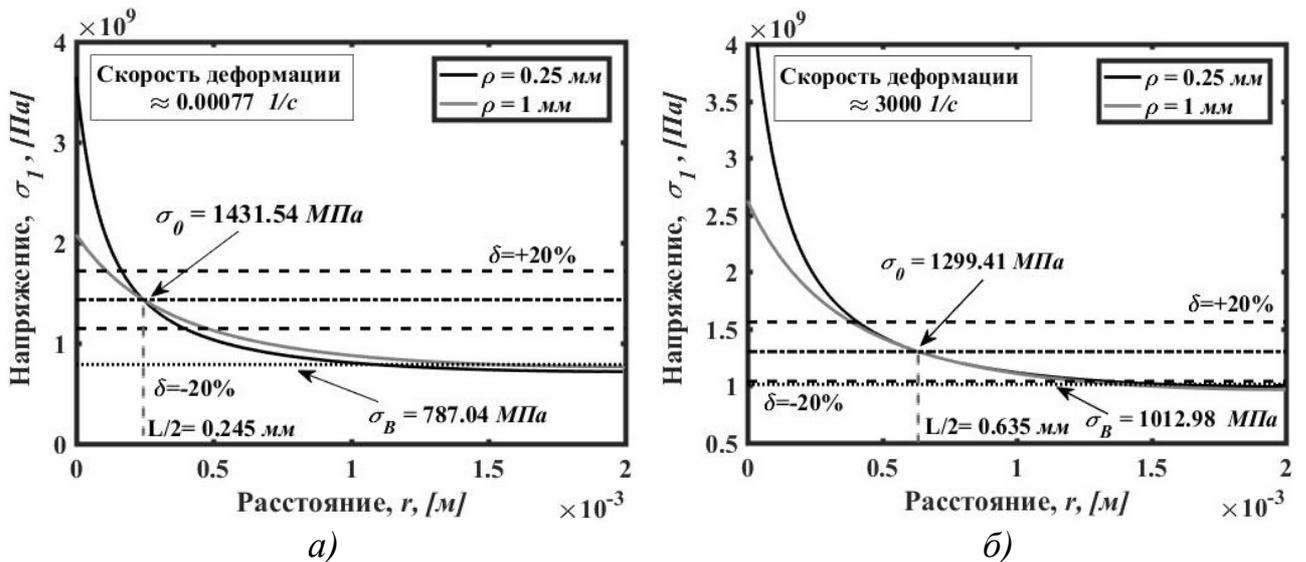


Рисунок 3.14 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс для образцов из стали 20X13 при: (а) квазистатическом нагружении, (б) динамическом нагружении

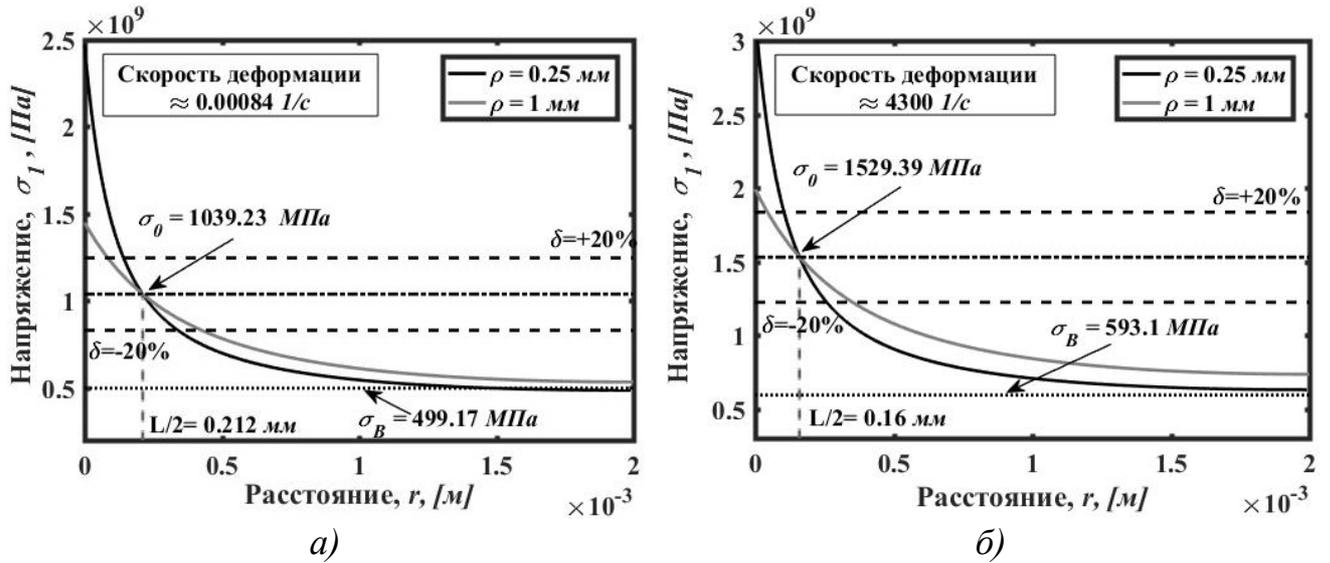


Рисунок 3.15 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс для образцов из стали Ст3 при: (а) квазистатическом нагружении, (б) динамическом нагружении

Зависимости распределения напряжений на расстоянии от вершины концентратора напряжений для разных скоростей деформации были использованы для калибровки констант функций  $L(\dot{\epsilon})$  и  $\sigma_0(\dot{\epsilon})$ :

Для стали 08X18H10T:

$$L = 0.541 \dot{\epsilon}_{nom}^{-0.005984} \text{ [мм]}, \quad (3.28)$$

$$\sigma_0 = 932.65 \dot{\epsilon}_{nom}^{0.01965} \text{ [МПа]}. \quad (3.29)$$

Для стали 20X13:

$$L = 0.768 \dot{\epsilon}_{nom}^{0.06276} \text{ [мм]}, \quad (3.30)$$

$$\sigma_0 = 1367.524 \dot{\epsilon}_{nom}^{-0.006381} \text{ [МПа]}. \quad (3.31)$$

Для стали Ст3:

$$L = 0.3727 \dot{\epsilon}_{nom}^{-0.01822} \text{ [мм]}, \quad (3.32)$$

$$\sigma_0 = 1240.62 \dot{\epsilon}_{nom}^{0.02501} \text{ [МПа]}. \quad (3.33)$$

С использованием функций (3.28), (3.30), (3.32), описывающих зависимость критической дистанции от скорости деформации для данных материалов, и

конечно-элементного анализа было оценено эффективное напряжение  $\sigma_{eff}$  для образцов с различными радиусами концентратора напряжений во всем диапазоне скоростей деформации согласно трем методам ТКД. Результаты сопоставления эффективного напряжения  $\sigma_{eff}$  и предельного напряжений  $\sigma_0$  приведены на рисунках 3.16-3.18.

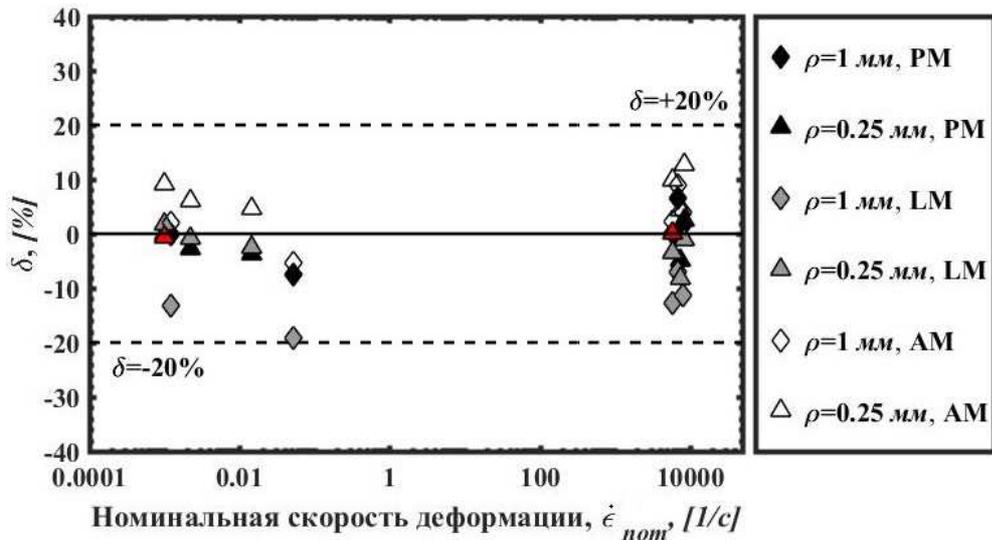


Рисунок 3.16 – Точность оценки прочности на основе ТКД для стали 08X18H10T

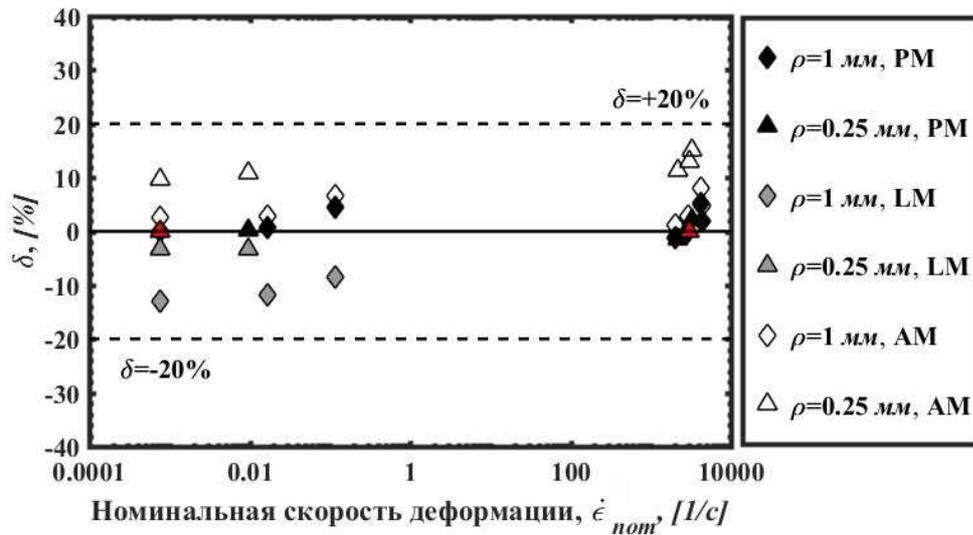


Рисунок 3.17 – Точность оценки прочности на основе ТКД для стали 20X13

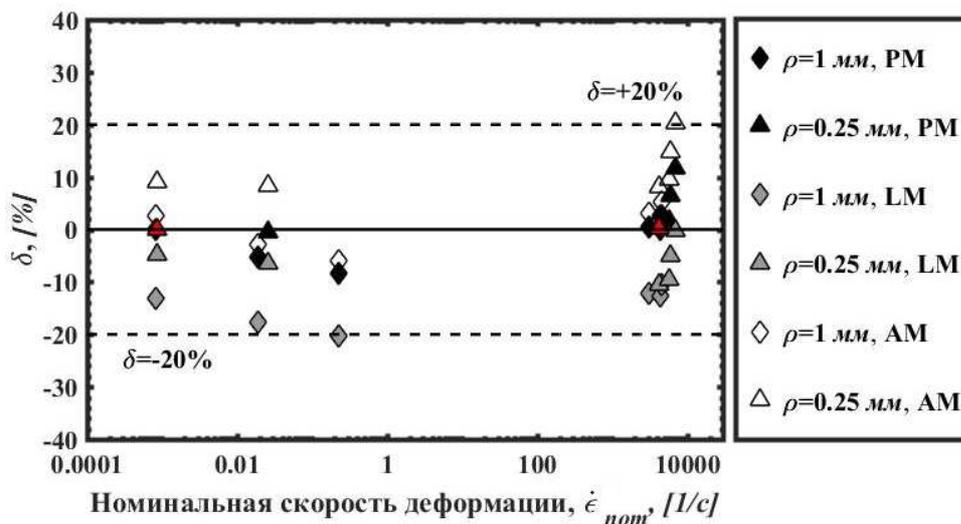


Рисунок 3.18 – Точность оценки прочности на основе ТКД для стали Ст3

### 3.4 Оценка динамической прочности образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5

Данный параграф посвящен моделированию напряженно-деформированного состояния (НДС) образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5 на основе определяющих соотношений (3.14), (3.17)-(3.18) с силовыми и кинематическими граничными условиями (3.15)-(3.16). Расчет напряженно-деформированного состояния проводился в конечно-элементном пакете ANSYS.

С целью определения оптимального размера элемента был проведен анализ сходимости сетки для образцов с различными концентраторами напряжений. Результаты анализа сходимости для моделей образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5 обобщены в таблице 3.4. Были выбраны оптимальные значения размера элемента, обеспечивающие качественный результат и используемые в дальнейших расчетах.

Таблица 3.4 – Результаты анализа сходимости сетки для образцов с из  
алюминиевого сплава Al6063-T5

Тип надреза	Размер элемента, [мм]	Относительная погрешность, [%]
$\rho = 0.38$ мм, $K_t = 2.93$	0.02	0.99
$\rho = 1.38$ мм, $K_t = 1.69$	0.08	0.93
$\rho = 4$ мм, $K_t = 1.25$	0.08	0.31

Для прогнозирования прочности образцов с различными концентраторами напряжений из алюминиевого сплава Al6063-T5, следуя обобщению ТКД, принята гипотеза равенства предельного напряжения  $\sigma_0$  временному сопротивлению разрушению  $\sigma_B$ .

Согласно экспериментальным данным (таблица 7 Приложения 1), значения временного сопротивления разрушению  $\sigma_B$  в зависимости от номинальной скорости нагружения  $\dot{F}_{nom}$  и номинальной скорости деформации  $\dot{\epsilon}_{nom}$  построены в логарифмическом масштабе и представлены на рисунках 3.19 и 3.20.



Рисунок 3.19 – Экспериментально полученная прочность на разрыв для гладких образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5 в зависимости от номинальной скорости нагружения

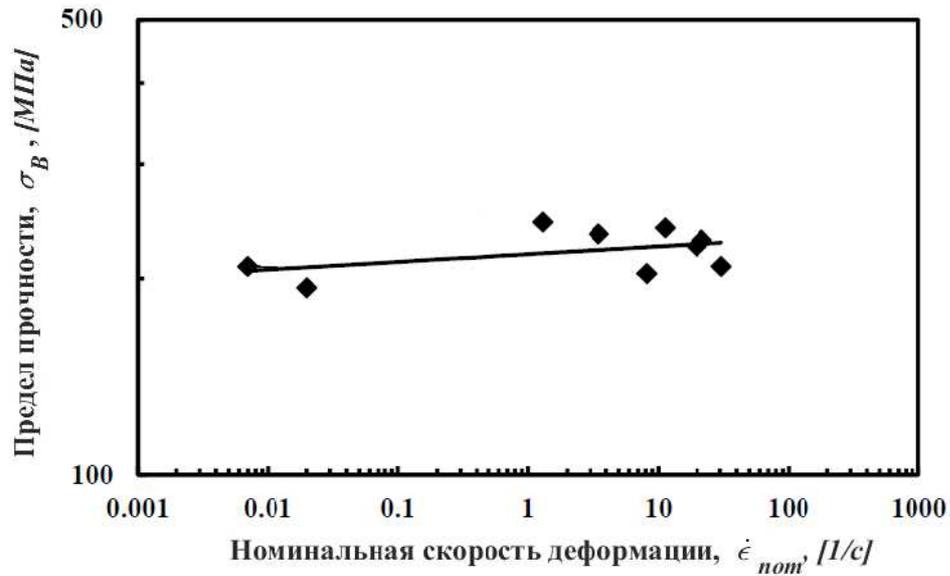


Рисунок 3.20 – Экспериментально полученная прочность на разрыв для гладких образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5 в зависимости от номинальной скорости деформации

Аппроксимировав экспериментальные данные, получаем степенные функции вида:

$$\sigma_0 = 209.9\dot{F}^{0.0118} \text{ [МПа]}, \quad (3.34)$$

$$\sigma_0 = 218.1\dot{\epsilon}_{nom}^{0.0118} \text{ [МПа]}. \quad (3.35)$$

На рисунках 3.21 и 3.22 показаны распределения полей напряжений на расстоянии от вершины концентратора напряжений при квазистатическом ( $\dot{\epsilon}_{nom} = 0.01 \text{ с}^{-1}$ ) и динамическом ( $\dot{\epsilon}_{nom} = 89.29 \text{ с}^{-1}$ ) нагружениях. Усилия, приложенные к образцам, соответствуют экспериментально полученным условиям разрушения.

Из анализа данных на рисунке 3.21 можно сделать вывод, что для исследуемого материала значение предельного напряжения  $\sigma_0$  близко к величине временного сопротивления разрушению  $\sigma_B = 205 \text{ МПа}$ . Анализ распределения напряжений в области концентратора напряжений и величины временного сопротивления разрушению приводит к значению  $L = 1.37 \text{ мм}$  при скорости

деформации  $\dot{\epsilon}_{nom} = 0.01 \text{ с}^{-1}$  (рисунок 3.21) и  $L = 2.02 \text{ мм}$  при скорости деформации  $\dot{\epsilon}_{nom} = 89.29 \text{ с}^{-1}$  (рисунок 3.22).

Подставляя значения  $L$  в (3.13), получим степенные законы вида:

$$L = 1.952 \dot{F}_{nom}^{0.06493} [\text{мм}], \quad (3.36)$$

$$L = 2.592 \dot{\epsilon}_{nom}^{0.08692} [\text{мм}]. \quad (3.37)$$

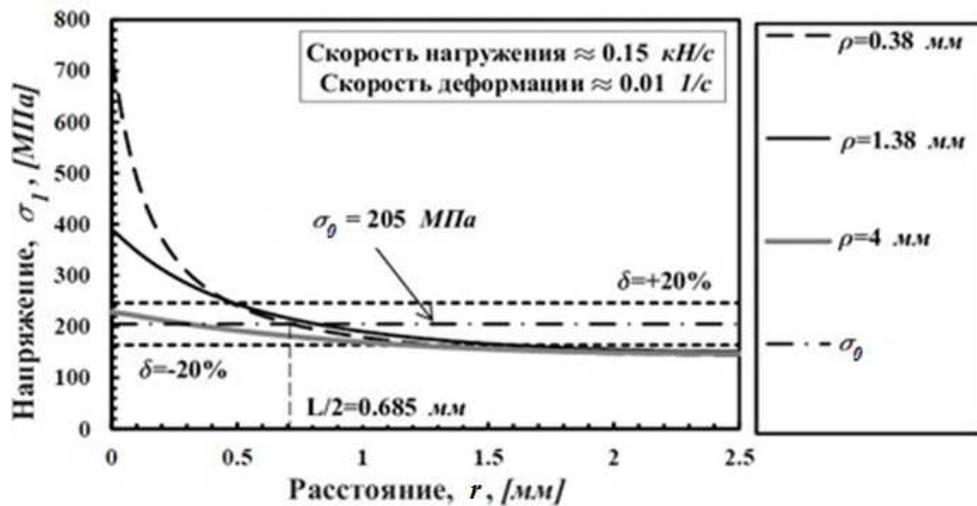


Рисунок 3.21 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс при квазистатическом нагружении для образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5

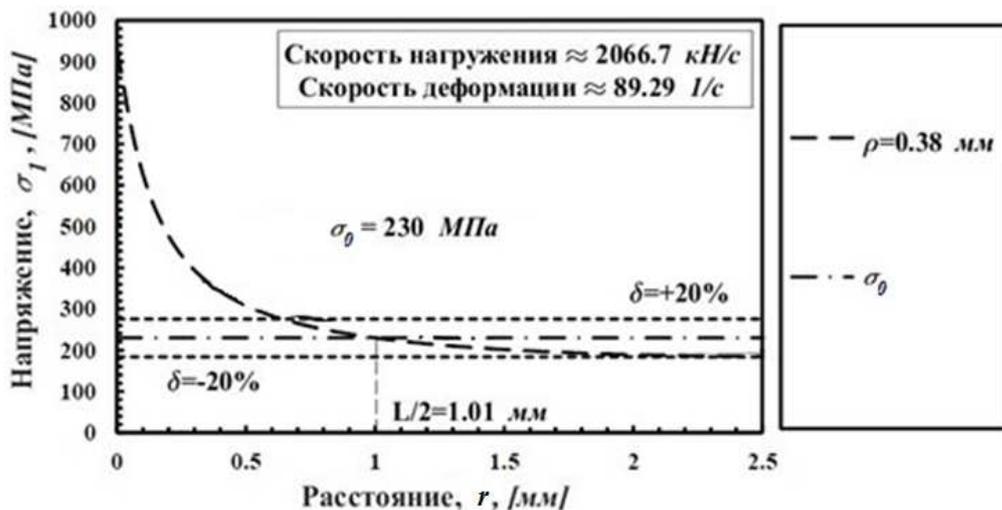


Рисунок 3.22 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс при динамическом нагружении для образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5

Используя (3.36)-(3.37) и конечно-элементный анализ было оценено эффективное напряжение для образцов с различными радиусами концентратора напряжений во всем диапазоне скоростей деформации. Результат анализа полученных данных представлен на рисунках 3.23 и 3.24.

