

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Пермский федеральный  
исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук  
(ПФИЦ УрО РАН)

На правах рукописи



Семина Михаил Александрович

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ КОМПЛЕКСНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ  
СТРОИТЕЛЬСТВЕ ШАХТНЫХ СТОЛОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ СПОСОБА  
ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ ПОРОД

Специальность 2.8.6

Геомеханика, разрушение горных пород,  
рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика

Диссертация на соискание ученой степени  
доктора технических наук

Научный консультант:  
доктор технических наук  
Левин Лев Юрьевич

Пермь 2022

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1. СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ .....	13
1.1. Теоретические и практические методы расчета параметров ледопородного ограждения .....	13
1.1.1. Статический расчет .....	13
1.1.2. Теплотехнический расчет .....	19
1.2. Моделирование термогидромеханических процессов в обводненных породах с движущейся границей фазового перехода .....	38
1.2.1. Деформирование замораживаемых грунтов и пород .....	38
1.2.2. Теплоперенос в замораживаемых грунтах и породах .....	44
1.3. Исследования аэрологических процессов в строящихся горных выработках с применением способа искусственного замораживания пород .....	61
1.4. Методы экспериментального контроля состояния ледопородного ограждения .....	63
1.5. Цель и задачи исследования .....	71
2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПОРОДНОМ МАССИВЕ В УСЛОВИЯХ ЕГО ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ .....	73
2.1. Полная математическая модель замораживаемого породного массива .....	73
2.2. Декомпозиция термогидромеханической модели породного массива по отдельным физическим процессам .....	84
2.3. Понижение пространственной размерности полной модели .....	88
2.4. Валидация и верификация упрощенной теплофизической модели породного массива .....	98
2.5. Выводы по главе .....	104
3. ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ЛЕДОПОРОДНЫХ ОГРАЖДЕНИЙ .....	106
3.1. Земные теплопритоки к ледопородному ограждению .....	106
3.2. Расчет энергоэффективных параметров хладоносителя в фазах активного и пассивного замораживания .....	113
3.3. Выбор и обоснование изотерм для определения границ ледопородного ограждения .....	123
3.4. Определение расстояния между соседними замораживающими колонками .....	132
3.5. Расчет заглубления замораживающих колонок в водоупорный слой .....	134
3.6. Выводы по главе .....	144
4. ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ЛЕДОПОРОДНОГО ОГРАЖДЕНИЯ СТРОЯЩИХСЯ ШАХТНЫХ СТВолоВ .....	147

4.1. Формирование ледопородного ограждения в условиях плоскопараллельного течения подземных вод .....	147
4.2. Анализ гидравлической проницаемости ледопородного ограждения при высоких температурах.....	158
4.3. Естественная конвекция подземных вод при замораживании пород.....	161
4.4. Интерпретация результатов натуральных измерений уровня подземных вод в гидронаблюдательных скважинах.....	178
4.5. Выводы по главе .....	181
<b>5. АЭРОЛОГИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРОХОДКЕ СТВОЛОВ ШАХТ СПОСОБОМ ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ .....</b>	<b>183</b>
5.1. Закономерности теплообмена между воздухом и крепью строящегося шахтного ствола.....	183
5.2. Закономерности массопереноса в вертикальных выработках при наличии горизонтального градиента температур .....	195
5.3. Исследование положения фронта фазового перехода в замороженном породном массиве вблизи шахтного ствола.....	204
5.4. Выводы по главе .....	208
<b>6. ГЕОМЕХАНИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТРЕБУЕМЫХ ТОЛЩИН ЛЕДОПОРОДНОГО ОГРАЖДЕНИЯ.....</b>	<b>210</b>
6.1. Исследование ползучести ледопородного ограждения в условиях неоднородного поля температур .....	210
6.2. Анализ прочности ледопородного ограждения в условиях неоднородного поля температур .....	226
6.3. Модификация формулы Вялова для расчета толщины ледопородного ограждения по условию прочности .....	233
6.4. Практическое применение результатов исследования .....	241
6.5. Выводы по главе .....	245
<b>7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МОНИТОРИНГ СОСТОЯНИЯ ЛЕДОПОРОДНОГО ОГРАЖДЕНИЯ ПРИ ПРОХОДКЕ ШАХТНЫХ СТВОЛОВ КАЛИЙНЫХ РУДНИКОВ .....</b>	<b>247</b>
7.1. Интерпретация поля температур в массиве по данным мониторинга.....	247
7.2. Определение мест расположения контрольно-термических скважин .....	256
7.3. Определение количества контрольно-термических скважин.....	267
7.4. Анализ влияния естественной конвекции рассола в контрольно-термической скважине на точность измерения температуры .....	268
7.5. Практическое применение разработанного метода при мониторинге состояния ледопородного ограждения строящихся стволов калийного рудника .....	271
7.6. Выводы по главе .....	280
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</b>	<b>283</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....</b>	<b>285</b>

## ВВЕДЕНИЕ

### Актуальность темы диссертации

Сложные инженерно-геологические и гидрогеологические условия строительства подземных сооружений требуют применения специальных способов ведения горных работ, в частности, искусственного замораживания грунтов и породных массивов. Применительно к строительству шахтных стволов искусственное замораживание используется для создания ледопородного ограждения (ЛПО) вокруг проектируемой горной выработки. Для этого при использовании рассольной схемы замораживания по контуру горной выработки бурятся скважины, в которые опускаются замораживающие колонки. За счет работы холодильных станций по колонкам осуществляется циркуляция хладоносителя (рассола) с некоторой поддерживаемой отрицательной температурой (как правило, в диапазоне от  $-20$  до  $-50$  °С). В результате циркуляции охлаждающего рассола в замораживающей колонке окружающий ее породный массив постепенно охлаждается, а содержащаяся в его порах вода кристаллизуется. По истечении некоторого времени вокруг замораживающих колонок образуются одиночные ледопородные цилиндры, которые в дальнейшем смыкаются, образуя сплошное ЛПО. Последнее служит для предотвращения поступления подземных вод в строящуюся горную выработку до возведения тубинговых колонн и герметизации стыков между ними, а также для уменьшения деформаций незакрепленных стенок породного массива до возведения крепи.

Решение о начале проходки шахтного ствола принимается после того, как ЛПО достигнет требуемой толщины, имеет сплошность по всему круговому контуру и всей глубине, а средняя температура ЛПО не превышает заданную величину. Перечисленные параметры являются основными параметрами ЛПО, а их правильное и научно-обоснованное определение обеспечивает быстрое и безаварийное строительство ствола.

Расчет ЛПО включает в себя статический (механический) расчет требуемых толщин ЛПО по условиям прочности и ползучести, а также теплотехнический расчет, позволяющий определить параметры системы замораживания, спрогнозировать длительность формирования ЛПО требуемой толщины, а также осуществлять мониторинг текущего распределения температур в породном массиве по данным измерений в контрольно-термических скважинах.

Вопросы статического расчета ЛПО и механики мерзлых пород исследовались с середины XX века как российскими, так и зарубежными исследователями: Н.А. Цытовичем, С.С. Вяловым, Ю.К. Зарецким, В.В. Суриковым, Х.К. Хакимовым, И.Д.



Насоновым, П.М. Тютюнником, Ю.М. Либерманом, Г.П. Бровкой, А.С. Курилко, Б.А. Картозией, М.Н. Щупликом, F. Sayles, O. Andersland, Y. Wang, W. Yang, B. Zhang и др. Теплотехническому расчету ЛПО, а также расчету теплофизических процессов шахт и рудников в условиях наличия мерзлых пород посвящены исследования Н.Г. Трупака, Г.И. Маньковского, Я.А. Дормана, О.А. Долгова, М.У. Бельфермана, А.А. Роменского, И.В. Баклашева, М.Н. Щуплика, А.С. Курилко, Ю.В. Шувалова, Д.Ю. Дядькина, С.Г. Гендлера, А.Н. Щербаня, А.Ф. Воропаева, И.Р. Венгерова, O. Andersland, J. Holden, J. Harris, A. Sasmito, M. Tijani, G. Newman, J. Hu и др.

