

На правах рукописи

A. Tsaryukov

Цаюков Андрей Андреевич

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ
СОЛЯНЫХ МЕЖДУКАМЕРНЫХ ЦЕЛИКОВ**

Специальность 2.8.6

Геомеханика, разрушение горных пород,
рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Пермь – 2025

Диссертация подготовлена в «Горном институте Уральского отделения Российской академии наук – филиале федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук («ГИ УрО РАН»).

Научный руководитель:

Барях Александр Абрамович

Руководитель научного направления
«Горные науки» Пермского федерального
исследовательского центра Уральского отделения
Российской академии наук, академик РАН,
доктор технических наук, профессор (г. Пермь)

Официальные оппоненты:

Журавков Михаил Анатольевич

доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой Теоретической и
прикладной механики Белорусского
государственного университета
(г. Минск, Республика Беларусь)

Карасев Максим Анатольевич

доктор технических наук, доцент, профессор
кафедры Строительства горных предприятий и
подземных сооружений Федерального
государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Санкт-Петербургский горный университет
императрицы Екатерины II» (г. Санкт-Петербург)

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки **Институт горного дела
им. Н.А. Чинакала** Сибирского отделения
Российской академии наук (г. Новосибирск)

Защита состоится «1» октября 2025 г. в ____ часов на заседании диссертационного совета 24.1.201.02 при ПФИЦ УрО РАН по адресу: г. Пермь, ул. Сибирская, 78а. С диссертационной работой можно ознакомиться в библиотеке «ГИ УрО РАН» и на сайте <https://permisc.ru>.

Автореферат разослан «__» _____ 2025 г.

Отзывы, заверенные печатью организации, просим направлять в двух экземплярах не позднее, чем за 10 дней до защиты диссертации. В отзыве должны быть указаны фамилия, имя, отчество, должность, организация, почтовый адрес, телефон и электронная почта лица, предоставившего его.

Отзывы необходимо направлять по адресу: 614007, г. Пермь, ул. Сибирская, 78а. Телефон / факс: +7 (342) 216-75-02. Электронная почта: lserg@mi-perm.ru.

Учёный секретарь диссертационного совета,
кандидат технических наук

 Лобанов С.Ю.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации

При разработке калийных и соляных месторождений главной задачей является защита рудников от затопления. Как правило, безопасность ведения горных работ обеспечивается путём сохранения на протяжении всего срока эксплуатации рудников технологического элемента, известного в горной практике как водозащитная толща (ВЗТ). Для условий Верхнекамского месторождения солей (ВКМС) под ВЗТ понимается безводная и водонепроницаемая часть геологического разреза, расположенная между кровлей верхнего отрабатываемого пласта калийно-магниевого солей и кровлей верхнего пласта каменной соли. Нарушение целостности ВЗТ непосредственно связано с риском возникновения аварийных ситуаций, обусловленных прорывом пресных или слабонасыщенных вод в выработанное пространство. Деформации на земной поверхности при этом, как правило, начинают интенсивно развиваться вследствие растворения соляных пород с возможным образованием провалов, глубина которых может достигать сотен метров. Как следствие, возникает угроза разрушения инфраструктуры, расположенной на земной поверхности.

Отработка продуктивных пластов в условиях ВКМС осуществляется камерной системой с поддержанием вышележащей толщи, в том числе и ВЗТ, на междукамерных целиках (МКЦ). В этом случае междукамерные целики находятся под постоянной, мало изменяющейся во времени нагрузкой, что обуславливает активизацию процессов ползучести, в результате которых происходит нарастание деформаций во времени и потеря несущей способности МКЦ.

Существующие методы расчёта устойчивых размеров целиков, по сути, сводятся к сравнению нагрузки, действующей на целик, с его предельной несущей способностью. Применительно к камерной системе первым инженерным способом расчёта целиков, вероятно, является метод французского горного инженера Турнера Л.М. Впоследствии различные модификации его гипотезы были отражены в работах Гупиера Ж.Н.Х., Грюнера Л.Е., Шевякова Л.Д. и др. Основное отличие состояло в оценке прочности целиков (введение коэффициентов запаса, формы и т.д.). Современные методы анализа устойчивости несущих элементов систем разработки используют аппарат механики деформируемого твёрдого тела и основываются на оценках напряжённо-деформированного состояния подработанного массива. Исследованиями состояния междукамерных целиков занимались отечественные учёные: Амосин Б.З., Андрейко С.С., Асанов В.А., Барях А.А., Ержанов Ж.С., Жихарев С.Я., Журавков М.А., Карасев М.А., Константинова С.А., Космодамианский А.С., Крайнев Б.А., Линьков А.М., Назарова Л.А., Оловянный А.Г., Протосеня А.Г.,

Ревуженко А.Ф., Руппенейт К.В., Фадеев А.Б., Фисенко Г.Л., Шерман Д.И. и многие другие; а также зарубежные исследователи: Cook N.G.W., Doering T., Erichsen C., Hackett P., Jaeger J.C., Kiehl J.R., Knoll P., Minkley W., Reginald Hardy H., Wallner M., Wittke W. и др. Однако, в работах этих авторов при расчёте несущих конструктивных элементов не учитывается специфика деформирования и разрушения междукламерных целиков.

На сегодняшний день существует много различных систем анализа напряжённо-деформированного состояния твёрдых тел, основанных на численных методах решения систем дифференциальных уравнений. Одним из самых популярных и универсальных методов является метод конечных элементов. Инженерные программные комплексы, базирующиеся на нём, в основном используют стандартные геомеханические модели, которые не отражают в полной мере особенности деформирования и разрушения соляных пород, вмещающих горные выработки. Более того, возникают сложности с параметрическим обеспечением этих моделей. В связи с этим возникает необходимость разработки новых методов математического моделирования и их численных реализаций для конкретного класса задач геомеханики.

Цель диссертационной работы

Построение математических моделей и разработка методов их численной реализации, адекватно отражающих процесс деформирования и разрушения соляных пород и междукламерных целиков.

Идея работы

Поэтапное построение математических моделей деформирования и разрушения соляных образцов и междукламерных целиков, базирующихся на лабораторных экспериментах и натурных наблюдениях, с учётом особенностей продольно-поперечного деформирования соляных пород и временных эффектов.