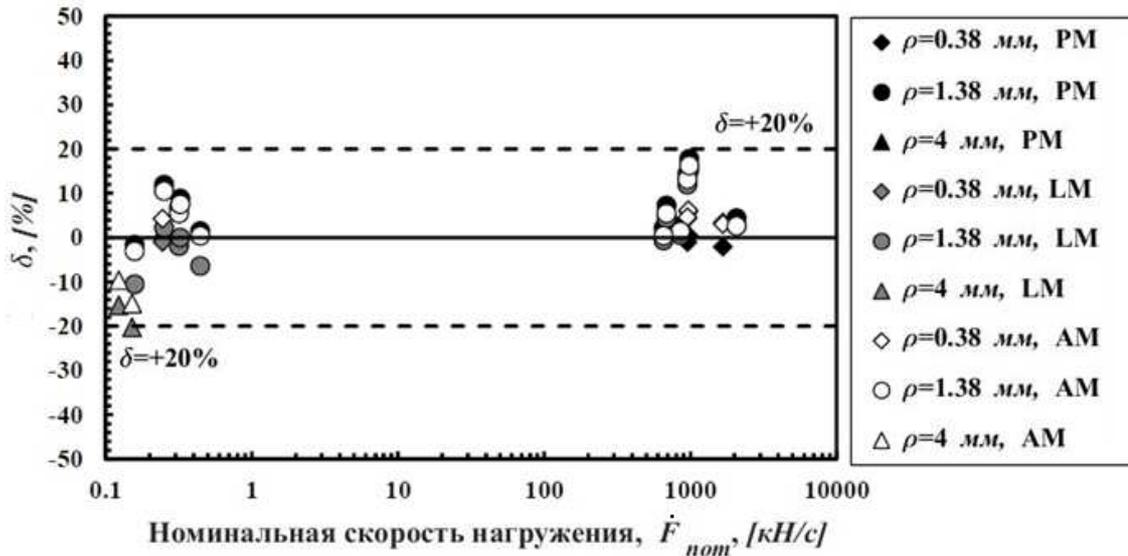


Рисунок 3.23 – Точность оценки динамической прочности на основе ТКД в терминах скорости нагружения для алюминиевого сплава А16063-Т5

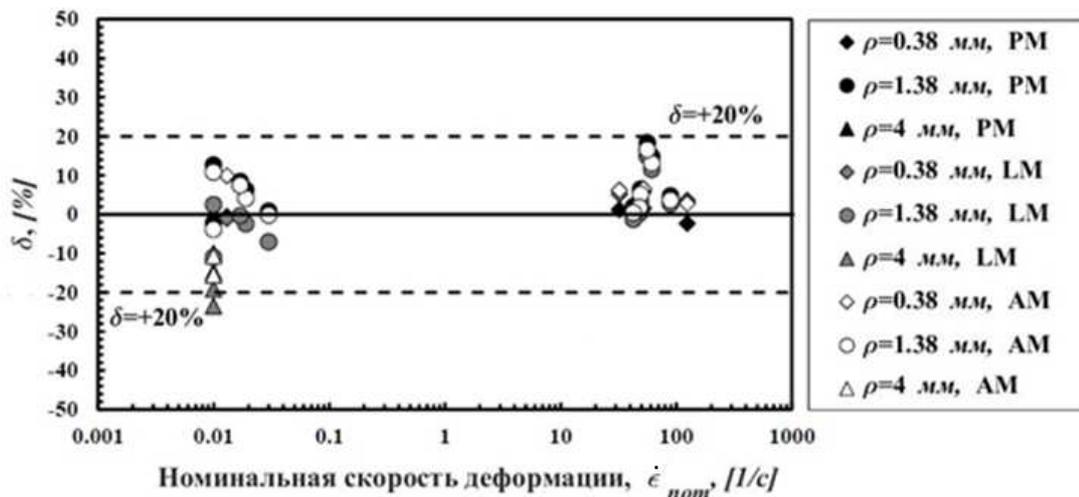


Рисунок 3.24 – Точность оценки прочности на основе ТКД в терминах скорости деформации для алюминиевого сплава А16063-Т5

Согласно рисункам 3.23 и 3.24, предложенное обобщение теории критических дистанций на случай широкого диапазона скоростей нагружения обеспечивает хорошую точность при прогнозировании прочности образцов с концентраторами напряжений из алюминиевого сплава Al6063-T5.

### 3.5 Оценка динамической прочности образцов из стали 301ХН, никелевого сплава RENE-41 и стали VASCO JET-1000

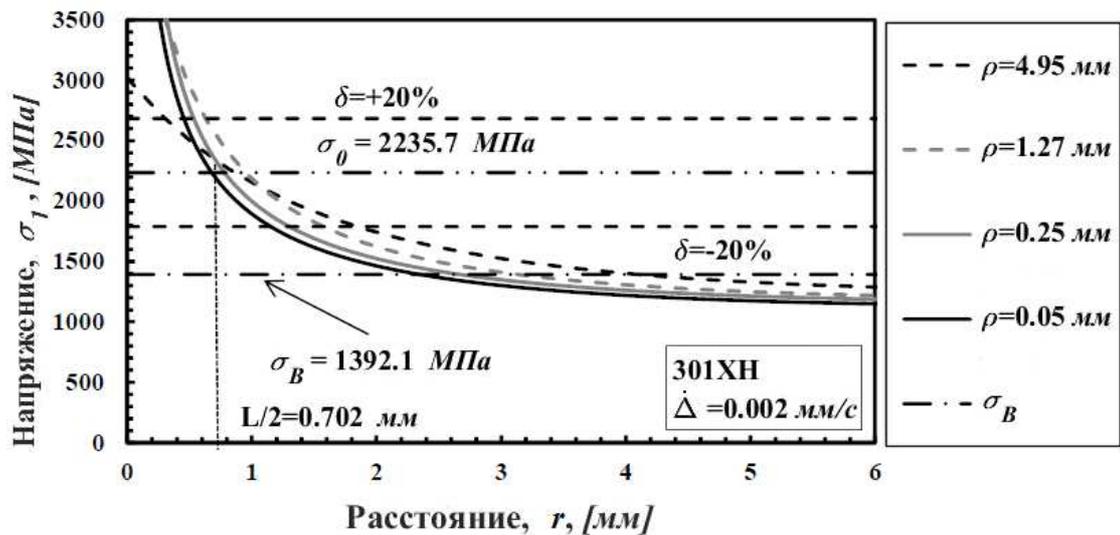
Верификация обобщения ТКД была проведена на экспериментальных данных по квазистатическому и динамическому растяжению плоских образцов с концентраторами напряжений из трех металлических материалов: нержавеющей стали 301ХН, никелевого сплава RENE-41 и стали VASCO JET-1000, полученных в 60-х годах А. Brisbane [130]. Расчет напряженно-деформированного состояния проводился согласно определяющим соотношениям (3.14), (3.17)-(3.18) с силовыми и кинематическими граничными условиями (3.15)-(3.16) в конечно-элементном пакете ANSYS.

С целью определения оптимального размера конечного элемента был проведен анализ сходимости сетки для образцов с разными радиусами концентраторов напряжений. Результаты анализа сходимости обобщены в таблице 3.5.

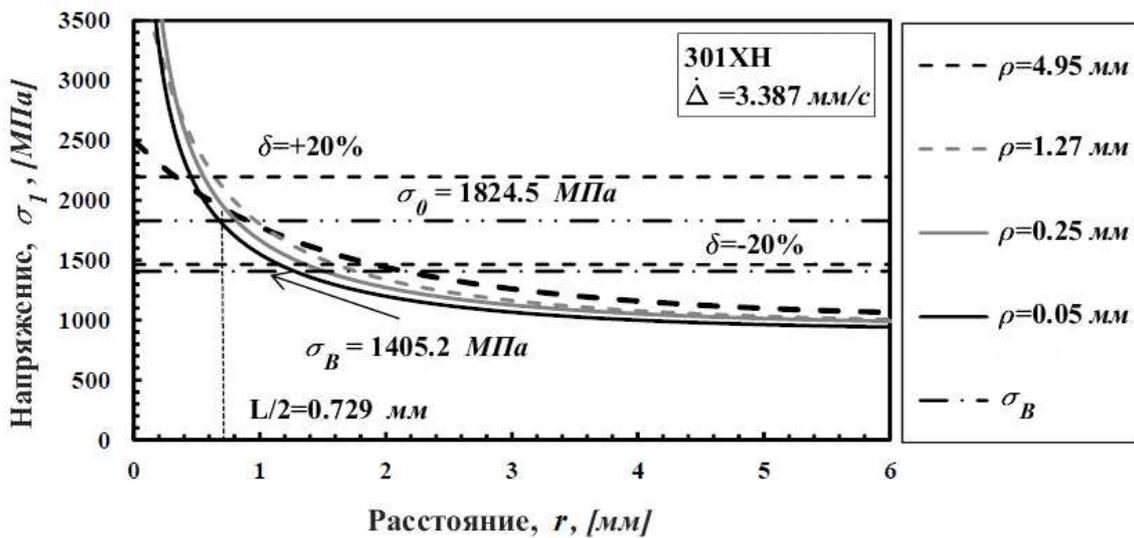
Таблица 3.5 – Результаты анализа сходимости сетки для образцов из 301ХН, VASCO Jet-1000 и RENE-41

Тип надреза	Размер элемента, [мм]	Относительная погрешность, [%]
$\rho = 0.05$ мм, $K_t = 14.7$	0.03	0.78
$\rho = 0.25$ мм, $K_t = 6.8$	0.06	0.84
$\rho = 1.27$ мм, $K_t = 3.3$	0.16	1.02
$\rho = 4.95$ мм, $K_t = 1.9$	0.54	0.93

Распределения напряжений на расстоянии от вершины концентратора напряжений для разных скоростей перемещений  $\dot{\Delta}$  (рисунки 3.25-3.27) показывают, что для 301XH, VASCO Jet-1000 и RENE-41 предельное напряжение  $\sigma_0$  превышает соответствующий предел прочности гладкого образца  $\sigma_B$  независимо от рассматриваемого значения скорости перемещений.

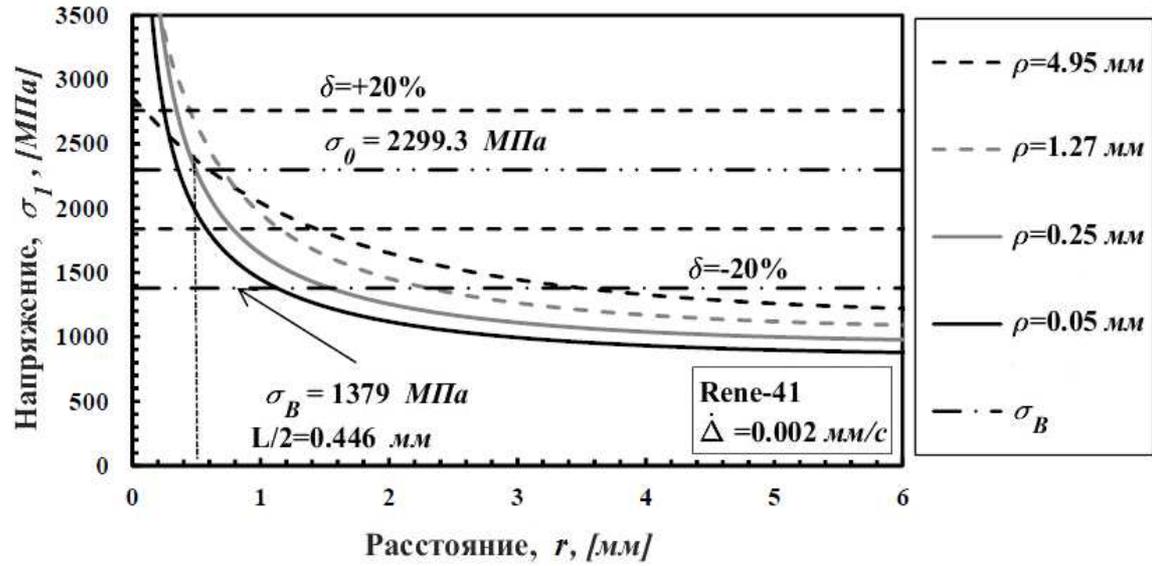


a)

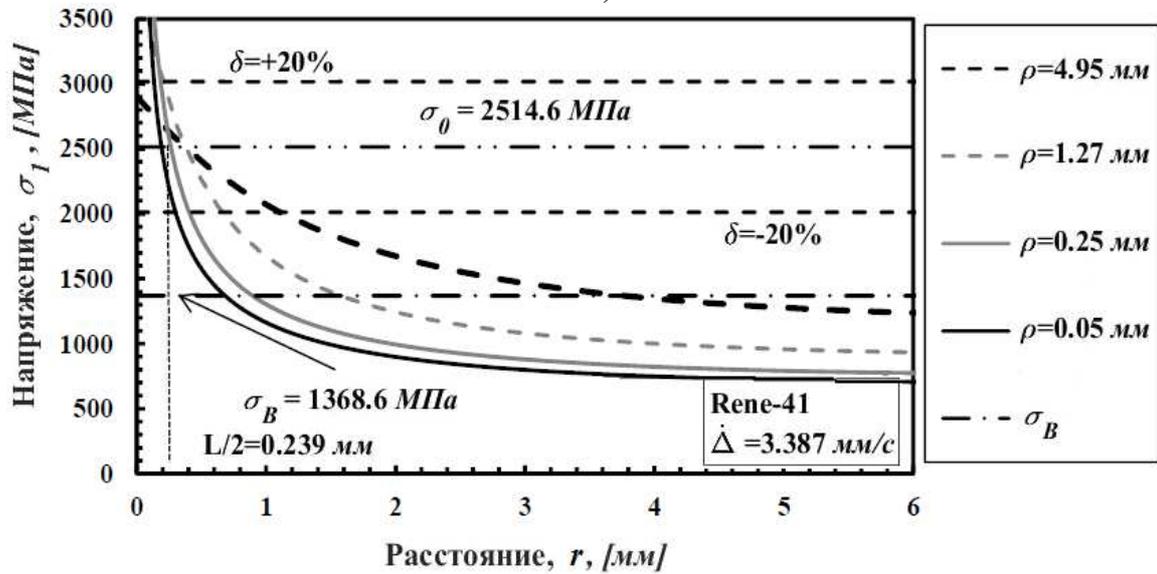


б)

Рисунок 3.25 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс для образцов из стали 301XH (а) при скорости перемещений  $\dot{\Delta} = 0.002$  мм/с, (б)  $\dot{\Delta} = 3.387$  мм/с

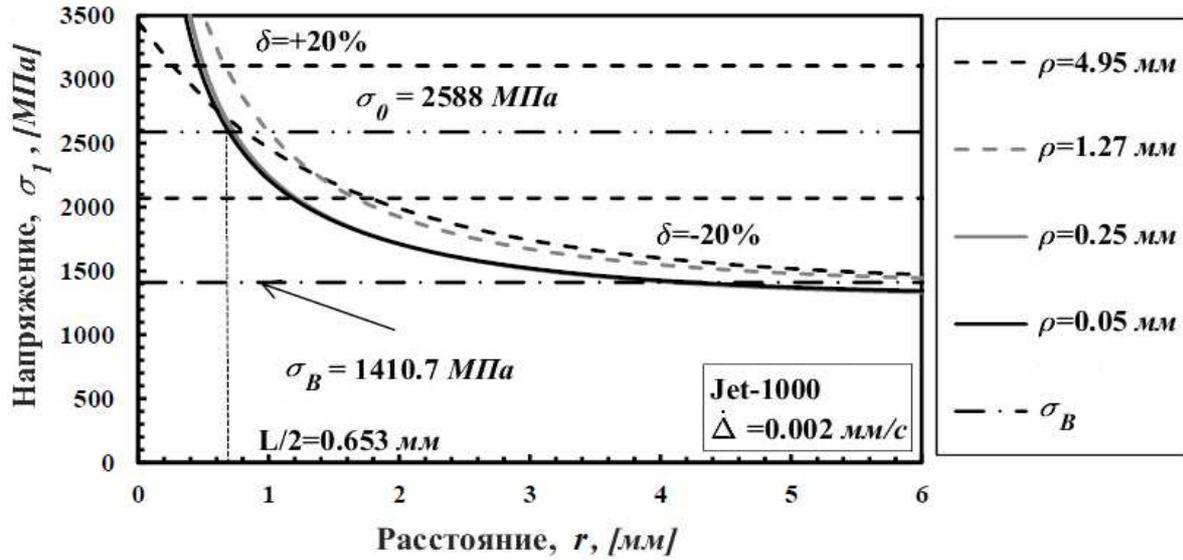


а)

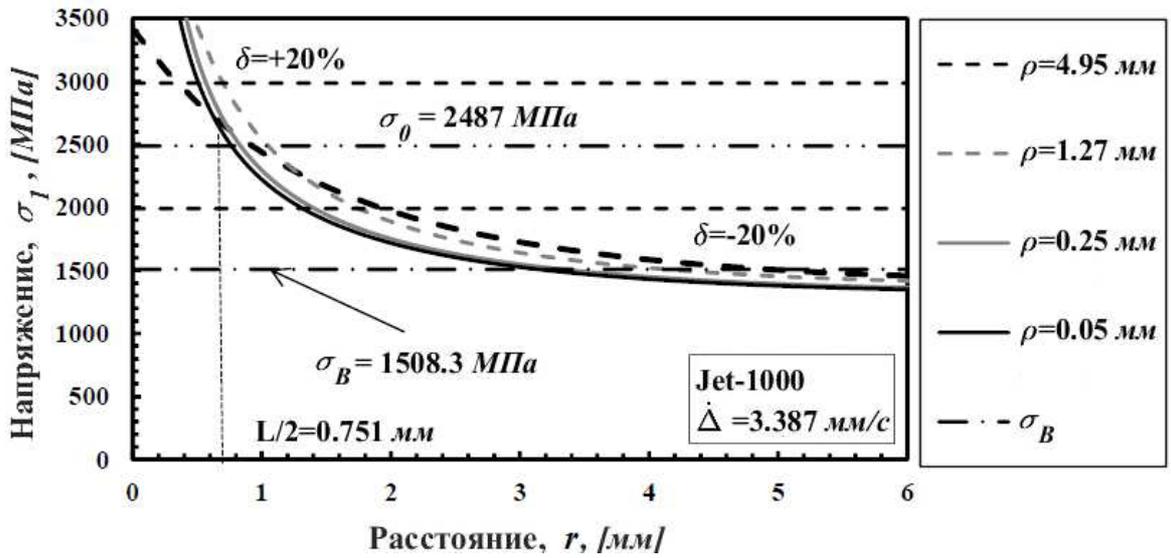


б)

Рисунок 3.26 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс для образцов из никелевого сплава Rene-41 (а) при  $\dot{\Delta} = 0.002$  мм/с, (б)  $\dot{\Delta} = 3.387$  мм/с



a)



б)

Рисунок 3.27 – Распределение напряжений вдоль оси абсцисс для образцов из стали Jet-1000 (а) при  $\dot{\Delta} = 0.002$  мм/с, (б)  $\dot{\Delta} = 3.387$  мм/с

Распределения напряжений на расстоянии от вершины концентратора напряжений были использованы для калибровки констант функций  $L(\dot{\Delta})$  и  $\sigma_0(\dot{\Delta})$ :

Для стали 301ХН:

$$L = 1.449 \dot{\Delta}^{0.0051} \text{ [мм]}, \quad (3.38)$$

$$\sigma_0 = 1889.8 \dot{\Delta}^{-0.027} \text{ [МПа]}. \quad (3.39)$$

Для никелевого сплава RENE-41:

$$L = 0.529\dot{\Delta}^{-0.084} \text{ [мм]}, \quad (3.40)$$

$$\sigma_0 = 2477.9\dot{\Delta}^{0.012} \text{ [МПа]}. \quad (3.41)$$

Для стали VASCO Jet-1000:

$$L = 1.468\dot{\Delta}^{-0.005} \text{ [мм]}, \quad (3.42)$$

$$\sigma_0 = 2503.3\dot{\Delta}^{-0.005} \text{ [МПа]}. \quad (3.43)$$

Согласно рисункам 3.28-3.30 можно сделать вывод о том, что предложенный подход может быть успешно применен для оценки прочности образцов с концентраторами напряжений из сталей 301ХН, VASCO Jet-1000 и никелевого сплава RENE-41 в широком диапазоне скоростей перемещений. Обобщение ТКД может использоваться в качестве экспресс-оценки предельного состояния конструкций с концентраторами напряжений.

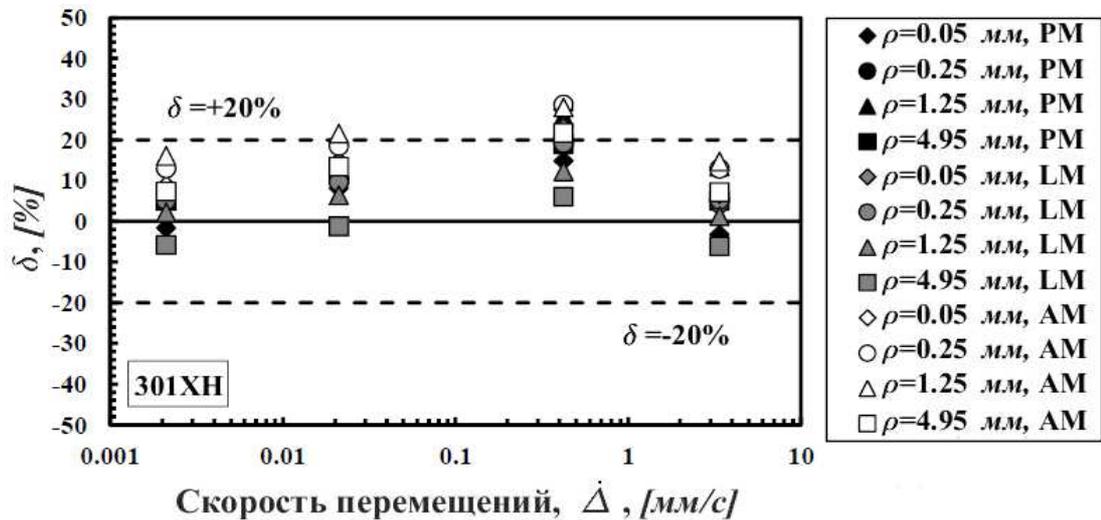


Рисунок 3.28 – Точность прогнозирования прочности на основе ТКД для стали 301ХН

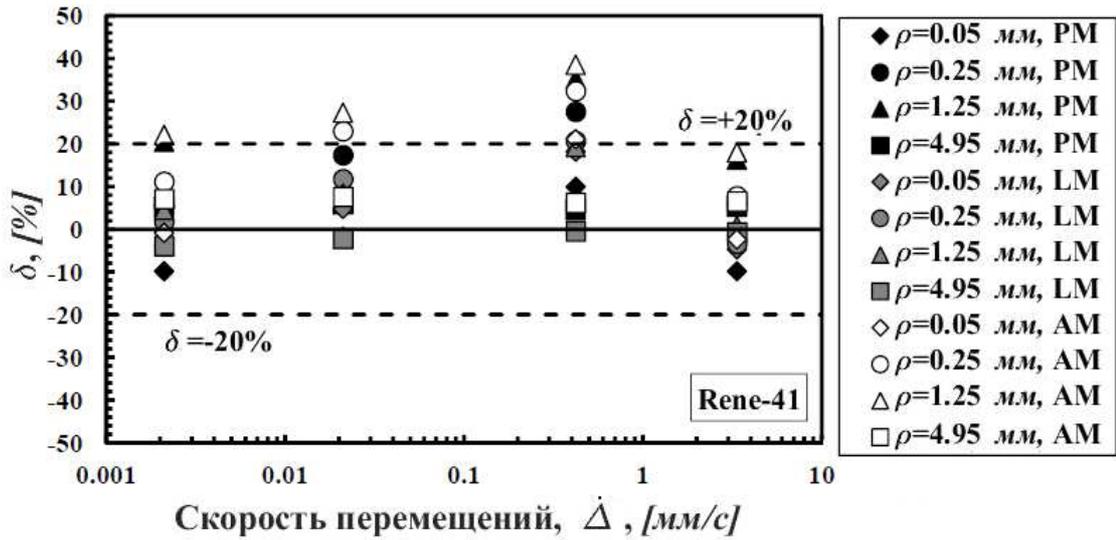


Рисунок 3.29 – Точность прогнозирования прочности на основе ТКД для никелевого сплава Rene-41

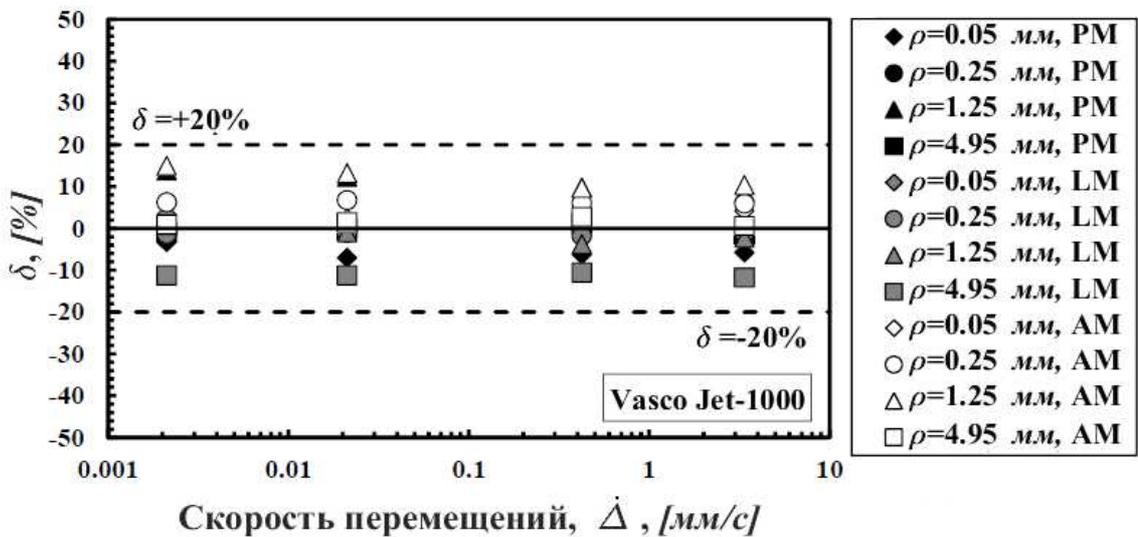


Рисунок 3.30 – Точность прогнозирования прочности на основе ТКД для стали VASCO Jet-1000

### 3.6 Основные выводы по главе

В результате обобщения теории критических дистанций предложена методика, позволяющая оценить предельное состояние металлических образцов с концентраторами напряжений при квазистатическом и динамическом нагружениях

с погрешностью до 20%. Верификация проведена на 10 металлических материалах (ВТ1-0, ВТ6, АМг6, 08Х18Н10Т, Ст3, 20Х13, А16063-Т5, 301ХН, Rene-41, VASCO Jet-1000). Достоинством предложенной методики является то, что она позволяет адекватно оценить момент разрушения образцов с концентраторами напряжений в условиях широкого диапазона скоростей нагружения без необходимости явного моделирования нелинейного поведения материалов.