Ограниченные возможности вычислительной техники в XX веке привели к развитию приближенных методов как статического, так и теплотехнического расчетов ЛПО. На тот период времени разработанные приближенные методы хорошо зарекомендовали себя при решении практических задач и вошли в нормативную литературу по искусственному замораживанию пород и грунтов, используемую по сей день. Современное развитие вычислительной техники позволяет расширить и детализировать математические модели термогидромеханических процессов, происходящих в замораживаемых породах, поэтому появилась возможность доработки существующих в литературе приближенных методов.

В настоящее время проводятся частные исследования процессов, происходящих при искусственном замораживании пород с использованием современных вычислительных средств, однако они требуют систематизации и обобщения. Помимо этого, крайне важным и неизученным вопросом является комплексный анализ теоретических и экспериментальных данных о формировании ЛПО вокруг строящихся подземных сооружений: в настоящее время существующие теоретические и экспериментальные методы применяются для анализа состояния ЛПО по-отдельности и зачастую дают несогласующиеся друг с другом результаты, что ставит под вопрос корректность как первых, так и вторых.

На сегодняшний день такие крупнейшие горнодобывающие предприятия, как ПАО «Уралкалий», ОАО «Беларуськалий», ИООО «Славкалий», АК «МХК «ЕвроХим» ведут или планируют строительство новых калийных рудников и проходку шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях. С учетом этого работа, ориентированная на научное обоснование технологии искусственного замораживания породного массива, является актуальной для обеспечения безопасных условий труда и высоких технико-экономических показателей при строительстве шахтных стволов.

## **Цель работы**

Разработать теоретические и технологические основы расчета искусственного замораживания породного массива при строительстве шахтных стволов, направленные на обеспечение комплексной безопасности при ведении горных работ.

## **Основная идея работы**

Определение физических и технологических параметров системы замораживания породного массива основывается на комплексном взаимоувязанном анализе термогидромеханических процессов в породном массиве и крепи ствола, аэрологических процессов в атмосфере ствола.

## **Основные задачи работы**

1. Разработать и развить методы математического моделирования термогидромеханических процессов в замораживаемом породном массиве и аэрологических процессов в строящейся горной выработке.
2. Провести анализ теплофизических процессов в замораживаемом породном массиве и определить основные проектные параметры систем замораживания породного массива.
3. Определить условия, при которых возможно формирование ЛПО проектных параметров в породном массиве с выраженной фильтрацией подземных вод.
4. Провести исследование вентиляционных процессов, происходящих в горных выработках в условиях отрицательных температур крепи и окружающего замороженного породного массива.
5. Исследовать изменение напряженно-деформированного состояния и устойчивости ЛПО шахтных стволов во времени в условиях различных внешних нагрузок.
6. Разработать научно-обоснованные математические методы интерпретации данных скважинной термометрии и обосновать технологические параметры систем мониторинга искусственного замораживания пород.

**Методы исследований** предусматривали комплексный подход к решению поставленных задач и включали анализ и обобщение научного и практического опыта, натурные исследования динамики температуры породного массива по глубине контрольно-термических скважин, температуры воздуха и крепи шахтных стволов, обработку экспериментальных данных, теоретический анализ закономерностей

протекания различных физических процессов в замораживаемом породном массиве, постановку математических моделей породного массива, их алгоритмизацию и проведение численного моделирования, сравнительный анализ результатов моделирования и экспериментов.

### **Основные научные положения**

1. Связанная математическая модель системы «замораживающие колонки – породный массив – крепь горной выработки – атмосфера горной выработки» с возможностью дифференцированного учета термогидромеханических и аэрологических процессов, протекающих при искусственном замораживании пород, позволяет проводить комплексный теоретический анализ состояния ледопородных ограждений.
2. Определение технологических параметров систем замораживания посредством численного многопараметрического моделирования физических процессов в породном массиве и их оптимизации по критериям безопасности и энергоэффективности позволяет уменьшить сроки строительства горных выработок в сложных гидрогеологических условиях и обеспечить поддержание проектных параметров ледопородного ограждения в течение всего периода проходки, крепления и гидроизоляции шахтного ствола.
3. Количественная оценка обеспечения проектных параметров ледопородного ограждения в условиях высокой обводненности и гидравлической проводимости породного массива должна осуществляться на основании анализа закономерностей фильтрации подземных вод в замораживаемом породном массиве как в режиме вынужденной, так и в режиме свободной конвекции.
4. Параметры движения воздушных потоков в вертикальной строящейся горной выработке, рассчитанные с учетом наличия градиента температур и переменной плотности воздуха, позволяют повысить адекватность моделирования теплообмена между крепью ствола и воздухом и обеспечить надежное проветривание строящейся горной выработки.
5. Расчетные толщины ледопородных ограждений по критериям предельного равновесного состояния и предельных деформаций замороженных пород существенным образом зависят от таких физических факторов как вертикальная нагрузка вышележащих пород, напряженно-деформированное состояние окружающих незамороженных пород, фактическая неоднородность поля температур и фактические технологические параметры заходки.

6. Безопасность работ при строительстве горных выработок способом искусственного замораживания достигается за счет развертывания комплексной системы мониторинга теплового режима породного массива, крепи строящейся горной выработки и аэрологических параметров атмосферы горной выработки, обеспечивающей параметризацию связанной математической модели системы по данным экспериментальных измерений и повышающей достоверность анализа состояния ледопородного ограждения.

### **Научная новизна работы**

1. Определен набор критериальных условий, при достижении которых возможен обоснованный переход от связанной термогидромеханической модели системы «замораживающие колонки – породный массив – крепь горной выработки – атмосфера горной выработки» к более простым моделям, учитывающим отдельные физические процессы при искусственном замораживании пород и грунтов.
2. Получены функциональные зависимости параметров ЛПО от технологических параметров системы замораживания, параметров теплопереноса в замораживаемом массиве горных пород, позволяющие сделать количественный анализ состояния ЛПО и его развития в будущем при различных штатных и аварийных ситуациях.
3. Определены условия возникновения частично-возвратных течений воздуха в строящемся стволе вследствие наличия температурного градиента, обусловленного низкой температурой окружающих замороженных пород; произведена количественная оценка интенсификации теплообмена воздуха и крепи строящегося ствола при наличии частично-возвратных течений воздуха.
4. Рассчитаны поправочные коэффициенты для аналитических формул по расчету требуемой толщины ЛПО, позволяющие корректно учесть защемление на торцах ледопородного цилиндра, его температурную неоднородность, а также условие потери несущей способности ЛПО.
5. Разработана методика калибровки параметров модели тепловых процессов в породном массиве, обеспечивающая единственность решения обратной задачи и позволяющая добиться наилучшего согласования модельных и измеренных температур в контрольно-термических скважинах.
6. Определены технологические параметры системы термометрического мониторинга замораживаемого массива, крепи строящейся горной выработки и

аэрологических параметров атмосферы горной выработки, позволяющие обеспечить более достоверное прогнозирование состояния ЛПО посредством взаимного уточнения результатов математического моделирования и экспериментальных измерений температуры в контрольно-термических скважинах.

**Достоверность научных положений, выводов и рекомендаций** подтверждается соответствием фундаментальным физическим законам, сопоставимостью результатов аналитических, численных решений и натурных экспериментов, соответствием приведенных результатов данным, полученным другими авторами, значительным объемом наблюдений, выполненных в натуральных условиях при проведении мониторинговых исследований формирования ЛПО строящихся стволов на рудниках ОАО «Беларуськалий», ИООО «Славкалий», ЗАО «ВКК», ООО «ЕвроХим-ВолгаКалий».

#### **Практическое значение и реализация результатов работы**

Полученные в диссертационной работе результаты могут использоваться при проектировании замораживания горных пород и систем мониторинга формирования ЛПО. Эти результаты позволят увеличить точность расчета технологических параметров систем замораживания горных пород, повысить достоверность прогнозирования параметров ЛПО и тем самым повысить безопасность ведения горных работ при строительстве шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях.

На основании полученных результатов разработано программное обеспечение «FrozenWall», функциональные возможности которого позволяют вывести на качественно новый уровень контроль физических процессов, происходящих в породном массиве в условиях его искусственного замораживания.