Задачи исследования:

1. Выполнить анализ результатов лабораторных экспериментов по физическому моделированию процесса деформирования и разрушения междукламерных целиков, основанных на одноосном сжатии крупномасштабных соляных образцов с контролем продольных и поперечных деформаций.
2. Построить модель деформирования и разрушения крупных соляных образцов и подобрать критерии разрушения / пластичности, а также связанные с ними законы пластического течения, наилучшим образом описывающие одновременно диаграмму нагружения и кривые продольно-поперечных деформаций образцов.

3. Провести анализ результатов физического моделирования одноосного сжатия соляных образцов малых размеров в режиме релаксации и ползучести с оценкой влияния временных эффектов на процессы деформирования и разрушения соляных пород.
4. Включить в построенную модель деформирования и разрушения вязкую составляющую и подобрать с помощью многовариантного моделирования вязкопластические законы, адекватно описывающие кривые релаксации и ползучести соляных образцов и имеющие простое и стабильное параметрическое обеспечение.
5. Адаптировать упруго-вязкопластическую модель деформирования и разрушения соляных образцов на случай плоского деформированного состояния и применить её для описания процессов деформирования междукамерных целиков в двухпластовом камерном блоке.
6. Продемонстрировать возможность использования построенной математической модели деформирования междукамерных целиков для оценки и прогноза их состояния, оценки оседаний земной поверхности, а также параметрического обеспечения анализа безопасных условий подработки водозащитной толщи.

Методы исследований предусматривали комплексный подход к решению поставленных задач и включали: анализ результатов лабораторных экспериментов и натурных наблюдений, математическое моделирование, основанное на методах механики деформируемого твёрдого тела, использование современных численных методов в связке с многовариантным математическим моделированием и высокопроизводительными вычислительными технологиями.

Основные научные положения, выносимые на защиту:

1. Построена трёхмерная упругопластическая модель деформирования и разрушения соляных пород, основанная на неассоциированном критерии Кулона-Мора и ассоциированном объёмном критерии прочности, адекватно описывающая результаты лабораторных испытаний крупномасштабных образцов в условиях одноосного сжатия.
2. Разработана трёхмерная упруго-вязкопластическая модель деформирования соляных пород, базирующаяся на принятых критериях пластичности (критерий Кулона-Мора и объёмный критерий), совмещённых с вязкопластическим законом Перича, которая характеризуется относительно простым, стабильным параметрическим обеспечением и приемлемо описывает стадию установившейся ползучести и релаксацию напряжений.

3. Предложен модифицированный метод проекции напряжений, реализованный для объёмного критерия пластичности и критерия Кулона-Мора в связке с вязкопластической моделью подобной закону Перича, который позволяет адекватно отразить нарастание во времени деформаций междукламерных целиков, развитие зон разрушения вмещающих пород и может быть включён в методическую схему оценки и прогноза безопасных условий подработки водозащитной толщи.

Достоверность научных положений и выводов обеспечивается представительным объёмом лабораторных и натурных исследований, корректным применением методов механики деформируемого твёрдого тела и численных методов, сходимостью численных решений, приемлемым качественным и количественным соответствием полученных результатов экспериментальным данным и специфике деформирования соляных пород.

Научная новизна

1. На основе экспериментальных данных построена трёхмерная математическая модель упруго-вязкопластического деформирования и разрушения соляных образцов во времени, учитывающая особенности их продольно-поперечного деформирования.
2. Для моделирования процессов ползучести в соляных породах, вмещающих горные выработки, разработан метод, основанный на введении в вязкопластическую модель дополнительного внутреннего параметра, предела ползучести, и соответствующего метода вычисления эквивалентного напряжения ползучести.
3. В качестве закона вязкопластичности для модели ползучести, построенной с применением модифицированного метода проекции напряжений, предложен закон подобный модели Перича.
4. Построен алгоритм численной реализации модифицированного метода проекции напряжений, основанный на неявной схеме Эйлера локального интегрирования методом обратного отображения.
5. Разработан алгоритм реализации модифицированного метода проекции напряжений для критерия пластичности Кулона-Мора, учитывающий особенности вычисления предела ползучести и эквивалентного напряжения ползучести.
6. Предложена методика анализа безопасных условий подработки водозащитной толщи, основанная на оценке оседаний земной поверхности по прогнозным скоростям горизонтальной конвергенции очистных камер, описываемым разработанной упруго-вязкопластической моделью деформирования и разрушения междукламерных целиков с применением модифицированного метода проекции напряжений.

Личный вклад автора

При непосредственном участии автора проведены: постановка задач, анализ и обработка результатов лабораторных и натурных исследований, разработка и численная реализация математических моделей, разработка программного кода, многовариантные численные эксперименты, обработка и анализ полученных результатов, разработка методики практической реализации, формулировка основных выводов и научных положений.

Практическая значимость

Разработанная методика оценки и прогноза оседаний земной поверхности на основе математического моделирования горизонтальной конвергенции очистных камер при помощи построенной упруго-вязкопластической модели деформирования и разрушения междукамерных целиков в режиме ползучести, базирующейся на предложенном модифицированном методе проекции напряжений, может использоваться на участках калийных рудников, где невозможны маркшейдерские наблюдения и инструментальные измерения горизонтальной конвергенции ввиду ограниченного доступа в выработки.

Реализация работы

Основные положения диссертационной работы использованы при анализе напряженно-деформированного состояния междукамерных целиков, оценке развития процесса сдвижения во времени и прогнозе безопасных условий подработки водозащитной толщи на участках шахтных полей рудников ПАО «Уралкалий».

Апробация работы

Основные положения и результаты диссертационной работы были представлены на международных Европейских симпозиумах по геомеханике «EUROCK 2018» (г. Санкт-Петербург, 2018 г.) и «EUROCK 2020» (г. Тронхейм, Норвегия, 2020 г.), научных сессиях «ГИ УрО РАН» (г. Пермь, 2017, 2018, 2023, 2024 гг.), XXIII Зимней школе по механике сплошных сред (г. Пермь, 2023 г.), отчётной конференции по итогам 1 этапа выполнения проекта «Фундаментальная механика в новых материалах, конструкциях, технологиях» (г. Пермь, 2024 г.), II Всероссийской конференции «Разрушение горных пород и минералов» (г. Екатеринбург, 2025 г.).

Связь работы с крупными научными программами и темами

Диссертационная работа выполнена в соответствии с грантами Российского фонда фундаментальных исследований (грант №17-45-590681) и Российского научного фонда (грант №19-77-30008), а также в рамках

крупного научного проекта при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение №075-15-2024-535 от 23 апреля 2024 г).