В основу обобщения теории критических дистанций положена гипотеза: поскольку временное сопротивление разрушению  $\sigma_B$  и вязкость разрушения  $K_{Ia}$  являются функциями скорости деформации, предположим, что аналогичным образом от скорости деформации зависит величина предельного напряжения  $\sigma_0$ , а значит и величина критической дистанции  $L$ .

Показано, что в случае введения критической дистанции как степенной функции скорости деформации и определения ее численно-экспериментальным методом на основании решения задачи о распределении напряжений в области концентратора напряжений в линейно-упругой постановке, теория успешно прогнозирует предельное состояние образцов с концентраторами напряжений при динамическом нагружении. Разработанная методика может рассматриваться как эффективный инженерный метод оценки предельного состояния, не требующий значительных экспериментальных усилий и затрат машинного времени.

Основными недостатками предложенного подхода являются сравнительно низкая точность прогноза и зависимость величины критической дистанции от скорости нагружения. Функциональная зависимость  $L$  от параметров процесса затрудняет анализ ее физического смысла и не позволяет считать константой материала.

В главе 4 предлагается развитие предложенной методики с помощью учета упругопластического поведения материалов, позволяющее повысить точность прогноза предельного напряжения, а также ввести критическую дистанцию как универсальную константу материала.

## Глава 4. Анализ влияния упругопластических деформаций на величину критической дистанции

Как показано в предыдущей главе, предельное состояние металлических образцов с концентраторами напряжений в условиях квазистатического и динамического нагружения может быть успешно оценено с использованием предложенного обобщения теории критических дистанций без необходимости явного моделирования нелинейного поведения материалов с погрешностью  $\pm 20\%$ . Целью настоящей главы является учет в рамках применения ТКД скоростно-чувствительного, упругопластического поведения материала, как возможного способа повышения прогностической точности методологии. Как было показано в главе 3, при использовании полей напряжений, построенных при решении задачи о распределении напряжений в области концентратора напряжений в линейно-упругой постановке, величина критической дистанции является функцией от скорости деформации.

В настоящей главе рассматривается вопрос о возможности введения критической дистанции как универсального для конкретного материала параметра разрушения. Верификация проведена на образцах из титанового сплава ВТ1-0 в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>.

Для определения величины критической дистанции и оценки эффективного напряжения используется модель Джонсона-Кука, учитывающая величину пластической деформации и ее чувствительность к скорости нагружения. Для расчета напряженно-деформированного состояния используется конечно-элементное программное обеспечение Abaqus.

Результаты решения поставленной задачи опубликованы в работах [159, 160].

#### 4.1 Расчет напряженно-деформированного состояния образцов из ВТ1-0 при одноосном растяжении с учетом пластического деформирования материала

Рассматривается процесс одноосного растяжения цилиндрических образцов из титанового сплава ВТ1-0 (рисунок 4.1).

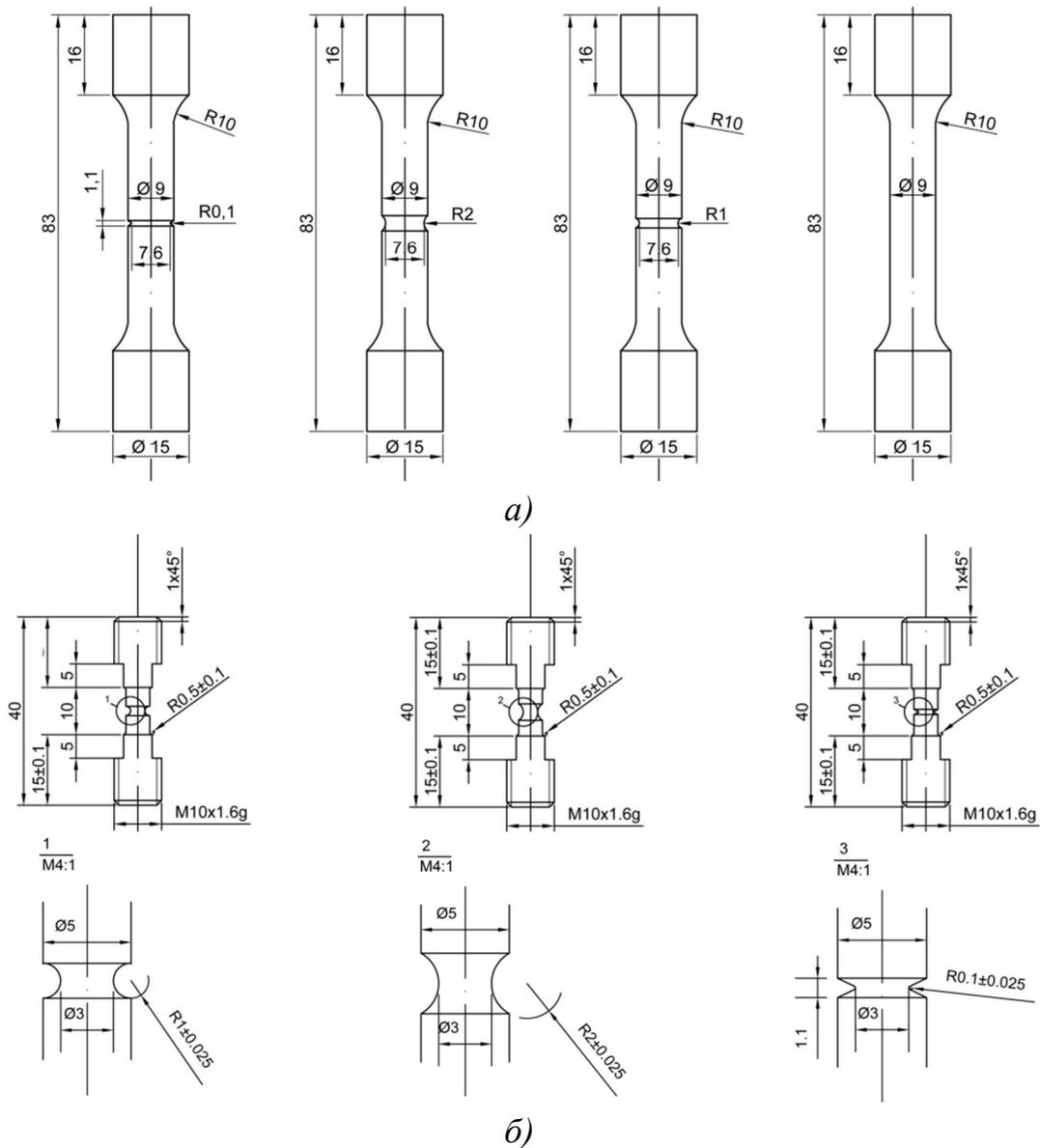


Рисунок 4.1 – Геометрия образцов из титанового сплава ВТ1-0: (а) для квазистатических испытаний, (б) для динамических испытаний

Распределение напряжений описывается уравнением движения:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \operatorname{div} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}. \quad (4.1)$$

Силовые граничные условия имеют вид:

$$\bar{\mathbf{n}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}}|_{\Gamma_F} = \bar{\mathbf{F}}, \quad (4.2)$$

где  $\bar{\mathbf{n}}$  – вектор внешней нормали к поверхности,  $\bar{\mathbf{F}}$  – вектор поверхностных сил,  $\Gamma_F$  – граница тела, на которой заданы поверхностные нагрузки.

Кинематические граничные условия задаются соотношением:

$$\bar{\mathbf{u}}|_{\Gamma_U} = \bar{\mathbf{0}}, \quad (4.3)$$

где  $\bar{\mathbf{u}}$  – вектор перемещений,  $\Gamma_U$  – граница тела, на которой заданы перемещения.

При упругопластическом деформировании полная скорость деформации  $\dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}$  может быть представлена в виде суммы скорости упругих деформаций  $\dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^e}$  и скорости пластических деформаций  $\dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^p}$ :

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^e} + \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^p}. \quad (4.4)$$

Шаровая часть тензора напряжений  $\boldsymbol{\sigma}_0$  и девиаторная часть тензора напряжений  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_d$  связаны с шаровой частью  $\boldsymbol{\varepsilon}_0^e$  и девиаторной частью  $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_d^e$  тензора упругих деформаций с помощью линейного закона Гука:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_0 = K \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_0^e, \quad (4.5)$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}_d = 2G \dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_d^e, \quad (4.6)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}_0 = \frac{1}{3} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} : \tilde{\mathbf{E}}$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_d = \tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{1}{3} (\tilde{\boldsymbol{\sigma}} : \tilde{\mathbf{E}}) \tilde{\mathbf{E}}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_0^e = \frac{1}{3} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^e : \tilde{\mathbf{E}}$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_d^e = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^e - \frac{1}{3} (\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^e : \tilde{\mathbf{E}}) \tilde{\mathbf{E}}$ ,  $\tilde{\mathbf{E}}$  – единичный тензор,  $K$  – модуль всестороннего сжатия,  $G$  – модуль сдвига.

Для тензора полных деформаций в случае малых деформаций справедливо геометрическое соотношение:

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\bar{\nabla} \bar{\mathbf{u}} + \bar{\nabla} \bar{\mathbf{u}}^T), \quad (4.7)$$

где  $\bar{\nabla}$  – оператор Гамильтона.

Изотропное упрочнение материала описывается моделью Джонсона-Кука:

$$\sigma = (A + B\varepsilon_p^n)(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*) \cdot (1 - T^{*m}), \quad (4.8)$$

где  $\sigma$  – интенсивность напряжений на поверхности текучести,  $\varepsilon_p$  – интенсивность накопленной пластической деформации,  $\dot{\varepsilon}^* = \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \right)$  – безразмерная скорость деформации,  $\varepsilon_0$  – скорость деформации, при которой определены параметры модели,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $n$  и  $m$  – постоянные материала.

Параметры модели определяются по результатам экспериментальных исследований поведения конструкционных материалов при статическом и динамическом нагружениях.

Для оценки сходимости задачи проводилась серия расчетов с разным размером элементов в зоне концентрации напряжений (размер элемента в критической области меньше, чем в основной части образца): 0.5 мм, 0.25 мм, 0.125 мм, 0.06 мм, 0.03 мм, 0.015 мм и 0.01 мм (рисунок 4.2). Относительная погрешность  $\gamma$  определялась согласно формуле:

$$\gamma = \frac{\sigma_i^M - \sigma_{i-1}^M}{\sigma_{i-1}^M} \cdot 100\%, \quad (4.9)$$

где  $\sigma_i^M$  и  $\sigma_{i-1}^M$  – значения напряжений по Мизесу в наименьшем сечении образца, полученные при расчете задачи с двумя последующими значениями размера элемента.

Рисунок 4.2 изображает серию конечно-элементных моделей для длинного образца с V-образным концентратором напряжений ( $K_t = 2.93$ ) и размерами элемента от 0.5 мм до 0.01 мм. На рисунке 4.3 приведена зависимость напряжения по Мизесу в вершине концентратора напряжений от размера элемента, используемого при расчете. По мере уменьшения размера элемента разница в напряжениях по Мизесу между двумя последующими моделями сокращается. Из представленных результатов можно сделать вывод о том, что оптимальный размер

элемента  $N=0.015$  мм, при этом относительная погрешность расчета составляет 0.28%. Параметры модели Джонсона-Кука, используемые для анализа сходимости:  $A=363.1$  МПа,  $B=389.9$  МПа,  $n=0.435$  и  $C=0.0176$ . Процедура идентификации параметров обсуждается в следующем разделе.

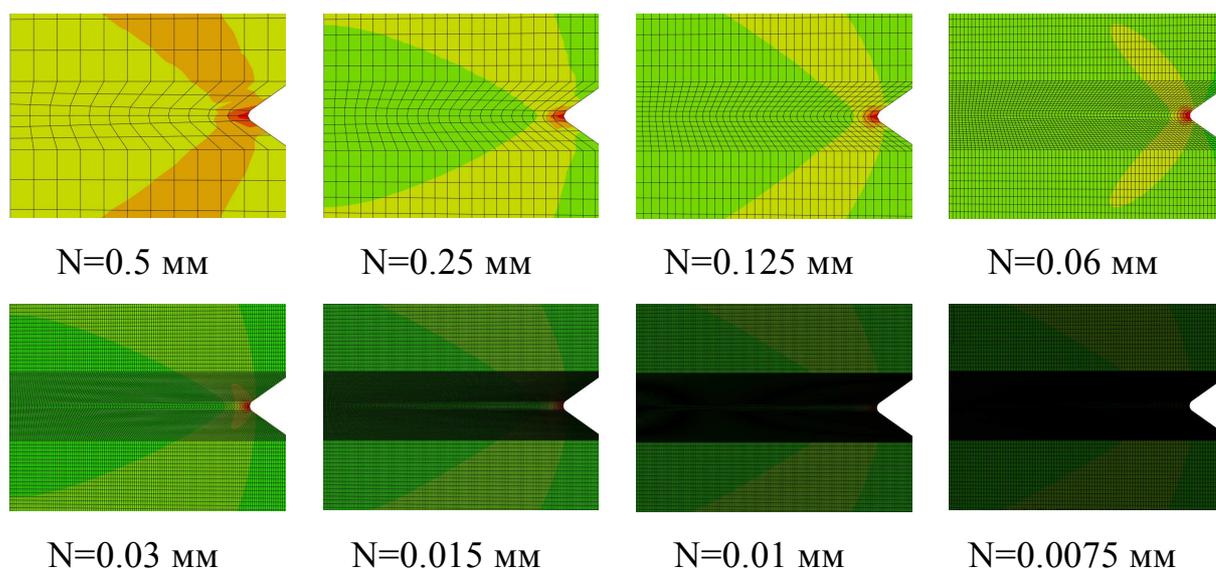


Рисунок 4.2 – Конечно-элементная модель образца с V-образным концентратором напряжений ( $\rho = 0.1$  мм) с различными размерами элементов

Аналогичный анализ сходимости решения был применен для моделей образцов с U-образными концентраторами напряжений радиусами  $\rho = 1$  мм и  $\rho = 2$  мм, а также для коротких цилиндрических образцов, используемых при динамическом нагружении. Результаты анализа сходимости обобщены в таблицах 4.1-4.2. Были выбраны оптимальные значения размера элемента, обеспечивающие качественный результат и используемые в дальнейших расчетах.

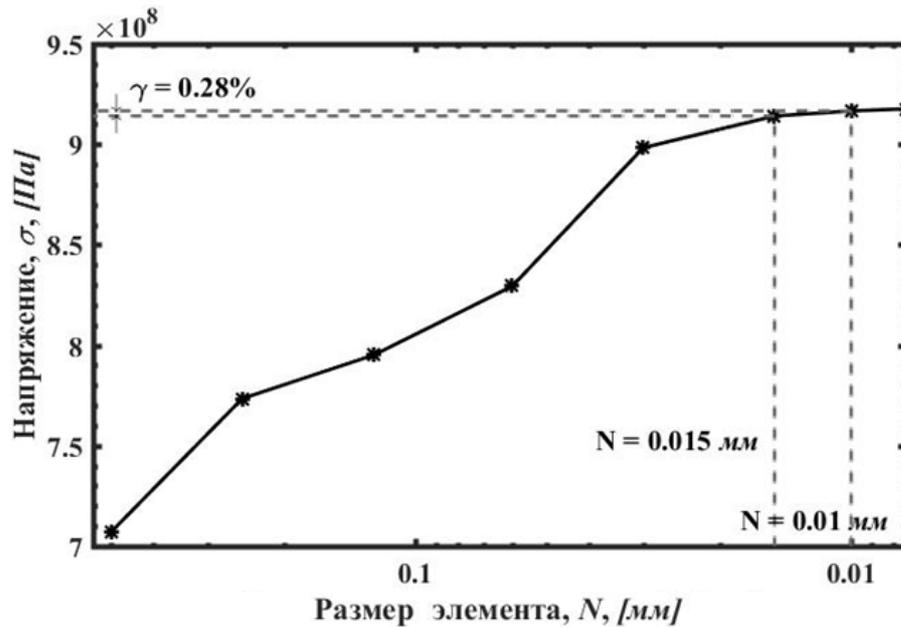


Рисунок 4.3 – Напряжение по Мизесу в вершине концентратора напряжений относительно разных размеров элемента для образца с надрезом  $\rho = 0.1$  мм

Таблица 4.1 – Результаты анализа сходимости сетки для длинных образцов из титанового сплава ВТ1-0

Тип надреза	Размер элемента, [мм]	Относительная погрешность, [%]
$\rho = 0.1$ мм	0.015	0.28
$\rho = 1$ мм	0.125	0.6
$\rho = 2$ мм	0.125	0.39

Таблица 4.2 – Результаты анализа сходимости сетки для коротких образцов из титанового сплава ВТ1-0

Тип надреза	Размер элемента, [мм]	Относительная погрешность, [%]
$\rho = 0.1$ мм	0.015	0.53
$\rho = 1$ мм	0.125	0.27
$\rho = 2$ мм	0.125	0.1

## 4.2 Идентификация параметров модели Джонсона-Кука для титанового сплава ВТ1-0

В конечно-элементном моделировании ключевым моментом является определение материальных параметров, используемых в определяющих соотношениях. Корректная идентификация параметров материала особенно важна при моделировании механического поведения конструкций и компонентов в условиях высоких скоростей нагружения.

Джонсон и Кук в работе [161] предложили эмпирическое определяющее уравнение (4.5) для металлов, подверженных большим деформациям, высоким скоростям деформирования и высоким температурам. Модель Джонсона-Кука получила широкое распространение и благодаря своей простоте присутствует в библиотеках материалов практически всех пакетов численного моделирования.

В уравнении (4.5) выражение первого сомножителя определяет деформационное упрочнение материала, второго - влияние мгновенного значения скорости деформации на предел текучести, третий член представляет зависимость напряжения от температуры. Данное уравнение не учитывает эффекты истории изменения температуры или скорости деформирования, но его легко использовать в компьютерном коде, а параметры модели легко определяются из ограниченного числа экспериментов. Для идентификации модели используются пластические ветви кривых деформирования, полученные при различных скоростях деформации.

Параметры  $A$ ,  $B$ ,  $n$  определяются на основе экспериментальных данных, полученных в ходе квазистатического испытания на растяжение с опорной скоростью деформации  $\dot{\epsilon}_0$ . Из кривой зависимости истинных напряжений от деформаций была определена пластическая деформация путем вычитания упругой составляющей из общей деформации, как показано на рисунке 4.4.

Параметр  $A$  модели (4.5) является пределом текучести, таким образом  $A = \sigma_{0.2} = 363.1$  МПа. Аппроксимационная кривая для истинных пластических

деформаций (рисунок 4.5) позволила оценить параметры  $B = 389.9$  МПа и  $n = 0.435$ .

Для определения параметра второго множителя модели Джонсона-Кука использовались значения предела текучести для разных скоростей деформации (рисунок 4.6). Параметр скоростной чувствительности равен  $C = 0.0176$ .

Эффект адиабатического нагрева считается незначительным (третий множитель уравнения 4.5) для испытаний на растяжение, поскольку материал начинает разрушаться при относительно низких деформациях, до возникновения значительного адиабатического нагрева.

На рисунке 4.7 приводится иллюстрация, показывающая как модель Джонсона-Кука экстраполирует деформационные кривые для титанового сплава ВТ1-0, полученные в экспериментах на растяжение при разных скоростях деформации. Маркерами отмечены полученные экспериментальные диаграммы при растяжении, сплошные линии соответствуют численному расчету.