Система термометрического контроля ЛПО строящихся шахтных стволов запатентована и реализована на руднике Петриковского ГОК и Дарасинском руднике ОАО «Беларуськалий», рудниках Нежинского ГОК ИООО «Славкалий» и Талицкого ГОК ЗАО «ВКК». При помощи разработанной системы контроля для горных предприятий ежедневно формировались отчеты о состоянии ЛПО, на основании которых принимались решения о возможности начала проходки шахтных стволов, осуществлялась выдача заключений о достижении сплошности и минимально требуемой толщины ЛПО, предоставлялись рекомендации по корректировке параметров работы замораживающих станций, а также выполнялся прогноз с учетом различных технологических факторов, влияющих на состояние ЛПО. Полученные результаты

исследований включены в Инструкцию по расчету параметров, контролю и управлению искусственным замораживанием горных пород при строительстве шахтных стволов на калийных рудниках ОАО «Беларуськалий».

### **Связь работы с крупными научными программами и темами**

Диссертационная работа выполнена в соответствии с государственными планами научных исследований «ГИ УрО РАН», проводившихся в период 2015—2022 гг., по темам «Разработка теоретических основ прогнозирования, профилактики и борьбы с аварийными нарушениями режимов проветривания и газодинамическими явлениями в рудниках при освоении месторождений минерального сырья» (регистрационный номер НИОКТР: АААА-А17-117120620167-2) и «Исследование и разработка систем контроля и управления термодинамическими и аэрологическими процессами в рудничной атмосфере и массивах горных пород при строительстве и эксплуатации горных предприятий в сложных горнотехнических условиях» (регистрационный номер НИОКТР: АААА-А18-118040690029-2), а также с тематикой хоздоговорных работ с горными предприятиями ОАО «Беларуськалий», ИООО «Славкалий», ЗАО «ВКК» и ООО «ЕвроХим-ВолгаКалий».

С 2015 по 2022 гг. исследования по теме диссертации были поддержаны и частично финансировались Российским научным фондом (проект РНФ № 17-11-01204 «Структурно-энергетические модели деформирования и разрушения природных и искусственных материалов в условиях Арктических температур», проект РНФ № 19-77-30008 «Разработка теоретических основ и практических методов интеллектуального мониторинга сложных горнотехнических объектов»), Советом по грантам Президента Российской Федерации (проект № МД-7047.2015.5 «Разработка инновационной ресурсосберегающей системы мониторинга и управления вентиляцией горных предприятий, обеспечивающей безопасную и высокопроизводительную добычу полезных ископаемых в сложных горнотехнических условиях», проект № МК-6244.2018.5 «Моделирование сопряженного тепло- и массопереноса в нефтенасыщенном песчанике, окружающем породном массиве и шахтной атмосфере при подземной добыче высоковязкой нефти методами паротеплового воздействия на пласт»), Уральским отделением Российской академии наук (проект № 18-5-5-5 «Исследование тепловых процессов в породном массиве и рудничной атмосфере в условиях самовозгорания сульфидных руд»), Министерством науки и высшего образования Пермского края (Соглашение № С-26/563 по проекту «Исследование влияния миграции

минерализованных подземных вод на формирование и механические характеристики ледопородных ограждений строящихся горных выработок»).

### **Апробация работы**

Научные положения и основные результаты исследований докладывались и обсуждались на ежегодных научных сессиях «ГИ УрО РАН» (Пермь, 2017-2021 гг.), на Всероссийской научной конференции для студентов, аспирантов и молодых ученых с элементами научной школы «Горняцкая смена — 2015» (Новосибирск, 2015 г.), на Всероссийской молодежной научно-практической конференции «Проблемы недропользования» (Екатеринбург, 2016-2017 гг.), на XI Международном симпозиуме по проблемам инженерного мерзлотоведения (Магадан, 2017), на Всероссийских конференциях XX и XXI Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2017, 2019 и 2021 г.), на Международном научном симпозиуме «Неделя горняка» (Москва, МГГУ, 2017-2019, 2022 гг.), на Международной конференции 5th European Conference on Permafrost (Chamonix-Mont Blanc, France, 2018), на IV международной научно-практической конференции «Промышленная безопасность предприятия минерально-сырьевого комплекса в XXI веке (Санкт-Петербург, 2018 г.), на Международной конференции 17th Multiphase Flow Conference & Short Course (Dresden, Germany, 2019), на XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019 г.), на Всероссийской научно-технической конференции с участием иностранных специалистов «Цифровые технологии в горном деле» (Апатиты, 2019), на международной конференции XXth International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying, Geology and Mining, Ecology and Management – SGEM 2020 (Albena, Bulgaria, 2020), на 48-й международной летней научной школе-конференции Advanced Problems in Mechanics (Санкт-Петербург, 2020), на VI Всероссийской научно-практической конференции «Геомеханические и геотехнологические проблемы эффективного освоения месторождений твердых полезных ископаемых северных и северо-восточных регионов России» (Якутск, 2021).

### **Личный вклад автора**

При непосредственном участии автора проведена постановка задач, разработка математических моделей, экспериментальные исследования в условиях промплощадок строящихся рудников, анализ и обработка полученных данных, теоретические исследования и создание программного продукта, выполнение расчетов и проведение численных экспериментов, разработка рекомендаций для проектирования

искусственного замораживания пород и их практическая реализация, сформулированы основные научные положения и выводы.

Автор выражает глубокую благодарность научному консультанту — д-ру техн. наук Льву Юрьевичу Левину за формирование научного направления работы и ценные указания по ней, д-ру техн. наук, профессору Борису Петровичу Казакову и Ларисе Викторовне Казаковой за помощь в выборе структуры и стилистики текста диссертации, коллегам по работе за интересные идеи, подсказанные в ходе обсуждения промежуточных результатов с автором исследовательской работы.

Успешной работе над диссертацией способствовала творческая и доброжелательная атмосфера в коллективе, поддержка и понимание членов семьи.

### **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 50 научных работ, в том числе 33 публикации в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, утвержденных ВАК Минобрнауки РФ, одна монография, 34 публикации в журналах, входящих в международные базы данных Scopus и Web of Science (из них шесть публикаций в международных журналах из Q1). Получен один патент, два свидетельства об официальной регистрации программы для ЭВМ, а также по результатам проведенных работ издан один внутренний нормативный документ для горнодобывающего предприятия.

### **Объем работы**

Диссертационная работа состоит из введения, семи глав и заключения. Работа изложена на 313 страницах машинописного текста, содержит 118 рисунков и 47 таблиц. Список использованных источников состоит из 360 наименований, в том числе 236 зарубежных.



## **1. СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕННОСТИ ВОПРОСА И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ**

В главе проводится обзор существующих теоретических и практических методов расчета параметров ледопородного ограждения (ЛПО) при строительстве шахтных стволов в обводненных породах. Анализируются известные методы, используемые для расчета ЛПО. Далее для углубления понимания применимости различных методов и принципиальной разницы между ними проводится обзор моделей тепло- и массопереноса в обводненном породном массиве, моделей деформирования и разрушения замороженных пород, лежащих в основе описанных расчетных методов. Проводится анализ существующих методов экспериментального мониторинга состояния породного массива при искусственном замораживании, анализ существующих методов калибровки (настройки) параметров моделей по данным экспериментальных измерений.

### **1.1. Теоретические и практические методы расчета параметров ледопородного ограждения**

Расчеты параметров ЛПО сводятся к статическим, определяющим необходимую толщину ЛПО из условий прочности и ползучести, и к теплотехническим, на основании которых определяются холодопроизводительность замораживающей установки, режим и время замораживания, температурное поле слоев горных пород [25].

#### **1.1.1. Статический расчет**

Статический расчет ЛПО должен производиться по двум предельным состояниям – по предельному напряженному состоянию (расчет на прочность) и по предельным деформациям (расчет на ползучесть) [25].