Публикации

По теме диссертационной работы опубликовано 8 печатных работ в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых журналов и изданий, рекомендуемых Высшей аттестационной комиссией при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации, в том числе 6 в изданиях, индексируемых в базах данных Scopus и Web of Science.

Объём диссертационной работы и её структура

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав и заключения, изложенных на 199 страницах машинописного текста, содержит 78 рисунков, 26 таблиц и 2 приложения. Список используемых источников состоит из 166 наименований, в том числе 72 зарубежных.

Автор выражает глубокую признательность и благодарность своему научному руководителю академику РАН, д-ру техн. наук Баряху А.А. за формирование научного направления работы, консультации при выполнении работы и за создание уникальной среды для исследований, сотрудникам лабораторий механики горных пород и физических проблем освоения георесурсов «ГИ УрО РАН» за плодотворное сотрудничество, ценные советы и проявленный интерес.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Основные функции по обеспечению сохранности водозащитной толщи (ВЗТ) выполняют несущие конструкции – междукамерные целики (МКЦ). Различные горно-геологические условия на Верхнекамском месторождении солей (ВКМС) в совокупности с разнообразием горнотехнических условий ведения очистных работ формируют множество вариантов взаимодействия междукамерных целиков с вмещающими породами и их развития во времени.

В настоящее время невозможно точно спрогнозировать сроки службы МКЦ, особенно в сложных горно-геологических и горнотехнических условиях. Существующие методы расчёта устойчивости целиков не учитывают характер деформационных процессов, протекающих в междукамерных целиках и околоразработанном пространстве. Это, в свою очередь, затрудняет получение адекватных оценок процессов деформирования и разрушения подработанных толщ.

Соляные породы относятся к классу структурно-неоднородных геоматериалов, которые проявляют квазипластичный характер

деформирования, обладают выраженными реологическими свойствами и специфической реакцией на различные внешние воздействия. Значительная часть исследований процессов деформирования и разрушения соляных пород при различных режимах нагружения связана с построением их феноменологических моделей и критериев разрушения. Достаточно редко лабораторные испытания используются для настройки математических моделей применительно к описанию устойчивости горнотехнических конструкций и прогнозе изменения их состояния во времени. Такие исследования являются своего рода аналогом физического моделирования даже в случае несоблюдения критериев подобия.

Междукамерные целики деформируются преимущественно в условиях одноосного сжатия. Для изучения особенностей их продольно-поперечного деформирования было проведено физическое моделирование процесса разрушения целиков, основанное на одноосном сжатии соляных образцов кубической формы большого размера (300×300×300 мм). В процессе нагружения регистрировалась абсолютная продольная деформация образца и с помощью контурных и глубинных марок измерялись смещения в его среднем поперечном сечении на различном удалении от боковых граней (0, 5, 10 и 15 см).

По результатам испытаний крупномасштабных образцов построены диаграммы их нагружения и зависимости поперечных перемещений от продольных на различных расстояниях от боковых граней образца (рис. 1). Данная информация представляет экспериментальную основу для настройки математической модели разрушения соляного образца.

Математическое описание процесса деформирования крупных соляных образцов кубической формы базировалось на изотропной упругопластической модели среды. Упругое деформирование описывалось линейным законом Гука. Пластичность материала определялась функцией текучести $\Phi(\sigma, \kappa, A)$ и потенциалом пластического течения $\Psi(\sigma, \kappa, A)$, аргументами которых являются: тензор напряжений – σ , параметр изотропного упрочнения – κ , а также набор переменных внутреннего состояния и

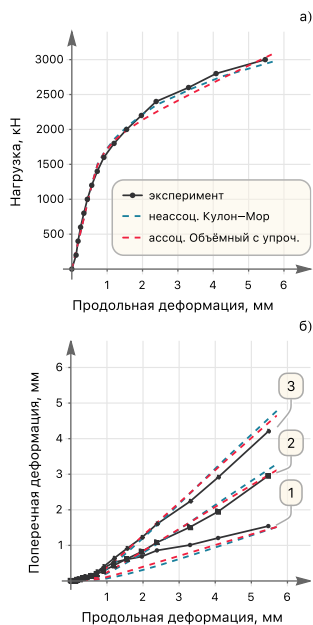


Рис. 1 – Экспериментальные и модельные диаграммы нагружения соляного образца (а) и продольно-поперечных деформаций на различном удалении от боковой грани (б): 1 — 10 см, 2 — 5 см, 3 — контур (0 см)

констант материала – Λ . Развитие пластических деформаций описывалось уравнением $\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \partial \Psi / \partial \sigma$, где $\dot{\lambda}$ это пластический множитель. Имплементация изотропного упрочнения подразумевала безразмерный подход (деформационное упрочнение), при котором изменение параметра κ зависит от изменения накопленной пластической деформации: $\dot{\kappa} = \|\dot{\varepsilon}_-^p\|$, где $\|\cdot\|$ – евклидова норма, а знак минуса в нижнем индексе указывает на отрицательную часть тензора скорости пластических деформаций. Так, в накоплении учитывались только сжимающие пластические деформации. Предполагалось, что пластическое растяжение геоматериала не даёт никакого дополнительного отклика.

Численная реализация построенной математической модели осуществлялась методом конечных элементов в перемещениях в трёхмерной постановке. Граничные условия соответствовали условиям испытаний крупных соляных образцов.

Калибровка математической модели по результатам физических экспериментов производилась в два этапа. Сначала на стадии упругого деформирования подбирался соответствующий модуль Юнга. Затем, путём вариации внутренних параметров материала и модуля упрочнения описывался переход от упругого режима деформирования к пластическому.

В качестве критериев пластичности были рассмотрены следующие критерии прочности: классические Треска и Кулона-Мора, параболическая огибающая кругов Мора при совместном действии критерия Рэнкина (первая теория прочности / теория наибольших нормальных напряжений), а также параболический объёмный критерий прочности горных пород (А.А. Барях, Н.А. Самоделкина).