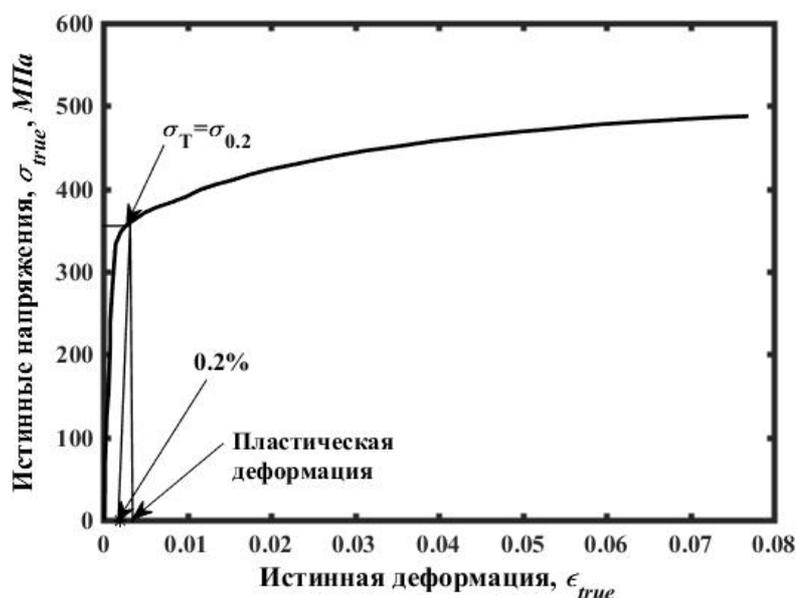


Рисунок 4.4 – Диаграмма деформирования при опорной скорости деформации для образца из титанового сплава ВТ1-0

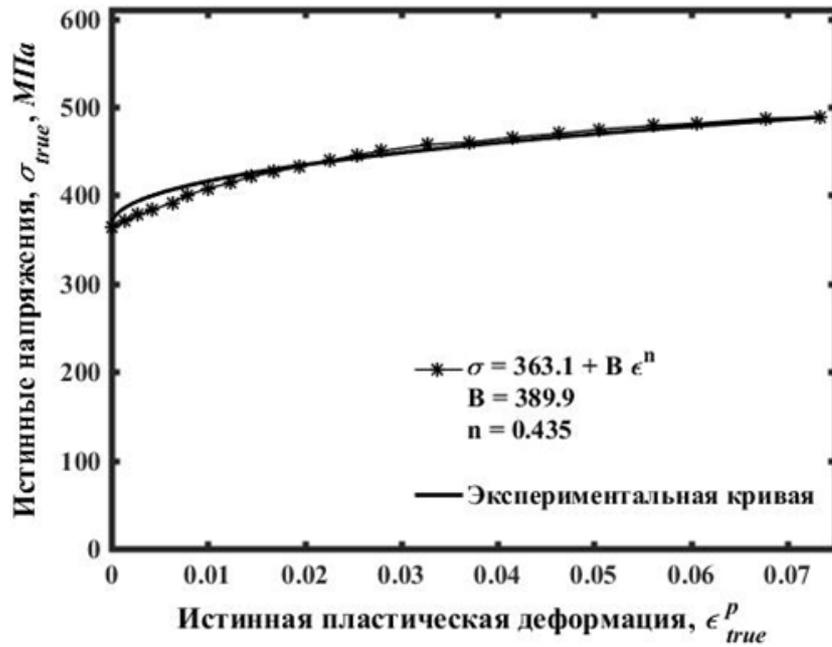


Рисунок 4.5 – Определение параметров модели Джонсона-Кука  $A$ ,  $B$  и  $n$  для титанового сплава ВТ1-0

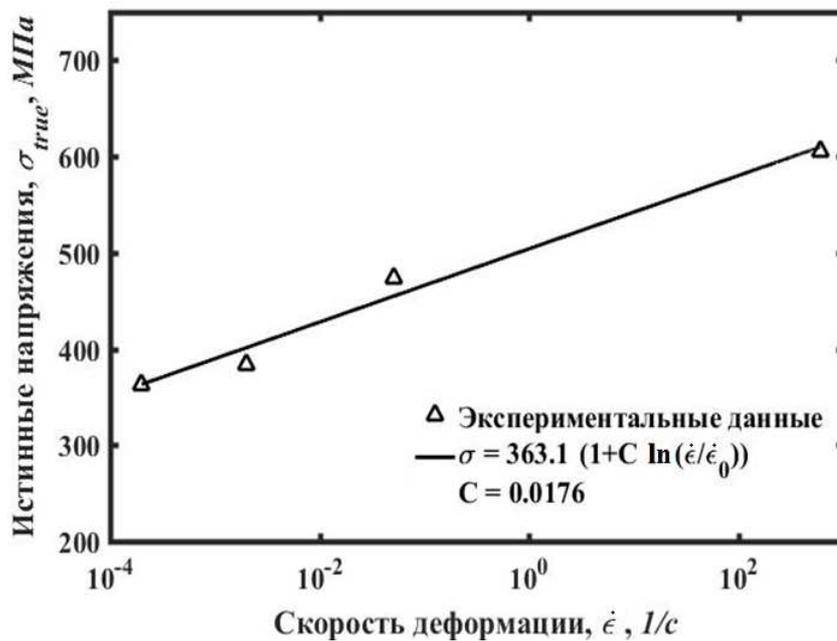


Рисунок 4.6 – Определение параметра скоростной чувствительности  $C$  для титанового сплава ВТ1-0

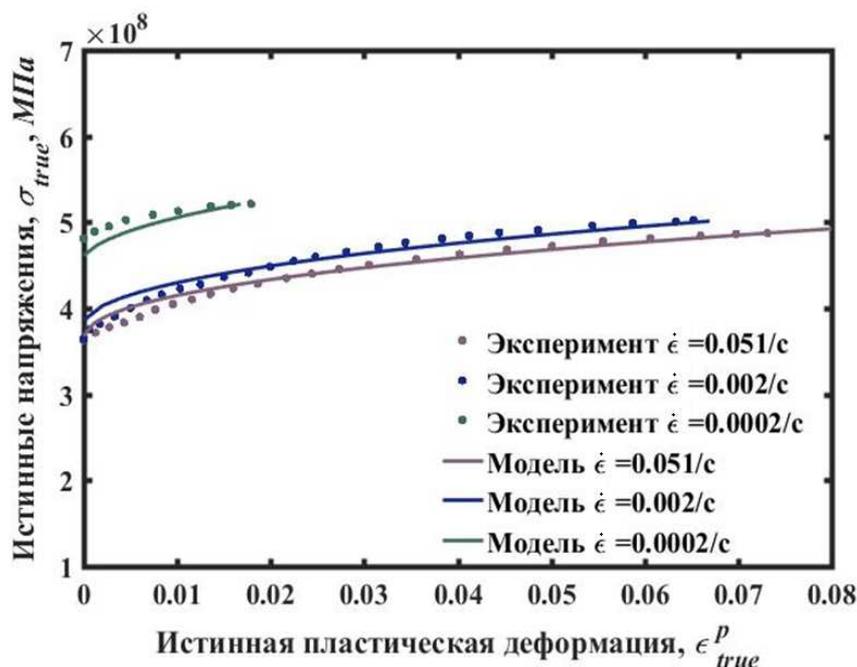


Рисунок 4.7 – Сравнение модельных и экспериментальных кривых зависимости напряжений от деформаций для титанового сплава ВТ1-0

#### 4.3 Расчет величины критической дистанции для образцов из титанового сплава ВТ1-0 с учетом упругопластических деформаций

Для прогнозирования прочности образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава ВТ1-0 априори принята гипотеза равенства предельного напряжения  $\sigma_0$  истинному пределу прочности образца без концентратора напряжений  $S_B$ .

Согласно экспериментальным результатам, приведенным в таблице 1 Приложения 1, предел прочности образца  $S_B$  как функция от номинальной скорости деформации  $\dot{\epsilon}_{nom}$  представлен на рисунке 4.8. Аппроксимирующая функция имеет вид:

$$\sigma_0 = S_B = 569.773 \dot{\epsilon}_{nom}^{0.0211} \text{ [МПа]}. \quad (4.10)$$

Локальные поля распределения напряжений по Мизесу для тупого ( $\rho = 2$  мм) и острого ( $\rho = 0.1$  мм) концентраторов напряжений при номинальной силе

разрушения для случая квазистатического растяжения ( $\dot{\epsilon} \approx 0.005 \text{ с}^{-1}$ ), построенные с учетом упругопластического поведения материала, подтверждают справедливость априори сформулированной гипотезы (рисунок 4.9).

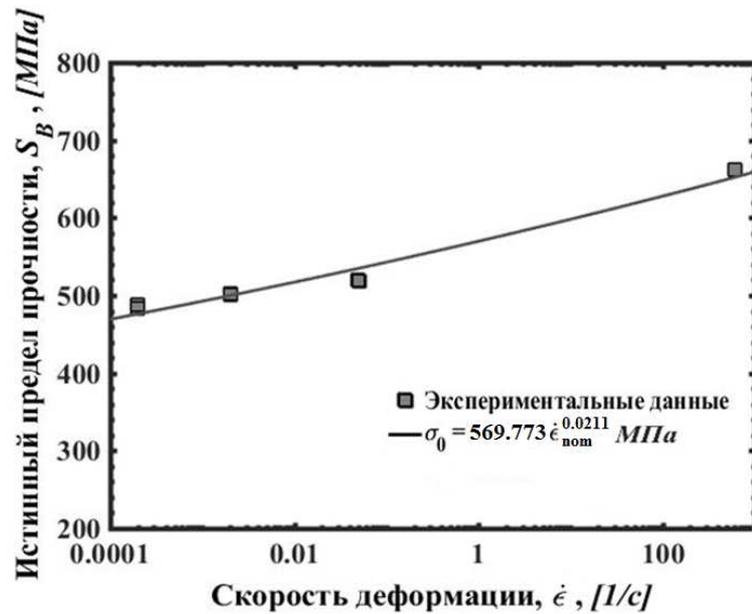


Рисунок 4.8 – Экспериментальные значения прочности образцов без надрезов для титана ВТ1-0 в зависимости от номинальной скорости деформации

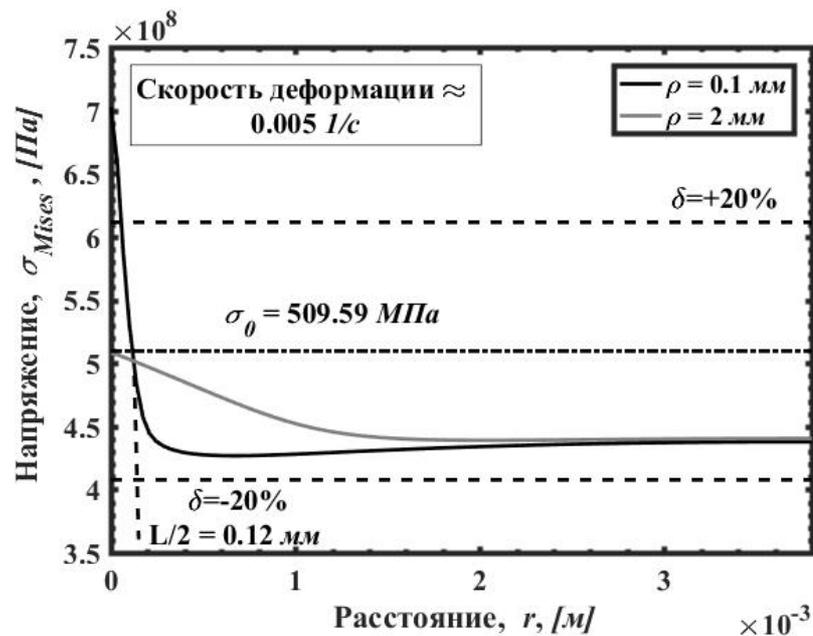


Рисунок 4.9 – Распределение напряжений по Мизесу вдоль оси абсцисс при  $\dot{\epsilon} \approx 0.005 \text{ с}^{-1}$  для образцов с надрезами из титанового сплава ВТ1-0

Величина критической дистанции  $L$  при квазистатическом нагружении для сплава ВТ1-0 равна 0.24 мм. Аналогичная стратегия (рисунок 4.10) использована для оценки значения  $L$  во всем диапазоне скоростей деформации.

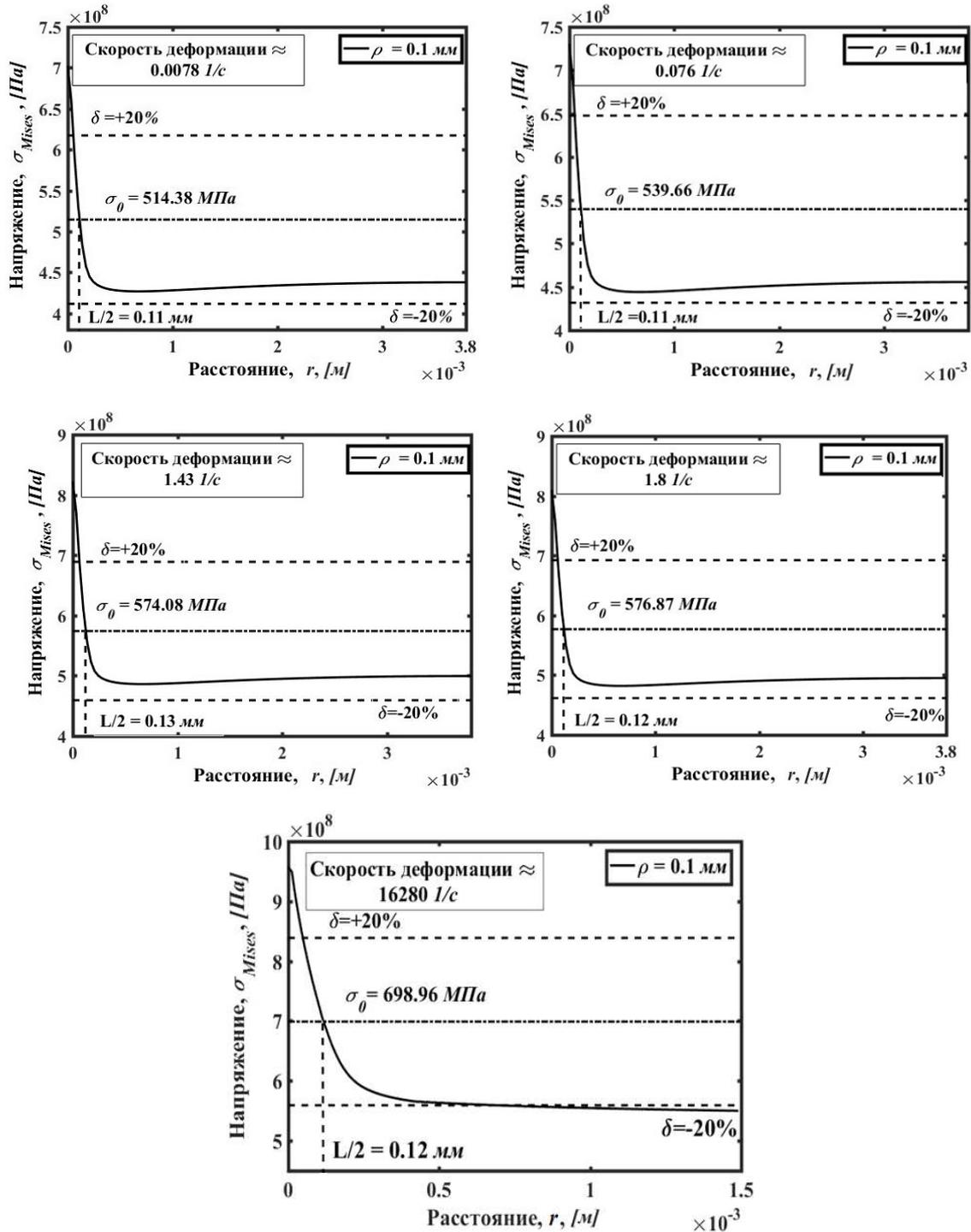


Рисунок 4.10 – Распределение напряжений по Мизесу вдоль оси абсцисс при разных скоростях деформации для титанового сплава ВТ1-0

Показано, что пересечение величины предельного напряжения и распределения напряжений по Мизесу для образца с острым концентратором напряжений во всем диапазоне скоростей деформации приводит к значению критической дистанции  $L = 0.24$  мм. Таким образом,  $L = 0.24$  мм может быть принято в качестве константы для титанового сплава ВТ1-0.

С использованием величины критической дистанции  $L = 0.24$  мм и конечно-элементного анализа в упругопластической постановке было оценено эффективное напряжение для образцов с различными радиусами концентратора напряжений во всем диапазоне скоростей деформации согласно двум методам ТКД. Результаты сравнения эффективного напряжения  $\sigma_{eff}$  с напряжением  $\sigma_0$  при различных скоростях деформации приведены на рисунке 4.11. Показано, что учет пластической деформации и ее чувствительности к скорости нагружения в обобщении теории критических дистанций позволяет оценить прочность образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава ВТ1-0 с погрешностью  $\pm 10\%$ .

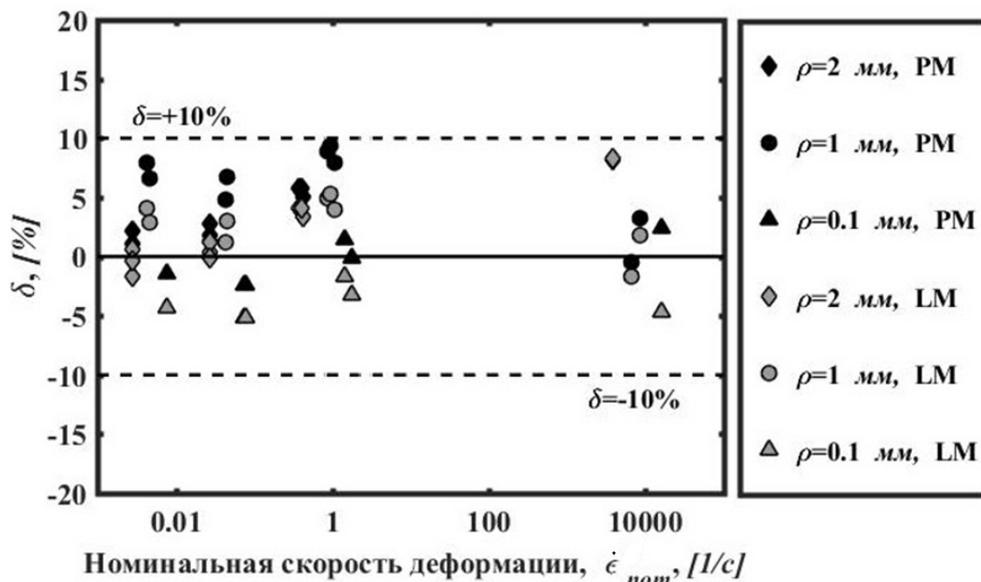


Рисунок 4.11 – Точность прогнозирования прочности образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава ВТ1-0 с учетом упругопластических свойств материала

#### 4.4 Основные выводы по главе

В данной главе показана перспективность развития методики ТКД с помощью учета скоростнозависимого, упругопластического поведения материалов. Показано, что прочность образцов с концентраторами напряжений из титанового сплава ВТ1-0 может быть оценена с использованием ТКД на основе численного решения в упругопластической постановке с погрешностью, не превышающей  $\pm 10\%$  (тогда как решение линейно-упругой задачи обеспечивало прогноз с погрешностью  $\pm 20\%$ ). Корректный учет пластической деформации в области концентратора напряжений позволяет заменить функцию, описывающую зависимость критической дистанции от скорости деформации, на константу материала.

С практической точки зрения, важным моментом, касающимся учета пластической деформации при использовании ТКД для прогнозирования прочности компонентов с концентраторами напряжений, являются существенные вычислительные затраты, в связи с чем данная методика перестает быть простым инженерным инструментом, т.к. значительно увеличивает время и стоимость моделирования реальных конструкций.

## **Глава 5. Анализ взаимосвязи величины критической дистанции и фундаментальной длины автомоделльных структур в ансамбле дефектов**

Разработанное обобщение теории критических дистанций является эффективным методом оценки предельного состояния образцов и конструкций в широком диапазоне скоростей нагружения. Однако данная методика не объясняет физический смысл параметра длины и продолжает использовать феноменологическое правило определения величины критической дистанции, предложенное в работах Тейлора-Сусмеля. Учет пластической деформации, позволяющий перейти от функциональной зависимости критической дистанции от скорости деформации к константе материала, в тоже время дает возможность ввести гипотезу о критической дистанции как величине, определяемой особенностями процесса разрушения, и провести аналогию между этой величиной и фундаментальной длиной диссипативной структуры в ансамбле дефектов, развивающейся в режиме с обострением.

Одним из возможных способов описания кинетики дефектов является статистическая модель ансамбля мезодефектов, разработанная профессором О.Б. Наймарком в «ИМСС УрО РАН» [162, 163]. Данная модель учитывает процесс инициирования дефектов, их нелинейное взаимодействие и связь между процессами микропластичности и накоплением повреждений. Настоящая глава диссертационной работы посвящена анализу возможностей использования этой модели в приложении к разрушению в области концентраторов напряжений.

Результаты решения поставленной задачи опубликованы в работах [164, 165, 174].

### 5.1 Математическая модель накопления повреждений в материалах

Термомеханический процесс зарождения и роста дефектов подчиняется уравнению баланса импульса, а также первому и второму началам термодинамики. В случае малых деформаций первый и второй законы термодинамики включают в себя следующие величины: плотность  $\rho$ , удельную внутреннюю энергию  $e$ , тензоры деформации  $\tilde{\varepsilon}$  и напряжения Коши  $\tilde{\sigma}$ , абсолютную температуру  $T$ , мощность источников тепла  $r$ , вектор потока тепла  $\bar{q}$ , удельную свободную энергию Гельмгольца  $F$  и удельную энтропию  $\psi$ . Данные параметры удовлетворяют уравнению баланса энергии:

$$\tilde{\sigma} : \dot{\tilde{\varepsilon}} - \bar{\nabla} \cdot \bar{q} + r = \rho \dot{e} \quad (5.1)$$

и второму закону термодинамики в форме неравенства Клаузиуса-Дюгема [167]:

$$\dot{\psi} + \bar{\nabla} \cdot \left( \frac{\bar{q}}{T} \right) - \frac{r}{T} \geq 0, \quad (5.2)$$

где  $\bar{\nabla} = \left( \frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$ .

С учетом (5.1) неравенство (5.2) можно переписать в виде:

$$T\dot{\psi} - \rho\dot{e} + \tilde{\sigma} : \dot{\tilde{\varepsilon}} - \frac{1}{T}\bar{q} \cdot \bar{\nabla}T \geq 0.$$

Принимая во внимание, что свободная энергия Гельмгольца может быть представлена в виде:

$$F = e - T\psi,$$

второй закон термодинамики будет иметь вид:

$$-\dot{F} - T\dot{\psi} + \frac{1}{\rho}\tilde{\sigma} : \dot{\tilde{\varepsilon}} - \frac{1}{T}\bar{q} \cdot \bar{\nabla}T \geq 0. \quad (5.3)$$

В соответствии с подходом, предложенным О.Б. Наймарком [162, 163], для тензора скорости деформации справедливо следующее кинематическое соотношение:

$$\dot{\tilde{\varepsilon}} = \dot{\tilde{\varepsilon}}^e + \dot{\tilde{\varepsilon}}^p + \dot{\tilde{p}}, \quad (5.4)$$

где  $\tilde{\varepsilon}^e$  – тензор упругой деформации,  $\tilde{\varepsilon}^p$  – тензор пластической деформации (описывающий диссипативные эффекты в ансамбле дефектов),  $\tilde{p}$  – тензор структурных деформаций (совпадающий по смыслу с деформацией, обусловленной дефектами).

Свободная энергия Гельмгольца  $F$  определяется независимыми термодинамическими переменными. В условиях изотермической деформации такими переменными являются тензор упругих деформаций  $\tilde{\varepsilon}^e$  и тензор структурных деформаций  $\tilde{p}$  [162]:

$$F = F(\tilde{\varepsilon}^e, \tilde{p}). \quad (5.5)$$

Тензор пластических деформаций  $\tilde{\varepsilon}^p$  не может рассматриваться в качестве независимой термодинамической переменной, поскольку в этом случае термодинамический потенциал системы  $F$  становится зависимым от истории процесса деформирования.