На сегодняшний день в литературе представлены, в основном, методы расчета по предельному напряженному состоянию [25, 283, 320, 334, 340]. Они сводятся к определению такой толщины ледопородного цилиндра, при которой действующие в заданный момент времени напряжения не превосходят предельного сопротивления сдвигу замороженных пород в этот же момент времени. Как правило, рассматривается стандартный набор гипотез, позволяющих получить аналитическое выражение для толщины ЛПО:

- Замороженные породы цилиндра считаются изотропным материалом с однородным распределением температуры и однородно распределенными прочностными характеристиками.

- Объемные деформации замороженной породы отсутствуют или их модельный учет чрезмерно упрощен.
- При расчёте по предельным деформациям влияние фактора времени на механические свойства замороженных пород учитывается в параметрической форме.

В литературе, как правило, рассматривается случай ЛПО бесконечной протяженности в вертикальном направлении, что позволит рассматривать двумерную задачу в рамках гипотезы о плоском деформированном состоянии (см. рисунок 1.1). На внешней границе ЛПО задается равномерно распределенная нагрузка  $P$  – боковое давление грунта, зависящее от глубины залегания и гидростатического давления подземных вод. На внутренней стенке ЛПО задается свободная поверхность с нулевым давлением.

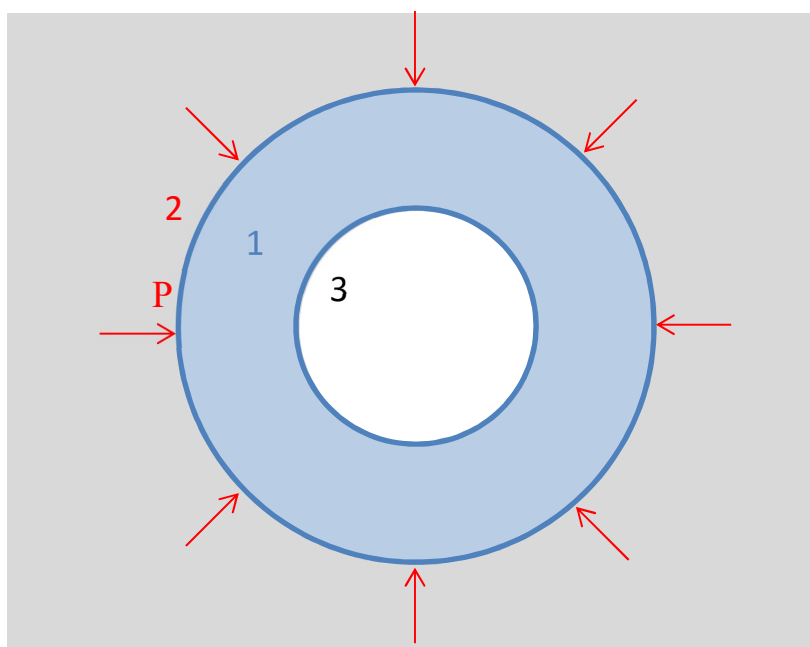


Рисунок 1.1 — Горизонтальный разрез ЛПО (расчетная область), 1 – замороженный грунт (ледопородное ограждение), 2 – незамороженный грунт, 3 – пространство строящейся горной выработки

В инструкции [24], предписываемой действующими нормативными документами, для определения толщины  $E$  стенки ЛПО применяется известная формула для расчета толстостенных труб (получаемая из формулы Ляме):

$$E = R \left( \sqrt{\frac{\sigma_{don}}{\sigma_{don} - 2P}} - 1 \right) \quad (1.1)$$

и полуэмпирическая формула Домке:

$$E = R \left[ 0,29 \frac{P}{\sigma_{сж}} + 2,3 \left( \frac{P}{\sigma_{сж}} \right)^2 \right], \quad (1.2)$$

где  $R$  — внутренний радиус ледопородного цилиндра, м;  $P$  — максимальное давление на внешнюю поверхность цилиндра, Па;  $\sigma_{сж}$  — предел прочности замороженной породы на сжатие, Па;  $\sigma_{дон} = (0.2 \div 0.4) \sigma_{сж}$  — допускаемое напряжение на сжатие для замороженной породы, Па.

Формулы (1.1) — (1.2) применимы для ограниченного диапазона внешних нагрузок  $P$ . В целом расчеты по приведенным формулам дают излишний запас прочности и с большим приближением могут быть применены для неглубоких выработок, когда горное давление невелико [25].

В монографии [25] предложена формула для расчета толщины ЛПО неограниченной высоты по условию прочности, описываемому линейным законом Мора-Кулона:

$$E = R \left[ 1 + \frac{P(\Lambda_f - 1)}{\bar{\Lambda}_f} \right]^{\frac{1}{\Lambda_f - 1}} - R, \quad (1.3)$$

где

$$\Lambda_f = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} \pm \frac{\varphi_f}{2} \right), \quad \bar{\Lambda}_f = \pm 2C_f \tan \left( \frac{\pi}{4} \pm \frac{\varphi_f}{2} \right), \quad (1.4)$$

где  $\Lambda_f$ ,  $\bar{\Lambda}_f$  — коэффициенты в законе Мора-Кулона, записанного в главных напряжениях;  $C_f$  — сцепление замороженной породы, Па;  $\varphi_f$  — угол внутреннего трения замороженной породы, рад.

В работе [283], опубликованной позднее, получена формула, совпадающая с (1.3).

В работе [334] формула (1.3) уточнена на предмет учета упругопластических деформаций талой породы, окружающей ЛПО:

$$E = R \left[ 1 + \frac{P(\Lambda_f - 1)(2 - \bar{\Lambda}_u / P)}{\bar{\Lambda}_f(\Lambda_u + 1)} \right]^{\frac{1}{\Lambda_f - 1}} - R, \quad (1.5)$$

где

$$\Lambda_u = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} \pm \frac{\varphi_u}{2} \right), \quad \bar{\Lambda}_u = \pm 2C_u \tan \left( \frac{\pi}{4} \pm \frac{\varphi_u}{2} \right), \quad (1.6)$$

где  $\Lambda_u$ ,  $\bar{\Lambda}_u$  — коэффициенты в законе Кулона-Мора, записанного в главных напряжениях для незамороженной породы.

В работе [340] формула (1.5) уточнена с учетом изменения толщины ЛПО вследствие его деформирования после проходки горной выработки. Рассчитана толщина  $E'$  до его деформирования:

$$E' = \frac{E + R}{1 - q / 2G_u} - \sqrt{R^2 - (E + R)^2 + \frac{(E + R)^2}{(1 - q / 2G_u)^2}}, \quad (1.7)$$

где

$$q = \frac{\Lambda_u + \bar{\Lambda}_u / P - 1}{\Lambda_u + 1}, \quad (1.8)$$

где  $G_u$  — модуль сдвига незамороженной породы, Па;  $E$  — толщина ЛПО, рассчитанная из (1.5), м.

Формулы (1.3) и (1.5) обладают следующими недостатками:

1. Принято, что ЛПО представляет собой толстостенный цилиндр неограниченной высоты (т. е. длина незакрепленной части ледопородного цилиндра намного больше, чем его радиус). В случае, если проходка шахтных стволов ведется малыми заходками, данные формулы будут давать завышенные значения толщины ЛПО.
2. Влияние фактора времени и температуры учитывается в параметрической форме. Как показывают результаты экспериментальных исследований [25, 246], прочностные характеристики мерзлой породы существенно зависят от температуры. Вследствие этого при неоднородном распределении температуры по толщине ЛПО необходимо использовать средние интегральные значения данных параметров по всей конструкции в целом.
3. Предположено, что напряженно-деформированное состояние (НДС) ЛПО близко к плоско-деформированному. Использование подобного упрощения в какой-то мере оправдано, поскольку в данном случае имеет место нагружение бесконечного цилиндра постоянными силами, перпендикулярными его оси.
4. Огибающая кругов Мора, построенная по результатам испытаний образцов пород на трехосное сжатие, близка к линейной. Представление огибающей в виде прямой линии при высоких нормальных напряжениях чаще всего не соответствует данным экспериментов на трехосное сжатие [49]. Для более точного описания экспериментальных данных необходимо использовать нелинейные критерии прочности [39].

Основной недостаток формул (1.3) и (1.5) связан с неучетом фактических реологических свойств породного массива, особенно ползучести [226]. По данной

причине для расчета итоговой толщины ЛПО наряду с прочностным критерием применяются деформационные критерии.