По результатам многовариантного численного моделирования процесса одноосного сжатия крупномасштабных соляных образцов показано, что соляные породы проявляют дилатансионные эффекты. Вместе с тем установлено, что в рамках упругопластической модели наиболее точно одновременно описывают диаграмму нагружения соляных образцов и зависимости их поперечной деформации от продольной линейный критерий разрушения Кулона-Мора с неассоциированным законом пластического течения, а также объёмный параболический критерий прочности при ассоциированном законе течения пластических деформаций с линейным изотропным упрочнением (рис. 1). Это подтверждает первое научное положение:

Построена трёхмерная упругопластическая модель деформирования и разрушения соляных пород, основанная на неассоциированном критерии Кулона-Мора и ассоциированном законе прочности, адекватно описывающая результаты лабораторных испытаний крупномасштабных образцов в условиях одноосного сжатия.

Применительно к условиям ВКМС междукамерные целики находятся под действием постоянной мало изменяющейся во времени нагрузки, что обуславливает активизацию процессов ползучести. Небольшая скорость подвигания очистных работ практически исключает проявление в междукамерных целиках этапа неустановившейся ползучести (первичной ползучести). В этой связи наибольший интерес для анализа вызывает стадия установившейся ползучести (вторичной ползучести).

Для исследования временных эффектов, проявляющихся при деформировании соляных пород, были проведены лабораторные испытания образцов (60×30×30 мм) красного сильвинита и каменной соли на релаксацию и ползучесть при одноосном нагружении. Так, на образцах каменной соли исследовались релаксационные процессы, а на образцах красного сильвинита – ползучесть. Результаты испытаний показаны на рис. 2. Точкой отсчёта для кривых ползучести является момент начала установившейся ползучести.

Математическое описание проведённых лабораторных испытаний производилось с помощью изотропной упруго-вязкопластической модели среды как обобщённой модели деформирования крупных соляных образцов за счёт включения вязкой составляющей. При этом неупругие деформации записываются как

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \dot{\lambda} \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma}, \quad \dot{\lambda} = \begin{cases} f(\sigma, \mathbf{A}, \mathbf{P}), & \Phi(\sigma, \mathbf{A}) > 0, \\ 0, & \Phi(\sigma, \mathbf{A}) \leq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Производная пластического множителя $\dot{\lambda}$ теперь есть функция тензора напряжений и наборов внутренних параметров материала $\mathbf{A}$ (пластических) и $\mathbf{P}$ (вязких).

В качестве критериев пластичности использовались выделенные по результатам предыдущих исследований: неассоциированный критерий Кулона-Мора и ассоциированный объёмный критерий.

Калибровка модели деформирования соляных образцов по экспериментальным данным осуществлялась с помощью многовариантного моделирования путём варьирования параметров $\mathbf{A}$ и $\mathbf{P}$.

Для построения упруго-вязкопластической модели использовались следующие схемы интегрирования. Глобальное интегрирование по времени реализовано с помощью автоматической схемы Ньютона-Рафсона с подшагами и контролем ошибки. Локальное интегрирование проводилось по неявной схеме Эйлера алгоритма обратного отображения.

В сочетании с указанными критериями пластичности были рассмотрены два однопараметрических (Бингама и Дюво-Лионса) и два двухпараметрических (Пержины и Перича) вязкопластических закона.

В результате многовариантного математического моделирования показано, что каждая из исследованных моделей вязкопластичности, совмещённая с критериями Кулона-Мора и объёмным параболическим,

отражает нарастание продольной деформации соляных образцов в процессе ползучести, в то время как релаксационные процессы способны приемлемо описать только двухпараметрические законы (Пержины и Перича). Наряду с этим установлено, что использование закона Перича (рис. 2) характеризуется относительно простым, стабильным параметрическим обеспечением и при фиксированных параметрах пластичности приемлемо описывает стадию установившейся ползучести, что выглядит привлекательным с точки зрения калибровки математической модели. В дополнение ко всему использование вязкопластической модели деформирования позволяет выделить по заданному критерию прочности области разрушения, формирующиеся в процессе ползучести.

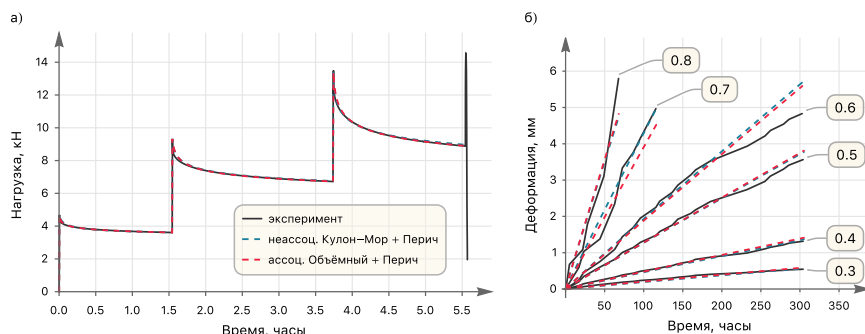


Рис. 2 – Экспериментальные и модельные кривые релаксации при ступенчатом нагружении каменной соли (а) и кривые установившейся ползучести красного сильвинита при различных степенях нагружения (б)

Выполненные лабораторные испытания соляных образцов на ползучесть и релаксацию в режиме одноосного нагружения вместе с результатами многовариантного численного моделирования процессов нагружения позволяют сформулировать второе научное положение:

Разработана трёхмерная упруго-вязкопластическая модель деформирования соляных пород, базирующаяся на принятых критериях пластичности (критерий Кулона-Мора и объёмный критерий), совмещённых с вязкопластическим законом Перича, которая характеризуется относительно простым, стабильным параметрическим обеспечением и приемлемо описывает стадию установившейся ползучести и релаксацию напряжений.

Основными промышленными пластами на Верхнекамском месторождении являются сильвинитовые пласты АБ и Красный-II (КрII), отработка которых ведётся камерной системой с ленточными целиками. Для детального изучения процессов деформирования несущих элементов системы разработки было смонтировано 7 комплексных замерных станций

на рудниках ПАО «Уралкалий». Замерные станции представляют собой систему глубинных и контурных реперов, расположенных в одном сечении на обоих отрабатываемых пластах АБ и КрII. С помощью таких конструкций измерялись поперечные деформации целиков и их вертикальная деформация. Результаты натурных наблюдений 4-х наиболее представительных экспериментальных участков были приняты за основу для построения и калибровки математических моделей деформирования МКЦ.

При использовании камерной системы отработки с целиками ленточной формы напряжённое состояние подработанного массива является близким к плоскому деформированному (ПДС). В таком случае можно перейти от трёхмерной модели деформирования междукamerных целиков к двухмерной.