Дифференцирование по времени выражения (5.5) дает:

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial \tilde{\varepsilon}^e} : \dot{\tilde{\varepsilon}}^e - \frac{\partial F}{\partial \tilde{p}} : \dot{\tilde{p}}. \quad (5.6)$$

Подставляя соотношение (5.6) в (5.3) получим второй закон термодинамики в изотермическом случае:

$$-\frac{\partial F}{\partial \tilde{\varepsilon}^e} : \dot{\tilde{\varepsilon}}^e - \frac{\partial F}{\partial \tilde{p}} : \dot{\tilde{p}} + \frac{1}{\rho} \tilde{\sigma} : \dot{\tilde{\varepsilon}} \geq 0. \quad (5.7)$$

С учетом равенства (5.4), соотношение (5.7) можно переписать в виде:

$$-\frac{\partial F}{\partial \tilde{\varepsilon}^e} : \dot{\tilde{\varepsilon}}^e - \frac{\partial F}{\partial \tilde{p}} : \dot{\tilde{p}} + \frac{1}{\rho} \tilde{\sigma} : (\dot{\tilde{\varepsilon}}^e + \dot{\tilde{\varepsilon}}^p + \dot{\tilde{p}}) \geq 0. \quad (5.8)$$

Требование справедливости неравенства (5.8) для любых  $\dot{\tilde{\varepsilon}}^e$  эквивалентно выполнению следующих соотношений:

$$\tilde{\sigma} = \rho \frac{\partial F}{\partial \tilde{\varepsilon}^e}, \quad (5.9)$$

$$-\frac{\partial F}{\partial \tilde{p}} : \dot{\tilde{p}} + \frac{1}{\rho} \tilde{\sigma} : (\dot{\tilde{\varepsilon}}^p + \dot{\tilde{p}}) \geq 0. \quad (5.10)$$

Для термодинамического процесса, определяемого соотношением (5.10), величины  $\dot{\tilde{\varepsilon}}^p$  и  $\dot{\tilde{p}}$  представляют собой термодинамические потоки, а величины  $\tilde{\sigma}$  и  $\frac{\partial F}{\partial \tilde{p}}$  соответствующие им термодинамические силы. При малом отклонении от равновесия соотношения между термодинамическими потоками и силами могут быть представлены в форме линейных зависимостей [168]:

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}^p = \Gamma_\sigma \tilde{\sigma} + \Gamma_{p\sigma} \left( \tilde{\sigma} - \rho \frac{\partial F}{\partial \tilde{p}} \right), \quad (5.11)$$

$$\dot{\tilde{p}} = \Gamma_p \left( \tilde{\sigma} - \rho \frac{\partial F}{\partial \tilde{p}} \right) + \Gamma_{p\sigma} \tilde{\sigma}, \quad (5.12)$$

где  $\Gamma_\sigma$ ,  $\Gamma_{p\sigma}$ ,  $\Gamma_p$  – кинетические коэффициенты.

Предполагая, что процессы пластической деформации и накопления дефектов являются независимыми ( $\Gamma_{p\sigma} \rightarrow 0$ ), а пластическая деформация имеет малое влияние на процесс деформирования ( $\Gamma_\sigma \rightarrow 0$ ), уравнения (5.9) и (5.12) можно переписать в виде:

$$\tilde{\sigma} = \lambda \text{tr}(\tilde{\varepsilon}^e) \tilde{\mathbb{E}} + 2\mu \tilde{\varepsilon}^e, \quad (5.13)$$

$$\dot{\tilde{p}} = \Gamma_p \left( \tilde{\sigma} - \rho \frac{\partial F}{\partial \tilde{p}} \right) + \Gamma_{p\sigma} \tilde{\sigma}, \quad (5.14)$$

где  $\lambda$ ,  $\mu$  – константы Ламе,  $\tilde{\mathbb{E}}$  – единичный тензор второго ранга. Аппроксимация функции  $\tilde{\sigma} - \rho \frac{\partial F}{\partial \tilde{p}}$ , определяющей равновесную концентрацию дефектов, в безразмерном виде представлена в [169].

Для последующего анализа достаточно провести рассуждения в одномерном случае. В этом случае аппроксимация функции  $\tilde{\sigma} - \rho \frac{\partial F}{\partial \tilde{p}}$  имеет вид:

$$Z - \frac{\partial \Psi}{\partial \tilde{p}} = \frac{\sigma}{\sigma_{\max}} - ap + qp^\beta + \bar{\nabla} \cdot (kp^s (\bar{\nabla} p)), \quad (5.15)$$

где  $\sigma_{\max}$  – максимальное значение соответствующей компоненты тензора напряжений в области концентратора напряжений,  $\beta$ ,  $s$  – степени полиномов, определяющие характер генерации и скорость диффузии дефектов,  $q$ ,  $k$ ,  $a$  – материальные константы,  $Z = \frac{\sigma}{\sigma_{\max}}$ ,  $\Psi = \frac{F}{F_m}$  – безразмерные величины напряжений и свободной энергии.

Константа  $F_m$  определяется как:

$$F_m = \frac{\lambda \theta}{\alpha^2}, \quad \alpha \sim \frac{G}{V_0}, \quad \lambda \sim G,$$

где  $\theta$  – эффективный температурный фактор, отвечающий за восприимчивость системы,  $V_0$  – характерный объем зарождения дефекта,  $G$  – характеристика «упругости» среды.

В одномерном случае автомодельное решение уравнения (5.14) с учетом аппроксимации (5.15) в однородном поле напряжений может быть представлено в виде [170]:

$$p = g(t)\theta(\xi), \quad \xi = x\varphi^{-1}(t), \quad (5.16)$$

где функция  $\theta(\xi)$  определяет пространственную форму автомодельного решения, в последующие моменты времени масштабируемую функциями  $g(t)$  и  $\varphi(t)$ .

Следуя гипотезе об аналогии между величиной критической дистанции и фундаментальной длиной диссипативной структуры в ансамбле дефектов, развивающейся в режиме с обострением, рассмотрим решение (5.16) в S-режиме [170], т.е. при соотношении показателей  $\beta = s + 1$ . В приближении постоянного напряжения задача анализа процесса накопления поврежденности в области концентратора напряжений сводится к решению уравнения (5.17):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\tau'} (\sigma - ap + qp^\beta) + \frac{\partial}{\partial x} kp^s \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (5.17)$$

где  $\tau'$  – характерное время.

При  $\sigma = 0$  решение (5.17) имеет вид:

$$p(x, t) = (q(t - t_c))^{-\frac{1}{s}} \left( \frac{2(s+1)}{s(s+2)} \sin^2 \left[ \frac{\pi x}{L_c} + \pi \theta \right] \right)^{\frac{1}{s}}, \quad (5.18)$$

зависящий от двух параметров самоподобия:

времени обострения

$$t_c = \frac{2(s+1)}{s(s+2)} \frac{1}{p^s q} \quad (5.19)$$

и фундаментальной длины

$$L_c = 2 \frac{\pi}{s} \sqrt{s+1} \sqrt{\frac{k}{q}}. \quad (5.20)$$

Из полученного соотношения (5.18) можно заключить, что процесс эволюции дефектов за конечное время  $t_c$  приводит к образованию нелинейной диссипативной структуры с ярко выраженным явлением локализации на масштабе фундаментальной длины  $L_c$ .

## 5.2 Анализ теории критических дистанций на основе математической модели накопления повреждений в одномерном случае

Для анализа механизмов разрушения в области концентратора напряжений рассматривается одномерная задача, описывающая эволюцию структурной деформации вблизи концентратора напряжений. Численные расчеты проводились в пакете Wolfram Mathematica.

Рассмотрим одноосное растяжение бесконечной пластины с полукруглым вырезом радиусом  $\rho$  и введем систему координат как показано на рисунке 5.1.

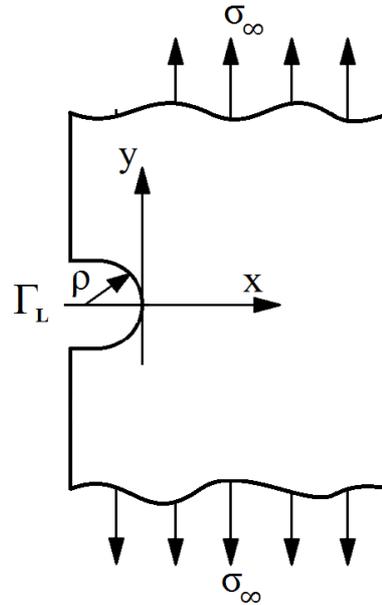


Рисунок 5.1 – Растяжение бесконечной пластины с полукруглым вырезом

Решение задачи сводится к интегрированию уравнений равновесия пластины:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} = 0. \end{cases} \quad (5.21)$$

Граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{n} \cdot \tilde{\sigma}(x, y) \Big|_{y \rightarrow +\infty} &= \sigma_{\infty} n, \\ \bar{n} \cdot \tilde{\sigma}(x, y) \Big|_{y \rightarrow -\infty} &= \sigma_{\infty} \bar{n}, \\ \bar{n} \cdot \tilde{\sigma}(x, y) \Big|_{\Gamma_L} &= \bar{0}, \\ \bar{n} \cdot \tilde{\sigma}(x, y) \Big|_{x \rightarrow +\infty} &= \bar{0}, \end{aligned} \quad (5.22).$$

где  $\sigma_{\infty}$  – напряжение, приложенное к пластине.

Аналитическое решение задачи (5.21), (5.22) для бесконечной пластины с полукруглым вырезом радиусом  $\rho$  записывается как [171]:

$$\sigma_{yy}(x, 0) = \frac{K_t \sigma_{\infty}}{3} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{\rho} + 1 \right)^{-2} + \frac{3}{2} \left( \frac{x}{\rho} + 1 \right)^{-4} \right), \quad (5.23)$$

где  $K_t$  – коэффициент концентрации напряжений.

В рассматриваемом случае основной вклад в величину тензора структурной деформации  $\tilde{p}$  будет вносить компонента  $p_{yy}$ . Предполагая малость всех остальных компонент, уравнение (5.17) может быть записано в виде:

$$\frac{\partial p_{yy}}{\partial t} = \frac{1}{\tau'} (\sigma_{yy} - p_{yy} + q p_{yy}^\beta) + \frac{\partial}{\partial x} k p_{yy}^s \frac{\partial p_{yy}}{\partial x}. \quad (5.24)$$

Начальное и граничные условия для уравнения (5.24):

$$p_{yy}(x, t)|_{t=0} = 0, \quad p_{yy}(x, t)|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial p_{yy}(x, t)}{\partial x} \right|_{x \rightarrow +\infty} = 0. \quad (5.25)$$

В простейшем случае, когда характерные времена перестройки полей упругих напряжений существенно меньше характерных времен эволюции поля структурной деформации, будем считать, что вплоть до момента обострения, любому распределению структурной деформации соответствует равновесное распределение полей напряжений.

В этом случае задача анализа процесса накопления поврежденности в области концентратора напряжений сводится к решению уравнения (5.24) в поле напряжений, описываемом соотношением (5.23). Аналитическое решение уравнения (5.24) в случае  $\sigma_{yy} = 0$  и  $\beta = s + 1$  имеет вид (5.18)-(5.20).

В случае решения связанной задачи или анализа эволюции структурной деформации в неоднородном поле напряжений соотношения (5.19), (5.20) могут рассматриваться как приближительная оценка времени обострения и фундаментальной длины для диссипативных структур, описываемых соотношениями (5.21), (5.24) [172, 173].

Функция  $\sigma_{yy} = p_{yy} - q p_{yy}^\beta$  определяет равновесные состояния в фазовом пространстве «напряжение-деформация, обусловленная дефектами». Экстремум функции  $\sigma_{yy} = p_{yy} - q p_{yy}^\beta$  соответствует величине напряжения, при достижении которой начинается неограниченный рост дефектов. Данное напряжение можно связать с величиной  $\sigma_B$  или с вводимой Тейлором-Сусмелем величиной  $\sigma_0$ .

Уравнение (5.24) с учетом поля напряжений, описываемого соотношением (5.23), решалось численно методом Рунге-Кутты с переменным шагом по времени.

Процесс интегрирования останавливался при выполнении условия  $(\frac{\partial p_{yy}}{\partial t} \rightarrow \infty)$ .

В результате численного эксперимента для шести различных пар параметров  $\beta$  и  $s$  было получено условие инициирования диссипативной структуры (перехода к макроскопическому разрушению). Формирование диссипативной структуры требует одновременного выполнения двух условий:  $\sigma_{yy}$  должно превышать  $\sigma_B$  в некоторой окрестности концентратора напряжений и характерная длина этой окрестности должна быть больше или равна масштабу  $l_{c\sigma}$   $(\exists l \geq l_{c\sigma} : (\forall x \in [0, l]) , \sigma_{yy}(x) > \sigma_B)$ .

На рисунке 5.2 представлена пространственно-временная эволюция величины  $p_{yy}$  для двух случаев: а, в) без обострения плотности дефектов, б, г) с обострением плотности дефектов. Вершина концентратора напряжений находится в точке  $x = 0$ .

В случае если приложенное напряжение превышает временное сопротивление разрушению  $\sigma_B$ , но длина флуктуации слишком мала, чтобы инициировать диссипативную структуру (рисунок 5.2а,в), для любых моментов времени наблюдается равновесное распределение структурной деформации.

На рисунках 5.2б,г показано одновременное выполнение обоих условий:  $\sigma_{yy}(x) > \sigma_B, x = l_{c\sigma}$  при этом диссипативная структура инициируется в области концентратора напряжений.

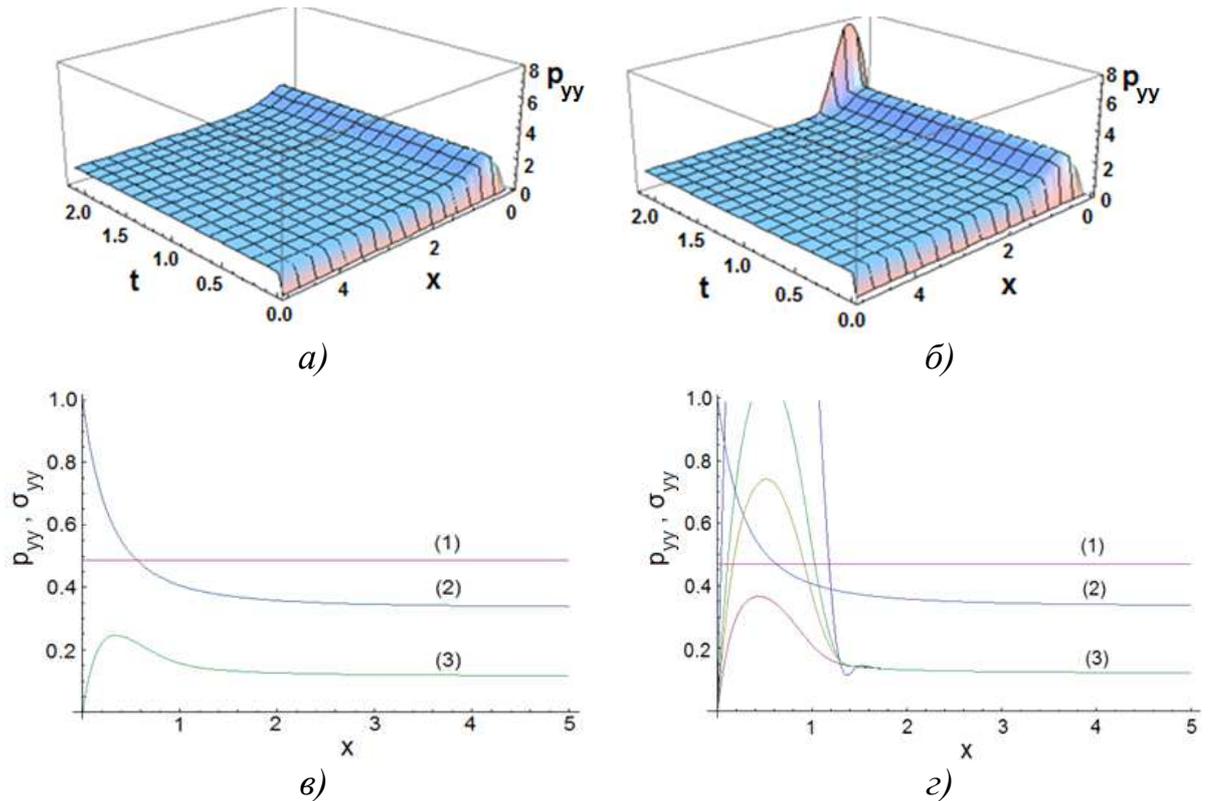


Рисунок 5.2 – Пространственно-временная эволюция дефектов в области вершины концентратора напряжений при различных нагрузках: (а, в) без обострения плотности дефектов, (б, г) с обострением плотности дефектов

На рисунке 5.2 линия (1) соответствует величине  $\sigma_B$ , линия (2) – распределению напряжений в окрестности концентратора напряжений (соотношение (5.23)), линия (3) (совокупность линий) – распределение плотности дефектов.

На рисунке 5.3 представлены результаты оценки взаимосвязи величины  $l_{c\sigma}$  и фундаментальной длины диссипативной структуры. Оценка проводилась по данным численного эксперимента и с использованием соотношения (5.20). На рисунке 5.3 введены следующие обозначения  $L_{TN}$  – фундаментальная длина, полученная в результате численного моделирования,  $L_c$  – расчет по соотношению (5.20).

По оси абсцисс отложены численно определенные значения фундаментальной длины  $L_{TN}$  и их оценка  $L_c$  по формуле (5.20) для различных

значений параметров  $s(\beta)$ . По оси ординат – значения  $l_{c\sigma}$ , соответствующие условию развития диссипативной структуры в режиме с обострением. Квадратным черным маркером отмечены численно полученные значения фундаментальной длины, круглым маркером – аналитическая оценка.

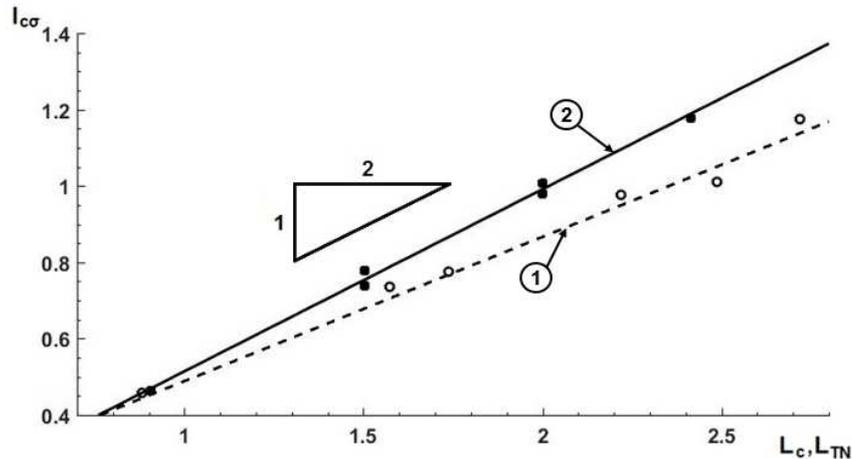


Рисунок 5.3 – Зависимость между пространственным масштабом  $l_{c\sigma}$  и фундаментальной длиной диссипативной структуры  $L_c$ , определенной по формуле (5.20) (линия 1), численно полученной фундаментальной длиной  $L_{TN}$  (линия 2)

Из анализа данных, представленных на рисунке 5.3, можно сделать вывод, что аналитическая оценка дает завышенное значение масштаба локализации. Оценка фундаментальной длины по результатам численного моделирования дает точное соотношение, соответствующее постулату теории критических дистанций Тейлора-Сусмеля для метода точки: переход от дисперсного к макроскопическому разрушению возникает при превышении временного сопротивления разрушению  $\sigma_B$  (или напряжения  $\sigma_0$ , определяемого аппроксимацией (5.15)) на критическом расстоянии, соответствующем половине фундаментальной длины диссипативной структуры :

$$l_{c\sigma} = \frac{1}{2} L_{TN}. \quad (5.26)$$

### 5.3 Анализ теории критических дистанций на основе моделирования процесса накопления повреждений в трехмерном случае

Проведенный в параграфе 5.2 анализ показывает возможность использования уравнений эволюции структурной деформации для реализации теории критических дистанций при проведении расчетов в стандартных конечно-элементных пакетах.

Рассмотрим связь между критической дистанцией и пространственным масштабом диссипативной структуры на примере одноосного растяжения образца с U-образным концентратором напряжений ( $\rho = 1$  мм) из титанового сплава ВТ1-0. Конечно-элементная модель образца представлена на рисунке 5.4.

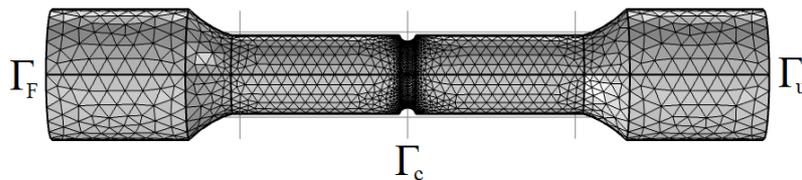


Рисунок 5.4 – Конечно-элементная модель цилиндрического образца с U-образным концентратором напряжений из титанового сплава ВТ1-0

Распределение компонент тензора напряжений описывается уравнением равновесия:

$$\bar{\nabla} \cdot \tilde{\sigma} = \bar{0}, \quad (5.27)$$

где  $\bar{\nabla}$  – оператор Гамильтона.

Связь между напряжением и деформацией описывается законом Гука для изотропной среды:

$$\tilde{\sigma} = \lambda I_1(\tilde{\varepsilon}) \tilde{E} + 2\mu \tilde{\varepsilon}, \quad (5.28)$$

где  $\tilde{E}$  – единичный тензор,  $\lambda$  и  $\mu$  – параметры Ламе.

Для тензора деформаций в случае малых деформаций справедливо геометрическое соотношение:

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\bar{\nabla} \bar{u} + \bar{\nabla} \bar{u}^T). \quad (5.29)$$

Начальные и граничные условия имеют вид:

$$\bar{u}|_{t=0} = \bar{0}, \quad \bar{n} \cdot \bar{\sigma}|_{\Gamma_F} = \bar{F}, \quad \bar{u}|_{\Gamma_U} = \bar{0}, \quad (5.30)$$

где  $\bar{n}$  – вектор внешней нормали к поверхности,  $\bar{F}$  – вектор поверхностных сил,  $\Gamma_F$ ,  $\Gamma_U$  – границы тела, на которых заданы поверхностные нагрузки и перемещения (верхний и нижний торцы образца).

Соотношение для определения скорости структурной деформации

$$\dot{\tilde{p}} = \frac{1}{\tau'} \left( \frac{\tilde{\sigma}}{\sigma_{\max}} - a\tilde{p} + q \left( |p|^2 \frac{\tilde{p}}{|p|} \right) + \bar{\nabla} \cdot (k\tilde{p} \cdot (\bar{\nabla} \tilde{p})) \right), \quad (5.31)$$

где  $|p|$  – интенсивность тензора деформации, обусловленной дефектами.

В предположении, что в случае одноосного растяжения образца основной вклад в величину тензора структурной деформации  $\tilde{p}$  вносит компонента  $p_{yy}$  (5.31)

имеет вид:

$$\frac{\partial p_{yy}}{\partial t} = \frac{1}{\tau'} \left( \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{\max}} - a p_{yy} + q p_{yy}^2 + \frac{\partial}{\partial x} k p_{yy} \frac{\partial p_{yy}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k p_{yy} \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k p_{yy} \frac{\partial p_{yy}}{\partial z} \right). \quad (5.32)$$

Начальное и граничные условия для уравнения (5.32):

$$p|_{t=0} = 0, \quad p|_{\Gamma_F, \Gamma_U} = 0, \quad n \cdot (k p_{yy} \cdot (\nabla p_{yy}))|_{\Gamma_c} = 0. \quad (5.33)$$

Функция  $\sigma_{yy} / \sigma_{\max} - a p_{yy} + q p_{yy}^2$  определяет равновесное состояние системы.