Методы расчета толщины стенки ЛПО по предельным деформациям в литературе почти не представлены. Единственным известным и широко применяемым на практике является метод, предложенный в монографии [25]. В данном методе в качестве критерия разрушения выступает предельное радиальное перемещение внутренней поверхности ЛПО  $\Delta_m$ , а сам критерий формулируется следующим образом:

$$\Delta \leq \Delta_m. \quad (1.9)$$

С точки зрения механики соотношение (1.9) определяет такой размер ЛПО, при котором развивающаяся за заданный период времени деформация ползучести не приводит к запредельному радиальному перемещению внутренней поверхности ЛПО.

Для описания реологического поведения замороженных грунтов и пород обычно используют степенное уравнение [25]:

$$\sigma = A(t)\varepsilon^m, \quad (1.10)$$

где  $\sigma$  — напряжение, Па,  $\varepsilon$  — деформация,  $A = A(t)$  — коэффициент пропорциональности, Па.

С учетом (1.10), в работе [25] получена формула для расчета толщины  $E$  стенки ЛПО конечной протяженности:

$$E = R \left\{ \left[ 1 + k' \frac{(1-m)P}{A} (1-\xi) \left( \frac{h}{R} \right)^{1+m} \left( \frac{R}{\Delta} \right)^m \right]^{\frac{1}{1-m}} - 1 \right\}, \quad (1.11)$$

где  $m$  — коэффициент упрочнения замороженной породы;  $h$  — высота ледопородного цилиндра, м;  $\xi$  — параметр, характеризующий защемление торцов цилиндра,  $k'$  — коэффициент, зависящий от условий защемления неподкреплённой части ЛПО на верхней и нижней границах. При выводе формулы (1.11) использовалась гипотеза о том, что касательное напряжение  $\tau_{rz}$  вблизи торцов ледопородного цилиндра ограниченной толщины линейно зависит от вертикальной координаты  $Z$ .

В [25] также получена формула для толщины ЛПО неограниченной высоты:

$$E = R \left\{ \left[ 1 + \frac{mP}{A} \left( \frac{R}{2\Delta} \right)^m \right]^{\frac{1}{2m}} - 1 \right\}. \quad (1.12)$$

При выводе (1.12) принималось, что касательное напряжение  $\tau_{rz}$  во всем объёме цилиндра равно нулю.

В ГОСТ 12248-2010 «Грунты. Методы лабораторного определения характеристик прочности и деформируемости» представлена методика определения нелинейных характеристик деформируемости мерзлого грунта по результатам испытания методом одноосного сжатия. Временная зависимость коэффициента нелинейной деформации замороженного грунта при этом имеет степенной вид:

$$A(t) = A_0 \left( \frac{t_0}{t} \right)^{\alpha m}, \quad (1.13)$$

где  $A_0$  — коэффициент нелинейной деформации замороженного грунта для времени нагружения  $t_0$ , равного 1 час, Па;  $\alpha$  — коэффициент нелинейности во времени.

Для расчета ледопородного цилиндра конечной высоты на прочность по предельным деформациям С.С. Вяловым была предложена еще одна формула [25]:

$$E = b - a = \sqrt{3} \frac{ph}{\sigma_s(t_p)}, \quad (1.14)$$

где  $E$  — толщина ЛПО,  $h$  — высота заходки,  $\sigma_s(t_p)$  — предел прочности мерзлой породы на одноосное сжатие за расчетный период времени  $t_p$ .

Формула (1.14) вытекает из формулы (1.11) для определения толщины стенки цилиндра конечной высоты по предельно допустимому значению ее перемещения при значениях параметров  $m = 0$  и  $A = \tau_s$ . Основным недостатком формулы (1.14) является использование критерия прочности Мизеса, не очень хорошо описывающего прочностные свойства грунтов и горных пород.

Формулы (1.11) и (1.12) были получены при следующих общих допущениях:

1. Мерзлая порода считается изотропным материалом, параметры деформируемости и прочности осреднены по сечению ЛПО.
2. Влияние среднего давления не учитывается, что дополнительно повышает запас прочности. Влияние фактора времени в формулах (1.11) и (1.12) учитывается в параметрической форме.
3. Горное давление со стороны талого породного массива считается заданным и определяется вне зависимости от процесса взаимодействия деформируемой ледопородной стенки и окружающего массива.
4. Ограничения, наложенные на выбор геометрии расчетной области. Как правило, используется схема, изображенная на рисунке 1.2. Сверху на всем торце задается условие защемления тубингами, а снизу — условие отсутствия перемещений в вертикальном направлении. При этом на верхнем торце не учитывается

вертикальное давление, а на нижнем не учитывается дополнительная жесткость, связанная с влиянием горной породы, залегающей ниже отметки забоя ствола.

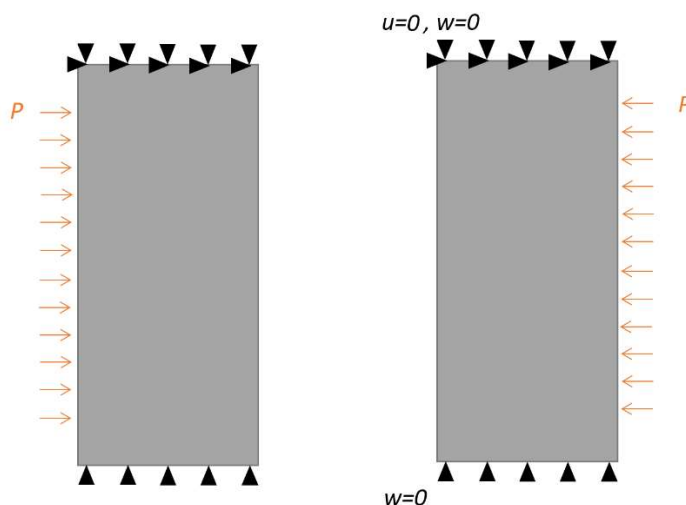


Рисунок 1.2 — Схема расчетной области

Проведенный анализ показывает, что существующие методы статического расчета ЛПО имеют ряд проблем. Необходимо проведение более глубоких исследований закономерностей вязкоупругопластического деформирования замораживаемых пород и уточнение существующих формул для расчета толщин ЛПО. Можно выделить следующие направления совершенствования методов статического расчета параметров ЛПО:

- учет зависимости прочностных и физико-механических свойств замороженных пород от температуры, неоднородно распределенной в объеме ЛПО,
- совместный учет корректного критерия потери несущей способности ЛПО и конечной высоты заходки при исследовании предельного равновесия ЛПО (условие прочности),
- учет вертикальной нагрузки на ЛПО,
- учет сопротивления деформированию ЛПО со стороны пород, залегающих ниже отметки забоя ствола.

### 1.1.2. Теплотехнический расчет

Основополагающими и первыми наиболее полными трудами, посвященными теплотехническому (или теплофизическому) расчету ЛПО вблизи строящихся стволов, являются монографии Н.Г. Трупака [115], Г.И. Маньковского [76] и Х.Р. Хакимова [117]. В этих работах изложены теоретические и практические основы процесса замораживания горных пород, систематизированы все важные вопросы технологии

замораживания горных пород, представлено множество различных практических случаев замораживания горных пород, в том числе с различными осложнениями, с которыми сталкивались сами авторы монографий в своей профессиональной карьере. Эти труды в целом формируют достаточно полное представление о проведении тепловых расчетов искусственного замораживания пород в СССР в 50-60-е гг. XX века.

Ниже представлены некоторые ключевые факты по теплотехническому расчету ЛПО из монографий [76, 115, 117], а также из некоторых других работ. Эти факты являются наиболее интересными и важными для дальнейшего изложения материала в настоящей работе.