В качестве объекта моделирования рассматривался стандартный для рудников Верхнекамского месторождения двухпластовый камерный блок, отражающий отработку силвинитовых пластов АБ и КрII комбайнами Урал-20Р.

Процесс ползучести в камерном блоке описывался вязкопластическим законом Перича в связке с ассоциированным объёмным критерием пластичности, адаптированными к условиям плоской деформации.

Калибровка математической модели деформирования камерного блока в режиме ползучести производилась по результатам натурных наблюдений в камере пласта КрII, поскольку экспериментальные значения деформации камеры пласта АБ довольно малы. Пределы варьирования параметров пластичности и вязкости разделены на три области: отрабатываемый пласт КрII, вышележащая и нижележащая толща.

Результаты многовариантного численного моделирования показывают, что модельные диаграммы деформирования камерного блока качественно и количественно описывают процессы, которые наблюдаются на экспериментальной замерной станции. Вместе с тем, для обеспечения требуемых скоростей деформации в соответствии с упруго-вязкопластической моделью «ассоциированный Объёмный + Перич» необходимо существенно уменьшить предел прочности на сжатие пород пласта КрII (3 МПа). Это не соответствует фактическим оценкам несущей способности целиков.

Таким образом, упруго-вязкопластическая модель, успешно реализованная при моделировании ползучести образцов в условиях одноосного сжатия, не позволяет адекватно описать процесс разрушения междукamerных целиков.

Снижение прочностных свойств соляных пород для обеспечения требуемых скоростей деформации в междукamerных целиках указывает на

возможное существование предела напряжённого состояния ниже предела текучести, по достижении которого материал переходит из упругого состояния в фазу ползучести, но его несущая способность сохраняется (предел ползучести). Также сохраняется феномен текучести для ограничения действующих напряжений в материале.

Удовлетворяющая вышеописанным требованиям модель реализована в инженерных программных комплексах Ansys и Abaqus FEA под названием Extended Drucker-Prager (EDP) Creep Model. В EDP предполагается, что при неупругом деформировании в материале наблюдаются как пластические деформации, так и деформации ползучести. Деформации ползучести могут развиваться при напряжениях ниже предела текучести. В этом случае для определения эквивалентного напряжения ползучести используется метод проекции напряжений, согласно которому вводится проекция напряжений на поверхность текучести

$$\bar{\sigma}^* = \beta \sigma, \quad (2)$$

где β – это коэффициент проекции. Для некоторого диапазона напряжений коэффициент имеет отрицательные значения. В этой зоне предполагается отсутствие ползучести. Отчасти это имеет физический смысл, поскольку здесь преобладает действие гидростатического давления.

Используемый в модели EDP метод проекции напряжений имеет один существенный недостаток: зона отсутствия ползучести полностью определяется критерием пластичности.

В целях устранения вышеописанного ограничения метода проекции напряжений была предложена его модификация. Основная её идея заключается во введении предела ползучести σ_{CP} (CP – Creep Point) как дополнительного внутреннего параметра вязкопластической модели и соответствующего способа вычисления эквивалентного напряжения ползучести. Параметр σ_{CP} регулирует размер упругой зоны и связан с пределом текучести через коэффициент ползучести

$$\sigma_{CP} = w \sigma_y, \quad w \in (0, 1). \quad (3)$$

Коэффициент w обозначает уровень напряжённого состояния относительно предела текучести, с которого активизируется процесс ползучести материала. Схематично на рис. 3 изображены две поверхности, соответствующие пределам σ_{CP} и σ_y . Здесь ось p обозначает гидростатическое (среднее) напряжение, а ось q – интенсивность напряжений. Подобно модели EDP дополнительно к верхней проекции (2) вводится проекция напряжений на поверхность ползучести (нижняя проекция)

$$\underline{\sigma}^* = \omega \sigma. \quad (4)$$

Таким образом, коэффициенты проекций ω и β определены как положительные корни уравнений критерия пластичности при разных

пределах (ползучести и текучести).

Совместное развитие деформаций ползучести и пластических деформаций реализовано с помощью двухэтапного алгоритма, который базируется на предположении, что в деформационном процессе с преобладанием ползучести пластическая деформация может быть вызвана только ползучестью.

Реализация модифицированного метода проекции напряжений применительно к конкретному критерию пластичности требует вычисления предела ползучести и записи выражений для коэффициентов проекций ω и β , которые участвуют в определении эквивалентного напряжения ползучести в виде функции относительного уровня напряжений.

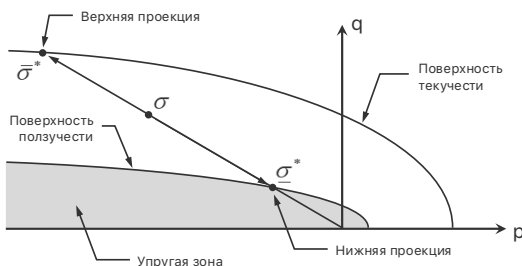


Рис. 3 – Модифицированный метод проекции напряжений

Результаты многовариантного численного моделирования процессов деформирования двухпластового камерного блока в режиме ползучести под действием гравитации показывают, что модифицированный метод проекции напряжений, реализованный для критериев пластичности Кулона-Мора и объёмного параболического, позволяет адекватно, с приемлемой точностью описать как продольную, так и поперечные (горизонтальные конвергенции стенок камер) деформации междуканальных целиков (рис. 4). Аддитивное разложение тензора скорости неупругих деформаций на не зависящую и зависящую от времени составляющие вместе с введённым пределом ползучести модифицированного метода проекции напряжений даёт возможность ограничить зоны вмещающих пород, где активизируются процессы ползучести, а также получить области нарушения, наиболее соответствующие фактическому характеру разрушения междуканальных целиков. При этом параметрическое обеспечение расчётов базируется на реальных свойствах соляных пород.