Когда  $\sigma_{yy}$  достигает временного сопротивления разрушению  $\sigma_B$ , система выходит из равновесного состояния, что характеризуется резким увеличением плотности дефектов на половине фундаментальной длины.

Численное решение краевой задачи (5.27-5.33) проводилось в конечно-элементном пакете Comsol Multiphysics с использованием плотной тетраэдральной сетки (максимальный размер КЭ –  $2.9 \cdot 10^{-3}$  м, минимальный –  $1.25 \cdot 10^{-4}$  м). Для дискретизации по времени уравнения эволюции дефектов (5.32) использовалась неявная схема Эйлера. Решение уравнения равновесия (5.27) выполнялось на каждом шаге по времени.

К границам образца была приложена сила, соответствующая условию разрушения, зарегистрированному в ходе эксперимента на квазистатическое растяжение цилиндрического образца из титанового сплава ВТ1-0 ( $F_f = 27.2$  кН).

Использовались следующие постоянные материала: модуль Юнга  $E = 1.12 \cdot 10^5$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ , плотность  $\rho = 4505$  кг/м<sup>3</sup>.

Результаты численного моделирования подтвердили, что кинетика поврежденности в режиме с обострением наблюдается в случае, когда напряжение  $\sigma_{yy}$  больше временного сопротивления разрушению  $\sigma_B$  на пространственном масштабе  $l_{c\sigma}$  от вершины концентратора напряжений, и длина этого масштаба превышает половину величины фундаментальной длины, совпадающей с половиной критической дистанции.

На рисунках 5.5 и 5.6 изображено значение компоненты  $p_{yy}$  тензора плотности дефектов  $\tilde{p}$  в области концентратора напряжений для двух случаев:  $\sigma_{yy} < \sigma_B$  и  $\sigma_{yy} > \sigma_B$ ,  $l < l_{c\sigma}$  соответственно. В обоих случаях наблюдается стабильная ситуация с равновесной концентрацией дефектов в области выреза.

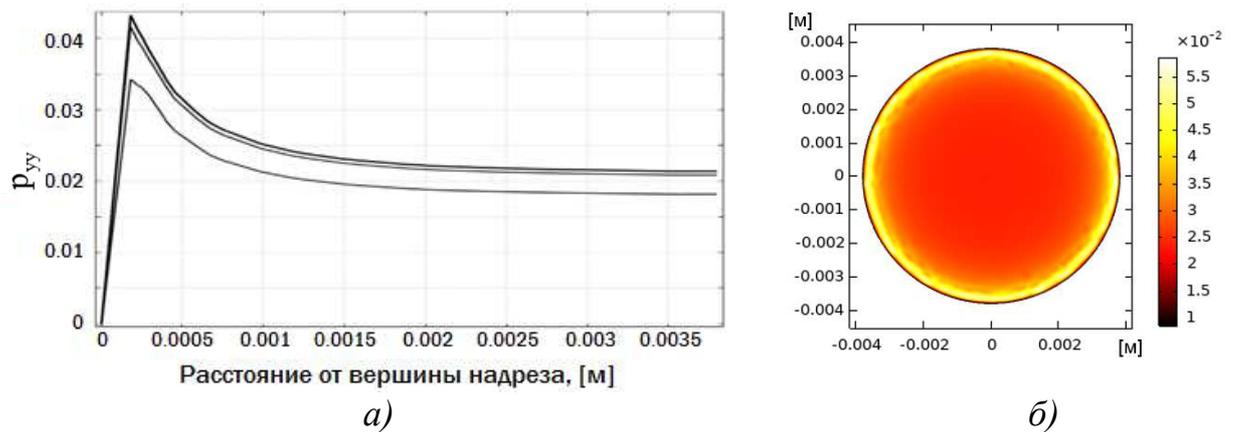


Рисунок 5.5 – (а) Распределение плотности дефектов  $p_{yy}$  вдоль радиального направления, (б) пространственное распределение  $p_{yy}$  в конечный момент времени в поперечном сечении, проходящем через центр образца, для случая

$$\sigma_{yy} < \sigma_B$$

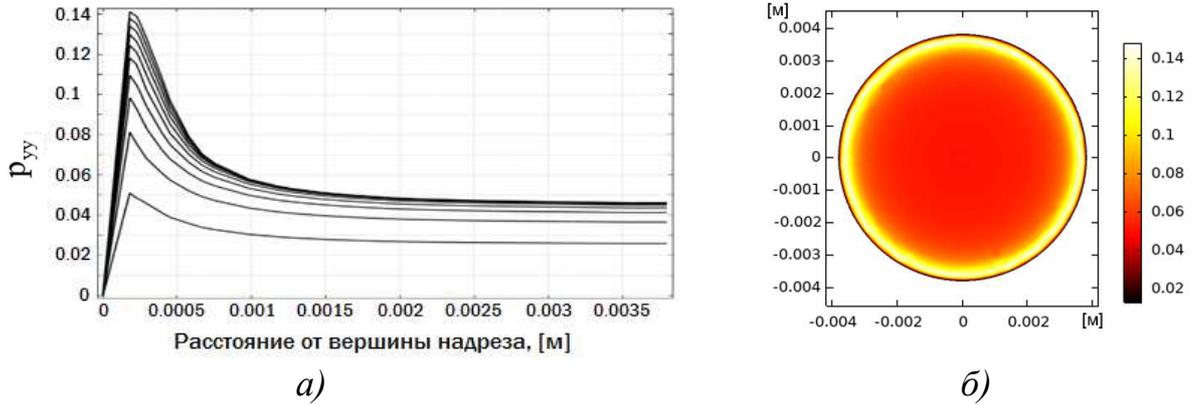


Рисунок 5.6 – (а) Распределение плотности дефектов  $p_{yy}$  вдоль радиального направления, (б) пространственное распределение  $p_{yy}$  в поперечном сечении, проходящем через центр образца, для случая  $\sigma_{yy} > \sigma_B$ ,  $l < l_{c\sigma}$

На рисунке 5.7 представлены результаты численного моделирования при выполнении обоих условий ( $\sigma_{yy} > \sigma_B$ ,  $l_{c\sigma} = L_{TN} / 2$ ). Важно отметить отсутствие равновесной концентрации дефектов и локализацию диссипативной структуры на масштабе равном половине длины критической дистанции. Значения параметров  $k = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ ,  $q = 50.9$ ,  $a = 5.1$  в соотношении (5.32) обеспечили выполнение  $\sigma_0 = \sigma_B$  и значение  $l = 0.85 \text{ мм}$ , полученное для данного материала в главе 3.

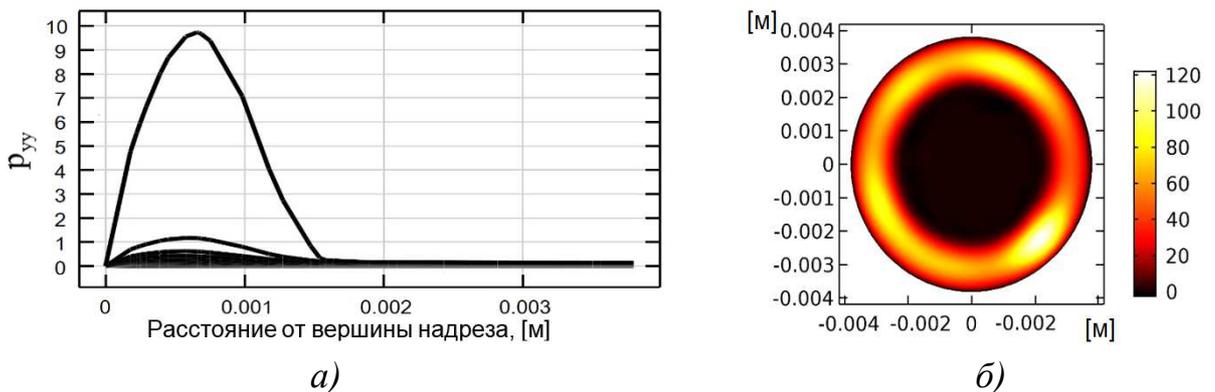


Рисунок 5.7 – (а) Распределение плотности дефектов  $p_{yy}$  в области вершины концентратора напряжений, (б) пространственное распределение  $p_{yy}$  в конечный момент времени в поперечном сечении, проходящем через центр образца, для случая  $\sigma_{yy} > \sigma_B$ ,  $l_{c\sigma} = L_{TN} / 2$

#### 5.4 Основные выводы по главе

Эволюция дефектов оказывает существенное влияние на процессы разрушения в области концентраторов напряжений. Небольшие размеры и высокая концентрация дефектов в металлах, распределение их ориентации позволяют предложить статистическое описание эволюции дефектов в металлах и ввести новую термодинамическую переменную – деформацию, обусловленную дефектами [162]. Данная переменная позволяет построить непротиворечивое описание термодинамики металлов с дефектами.

На основе разработанной статистической модели ансамбля мезодефектов рассмотрена кинетика дефектов в области концентратора напряжений. Показано, что ансамбль дефектов, как нелинейная открытая система, на последнем этапе своей эволюции может быть описан самоподобным решением, локализованным на некотором пространственном масштабе. Данный масштаб является внутренним параметром системы и его значение определяется характером взаимодействия дефектов.

Результаты численного моделирования показали, что локализация диссипативной структуры происходит в случае, если приложенное напряжение превосходит критическое для данного материала на масштабе, соответствующем половине фундаментальной длины диссипативной структуры. Данная закономерность объясняет используемое в теории критических дистанций правило, согласно которому разрушение происходит, когда прикладываемое напряжение обеспечивает существование области с напряжением, превышающим временное сопротивление разрушению, а пространственный размер этой области равен  $L / 2$ . В тоже время оно объясняет модификацию этого правила для ряда материалов, предложенную Тейлором-Сусмелем, требующую использования результатов численного моделирования для определения величины предельного напряжения, не совпадающего с временным сопротивлением разрушению гладкого образца. В

этом случае предельное напряжение определяется экстремумом аппроксимации (5.24).

Таким образом, можно утверждать, что критическая дистанция, вводимая как результат анализа распределения полей напряжений в вершине концентраторов напряжений в ТКД, имеет более глубокое значение и определяется особенностями развития процесса разрушения и может рассматриваться в качестве константы, определяемой структурой материала и условиями перехода от дисперсного к макроскопическому разрушению.

## Заключение

### Итоги выполненного исследования

На основе экспериментального исследования процессов деформирования и разрушения образцов с концентраторами напряжений предложено обобщение теории критических дистанций, позволяющее оценить момент разрушения в диапазоне скоростей деформации  $10^{-3}$ - $10^4$  с<sup>-1</sup>. Для определения критических усилий в работе предложены и экспериментально верифицированы две методики применения теории критических дистанций: на основе упругого и упругопластического анализа распределения напряжений в области концентратора напряжений.

На основе статистической модели ансамбля мезодефектов описана кинетика дефектов в области концентратора напряжений. Предложено объяснение феноменологического правила, введенного в теории критических дистанций, и его двойственности при определении величины предельного напряжения и величины критической дистанции для пластичных материалов.

К основным результатам работы можно отнести следующее:

1. Предложено два обобщения теории критических дистанций, позволяющих оценить предельное состояние металлических образцов с концентраторами напряжений при динамическом нагружении с использованием решения задачи о распределении напряжений в области концентратора напряжений в линейно-упругой и упругопластической постановках.
2. Установлено, что учет упругопластического поведения материалов позволяет повысить точность прогноза предельного состояния (для титанового сплава ВТ1-0 показано повышение точности прогноза предельного усилия на 10%).
3. Показано, что корректный учет пластической деформации в области концентратора напряжений позволяет заменить функцию, описывающую

зависимость критической дистанции от скорости деформации, на константу материала.

4. На основе модели эволюции ансамбля дефектов предложено объяснение феноменологических правил, используемых в теории критических дистанций, раскрыт физический механизм формирования критической дистанции в области концентраторов напряжений.

### **Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы**

Следующим шагом в продолжение настоящего исследования может стать развитие предложенного обобщения теории критических дистанций для оценки прочности металлических конструкций в условиях сложного напряженно-деформированного состояния. Одним из вариантов развития теории может быть введение в модель параметра, описывающего степень стеснения деформаций (например,  $T$ -напряжения). При этом возникает ряд вопросов, решение которых требует дополнительного экспериментального и теоретического исследования в условиях сложного напряженного состояния: экспериментальное определение  $T$ -напряжений с помощью метода корреляции цифровых изображений, анализ зависимости величины критической дистанции от  $T$ -напряжений, сопоставление двухпараметрической теории с существующими подходами оценки прочности конструкций на основе теории критических дистанций, использующими понятие критической плоскости.

## Список литературы

1. Петров, Ю.В. Структурно-временная теория разрушения как процесса, протекающего на разных масштабных уровнях / Ю.В. Петров, А.А. Груздков, В.А. Братов // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т.15. – №2. – С.15-21.
2. Wieghardt, K. Uber spalter und zerressen elastischer Korper / K. Wieghardt // Zeitschrift für Mathematik und Physik. – 1907. –V.55. – P.60-103.
3. Neuber, H. Theory of notch stresses: principles for exact stress calculation / H. Neuber. – Berlin: Julius Verlag, 1937. – 181 p.
4. Новожилов, В.В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности / В.В. Новожилов // Прикладная математика и механика. – 1969. – Т.33. – В.2. – С. 212-222.
5. Новожилов, В.В. К основам теории равновесных трещин / В.В. Новожилов // Прикладная математика и механика. – 1969. – Т.33. – В.5. – С. 797-812.
6. Корнев, В.М. Интегральные критерии хрупкой прочности трещиноватых тел с дефектами при наличии вакансий в носике трещины. Прочность компактированных тел типа керамик / В.М. Корнев // Прикладная механика и техническая физика – 1996. – Т. 37. – № 5. – С. 168-177.
7. Корнев, В.М. Обобщенный достаточный критерий прочности. Описание зоны предразрушения / В.М. Корнев // Прикладная механика и техническая физика. – 2002. – Т. 43. – №5. – С. 153-161.
8. Корнев, В.М. Распределение напряжений и раскрытие трещин в зоне предразрушения (подход Нейбера-Новожилова) / В.М. Корнев // Физическая мезомеханика – 2004. – Т.7. – №3. – С. 53-62.
9. Dowling, A.R., The effect of defects on structural failure: a two-criteria approach / A.R. Dowling, C.H.A. Townley // The International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 1975. – V.3. – № 2. – P.77-107.
10. Yosibash, Z. Failure criteria for brittle elastic materials / Z. Yosibash, A. Bussiba, I. Gilad // International Journal of Fracture. – 2004. – V.125. – № 3-4. – P.307-333.

11. Кокшаров, И.И. Двухпараметрический подход механики разрушения - силовой интегральный критерий / И.И. Кокшаров // Заводская лаборатория. – 1989. – Т. 55. – №4. – С. 81-86.
12. Carter, B.J. Tensile fracture from circular cavities loaded in compression / B.J. Carter, E.Z. Laitaj, Y. Yuan // International Journal of Fracture. – 1992. – V. 57. – N.3. – P. 221-236.
13. Severyn, A. Brittle fracture criterion for structures with sharp notches / A. Severyn // Engineering Fracture Mechanics. – 1994. – V.47. – N.5. – P. 673-681.
14. Severyn, A. A non-local stress and strain energy release mixed mode fracture initiation and propagation criteria / A. Severyn // Engineering Fracture Mechanics. – 1998. – V.59. – N.6. – P. 737-760.
15. Mikhailov, S.E. A functional approach to non-local strength condition and fracture criteria / S.E. Mikhailov // Engineering Fracture Mechanics. – 1995. – V.52. – N.4. – P. 731-754.
16. Isupov, L.P. A comparative analysis of several nonlocal fracture criteria / L.P. Isupov, S.E. Mikhailov // Archive of Applied Mechanics. – 1998. – V.68. – N.9. – P. 597-612.
17. Isupov, L.P. Nonlocal fracture criteria: comparative analysis and application to laminate / L.P. Isupov // Mechanics of Composite Materials. – 1998. – V. 34. – N.2. – P. 143-152.
18. Taylor, D. Predicting the fracture strength of ceramic materials using the theory of critical distances / D. Taylor // Engineering Fracture Mechanics. – 2004. – V.71. – P. 2407–2416.
19. Tovo, R. An implicit gradient application to fatigue of complex structures / R. Tovo, P. Livieri // Engineering Fracture Mechanics. – 2008. – V.75. – P.1804–1814.
20. Gómez, F.J. Fracture criterion for blunted V-notched samples / F.J. Gómez, M.A. Elices // International Journal of Fracture. – 2004. – V.127. – P.239–264.

21. Leguillon, D. A criterion for crack nucleation at a notch in homogeneous materials / D. Leguillon // C. R. Academy des Science, Paris (Series IIb). – 2001. – V.329. – P.97– 102.
22. Matvienko, Y.G. Maximum average tangential stress criterion for prediction of the crack path / Y.G. Matvienko // International Journal of Fracture. – 2012. – V.176. – P.113–118.
23. Matvienko, Y.G. Two basic approaches in a search of the crack propagation angle / Y.G. Matvienko, E.M. Morozov // Special Issue: 16th International Conference on New Trends in Fatigue and Fracture (NT2F16). – 2017. – V.40. – I.8. – P.1191–1200.
24. Peterson, R.E. Notch sensitivity / R.E. Peterson. In: Sines G, Waisman JL (eds) // Metal fatigue. – New York: MacGraw Hill. – 1959. – P. 293-306.
25. Whitney, J.M. Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations / J.M. Whitney, R.J. Nuismer // Journal of Composite Materials. – 1974. – V.8. – N.4. – P. 253-265.
26. Pluvinage, G. Fracture and Fatigue emanating from stress concentrators / G. Pluvinage. – Kluwer Academic Publishers, 2003. – 361 p.
27. Sih, G.C. Strain energy density factor applied to mixed crack problems / G.C. Sih // International Journal of Fracture. – 1974. – V.10. – N.3. – P. 305-321.
28. Sih, G.C. A three-dimensional strain energy density factor theory of crack propagation / G.C. Sih // Mechanics of fracture II. – 1975. – P.15-53.
29. Shlyannikov, V.N. Modelling of crack growth by fracture damage zone / V.N. Shlyannikov // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 1996. – V.25. – P.187–210.
30. Shlyannikov, V.N. Inclined semi-elliptical crack for predicting crack growth direction based on apparent stress intensity factors / V.N. Shlyannikov, S.Yu. Kislova, AV. Tumanov // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2010. – V.53. – P.185–193.

31. Ellyin, F. Crack growth rate under cyclic loading and effect of different singularity fields / F. Ellyin // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1986. – V.25. – P.463–473.
32. Kujawski, D. A fatigue crack growth model with load ratio effects / D. Kujawski, F. Ellyin // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1987. – V.28. – P.367–178.
33. Radaj, D. Process zone fracture criteria for crack tips / D. Radaj, S. Zhang // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1995. – V.50. – P.111–120.
34. Guillemot, L.F. Brittle fracture on welded materials / L.F. Guillemot // *Second Commonwealth Welding Conference, 1965, London*. – P.353-382.
35. Lazzarin, P. Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt V-notches / P. Lazzarin, F. Berto // *International Journal of Fracture*. – 2005. – V.135. – P.161-185.
36. Osborne, D.E. The influence of warm rolling on the fracture toughness of bainitic steel / D.E. Osborne, J.D. Embury // *Metallurgical Transactions*. – 1973. – V.4. – P.2051– 2061.
37. Vratnica, M. Influence of notch radius and microstructure on the fracture behaviour of Al–Zn–Mg–Cu alloys of different purity / M. Vratnica, G. Pluinage, P. Jodin, Z. Cvijovic, M. Rakin, Z. Burzic // *Material and Design*. – 2010. – V.31. – P.1790–1798.
38. Clausmeyer, H. Influence of stress state on the failure behaviour of cracked components made of steel / H. Clausmeyer, K. Kussmaul, E. Roos // *ASME Applied Mechanics Reviews*. – 1991. – V. 44(2). – P. 77-92.
39. O’Dowd, N.P. Family of crack tip fields characterized by a triaxiality parameter / N.P. O’Dowd, C.F. Shih // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 1991. – V. 39(8). – P. 989–1015.
40. Betegon, C. Two parameter characteristics of elastic-plastic crack-tip fields / C. Betegon, J.W. Hancock // *Journal of Applied Mechanics*. – 1991. – V.58. – P. 104–101.

41. Матвиенко, Ю.Г. Тенденции нелинейной механики разрушения в проблемах машиностроения / Ю.Г. Матвиенко – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2015. – 56 с.
42. Williams, M.L. On the stress distribution at the base of stationary crack / M.L. Williams // ASME Journal of Applied Mechanics. – 1957. – V.24. – P. 109-421.
43. Yang, B. Evaluation of elastic T-stress by the stress difference method / B. Yang, K. Ravi-Chandar // Engineering Fracture Mechanics. – 1999. – V.64. – P. 589-605.
44. Pluinage, G. On characteristic lengths used in notch fracture mechanics / G. Pluinage, J. Capelle // International Journal of Fracture. – 2014. – V. 187. – P. 187-197.
45. Zener, C. Fracturing of metals / C. Zener // Transactions of the American Society for Metals. – 1948. – N.40. – P.3-14.
46. Stroh, A.N. The formation of cracks as a result of plastic flow / A.N. Stroh // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. – 1954. – V.223. – N1154. – P. 404-414.
47. Корнев, В.М. О критерии хрупкого разрушения с трещиной при наличии дефекта атомной решетки / В.М. Корнев, Ю.В. Тихомиров // Изв. РАН, Механика твердого тела. – 1994. – № 2. – С.185-193.
48. Корнев, В.М. Снижение прочности металлов при хемосорбции водорода в вершине трещины / В.М. Корнев // Прикладная механика и техническая физика. – 1998. – Т.39. – № 3. – С.173-178.
49. Корнев, В.М. Достаточный дискретно-интегральный критерий прочности при отрыве / В.М. Корнев, В.Д. Кургузое // Прикладная механика и техническая физика. – 2001. – Т.42. – № 2. – С.161-170.
50. Корнев, В.М. Модификация критерия разрушения Нейбера-Новожилова для угловых вырезов (антиплоская задача) / В.М. Корнев // Прикладная механика и техническая физика. – 2002. – Т.43. – № 1. – С.153-159.

51. Ritchie, R.O. On the relationship between critical tensile stress and fracture toughness in mild steel / R.O. Ritchie, J.F. Knott, J.R. Rice // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 1973. – V.21. – P.359–410.
52. Pluinage, G. Effect of ferritic microstructure on local damage zone distance associated with fracture near notch / G. Pluinage, Z. Azari, N. Kadi, I. Dlouhy, V. Kozak // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 1999. – V.31. – P.149–156.
53. Федоров, В.В. Термодинамические аспекты прочности и разрушения твердых тел / В.В. Федоров. – Ташкент: Издательство «ФАН» УзССР, 1979. – 168 с.
54. Creager, M. The elastic stress field near the tip of a blunt crack: Master's thesis / M. Creager – Lehigh University, 1966. – 40 p.
55. Creager, M. Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking / M. Creager, P.C. Paris // *International Journal of Fracture*. – 1967. – V.3. – P.247–252.
56. Saghafi, H. A modified MTS criterion (MMTS) for mixed-mode fracture toughness assessment of brittle materials / H. Saghafi, M.R. Ayatollahi, M. Sistaninia // *Materials Science and Engineering A*. – 2010. – V.527 (21–22). – P.5624– 5630.
57. Akourri, O. To joint effect of temperature and notch root radius on fracture toughness / O. Akourri, I. Elayachi, G. Pluinage, I. Elayachi, M.O. Bensalah, M. Lebienvu, I. Dlouhy // *Engineering Mechanics*. – 2005. – V.12 (1). – P.11–22.
58. Kim, J.H. Evaluation of static and dynamic fracture toughness using apparent fracture toughness of notched specimen / J.H. Kim, D.H. Kim, S.I. Moon // *Materials Science and Engineering A*. – 2004. – V.11. – P.387–389.
59. Minor, H.E. Fracture toughness of high strength steel using the notch stress intensity and volumetric approach / H.E. Minor, A. Kifani, M. Louah, Z. Azari, G. Pluinage // *Structural Safety*. – 2003. – V.25. – P.35-45.