### **Терминология в литературе по замораживанию горных пород**

Прежде всего, в монографии [115] введены основополагающие термины, используемые при расчете замораживания пород. Часть породного массива, где полностью произошел фазовый переход, а вся влага находится в твердом состоянии, называют *зоной льда*, а часть массива, в которой температура понизилась, но не достигла температуры начала фазового перехода, называется *зоной охлаждения*. В породных массивах с сильно минерализованным рассолом также выделяют частично замороженную зону, где фазовый переход уже начался, но еще не завершён полностью и часть влаги находится в жидком состоянии [131, 354]. Часть породного массива, где температура не успела существенным образом измениться вследствие оттока теплоты к замораживающим колонкам, называют *зоной с нормальной температурой породы*.

Н.Г. Трупак выделяет три характерные вертикальные плоскости в ЛПО (см. рисунок 1.3). В каждой из них температура породного массива будет изменяться во времени по своему собственному закону:

1. Плоскость I-I, проходящая через ось замораживания колонки и перпендикулярная линии расположения замораживающих колонок, называется *главной плоскостью*.
2. Плоскость II-II, также перпендикулярная линии расположения замораживающих колонок и проведенная на половинном расстоянии между замораживающими колонками, называется *замковой*.
3. Плоскость III-III, проходящая через линию, соединяющую две соседние замораживающие колонки, называется *осевой*.

Эта терминология будет в дальнейшем использоваться в настоящей работе.



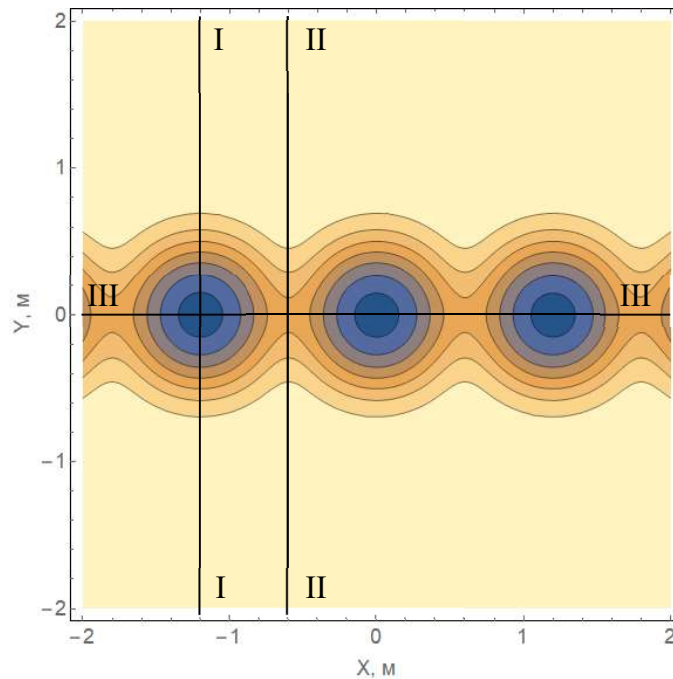


Рисунок 1.3 — Три вертикальные плоскости в ЛПО

Следует отметить, что в исследованиях по замораживанию породного массива вместо термина «теплота» часто используется термин «холод», который является с одной стороны удобным применительно к конкретной задаче [76], но с другой — не имеет никакого физического смысла. По мнению автора настоящей работы, корректный физический анализ исследуемого объекта возможен только при физической осмысленности всех его параметров, поэтому в дальнейшем в данной работе будет использоваться только термин «теплота».

### **Определение средней температуры и границ ледопородного ограждения**

Основными критериями при выборе границы ЛПО являются:

- фактическое положение границы фазового перехода подземной поровой воды (как правило, около  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ),
- температура, при которой проводились исследования прочности замороженных пород (как правило, не выше  $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

Важно отметить, что в инженерных расчетах по замораживанию горных пород прочностной расчет необходимой толщины ЛПО по фактору суммарного горного и гидростатического давления производится с предположением об однородном распределении температуры во всем объеме ЛПО [76]. Эта температура, как правило, ниже температуры фактического замерзания поровой воды в массиве горных пород. В инженерных расчетах принимается [76], что средняя температура ледопородного ограждения составляет 30–50 % температуры хладоносителя, циркулирующего в

замораживающих колонках. При температуре хладоносителя  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  средняя температура ЛПО находится в пределах от  $-6$  до  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Примечательно, что в Инструкции [24], средняя температура ЛПО принимается равной 30–40 % от температуры хладоносителя.

В монографии [115] предложена теоретическая формула для расчета средней температуры ЛПО:

$$T = \frac{T_{fr} \ln(2R/L)}{2 \ln(2R/d)}, \quad (1.15)$$

где  $R$  — радиус контура замораживания, м;  $T_{fr}$  — температура замораживающего хладоносителя,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $d$  — диаметр колонки, м;  $L$  — расстояние между двумя соседними замораживающими колонками, м.

В монографии [115] предложена эмпирическая формула для расчета средней температуры ЛПО:

$$T = T_{fr} \left( 0,32 + 0,8 \frac{d}{L} - 0,2 \frac{L}{E} \right), \quad (1.16)$$

где  $E$  — толщина ЛПО, м.

Указанный подход, в рамках которого делается усреднение температуры по всему объему ЛПО, позволяет рассматривать в качестве внешней границы ЛПО изотерму около  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . При этом средняя температура ЛПО оказывается существенно ниже нуля и сопоставима с температурами, при которых исследуется прочность замороженной породы. Фактически же при таком подходе ЛПО вблизи своих внешней и внутренней границ имеет прочность ниже расчетной, а в центральной части — выше расчетной. Согласно [25], наибольшие напряжения в ледопородном цилиндре возникают на его границах, что, вообще говоря, ставит под вопрос научную обоснованность и безопасность подхода, используемого в настоящее время на практике.

### **Определение местоположения и глубины замораживающих скважин**

Местоположение замораживающих скважин определяется двумя параметрами:

- диаметр окружности, на которой располагаются центры замораживающих скважин,
- расстояние между соседними замораживающими скважинами.

Данные параметры, наряду с принятыми допустимыми отклонениями направлений замораживающих скважин от вертикали, определяют то, насколько быстро и успешно достигается сплошность ЛПО и его требуемая толщина [88].

В монографии [115] предложена формула для расчета диаметра  $D_1$  окружности, на которой располагаются центры замораживающих скважин:

$$D_1 = D + E, \quad (1.17)$$

где  $D$  — диаметр ствола в проходке, м;  $E$  — проектная толщина ледопородного ограждения, м.

Недостатками формулы (1.17) являются предположение о том, что ЛПО в одинаковых долях распределяется вовнутрь и вовне контура замораживающих колонок, а также отсутствие слагаемого, отвечающего за возможное отклонение замораживающей колонки от проектного (чаще всего вертикального) направления.

Позднее формула (1.17) была модифицирована на предмет учета двух указанных выше факторов. Так, например, в инструкции [24], а также в работе [76] для расчета диаметра окружности замораживающих скважин принята следующая формула:

$$D_1 = D + 1,2E + 0,02L, \quad (1.18)$$

где  $L$  — длина скважины, м.

Из работы [88] вытекает необходимость введения в формулу (1.18) дополнительного запаса  $\Delta D_1 = 0,4$  м при использовании буровзрывного способа проходки. Запас рассчитан исходя из анализа диссипации ударной волны при взрыве.

Также в [115] проведен качественный анализ требуемой величины заглубления замораживающих скважин в водоупорный пласт. При выборе величины заглубления рассмотрен технологический фактор, суть которого заключается в следующем. Обычно на забое скважины скапливается мелкая порода, получаемая при бурении, порода, осыпаясь из вышележащих горизонтов, а также, глина, выпадающая из раствора, если последний применяется при бурении скважин. Поэтому при определении глубины скважины следует учитывать потерю ее глубины в связи с указанными причинами. Потеря глубины составляет 1–2 м в зависимости от глубины скважины. Опыт показывает, что при замораживании пород до глубины 30–40 м достаточно заглублять скважины в водоупорный пласт на 2–5 м. При большей глубине замораживания скважины заглубляются не меньше, чем на 5–10 м. Необходимо отметить, что бурение скважин в крепких водоупорных породах является операцией медленной и дорогой, поэтому чрезмерного заглубления скважины в такие породы нужно избегать.