В исследовании, проведённом в «ГИ УрО РАН» (А.А. Барях, С.Ю. Лобанов, И.С. Ломакин, А.А. Цаюков), на основе многовариантного математического моделирования изменения степени нагружения междуканальных целиков во времени определены усреднённые значения показателей относительных скоростей поперечного деформирования МКЦ

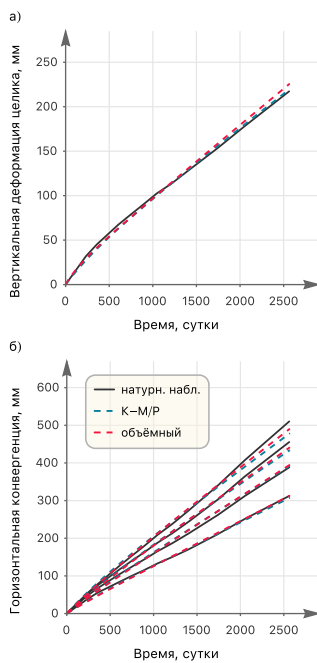


Рис. 4 – Экспериментальные и модельные диаграммы вертикальной деформации целика (а) и горизонтальной конвергенции стенок камеры (б) пласта КрII в камерном блоке участка замерной станции

(50-100 мм/м в год), превышение которых может свидетельствовать о потере несущей способности целиков и переходе их в стадию прогрессирующей ползучести (третичной ползучести).

Таким образом, интервал значений скорости поперечного деформирования целиков 50-100 мм/м в год, вероятно, можно использовать как индикатор, характеризующий достижение предела их несущей способности. Для своевременной реакции на возможную потерю несущей способности междукамерных целиков в виде принятия дополнительных мер охраны регламентируется использовать значение скорости поперечной деформации 30 мм/м в год.

В случае приближения скоростей поперечных деформаций целиков к критическим значениям, доступ в очистные камеры, как правило, ограничен и зачастую к этому времени производят закладку очистных камер. Как следствие, продолжение дальнейших инструментальных наблюдений становится невозможным.

В этом случае представляется целесообразным использовать прогнозные оценки, базирующиеся на упруго-вязкопластической модели, реализованной ранее. В качестве примера с помощью построенной модели деформирования камерного блока выполнен прогноз потери несущей способности целиков пласта КрII во времени. Предполагалось, что потеря несущей способности целика реализуется за счёт уменьшения коэффициента вязкости с течением времени. Физически этот факт для соляных пород может быть интерпретирован как нарушение межзёрненных связей и развитие микротрещиноватости, что подтверждается лабораторными экспериментами. Функция уменьшения коэффициента вязкости принята линейной

$$\eta(t) = \eta_0 - \langle \chi(t - t_0) \rangle, \quad (5)$$

где η_0 – это начальное значение коэффициента вязкости, χ – модуль уменьшения вязкости, t_0 – время отработки пласта, а $\langle \cdot \rangle$ обозначают скобки Маколея.

Для симуляции потери несущей способности междукамерных целиков пласта КрII использовались построенные модели камерных блоков, расположенных на экспериментальных участках наблюдательных станций. В качестве пластического потенциала принят ассоциированный объёмный критерий. Модуль уменьшения вязкости χ подбирался таким образом, чтобы развитие продольных и поперечных деформаций целика КрII на начальном этапе максимально соответствовало наблюдаемым на замерных станциях.

Результаты многовариантного численного моделирования потери несущей способности МКЦ пласта КрII во времени в процессе ползучести представлены на рис. 5 в виде прогнозных диаграмм развития скоростей относительных поперечных деформаций целиков вместе с их регламентируемыми и критическими значениями.

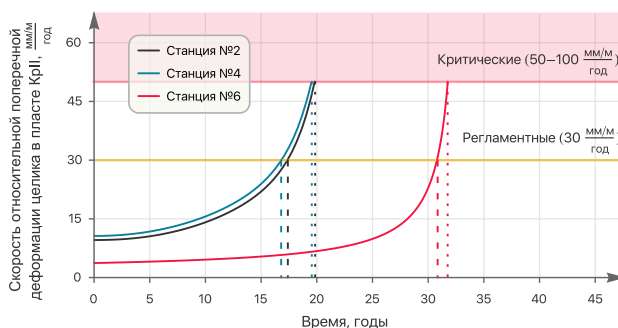


Рис. 5 – Прогнозное развитие скоростей относительных поперечных деформаций междукамерных целиков пласта КрII во времени и оценка остаточного срока их службы

Полученные модельные графики скоростей можно использовать для прогнозных оценок остаточного срока службы междукамерных целиков и регламентированного периода производства необходимых закладочных работ. В частности, период, в течение которого необходимо выполнить закладку очистных камер пласта КрII, определяется точкой пересечения диаграмм скоростей с отметкой 30 мм/м в год. Точка пересечения с нижней границей интервала критических скоростей (50 мм/м в год) может быть интерпретирована как время разрушения междукамерных целиков и может использоваться для оценки остаточного срока службы междукамерных целиков.

Таким образом, вышеописанная методика предоставляет принципиальную возможность прогнозирования состояния междукамерных целиков и остаточного срока их службы с помощью построенной упруго-вязкопластической модели деформирования камерного блока во времени.

Оценка безопасных условий подработки ВЗТ основывается на сейсмо-геомеханическом подходе, в рамках которого проводится ряд геофизических исследований. Построенные по их результатам физико-геологические модели породного массива образуют параметрическую основу для геомеханического анализа безопасности горных работ. По данным маркшейдерских наблюдений за оседаниями земной поверхности выполняется контроль адекватности геомеханических расчётов. Однако маркшейдерскими профилями невозможно охватить всю подработанную территорию. Существует множество различных факторов, влияющих на их размещение (болота, водоёмы, городская застройка и т.п.) и частоту маркшейдерской съёмки.

Исследования деформационных процессов несущих элементов камерной системы непосредственно в выработанном пространстве с помощью наблюдательных станций показывают устойчивую связь скорости вертикальной деформации междукамерных целиков со скоростью оседания земной поверхности, а также отношение скорости относительной поперечной деформации МКЦ к скорости его относительной вертикальной деформации, значение которого примерно равно

$$\mu_{\text{ц}} = \frac{\varepsilon_{\text{гор}}}{\varepsilon_{\text{верт}}} \approx 1.6, \quad (6)$$

где относительные деформации целиков (относительно их ширины b и высоты m) записываются как $\varepsilon_{\text{гор}} = U/b$, $\varepsilon_{\text{верт}} = V/m$, а U есть горизонтальная конвергенция очистных камер и V – вертикальная (продольная) деформация междукамерного целика.