60. Морозов, Н.Ф. Об анализе откола с позиций структурной механики разрушения / Н.Ф. Морозов, Ю.В. Петров, А.А. Уткин // ДАН СССР. – 1990. – Т.313. – №2. – С.276-279.
61. Petrov, Y.V. On the modeling of fracture of brittle solids / Y.V. Petrov, N.F. Morozov // ASME Journal of Applied Mechanics. – 1994. – V.61. – P.710-712.
62. Петров, Ю.В. Квантовая макромеханика динамического разрушения твердых тел / Ю.В. Петров. – Санкт-Петербург: Препринт Института проблем машиноведения РАН, 1996. – № 139. – 51 с.
63. Morozov, N.F. Dynamics of fracture / N.F. Morozov, Y.V. Petrov. – Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 2000. – 98 p.
64. Морозов, Н.Ф. К расчету предельной интенсивности импульсных динамических нагрузок / Н.Ф. Морозов, Ю.В. Петров, А.А. Уткин // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. – 1988. – №5. – С.180-182.
65. Петров, Ю.В. О «квантовой» природе динамического разрушения твердых тел / Ю.В. Петров // Докл. АН СССР. – 1991. – Т.321. – №1. – С.66-68.
66. Bratov, V. Application of incubation time approach to simulate dynamic crack propagation / V. Bratov, Y. Petrov // International Journal of Fracture. – 2007. – V.146. – P.53-60.
67. Братов, В.А. Применение критерия инкубационного времени для описания распространения динамических трещин / В.А. Братов, Ю.В. Петров // Докл. РАН. – 2007. – Т.416. – №5. – С.624-626.
68. Taylor, D. The Theory of Critical Distances: A New Perspective in Fracture Mechanics / D. Taylor. – Oxford: Elsevier Science, 2007. – 306 p.
69. Susmel, L. On the use of the Theory of Critical Distances to predict static failures in ductile metallic materials containing different geometrical features / L. Susmel, D. Taylor // Engineering Fracture Mechanics. – 2008. – V.75. – N.15. – P.4410–4421.

70. Susmel, L. The theory of critical distances to predict static strength of notched brittle components subjected to mixed-mode loading / L. Susmel, D. Taylor // Engineering Fracture Mechanics. – 2008. – V.75. – N.3–4. – P.534–550.
71. Taylor, D. The theory of critical distances applied to the prediction of brittle fracture in metallic materials / D. Taylor // Structural Integrity & Durability. – 2006. – V.1. – P.145–154.
72. Taylor, D. Applications of the theory of critical distances to the prediction of brittle fracture in metals and non-metals / D. Taylor // Paper presented at the 15th European Conference of Fracture (ECF15), August 11–13, 2004, Stockholm.
73. Susmel, L. The Theory of Critical Distances to estimate the static strength of notched samples of Al6082 loaded in combined tension and torsion. Part II: Multiaxial static assessment / L. Susmel, D. Taylor // Engineering Fracture Mechanics. – 2010. – V.77. – N.3. – P.470–478.
74. Taylor, D. The effect of stress concentrations on the fracture strength of polymethylmethacrylate / D. Taylor, M. Merlo, R. Pegley, M.P. Cavatorta // Materials Science and Engineering. – 2004. – V.A382. – P.288–294.
75. Taylor, D. The fracture mechanics of finite crack extension / D. Taylor, P. Cornetti, N. Pugno // Engineering Fracture Mechanics. – 2005. – V.72. – P.1021–1038.
76. Susmel, L. The Theory of Critical Distances as an alternative experimental strategy for the determination of  $K_{Ic}$  and  $\Delta K_{th}$  / L. Susmel, D. Taylor // Engineering Fracture Mechanics. – 2010. – V.77. – N.9. – P.1492–1501.
77. Cicero, S. On the notch effect in load bearing capacity, apparent fracture toughness and fracture mechanisms of polymer PMMA, aluminium alloy Al7075-T651 and structural steels S275JR and S355J2 / S. Cicero, V. Madrazo, T. Garcia, J. Cuervo, E. Ruiz // Engineering Failure Analysis. – 2013. – V.29. – P.108–121.
78. Susmel, L. The theory of critical distances: a review of its applications in fatigue / L. Susmel // Engineering Fracture Mechanics. – 2008. – V.75. – N.7. – P.1706–1724.

79. Taylor, D. The validation of some methods of notch fatigue analysis / D. Taylor, G. Wang // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2000. – V.23. – P.387–394.
80. Susmel, L. D. Fatigue design in the presence of stress concentrations / L. Susmel, D. Taylor // *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. – 2003. – V.38. – P.443–452.
81. Taylor, D. Prediction of fatigue failure location on a component using a critical distance method / D. Taylor, P. Bologna, K. Bel Knani // *International Journal of Fatigue*. – 2000. – V.22. – P.735–742.
82. Lanning, D.B. On the use of critical distance theories for the prediction of the high cycle fatigue limit stress in notched Ti–6Al–4V / D.B. Lanning, T. Nicholas, G.K. Haritos // *International Journal of Fatigue*. – 2005. – V.27. – P.45–57.
83. Lanning, D.B. The effect of notch geometry on critical distance high cycle fatigue predictions / D.B. Lanning, T. Nicholas, A. Palazotto // *International Journal of Fatigue*. – 2005. – V.27. – P.1623–1627.
84. Yamashita, Y. Fatigue life prediction of small notched Ti–6Al–4V specimens using critical distance / Y. Yamashita, Y. Ueda, H. Kuroki, M. Shinozaki // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2010. – V.77. – P.1439–1453.
85. Wang, J.K. HCF strength estimation of notched Ti–6Al–4V specimens considering the critical distance size effect / J.K. Wang, X.G. Yang // *International Journal of Fatigue*. – 2012. – V.10. – P.97–104.
86. Wang, R. A combined critical distance and highly-stressed-volume model to evaluate the statistical size effect of the stress concentrator on low cycle fatigue of TA19 plate / R. Wang, D. Li, D. Hu, F. Meng, H. Liu, Q. Ma // *International Journal of Fatigue*. – 2017. – V.95. – P.8–17.
87. Bao, Y. Size effects and mean strength criterion for ceramics / Y. Bao, Z. Jin // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 1993. – V.16. – P.829–835.

88. Fenghui, W. Prediction of intrinsic fracture toughness for brittle materials from the apparent toughness of notched-crack specimen / W. Fenghui // *Journal of Materials Science*. – 2000. – V.35. – P.2543-2546.
89. Cicero, S. Analysis of notch effect in PMMA by using the theory of critical distances / S. Cicero, V. Madrazo, I.A. Carrascal // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2012. – V.86. – P.56-72.
90. Madrazo, V. On the point method and the line method notch effect predictions in Al7075-T651 / V. Madrazo, S. Cicero, I.A. Carrascal // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2012. – V.79. – P.363-379.
91. Cicero, S. Analysis of notch effect in the apparent fracture toughness and the fracture micromechanisms of ferritepearlitic steels operating within their lower shelf / S. Cicero, V. Madrazo, T. Garcia // *Engineering Failure Analysis*. – 2014. – V.36. – P.322-342.
92. Cicero, S. Application and validation of the Notch Master Curve in medium and high strength structural steels / S. Cicero, T. Garcia, V. Madrazo // *Journal of Mechanical Science and Technology*. – 2015. – V.29 (10). – P.4129-4142.
93. Cicero, S. Analysis of notch effect on the fracture behaviour of granite and limestone: an approach from the Theory of Critical Distances / S. Cicero, T. Garcia, J. Castro, V. Madrazo, D. Andres // *Engineering Geology*. – 2014. – V.177. – P.1-9.
94. Ibanez-Gutierrez, F.T. Effect of fibre content and notch radius in the fracture behaviour of short glass fibre reinforced Polyamide 6: an approach from the Theory of Critical Distances / F.T. Ibanez-Gutierrez, S. Cicero, I.A. Carrascal, I. Procopio // *Composites Part B: Engineering*. – 2016. – V.94. – P.299-311.
95. Ibanez-Gutierrez, F.T. Fracture assessment of notched short glass fibre reinforced polyamide 6: An approach from failure assessment diagrams and the theory of critical distances / F.T. Ibanez-Gutierrez, S. Cicero // *Composites Part B: Engineering*. – 2017. – V.111. – P.124-133.

96. Wiersma, S. Fatigue of materials used in microscopic components / S. Wiersma, D. Taylor // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2005. – V.28. – P.1153-1160.
97. Bellett, D. The fatigue behaviour of three-dimensional stress concentrations / D. Bellett, D. Taylor, S. Marco, E. Mazzeo, T. Pircher // *International Journal of Fatigue*. – 2005. – V.27. – P.207–221.
98. Bellett, D. The effect of crack shape on the fatigue limit of three-dimensional stress concentrations / D. Bellett, D. Taylor // *International Journal of Fatigue*. – 2006. – V.28. – P.114–123.
99. Taylor, D. Some new methods for predicting fatigue in welded joints / D. Taylor, N. Barrett, G. Lucano // *International Journal of Fatigue*. – 2002. – V.24. – P.509–518.
100. Crupi, G. Fatigue assessment of welded joints using critical distance and other methods / G. Crupi, V. Crupi, E. Guglielmino, D. Taylor // *Engineering Failure Analysis*. – 2005. – V.12. – P.129–142.
101. Al Zamzami, I. On the accuracy of nominal, structural, and local stress based approaches in designing aluminium welded joints against fatigue / I. Al Zamzami, L.Susmel // *International Journal of Fatigue*. – 2017. – V.101. – P.137-158.
102. Susmel, L. A simplified approach to apply the theory of critical distances to notched components under torsional fatigue loading / L. Susmel, D. Taylor // *International Journal of Fatigue*. – 2006. – V.28. – P.114-123.
103. Susmel, L. A bi-parametric Wöhler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment / L. Susmel, P. Lazzarin // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2002. – V.25 (1). – P.63–78.
104. Araujo, J. On the use of the Theory of Critical Distances and the Modified Wöhler Curve Method to estimate fretting fatigue strength of cylindrical contacts / J. Araujo, L. Susmel, D. Taylor, J. Ferro, E. Mamiya // *International Journal of Fracture*. – 2007. – V.29. – N.1. – P.95–107.

105. Araujo, J. On the prediction of highcycle fretting fatigue strength: Theory of critical distances vs. hot-spot approach / J. Araujo, L. Susmel, D. Taylor, J.C.T. Ferro, J.L.A. Ferreira // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2008. – V.75. – N.7. – P.1763–1778.
106. Lazzarin, P. A stress-based method to predict lifetime under multiaxial fatigue loadings / P. Lazzarin, L. Susmel // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2003. – V.26. – P.1171-1187.
107. Susmel, L. On the use of the modified Wöhler curve method to estimate notch fatigue limits / L. Susmel // *Materials Testing*. – 2006. – V.48. – P.27-35.
108. Araujo, J.A. On the use of the Theory of Critical Distances and the modified Wöhler curve method to estimate fretting fatigue strength of cylindrical contacts / J.A. Araujo, L. Susmel, D. Taylor, J.C.T. Ferro, E.N., E.N. Mamiya // *International Journal of Fatigue*. – 2007. – V.29. – P.95-107.
109. Susmel, L. Modified Wöhler curve method, Theory of Critical Distances and Eurocode 3: A novel engineering procedure to predict the lifetime of steel welded joints subjected to both uniaxial and multiaxial fatigue loading / L. Susmel // *International Journal of Fatigue*. – 2008. – V.30 (5). – P.888-907.
110. Susmel, L. The modified Wöhler curve method calibrated by using standard fatigue curves and applied in conjunction with the Theory of Critical Distances to estimate fatigue lifetime of aluminium weldments / L. Susmel // *International Journal of Fatigue*. – 2009. – V.31 (1). – P.197-212.
111. Susmel, L. On the overall accuracy of the modified Wöhler curve method in estimating high-cycle multiaxial fatigue strength / L. Susmel // *Frattura ed Integrità Strutturale: The International Journal of the Italian Group of Fracture*. – 2011. – V.4. – P.5-17.
112. Susmel, L. Four stress analysis strategies to use the Modified Wöhler Curve Method to perform the fatigue assessment of weldments subjected to constant and variable amplitude multiaxial fatigue loading / L. Susmel // *International Journal of Fatigue*. – 2014. – V.64. – P.38-54.

113. Susmel, L. A critical distance/plane method to estimate finite life of notched components under variable amplitude uniaxial/multi-axial fatigue loading / L. Susmel, D. Taylor // *International Journal of Fatigue*. – 2012. – V.38. – P.7-24.
114. Susmel, L. Two methods for predicting the multi-axial fatigue limits of sharp notches / L. Susmel, D. Taylor // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2003. – V.26. – N.9. – P.821–833.
115. Tanaka K. Engineering Formulae For Fatigue Strength Reduction Due To Crack-Like Notches / K. Tanaka // *International Journal of Fatigue*. – 1983. – V.22. – N.4. – P.39–46.
116. Taylor, D. Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model / D. Taylor // *International Journal of Fatigue*. – 1999. – V.21. – N.5. – P.413–420.
117. Taylor, D. A mechanistic approach to critical-distance methods in notch fatigue / D. Taylor // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2001. – V.24. – N.4. – P.215–224.
118. Susmel, L. The mean stress effect on the high-cycle fatigue strength from a multi-axial fatigue point of view / L. Susmel, R. Tovo, P. Lazzarin // *International Journal of Fatigue*. – 2005. – V.27. – N.8. – P.928–943.
119. Susmel, L. Multi-axial fatigue limits and material sensitivity to non-zero mean stresses normal to the critical planes / L. Susmel // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2008. – V.31. – P.295-309.
120. Susmel, L. A unifying approach to estimate the high-cycle fatigue strength of notched components subjected to both uniaxial and multi-axial cyclic loadings / L. Susmel // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structure*. – 2004. – V.27. – N.5. – P.391–411.
121. Lazzarin, P. A finite-volume-energy based approach to predict the static and the fatigue behaviour of components with sharp V-shaped notches / P. Lazzarin, R. Zambardi // *International Journal of Fracture*. – 2001. – V.112. – P.275–298.

122. Glinka, G. Energy density approach to calculation of inelastic strain–stress near notches and cracks / G. Glinka // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1985. – V.22. – P.485–508.
123. Lazzarin, P. The equivalent strain energy density approach reformulated and applied to sharp V-shaped notches under localised and generalised plasticity / P. Lazzarin, R. Zambardi // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2002. – V.25. – P.917–928.
124. Lazzarin, P. A notch stress intensity approach applied to fatigue life predictions of welded joints with different local toe geometry / P. Lazzarin, T. Lassen, P. Livieri // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2003. – V.26. – P.49–58.
125. Lazzarin, P. A notch stress intensity approach to assess the multiaxial fatigue strength of welded tube-to-flange joints subjected to combined loadings / P. Lazzarin, C.M. Sonsino, R. Zambardi // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2004. – V.27. – P.127–140.
126. Livieri, P. Fatigue strength of steel and aluminium welded joints based on generalised stress intensity factors and local strain energy values / P. Livieri, P. Lazzarin // *International Journal of Fracture*. – 2005. – V.133. – P.247–276.
127. Kolsky, H. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading / H. Kolsky // *Proceedings Physical Society of London, Section B*, 62. – 1949. – P. 676-704.
128. Nicholas, T. 1981. Tensile testing of materials at high rates of strain / T. Nicholas // *Experimental Mechanics*. – 1981. – V.21. – P.177-185.
129. Брагов, А.М. Высокоскоростная деформация армко-железа / А.М. Брагов, А.К. Ломунов, И.В. Сергеичев, А.В. Петровцев // Труды 6 международной конференции Забабахинские научные чтения. 2001. Снежинск. С 112120.
130. Brisbane, A. The Investigation of the Effects of Loading Rate and Stress Concentration Factors on the Notch Properties of Three Sheet Alloys at Subzero

- Temperatures / A. Brisbane // Technical Documentary Report No. ASD-TDR-62-930, Project No. 7351, Task No. 735106, Directorate of Material and Processes, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, USA, 1963.
131. Lindholm, U.S. Some experiments with the split hopkinson pressure bar / U.S. Lindholm // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1964. – V.12. – P.317-335.
132. Lindholm, U.S. Effect of strain rate on yield strength, tensile strength, and elongation of three aluminium alloys / U.S. Lindholm, R.L. Bessey, G.V. Smith // Journal of Materials. – 1971. – V.6. – P.119-133.
133. Djapic Oosterkamp, L. High strain rate properties of selected aluminium alloys / L. Djapic Oosterkamp, A. Ivankovic, G.Venizelos // Materials Science and Engineering: A. – 2000. – V.278. – P.225-235.
134. Lee, O.S. Dynamic material property characterization by using split Hopkinson pressure bar (SHPB) technique / O.S. Lee, M.S. Kim // Nuclear Engineering and Design. – 2003. – V.226. – P.119-125.
135. Zhang, X.M. Dynamic property evaluation of aluminum alloy 2519A by split Hopkinson pressure bar / X.M. Zhang, H.J. Li, H.Z. Li, H. Gao, Z.G. Gao, Y. Liu, B. Liu // Transactions of Nonferrous Metals Society of China (English Edition) . – 2008. – V.18. – P.1-5.
136. Sakino, K. Strain rate dependence of dynamic flow stress of 2017 aluminum alloy at very high strain rates / K. Sakino // International Journal of Modern Physics B. – 2008. – V.2. – P.1209-1214.
137. Wiesner, C.S. 1999. Loading rate effects on tensile properties and fracture Toughness of Steel / C.S. Wiesner, H. MacGillivray // Proceedings of the Seventh Symposium Toughness of Steel, Fracture, Plastic Flow and Structural Integrity, 29 April, 1999, Abingdon, UK. – 1999. – P.149-173.
138. Noda, N.A. Strain rate concentration and dynamic stress concentration for double-edge-notched specimens subjected to high-speed tensile loads / N.A. Noda,

- H. Ohtsuka, H. Zheng, Y. Sano, M. Ando, T. Shinozaki, W. Guan // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2015. – V.38, 125-138.
139. Yokoyama, T. A novel impact three-point bend test method for determining dynamic fracture-initiation toughness / T. Yokoyama, K. Kishida // *Experimental Mechanics*. – 1989. – V.29. – P.188-194.
140. Yin, T. A novel reformulation of the Theory of Critical Distances to design notched metals against dynamic loading / T. Yin, A. Tyas, O. Plekhov, A. Terekhina, L. Susmel // *Materials & Design*. – 2015. – V.69. – P. 197-212.
141. Yin, T. On the use of the Theory of Critical Distances to estimate the dynamic strength of notched 6063-T5 aluminium alloy / T. Yin, A. Tyas, O. Plekhov, A. Terekhina, L. Susmel // *Fratturaed Integrita Strutturale*. – 2014. – V.30. – P.220-225.
142. Terekhina, A. Evaluation of Quasistatic and Dynamic Strength of Components with Stress Concentrators Based on the Theory of Critical Distances / A. Terekhina, O. Plekhov // *AIP conference Proceedings*. – 2016. – V.1785. – P.040087.
143. Terekhina, A. Application of the theory of critical distances for the estimation of fracture under dynamic loading / A. Terekhina, A. Kostina, O. Plekhov // *AIP Conference Proceedings*. – 2017. – V.1909. – P.020218.
144. Vedernikova, A. Calculation of limit loads for steel structures under dynamic loading / A. Vedernikova, O. Plekhov, A. Bragov // *AIP Conference Proceedings*. – 2018. – V.2051. – P.020316.
145. Huang, Y. The art of coupon tests / Y. Huang, B. Young // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2014. – V.96. – P.159-175.
146. Grassel, O. High strength Fe–Mn–(Al, Si) TRIP/TWIP steels development-properties-application / O. Grassel, L. Kruger, G. Frommeyer, L.W. Meyer // *International Journal of Plasticity*. – 2000. – V.16. – P.1391-1409.