В работе [115], как и в других аналогичных работах, при анализе требуемой величины заглубления замораживающих скважин в водоупорный пласт не учтен теплофизический фактор. Этот фактор не менее важен вследствие влияния вертикальных земных теплопритоков. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что в

нижней части замораживающих колонок будет происходить уменьшение толщины ЛПО из-за того, что указанная часть замораживающих колонок «работает» на удаление не только горизонтальных земных теплопритоков, но и вертикальных.

### Время замораживания породного массива

Конечным параметром, определяемым в ходе теплотехнического расчета ЛПО в проекте по замораживанию, является время (продолжительность) замораживания породного массива, т.е. время, за которое ЛПО достигает требуемой толщины.

Исторически первыми работами, в которых делается попытка определить время искусственного замораживания породного массива, являются монографии [71, 120]. В них предлагаются схожие формулы для расчета времени замораживания:

$$t = \frac{(1-n)\rho wL}{2\lambda_1(T_1 - T_0)} \left( r_2^2 \ln \frac{r_2}{r_1} - \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} \right), \quad (1.19)$$

где  $T_1$  — температура охлаждающего рассола в замораживающих колонках, °С;  $T_0$  — температура фазового перехода влаги, °С;  $r_1$  — внутренний радиус замораживающей колонки, м;  $r_2$  — внешний радиус замораживаемого цилиндра, м;  $\lambda_1$  — теплопроводность замороженной породы, ккал/(м·час·°С);  $L$  — удельная теплота кристаллизации влаги, ккал/кг;  $w$  — влажность массива, кг/кг;  $\rho$  — плотность водонасыщенного массива, кг/м<sup>3</sup>.

Данная формула базируется на ряде предположений, в числе которых:

- стационарное распределение температуры, сформированное тепловым действием единственной замораживающей колонки (по логарифмическому закону);
- нулевые теплоемкости породы в зонах льда и охлаждения;
- коэффициент теплоотдачи на границе «хладоноситель-колонка» имеет бесконечно большое значение.

В монографии [117] предложено уточнение формулы (1.19) посредством учета удельных теплоемкостей массива в зонах льда и охлаждения:

$$t = \frac{\chi}{2\lambda_1(T_1 - T_0)} \left( r_2^2 \ln \frac{r_2}{r_1} - \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} \right) + \frac{c_1 \rho_1}{2\lambda_1} \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}, \quad (1.20)$$

$$\chi = (1-n)\rho w i L + c_1 \rho_1 T_m + c_2 \rho_2 T_m \cdot \left( \frac{(R/r_2)^2 - 1}{2 \ln(R/r_2)} - 1 \right), \quad (1.21)$$

где  $c_1$  — удельная теплоемкость массива в зоне льда, ккал/(кг·°С);  $c_2$  — удельная теплоемкость массива в зоне охлаждения, ккал/(кг·°С);  $\rho_1$  — плотность массива в зоне

льда, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_2$  — плотность массива в зоне охлаждения, кг/м<sup>3</sup>;  $i$  — льдистость;  $R$  — радиус теплового влияния, м.

В монографии [115] предложена другая расчетная формула для времени формирования ЛПО заданной толщины  $r_2$  вокруг одной замораживающей колонки:

$$t = \frac{\rho(r_2^2 - r_1^2)}{2(T_1 - T_0)} \left( \frac{1}{\alpha_1 r_1} - \frac{1}{2\lambda_1} \right) + \frac{r_2^2 \rho w L}{2(T_1 - T_0) \lambda_1} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (1.22)$$

Также сделано ее обобщение на случай кругового контура скважин:

$$t = \frac{1,32 \rho l^2}{2 \cdot 4 \cdot 24 (T_1 - T_0) \lambda_1} \cdot \ln \frac{l}{d_1}, \quad (1.23)$$

где  $d$  — внутренний диаметр замораживающей колонки, м;  $l$  — расстояние между замораживающими колонками, м.

Отличие между формулами (1.20) и (1.22) выражается в основном тем, что в (1.22) учитывается конечный по величине коэффициент теплоотдачи. Однако, в (1.22) нет учета конечной теплоемкости массива в зонах льда и охлаждения.

Помимо теоретических формул, получаемых из решения балансовых энергетических уравнений, в литературе представлен ряд эмпирических и полуэмпирических формул для расчета времени замораживания. Одна из таких формул для расчета продолжительности замораживания породного массива предложена в монографии [35], а также рекомендована в монографии [76]. В формуле используется параметр заданной толщины ЛПО  $E$ :

$$t = \frac{1,3aE \left[ (1-w) \rho_s c_s (T_2 - T_1) + w \rho_g (T_1 + 80 + 0,54T_2) \right]}{\pi d \alpha}, \quad (1.24)$$

где  $a$  — температуропроводность, м<sup>2</sup>/с;  $m$  — пористость;  $\gamma_s$  — удельный вес сухого скелета пород, кг/м<sup>3</sup>;  $c_s$  — удельная теплоемкость сухого скелета пород, Дж/(кг·°C);  $T_1$  — естественная температура пород, °C;  $T_2$  — средняя температура замораживания, °C;  $d$  — внешний диаметр замораживающих колонок, м;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи на границе породного массива с колонками, Вт/(м<sup>2</sup>·°C).

Согласно методике [1], разработанной МГИ, продолжительность работы замораживающей станции в активный период замораживания определяется по следующей формуле:

$$t = 0,0116 \frac{\sigma_{\lambda}}{\lambda |T|} (0,557 \cdot L_{\max} \cdot E + 0,1 \cdot E^2), \text{ сут.} \quad (1.25)$$

Во временном руководстве [23], разработанном ВНИИОМШС в 1971 г., предложена модификация формулы Н.Г. Трупака:

$$t = \frac{(1-\psi)P}{8 \cdot 24 \cdot (T_3 - T_{cm}) \lambda} \cdot \left[ L_{\max} \ln \frac{L_{\max}}{D_0} + \frac{1}{\pi} \ln \frac{2R}{D_0} \cdot \xi \right], \quad (1.26)$$

$$\xi = 8R^2 \arcsin \frac{L_{\max}}{2R} - \pi L_{\max}^2 + 4L_{\max} \sqrt{R^2 - 0,25L_{\max}^2}, \quad (1.27)$$

где  $\psi$  — коэффициент, учитывающий теплоприток от незамороженных пород;  $P$  — общее количество теплоты, которое необходимо отвести для замораживания расчетного объема породы и подземной воды, ккал/м<sup>3</sup>;  $T_{cm}$  — естественная температура пород, °С;  $T_3$  — средняя температура замораживания, °С;  $\lambda$  — средняя теплопроводность массива, ккал/(м·ч·°С);  $L_{\max}$  — максимальное расстояние между колонками, м;  $D_0$  — наружный диаметр замораживающих колонок, м;  $R$  — радиус промерзания пород вокруг колонки, м.

В 1978 г. формула ВНИИОМШС (1.26) — (1.27) была изменена:

$$t = \frac{1,23\rho L_{\max}}{8 \cdot 24 \cdot (T_3 - T_{cm}) \lambda_1} \cdot \left[ L_{\max} \ln \frac{L_{\max}}{D_0} + \frac{4}{\pi L_{\max}} \ln \frac{2R}{D_0} \cdot \xi \right], \quad (1.28)$$

$$\xi = 0,035 \cdot \left( R^2 \arcsin \frac{L_{\max}}{2R} - R_2^2 \arcsin \frac{L_{\max}}{2R} \right) + 0,5 \cdot E \cdot L_{\max}, \quad (1.29)$$

где  $\rho$  — плотность породного массива, кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda_1$  — теплопроводность породного массива в зоне льда, ккал/(м·ч·°С);  $R_2$  — внутренний радиус промерзания горных пород, м.

В работе [72] предложена следующая формула для расчета продолжительности замораживания породного массива:

$$t = \frac{1,4\pi T}{24N\lambda_1 S T_{cm}} \times \left[ (5R_k + 6,25)E - 0,5E^2 - 14,4(5R_k + 6,25) \ln(1 + 0,16E) \right], \quad (1.30)$$

где  $R_k$  — радиус контура замораживающих колонок, м.