В исследованиях, проведённых в «ГИ УрО РАН» (А.А. Барях, А.В. Евсеев, П.А. Глебова, Е.Л. Васильева) предлагается оценивать скорости оседаний земной поверхности как скорректированную сумму скоростей горизонтальных конвергенций очистных камер (скоростей относительных поперечных деформаций целиков) отрабатываемых пластов по следующей формуле

$$\dot{\eta} = \sum_{i=1}^n \frac{\dot{\varepsilon}_{\text{гор}, i}}{\mu_{\text{ц}}} m_i. \quad (7)$$

Основываясь на формуле (7), модельные скорости относительных поперечных деформаций междукамерных целиков, полученные в результате численного моделирования процессов потери их несущей способности, можно использовать для расчёта скоростей оседаний земной поверхности на соответствующих участках и последующего геомеханического анализа состояния водозащитной толщи.

Математическое описание состояния ВЗТ, а также всего подработанного массива проводится с помощью изотропной идеальной упругопластической модели среды, которая учитывает весь комплекс

горно-геологических и горнотехнических условий. Оценка изменения его напряжённо-деформированного состояния во времени осуществляется согласно реологическому подходу, основанному на теории наследственной вязкоупругости, где графики нарастания оседаний земной поверхности определяют функцию ползучести $F^{cr}(t)$.

На примере некоторого участка, в пределах которого производились измерения горизонтальной конвергенции очистных камер, рассмотрена реализация разработанной методики математического моделирования изменения состояния МКЦ во времени, основанной на упруго-вязкопластической модели потери несущей способности целиков. На участке отработаны два продуктивных пласта АБ и КрП. В таком случае функции ползучести $F_i^{cr}(t)$ для каждого отработанного пласта определяются из соответствующих скорректированных скоростей горизонтальных (поперечных) деформаций междукамерных целиков по формуле

$$F_i^{cr}(t) = \int_{t_0}^t \dot{\eta}_i dt = \frac{m_i}{\mu_{ц}} \int_{t_0}^t \dot{\varepsilon}_{гор, i} dt. \quad (8)$$

В качестве функций скоростей горизонтальной деформации под интегралом использовались скорости, полученные по результатам численного моделирования процессов потери несущей способности МКЦ в режиме ползучести (рис. 5). В расчётах принималось, что в ближайшие 30-40 лет вклад пласта АБ в деформацию подработанного массива будет минимальным. В этой связи на данном этапе расчётов его влияние на состояние ВЗТ пренебрегалось.

Оценка и прогноз состояния ВЗТ на рассматриваемом участке проводились в условиях плоской деформации, что соответствует камерной системе разработки. Предполагалось, что на моделируемом участке находятся три выемочные зоны с параметрами, соответствующими участкам заложения наблюдательных станций. Две зоны являются смежными, а перед третьей оставлен целик. Протяжённость каждой зоны (в том числе и целика) вдоль расчётного профиля принималась равной 500 м. Горно-геологические условия на участке моделирования определялись средними для Верхнекамского месторождения показателями. В расчёте также принимались средние физико-механические свойства пород, слагающих геологический разрез ВКМС. Весь породный массив находится под действием сил гравитации.

Геомеханический расчёт напряжённо-деформированного состояния подработанного массива проводился на несколько временных отрезков: через 5, 10, 15 и 20 лет после отработки участка, а также на конец процесса сдвижения.

По результатам математического моделирования процесса деформирования подработанного массива полученные прогнозные графики оседаний вдоль расчётного геомеханического профиля (рис. 6) в целом соответствуют заданным скоростям (рис. 5) на рассматриваемом участке. Прогнозная оценка состояния ВЗТ показывает, что через 20 лет (приблизительный срок разрушения целиков КрII, рис. 5) на рассматриваемом участке вдоль геомеханического расчётного профиля больше половины интервала ВЗТ подвержено разрушению (рис. 7).

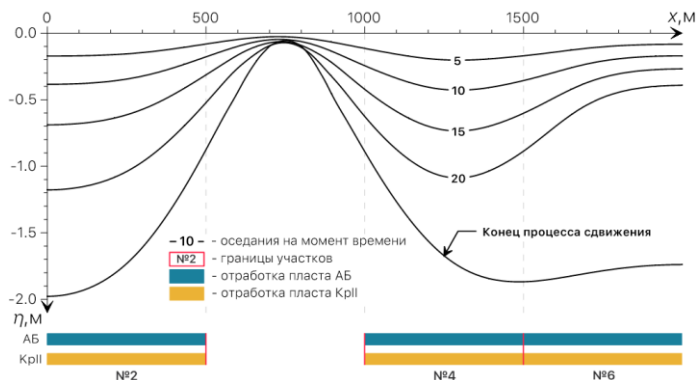


Рис. 6 – Прогнозные расчётные оседания земной поверхности вдоль геомеханического профиля на различные моменты времени после отработки

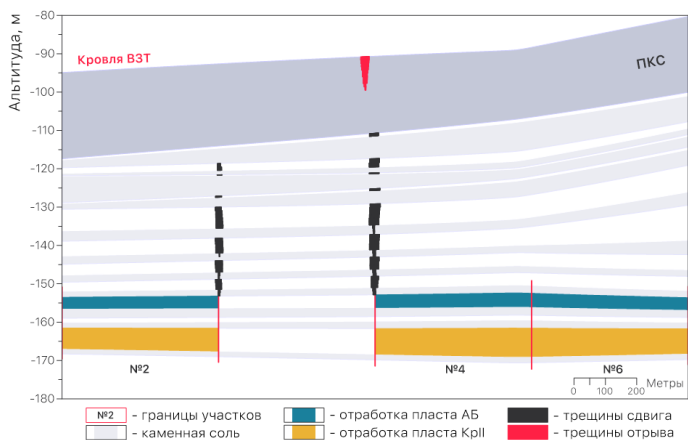


Рис. 7 – Характер нарушения сплошности ВЗТ вдоль геомеханического профиля на прогнозный 20-й год после отработки

На основании проведённых исследований сформулировано третье научное положение:

Предложен модифицированный метод проекции напряжений, реализованный для объёмного критерия пластичности и критерия Кулона-Мора в связке с вязкопластической моделью подобной закону Перича, который позволяет адекватно отразить нарастание во времени деформаций междукамерных целиков, развитие зон разрушения вмещающих пород и может быть включён в методическую схему оценки и прогноза безопасных условий подработки водозащитной толщи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе разработаны математические методы моделирования деформирования и разрушения междукамерных целиков, что представляет собой актуальную научную задачу, имеющую большое значение для теории и практики освоения георесурсов и обеспечения безопасности ведения горных работ.