147. Liang, H. Tensile and Compressive Properties of Mg-3Al-2Zn-2Y Alloy at Different Strain Rates / H. Liang, F. Pan, J. Wang, J. Yang // *Journal of Materials Engineering and Performance*. – 2013. – V.22. – P.2681-2690.
148. Lin, Y.H. Microtwin formation in the  $\alpha$  phase of duplex titanium alloys affected by strain rate / Y.H. Lin, S.M. Wu, F.H. Kao, S.H. Wang, J.R. Yang, C.C. Yang, C.S. Chiou // *Materials Science and Engineering: A*. – 2011. – V.528. – P.2271-2276.
149. El-Gamal, S. Effects of  $\gamma$ -irradiation and strain rate on the tensile and the electrical properties of Al-4043 alloy / S. El-Gamal, G. Mohammed // *Radiation Physics and Chemistry*. – 2014. – V.99. – P.68-73.
150. Boyce, B.L. The dynamic tensile behavior of tough, ultrahigh-strength steels at strain-rates from  $0.0002 \text{ s}^{-1}$  to  $200 \text{ s}^{-1}$  / B.L. Boyce, M.F. Dilmore // *International Journal of Impact Engineering*. – 2009. – V.36. – P.263-271.
151. Borvik, T. A computational model of viscoplasticity and ductile damage for impact and penetration / T. Borvik, O.S. Hopperstad, T. Berstad, M. Langseth // *European Journal of Mechanics - A/Solids*. – 2001. – V.20. – P.685-712.
152. Solomos, G. Strain rate effects in nuclear steels at room and higher temperatures / G. Solomos, C. Albertini, K. Labibes, V. Pizzinato, B. Viacoz // *Nuclear Engineering and Design*. – 2004. – V.229. – P.139-149.
153. Xu, S. Effects of Strain Rate and Temperature on Tensile Flow Behavior and Energy Absorption of Extruded Magnesium AM30 Alloy / S. Xu, W.R. Tyson, R. Bouchard, V.Y. Gertsman // *Journal of Materials Engineering and Performance*. – 2009. – V.18. – P.1091-1101.
154. Cao, R. Effects of loading rate on damage and fracture behavior of TiAl alloys / R. Cao, M.X. Lei, J.H. Chen, J. Zhang // *Materials Science and Engineering: A*. – 2007. – V.465. – P.183-193.
155. Sun, Z.M. Tensile properties and fracture toughness of a Ti-45Al-1.6Mn alloy at loading velocities of up to 12 m/s / Z.M. Sun, T. Kobayashi, H. Fukumasu,

- I. Yamamoto, K. Shibue // Metallurgical and Materials Transactions A. – 1998. – V.29. – P.263-277.
156. Li, C.J. Effects of temperature and loading rate on fracture toughness of structural steels / C.J. Li // Materials & Design. – 2000. – V.21. – P.27-30.
157. Priest, A. Influence of strain rate and temperature on the fracture and tensile properties of several metallic materials / A. Priest // Dynamic fracture toughness an international conference arranged by the Welding Institute and the American Society for Metals, 5-7 July, 1976, London. – 1977. – V.1.
158. Shapiro, J.M. Dynamic Crack-Tip Opening Displacement (CTOD) measurements with application to fracture toughness testing / J.M. Shapiro, W. Sharpe, R.L. Tregoning // Rapid Load Fracture Testing. ASTM International. – 1992.
159. Terekhina, A. A comparison of the two approaches of the theory of critical distances based on linear-elastic and elasto-plastic analyses / A.Terekhina, O. Plekhov, A. Kostina, L. Susmel // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2017. – V.208. – P.012042.
160. Terekhina, A. Elasto-plastic TCD as a method of failure prediction / A. Terekhina, A. Kostina, O. Plekhov, L. Susmel // Procedia Structural Integrity. – 2017. – V.5. – P.569–576.
161. Johnson, G.R. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures / G.R. Johnson, W.H. Cook // Proceedings of the Seventh International Symposium on Ballistic, The Hague, The Netherlands, 1983. – P. 541-547.
162. Наймарк, О.Б. Коллективные свойства ансамблей дефектов и некоторые нелинейные проблемы пластичности и разрушения / О.Б. Наймарк // Физическая Мезомеханика. – 2003. – Т.6. - №4. – С. 45-72.
163. Наймарк, О.Б. Структурно - скейлинговые переходы и некоторые термодинамические и кинетические эффекты в материалах в объемном субмикро–(нано-) кристаллическом состоянии / О.Б. Наймарк, Ю.В. Баяндин,

- В.А. Леонтьев, И.А. Пантелеев, О.А. Плехов // Физическая Мезомеханика. – 2009. – Т.12. – №4. – С. 47 – 60.
164. Kostina, A. A non-local damage model for brittle fracture in metallic structures with stress concentrators / A. Kostina, A. Terekhina, O. Plekhov // Procedia Structural Integrity. – 2017. – V.5. – P.302-309.
165. Vedernikova, A. Physical explanation of the critical distance theory and a link with structure of material / A. Vedernikova, A. Kostina, A. Petrova, O. Plekhov // Procedia Structural Integrity. – 2018. – V.13. – P.1165-1170.
166. Качанов, Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести / Л.М. Качанов // Изв. АН СССР. – 1958. – №8. – С. 26 – 31.
167. Murakami, S. Continuum Damage Mechanics. A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture / S. Murakami. - Dordrecht, Heidelberg, London, New York: Springer, 2012. – 423 p.
168. Гленсдорф, П. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций / П. Гленсдорф, И. Пригожин. – Москва: Мир, 1973. – 280 с.
169. Костина, А.А. Моделирование баланса энергии при неупругом деформировании и разрушении металлов и сплавов: дис. на соиск. уч. степ. канд. физ.-мат. наук. – ИМСС УрО РАН, Пермь, 2016. – 153 с.
170. Самарский, А.А. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений / А.А. Самарский, В.А. Галактионов, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов. – М.: Наука, 1987. – 480 p.
171. Glinka, G. Universal features of elastic notch-tip stress fields / G. Glinka, A. Newport // International Journal of Fatigue. – 1987. – V.9. – P.143-150.
172. Naimark, O.B. Crack propagation: dynamic stochasticity and scaling / O.B. Naimark, V.A. Barannikov, M.M. Davydova, O.A. Plekhov, S.V. Uvarov // Technical physics letters. – 2000. – V.26. – N.3. – P.254-258.
173. Plekhov, O.A., Modeling of stochastic properties of fast cracks in quasi-brittle materials / O.A. Plekhov // Computational Materials Science. – 2003. – V.28/3-4. – P.462-468.

174. Vedernikova, A. On the use of the critical distance concept to estimate tensile strength of notched components under dynamic loading and physical explanation theory / A. Vedernikova, A. Kostina, O. Plekhov, A. Bragov // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2019. – V.103. – P.102280.

## Таблицы к главе 2

Таблица 1 – Экспериментальные данные, полученные при испытании  
цилиндрических образцов из титанового сплава VT1-0

Код испытания	$d_g$	$d_n$	$\rho$	$K_t$	$F_f$	$T_f$	$\dot{F}$	$\dot{\epsilon}_{nom}$
	[мм]	[мм]	[мм]		[кН]	[с]	[кН/с]	[1/с]
VT1-P1	9	9	Plain	1.00	28.4	813.8	0.035	0.0002
VT1-P2	9	9	Plain	1.00	28.73	812.46	0.035	0.0002
VT1-P3	9	9	Plain	1.00	28.1	69.32	0.406	0.002
VT1-P4	9	9	Plain	1.00	29.88	72.11	0.414	0.002
VT1-P5	9	9	Plain	1.00	29.82	70.86	0.421	0.002
VT1-P6	9	9	Plain	1.00	32.29	1.61	20.06	0.051
VT1-P7	9	9	Plain	1.00	32.48	1.6	20.3	0.049
VT1-B1	9	7.6	2	1.67	25.7	552.95	0.046	0.0028
VT1-B2	9	7.6	2	1.67	26.22	550.3	0.048	0.0028
VT1-B3	9	7.6	2	1.67	25.99	529.16	0.049	0.0028
VT1-B4	9	7.6	2	1.67	27.39	50.28	0.545	0.027
VT1-B5	9	7.6	2	1.67	27.62	51.72	0.534	0.027
VT1-B6	9	7.6	2	1.67	27.35	49.35	0.554	0.027
VT1-B7	9	7.6	2	1.67	29.87	1.15	25.97	0.38
VT1-B8	9	7.6	2	1.67	29.79	1.16	25.68	0.428
VT1-B9	9	7.6	2	1.67	29.86	1.12	26.66	0.399
VT1-B10	5	3	2	1.67	8.33	$4.7 \cdot 10^{-5}$	$1.77 \cdot 10^5$	3830
VT1-I1	9	7.6	1	2.08	27.23	618.63	0.044	0.0042
VT1-I2	9	7.6	1	2.08	26.96	610	0.044	0.0047
VT1-I3	9	7.6	1	2.08	28.29	60.44	0.468	0.0448
VT1-I4	9	7.6	1	2.08	27.91	59.96	0.466	0.444
VT1-I5	9	7.6	1	2.08	30.57	1.32	23.159	0.8838
VT1-I6	9	7.6	1	2.08	30.69	1.36	22.566	0.925
VT1-I7	9	7.6	1	2.08	30.41	1.38	22.036	0.924
VT1-I8	5	3	1	2.08	8.07	$4.7 \cdot 10^{-5}$	$1.72 \cdot 10^5$	6600
VT1-I9	5	3	1	2.08	8.36	$3.65 \cdot 10^{-5}$	$2.29 \cdot 10^5$	8500
VT1-S1	9	7.6	0.1	5.2	27.33	641.61	0.043	0.0078
VT1-S2	9	7.6	0.1	5.2	27.19	585.83	0.046	0.0078
VT1-S3	9	7.6	0.1	5.2	28.35	59.91	0.473	0.076
VT1-S4	9	7.6	0.1	5.2	28.39	60.31	0.471	0.077

Продолжение таблицы 1

Код испытания	$d_g$	$d_n$	$\rho$	$K_t$	$F_f$	$T_f$	$\dot{F}$	$\dot{\varepsilon}_{ном}$
	[мм]	[мм]	[мм]		[кН]	[с]	[кН/с]	[1/с]
VT1-S5	9	7.6	0.1	5.2	31.1	1.29	24.109	1.43
VT1-S6	9	7.6	0.1	5.2	30.76	1.4	21.971	1.8
VT1-S7	5	3	0.1	5.2	9.16	$3.46 \cdot 10^{-5}$	$2.65 \cdot 10^5$	16280

Таблица 2 – Экспериментальные данные, полученные при испытании цилиндрических образцов из титанового сплава ВТ6 (Ti-6Al-4V)

Код испытания	$d_g$	$d_n$	$\rho$	$K_t$	$F_f$	$T_f$	$\dot{F}$
	[мм]	[мм]	[мм]		[кН]	[с]	[кН/с]
Ti-P1	9	7.6	Plain	1.00	46.72	32.86	1.37
Ti-P2	9	7.6	Plain	1.00	46.76	30.55	1.47
Ti-P3	9	7.6	Plain	1.00	46.86	38.42	1.18
Ti-P4	9	7.6	Plain	1.00	47.99	3.25	15.04
Ti-P5	9	7.6	Plain	1.00	48.6	3.23	15.05
Ti-P6	9	7.6	Plain	1.00	48.2	3.13	14.97
Ti-P8	9	7.6	Plain	1.00	50.36	0.26	193.69
Ti-P9	9	7.6	Plain	1.00	49.44	0.24	224.73
Ti-B1	9	7.6	2.0	1.67	56.28	52.77	1.04
Ti-B2	9	7.6	2.0	1.67	55.95	43.91	1.24
Ti-B3	9	7.6	2.0	1.67	57.14	43.09	1.529
Ti-B4	9	7.6	2.0	1.67	58.13	5.12	11.40
Ti-B5	9	7.6	2.0	1.67	58.22	5.19	11.28
Ti-B6	9	7.6	2.0	1.67	56.81	4.93	11.55
Ti-B7	9	7.6	2.0	1.67	61.9	0.38	167.30
Ti-B8	9	7.6	2.0	1.67	61.66	0.19	324.53
Ti-B9	9	7.6	2.0	1.67	61.87	0.21	294.62
Ti-I1	9	7.6	1.0	2.08	59.0	45.96	1.26
Ti-I2	9	7.6	1.0	2.08	58.83	43.31	1.36
Ti-I3	9	7.6	1.0	2.08	60.15	46.92	1.25
Ti-I4	9	7.6	1.0	2.08	59.77	4.7	12.69
Ti-I5	9	7.6	1.0	2.08	60.24	5.06	11.83
Ti-I6	9	7.6	1.0	2.08	60.6	5.3	11.39
Ti-I7	9	7.6	1.0	2.08	63.72	0.21	303.43
Ti-I8	9	7.6	1.0	2.08	63.47	0.23	275.96
Ti-I9	9	7.6	1.0	2.08	63.84	0.21	304.0
Ti-S1	9	7.6	0.1	5.2	56.25	$2.6 \cdot 10^{-5}$	$2.16 \cdot 10^6$
Ti-S2	9	7.6	0.1	5.2	71.22	$2.7 \cdot 10^{-5}$	$2.64 \cdot 10^6$

Таблица 3 – Экспериментальные данные, полученные при испытании  
цилиндрических образцов из алюминиевого сплава АМг6

Код испытания	$d_g$	$d_n$	$\rho$	$K_t$	$F_f$	$T_f$	$\dot{F}$
	[мм]	[мм]	[мм]		[кН]	[с]	[кН/с]
AlMg6-P1	9	7.6	Plain	1.00	19.89	280.154	0.071
AlMg6-P2	9	7.6	Plain	1.00	19.83	269,69	0.0735
AlMg6-P3	9	7.6	Plain	1.00	20.09	286.83	0.07
AlMg6-P4	9	7.6	Plain	1.00	19.78	26.22	0.754
AlMg6-P5	9	7.6	Plain	1.00	19.76	26.98	0.732
AlMg6-P6	9	7.6	Plain	1.00	19.73	26.064	0.757
AlMg6-P7	9	7.6	Plain	1.00	18.67	0.31	60.23
AlMg6-P8	9	7.6	Plain	1.00	18.69	0.29	64.45
AlMg6-P9	9	7.6	Plain	1.00	18.59	0.32	58.09
AlMg6-B1	9	7.6	2.0	1.67	21.44	245.18	0.0874
AlMg6-B2	9	7.6	2.0	1.67	21.8	255.7	0.0853
AlMg6-B3	9	7.6	2.0	1.67	21.89	248.2	0.0882
AlMg6-B4	9	7.6	2.0	1.67	21.67	26.24	0.826
AlMg6-B5	9	7.6	2.0	1.67	21.57	25.08	0.86
AlMg6-B6	9	7.6	2.0	1.67	21.5	26.29	0.818
AlMg6-B7	9	7.6	2.0	1.67	20.9	0.32	65.31
AlMg6-B8	9	7.6	2.0	1.67	21.39	0.32	66.84
AlMg6-B9	9	7.6	2.0	1.67	21.03	0.32	65.72
AlMg6-I1	9	7.6	1.0	2.08	21.67	228.54	0.0948
AlMg6-I2	9	7.6	1.0	2.08	21.36	220.5	0.0969
AlMg6-I3	9	7.6	1.0	2.08	21.29	224.77	0.0947
AlMg6-I4	9	7.6	1.0	2.08	21.49	24.46	0.879
AlMg6-I5	9	7.6	1.0	2.08	21.27	22.88	0.93
AlMg6-I6	9	7.6	1.0	2.08	21.23	22.82	0.93
AlMg6-I7	9	7.6	1.0	2.08	21.09	0.3	70.3
AlMg6-I8	9	7.6	1.0	2.08	21.11	0.3	70.37
AlMg6-I9	9	7.6	1.0	2.08	21.48	0.33	65.09

Таблица 4 – Экспериментальные данные, полученные при испытании  
цилиндрических образцов из стали 08X18H10T

Код испытания	$d_g$	$d_n$	$\rho$	$F_f$	$T_f$	$\dot{\epsilon}_{ном}$
	[мм]	[мм]	[мм]	[кН]	[с]	[1/с]
08X18-P1	5	5	Plain	11.39	-	0.001
08X18-P2	5	5	Plain	11.21	-	0.001
08X18-P3	5	5	Plain	10.9	-	0.02

Продолжение таблицы 4

Код испытания	$d_g$	$d_n$	$\rho$	$F_f$	$T_f$	$\dot{\varepsilon}_{nom}$
	[мм]	[мм]	[мм]	[кН]	[с]	[1/с]
08X18-P4	5	5	Plain	13.13	-	1500
08X18-P5	5	5	Plain	14.41	-	2000
08X18-I1	7	4	1.0	8.738	2012	0.0012
08X18-I2	7	4	1.0	8.662	36.72	0.053
08X18-I3	7	4	1.0	11.52	$66 \cdot 10^{-6}$	6000
08X18-I4	7	4	1.0	12.29	$73 \cdot 10^{-6}$	7000
08X18-I5	7	4	1.0	11.76	$61 \cdot 10^{-6}$	8200
08X18-S1	7	4	0.25	9.352	1900	0.001
08X18-S2	7	4	0.25	9.207	903.57	0.0022
08X18-S3	7	4	0.25	9.396	95	0.0143
08X18-S4	7	4	0.25	12.69	$62 \cdot 10^{-6}$	8600
08X18-S5	7	4	0.25	12.32	$68 \cdot 10^{-6}$	6000
08X18-S6	7	4	0.25	11.75	$66 \cdot 10^{-6}$	7500

Таблица 5 – Экспериментальные данные, полученные при испытании цилиндрических образцов из стали Ст3

Код испытания	$d_g$	$d_n$	$\rho$	$F_f$	$T_f$	$\dot{\varepsilon}_{nom}$
	[мм]	[мм]	[мм]	[кН]	[с]	[1/с]
Ст3-P1	4.95	4.95	Plain	9.82	-	0.001
Ст3-P2	4.95	4.95	Plain	9.73	-	0.02
Ст3-P3	5	5	Plain	11.15	-	800
Ст3-P4	5	5	Plain	11.81	-	1400
Ст3-I1	7	4	1.0	10.25	1284.4	0.00083
Ст3-I2	7	4	1.0	10.35	50.9	0.019
Ст3-I3	7	4	1.0	10.52	4.5	0.23
Ст3-I4	7	4	1.0	14.04	$62 \cdot 10^{-6}$	3100
Ст3-I5	7	4	1.0	14.09	$64 \cdot 10^{-6}$	4400
Ст3-I6	7	4	1.0	14.46	$60 \cdot 10^{-6}$	4500
Ст3-S1	7	4	0.25	10.56	1457	0.00085
Ст3-S2	7	4	0.25	11.127	57	0.026
Ст3-S3	7	4	0.25	13.66	$102 \cdot 10^{-6}$	4200
Ст3-S4	7	4	0.25	13.93	$69 \cdot 10^{-6}$	5700
Ст3-S5	7	4	0.25	14.6	$52 \cdot 10^{-6}$	6000
Ст3-S6	7	4	0.25	15.38	$48 \cdot 10^{-6}$	7100

Таблица 6 – Экспериментальные данные, полученные при испытании цилиндрических образцов из стали 20X13

Код испытания	$d_g$	$d_n$	$\rho$	$F_f$	$T_f$	$\dot{\epsilon}_{nom}$
	[мм]	[мм]	[мм]	[кН]	[с]	[1/с]
20X13-P1	5.01	5.01	Plain	15.86	-	0.001
20X13-P2	5	5	Plain	16.22	-	0.02
20X13-P3	4.99	4.99	Plain	16.04	-	0.02
20X13-P4	5	5	Plain	18.94	-	800
20X13-P5	5	5	Plain	20.2	-	1500
20X13-I1	7	4	1.0	14.704	2051	0.00076
20X13-I2	7	4	1.0	15.395	70.8	0.0166
20X13-I3	7	4	1.0	16.405	1.339	0.1116
20X13-I4	7	4	1.0	18.21	$66 \cdot 10^{-6}$	2000
20X13-I5	7	4	1.0	18.56	$65 \cdot 10^{-6}$	2950
20X13-I6	7	4	1.0	19.2	$47 \cdot 10^{-6}$	4150
20X13-I7	7	4	1.0	19.01	$64 \cdot 10^{-6}$	4300
20X13-S1	7	4	0.25	15.569	2056	0.00078
20X13-S2	7	4	0.25	16.552	105.8	0.0095
20X13-S3	7	4	0.25	21.12	$66 \cdot 10^{-6}$	2150
20X13-S4	7	4	0.25	21.57	$63 \cdot 10^{-6}$	3000
20X13-S5	7	4	0.25	22.03	$84 \cdot 10^{-6}$	3250

Таблица 7 – Экспериментальные данные, полученные при испытании цилиндрических образцов из алюминиевого сплава Al6063-T5

Код испытания	$d_g$	$d_n$	$\rho$	$K_t$	$F_f$	$T_f$	$\dot{F}$	$\dot{\epsilon}_{nom}$
	[мм]	[мм]	[мм]		[кН]	[с]	[кН/с]	[1/с]
S1T1	10	5	Plain	1.00	3.8	4.1	0.9268	0.02
S1T2	10	5	Plain	1.00	4.8	0.08	60.00	1.3
S1T3	10	5	Plain	1.00	4.1	35	0.1171	0.007
S1T5	10	5	Plain	1.00	4.6	0.05	92.00	3.5
S1T6	10	5	Plain	1.00	4	0.02	200.0	8.2
S1T7	10	5	Plain	1.00	4.4	0.006	733.3	19.8
S1T8	10	5	Plain	1.00	4.5	0.005	900.0	21.7
S1T11	10	5	Plain	1.00	4.1	0.004	1600	30.66
S1T12	10	5	Plain	1.00	4.7	0.01	470.0	11.33
S1T9	10	5.2	0.38	2.93	5.4	22	0.2455	0.013
S1T10	10	5.2	0.38	2.93	6.7	0.004	1675	125
S1T1	10	5.2	0.38	2.93	6.8	0.007	971.4	52.15
S2T2	10	5.2	0.38	2.93	6.7	0.007	957.1	32.35

Продолжение таблицы 7

Код испытания	$d_g$	$d_n$	$\rho$	$K_t$	$F_f$	$T_f$	$\dot{F}$	$\dot{\varepsilon}_{nom}$
	[мм]	[мм]	[мм]		[кН]	[с]	[кН/с]	[1/с]
S1T17	10	5.21	1.38	1.69	4.6	29	0.1586	0.01
S1T18	10	5.21	1.38	1.69	6.2	0.003	2066.7	89.29
S2T5	10	5.21	1.38	1.69	5.3	21	0.2524	0.01
S2T6	10	5.21	1.38	1.69	5.1	16	0.3188	0.019
S2T7	10	5.21	1.38	1.69	6.7	0.007	957.1	61.59
S2T9	10	5.21	1.38	1.69	6.2	0.009	688.9	49.42
S2T10	10	5.21	1.38	1.69	6.9	0.007	985.7	56.43
S2T11	10	5.21	1.38	1.69	4.9	11	0.4455	0.03
S2T12	10	5.21	1.38	1.69	5.2	16	0.3250	0.017
S2T13	10	5.21	1.38	1.69	6	0.007	857.1	48.17
S2T14	10	5.21	1.38	1.69	5.9	0.009	655.6	42.62
S1T15	10	4.0	4.0	1.25	3.7	30	0.1233	0.01
S1T16	10	4.0	4.0	1.25	3.5	23	0.1522	0.01

Таблица 8 – Экспериментальные данные, полученные при испытании цилиндрических образцов из сталей 301XH, VASCO JET-1000 и никелевого сплава RENE-41 [130]

$W_g$	$W_n$	$\rho$	$K_t$	301XH, $\sigma_{f,nom}$	RENE-41, $\sigma_{f,nom}$	Jet-1000, $\sigma_{f,nom}$
[мм]	[мм]	[мм]		[МПа]	[МПа]	[МПа]
12.7	12.7	plain	1.0	1392.1	1379.0	1410.7
12.7	12.7	Plain	1.0	1390.7	1347.2	1407.2
12.7	12.7	Plain	1.0	1393.4	1363.8	1413.4
12.7	12.7	Plain	1.0	1405.2	1368.6	1508.6
25.4	15.24	0.05	14.7	1481.0	1132.8	1732.0
25.4	15.24	0.05	14.7	1529.9	1157.6	1676.1
25.4	15.24	0.05	14.7	1522.4	1194.2	1692.7
25.4	15.24	0.05	14.7	1212.8	909.4	1737.5
25.4	15.24	0.25	6.8	1522.4	1254.8	1709.9
25.4	15.24	0.25	6.8	1510.0	1300.4	1732.0
25.4	15.24	0.25	6.8	1521.7	1291.4	1737.5
25.4	15.24	0.25	6.8	1270.0	992.8	1748.5
25.4	15.24	1.27	3.3	1532.7	1373.4	1816.1
25.4	15.24	1.27	3.3	1516.8	1363.8	1799.5
25.4	15.24	1.27	3.3	1482.4	1421.0	1760.2
25.4	15.24	1.27	3.3	1263.1	1174.2	1782.3

Продолжение таблицы 8

$W_g$	$W_n$	$\rho$	$K_t$	301XH, $\sigma_{f,nom}$	RENE-41, $\sigma_{f,nom}$	Jet-1000, $\sigma_{f,nom}$
[мм]	[мм]	[мм]		[МПа]	[МПа]	[МПа]
25.4	15.24	4.95	1.9	1521.7	1442.4	1737.5
25.4	15.24	4.95	1.9	1516.8	1450.7	1743.0
25.4	15.24	4.95	1.9	1503.1	1443.8	1760.2
25.4	15.24	4.95	1.9	1256.9	1462.4	1720.9