Основные научные и практические результаты работы заключаются в следующем:

1. Установлено, что наиболее адекватными критериями пластичности для описания процесса одноосного деформирования соляных образцов являются: классический критерий Кулона-Мора с неассоциированным законом течения пластических деформаций и объёмный параболический критерий прочности с ассоциированным пластическим течением и линейным изотропным упрочнением.
2. По результатам анализа откалиброванных параметров упруго-вязкопластической модели установлено, что использование закона Перича для описания стадии установившейся ползучести характеризуется относительно простым, стабильным параметрическим обеспечением при фиксированных параметрах пластичности.
3. В качестве закона вязкопластичности для модели ползучести, построенной с применением модифицированного метода проекции напряжений, предложен закон, подобный модели Перича.
4. Разработаны алгоритмы численной реализации модифицированного метода проекций напряжений для критерия пластичности Кулона-Мора и объёмного параболического критерия, основанные на неявной схеме Эйлера интегрирования вязкопластических соотношений методом обратного отображения.
5. Результаты многовариантного численного моделирования показали, что использование модифицированного метода проекции напряжений позволяет адекватно, с приемлемой точностью описать нарастание продольной и поперечных деформаций междукамерных целиков.

6. Введённый предел ползучести модифицированного метода проекции напряжений даёт возможность ограничить зоны вмещающих пород, где активизируются процессы ползучести, и получить области нарушения, наиболее соответствующие фактическому характеру разрушения междуканальных целиков.
7. Построенная упруго-вязкопластическая модель процесса деформирования канального блока во времени позволяет прогнозировать срок сохранения устойчивого состояния междуканальных целиков.
8. Предложена методическая схема оценки оседаний земной поверхности и параметрического обеспечения анализа безопасных условий подработки водозащитной толщи методами математического моделирования, основанная на прогнозе скорости поперечной деформации междуканальных целиков в соответствии с разработанной упруго-вязкопластической моделью процесса деформирования канального блока.

СПИСОК РАБОТ, опубликованных автором по теме диссертации

Публикации в изданиях, утверждённых ВАК при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации

1. Baryakh A. Elastic-viscoplastic deformation models of salt rocks / A. Baryakh, A. Tsayukov // *Frattura ed Integrita Strutturale*. – 2024. – Vol. 18, No. 70. – P. 191-209. – DOI 10.3221/igf-esis.70.11
2. Baryakh A. Justification of fracture criteria for salt rocks / A. Baryakh, A. Tsayukov // *Frattura ed Integrita Strutturale*. – 2022. – Vol. 16, No. 62. – P. 585-601. – DOI 10.3221/IGF-ESIS.62.40
3. Барях А.А. Математическое моделирование процесса деформирования и разрушения образцов соляных пород / А.А. Барях, А.А. Цаюков, А.В. Евсеев, И.С. Ломакин // *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*. – 2021. – № 3. – С. 13-23. – DOI 10.15372/FTPRI20210302
4. Baryakh A.A. Operational control of rib pillar stability / A.A. Baryakh, A.V. Evseev, I.S. Lomakin, A.A. Tsayukov // *Eurasian Mining*. – 2020. – No. 2. – P. 7-10. – DOI 10.17580/em.2020.02.02
5. Baryakh A. Mathematical modelling of fracture process of pillars / A. Baryakh, A. Tsayukov, A. Evseev, I. Lomakin // *ISRM International Symposium - EUROCK 2020, Trondheim, Virtual, June 2020*.
6. Baryakh A. Mathematical modelling of limit states for load bearing elements in room-and-pillar mining of saliferous rocks / A. Baryakh, S. Lobanov, I. Lomakin, A. Tsayukov // *Geomechanics and Geodynamics*

- of Rock Masses, Saint Petersburg, May 2018. Vol. 1-2. – Saint Petersburg: Taylor & Francis Group, London, UK, 2018. – P. 767-774.
7. Evseev A. Experimental and theoretical studies of undermined strata deformation during room and pillar mining / A. Evseev, V. Asanov, I. Lomakin, A. Tsayukov // EUROCK 2018: Geomechanics and Geodynamics of Rock Masses, Saint Petersburg, Russia, May 2018. Vol. 2-2. – Saint Petersburg: Taylor & Francis Group, London, UK, 2018. – P. 985-990.
 8. Барях А.А. Сейсмо-геомеханический прогноз состояния водозащитной толщи на калийных рудниках / А.А. Барях, И.А. Санфиоров, А.К. Федосеев, А.И. Бабкин, А.А. Цаюков // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2017. – № 6. – С. 10-22. – DOI 10.15372/FTPRPI20170602

Публикации в других изданиях

1. Цаюков А.А. О применении некоторых классических критериев прочности к описанию процесса разрушения соляных образцов // Горное эхо. – 2022. – №4(89). – С. 59-67. – DOI 10.7242/echo.2022.4.10.
2. Ломакин И.С. Физическое и математическое моделирование процесса деформирования и разрушения междукammerных целиков / И.С. Ломакин, А.А. Цаюков, А.В. Евсеев // Вестник Пермского федерального исследовательского центра. – 2021. – №1. – С. 47-53. – DOI 10.7242/2658-705X/2021.1.4
3. Цаюков А.А. Численное моделирование поперечного деформирования соляных образцов // Горное эхо. – 2020. – №4(81). – С. 48-52. – DOI 10.7242/echo.2020.4.10
4. Цаюков А.А. Теоретическое описание процесса разрушения соляных образцов // Горное эхо. – 2019. – №4(77). – С. 35-39. – DOI 10.7242/echo.2019.4.8
5. Цаюков А.А. О деформационном критерии оценки устойчивости междукammerных целиков / А.А. Цаюков, И.С. Ломакин // Стратегия и процессы освоения георесурсов : сборник научных трудов / главный редактор А.А. Барях. – Пермь : Горный институт Уральского отделения Российской академии наук, 2018. – Выпуск 16. – С. 106-109. – DOI 10.7242/gdsp.2018.16.27
6. Цаюков А.А. Подходы к калибровке геомеханической модели по данным натурных измерений // Стратегия и процессы освоения георесурсов : сборник научных трудов. – Пермь : Горный институт Уральского отделения Российской академии наук, 2017. – Выпуск 15. – С. 108-111.

Сдано в печать 24 июля 2025 г.
Формат 60х84/16. Тираж 100 экз.

Отпечатано сектором НТИ
«ГИ УрО РАН»
614007, г. Пермь, ул. Сибирская, 78-А