Одной из наиболее поздних формул для времени замораживания породного массива, полученной в 80-е гг. XX века, является формула из монографии [9]:

$$t = \frac{(2r_k)^{1,54} \cdot T_0^{0,395} \cdot L^{0,578} \cdot \lambda_1^{4,877} \cdot c_1^{5,565}}{10^{5,625} \cdot T_i^{1,014} \cdot \sigma_l^{0,208} \cdot \lambda_2^{6,57} \cdot c_2^{2,96} \cdot d^{0,29}} \quad (1.31)$$

для  $2R_3 > L$  и

$$t = \frac{1,195(2r_k)^{0,31} \cdot t_2^{0,89} \cdot \sigma_l^{0,036} \cdot \lambda_1^{0,0006} \cdot c_1^{0,014}}{T_i^{0,135} \cdot T_0^{0,0085} \cdot L^{0,308}} \quad (1.32)$$

для  $2R_3 < L$ . Здесь  $r_k$  — радиус контура замораживающих колонок, м;  $T_0$  — начальная температура породного массива, °С;  $T_i$  — температура замораживающей колонки, °С;  $L$  — расстояние между колонками, м;  $\lambda_1$  — теплопроводность мерзлой породы, Вт/(м·°С);  $\lambda_2$  — теплопроводность талой породы, Вт/(м·°С);  $c_1$  — теплоемкость мерзлой породы, Дж/(кг·°С);  $c_2$  — теплоемкость талой породы, Дж/(кг·°С);  $\sigma_l$  — удельная теплота кристаллизации (льдообразования), Дж/кг;  $t_2$  — время замораживания, рассчитанное по методике Н.Г. Трупака [115], сут.

Степенные параметры в формулах (1.31) — (1.32) получены с помощью метода наименьших квадратов путем обработки 4862 точек численных экспериментов для 2D расчетной области. Формулы (1.31) — (1.32) характеризуются следующими статистическими показателями: коэффициент множественной корреляции  $R_s \geq 0,94$ , среднее квадратическое отклонение  $S \leq 0,115$ .

Проводя анализ формул (1.19) — (1.32), можно отметить, что эти формулы включают в себя разные наборы теплофизических параметров, и дают результаты, плохо согласующиеся между собой как на качественном, так и на количественном уровнях (см. таблицу 1.1).

Таблица 1.1 — Сравнительный анализ различных формул по расчету времени, необходимого для формирования ледопородного ограждения

Формула	Наименование породы			
	Песок среднезернистый	Песок мелкозернистый	Глина плотная	Песок
ВНИИОМШС, 1971 г.	442,2 сут.	313,7 сут.	161,1 сут.	351,1 сут.
ВНИИОМШС 1978 г.	145,3 сут.	112,0 сут.	117,3 сут.	170,6 сут.
МГИ	133,9 сут.	157,8 сут.	17,5 сут.	137,3 сут.
Я.А. Дорман	289,2 сут.	289,3 сут.	247,8 сут.	289,3 сут.
А.З. Литвин	733,5 сут.	588,8 сут.	14,6 сут.	684,2 сут.
М.У. Бельферман	593,1 сут.	433,2 сут.	588,3 сут.	479,7 сут.

В таблице 1.1 представлены значения времен замораживания породного массива, рассчитанные для условий строящихся стволов рудника Нежинского ГОКа по различным формулам. Полученные значения времен формирования ЛПО для одного слоя изменяются в широких пределах. Наименьшие значения времени получены по формуле из методики МГИ, в то время как наибольшие значения дают формулы А.З. Литвина (1.27) и М.У. Бельфермана (1.31) — (1.32). Разница между наименьшими и наибольшими значениями времени для одного слоя может достигать двух порядков.

Этот факт указывает на то, что в действительности время замораживания породного массива зависит от множества параметров и самого породного массива, и системы замораживания, что крайне затруднительно свести в единую компактную аналитическую формулу, которая бы впоследствии смогла дать приемлемые на количественном уровне результаты. По этой причине самым эффективным решением является использование вычислительных экспериментов в 2D и 3D постановках.

Расчет времени, необходимого для замораживания породного массива и грунтов, проводился численно в 2D и 3D постановках в работах [1, 122, 132, 229, 238, 281, 314, 317, 323] применительно к проблемам проходки горных выработок и тоннелей. Применяемые в этих работах математические модели сильно различаются между собой:

- в плане пространственной размерности задачи (2D и 3D моделирование),
- в плане учитываемых физических полей (температура, скорость фильтрации, напряжения и деформации),
- в плане учитываемых фаз (породный массив, вода, лед, газ, водяной пар, раствор солей).

Частично это связано с физическими особенностями той или иной практической задачи, решаемой исследователями. Однако в литературе можно встретить множество примеров, когда однотипные задачи решаются с использованием принципиально разных методов. Это указывает на недостаточную проработанность общих принципов построения концептуальных моделей теплового режима породного массива в условиях искусственного замораживания, на отсутствие системного подхода к моделированию искусственного замораживания породного массива.

### **Гидравлический анализ**

Еще одним интересным способом расчета замораживания породного массива, который в 60-70-е гг. прошлого века был наиболее выигрышным по сравнению со своими аналогами, является метод гидравлических аналогий проф. В.С. Лукьянова, осуществляемый лабораторно при помощи гидроинтеграторов [36, 76]. В этом случае



нет необходимости составлять систему дифференциальных уравнений. Следует лишь составить расчетную схему процесса исходя из физической сущности рассматриваемого явления и установить аналогию между численными величинами параметров, характеризующих исследуемый процесс, и параметрами гидроинтегратора.

В гидроинтеграторе процесс теплопередачи моделируется процессом перетекания жидкости в системе открытых сверху сосудов, соединенных между собой определенными гидравлическими сопротивлениями. Возможность моделирования основана на двух аналогиях: закона Фурье и закона Дарси, теплоемкости породы и веса столба жидкости (как меры инерционности процессов).

Недостатками такого подхода являются:

- Сложность обеспечения приемлемой густоты сосудов вблизи замораживающей колонки для корректного расчета высокого температурного градиента.
- Сложности с учетом теплоты фазового перехода (нет прямого физического аналога в гидравлике).

### **Расчет температуры хладоносителя в замораживающих колонках**

При использовании рассольной схемы искусственного замораживания пород температура хладоносителя может быть распределена по глубине замораживающих колонок существенно неоднородно даже при небольших глубинах замораживания [327]. По данной причине для корректного теплотехнического расчета ЛПО важно знать фактическое распределение температур в замораживающих колонках.

В работе [17] исследовано распределение температуры хладоносителя в замораживающих колонках. Рассмотрены случаи хладоносителей с малой теплоемкостью (воздух) и большой теплоемкостью (жидкость, раствор хлорида кальция). Представлена экспериментальная зависимость температуры хладоносителя-воздуха на дне замораживающей колонки для условий строительства Иреляхской плотины:

$$T_g = T_{in} + (T_{out} - T_{in}) \cdot \left( 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{PK_e h}{Qc_v} \right), \text{ } ^\circ\text{C}, \quad (1.33)$$

где  $T_{in}$  — температура подачи,  $^\circ\text{C}$ ;  $T_{out}$  — температура обратки,  $^\circ\text{C}$ ;  $Q$  — объемный расход,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $c_v$  — удельная теплоемкость,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ ;  $h$  — глубина,  $\text{м}$ ;  $P$  — периметр,  $\text{м}$ ;  $K_e$  — коэффициент теплоотдачи,  $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot^\circ\text{C})$ .

Примечательным является то, что согласно формуле (1.33) температура  $T_g$  выше как температуры подачи, так и температуры обратки. Это связано с малой

теплоемкостью воздуха как теплоносителя. При этом в случае использования жидкостных замораживающих установок типичной является ситуация, когда температура на дне замораживающей колонки не выше температуры обратки.

В работе [17] также представлено исследование закономерностей распределения температуры в коаксиальных жидкостных установках по замораживанию. Под коаксиальностью понимается наличие у замораживающих колонок внутренней и внешней проточных областей, разделенных перегородкой. По внутренней проточной области, как правило, осуществляется подача хладоносителя вглубь колонки, в то время как по внешней хладоноситель поднимается обратно на поверхность (см. рисунок 1.4).

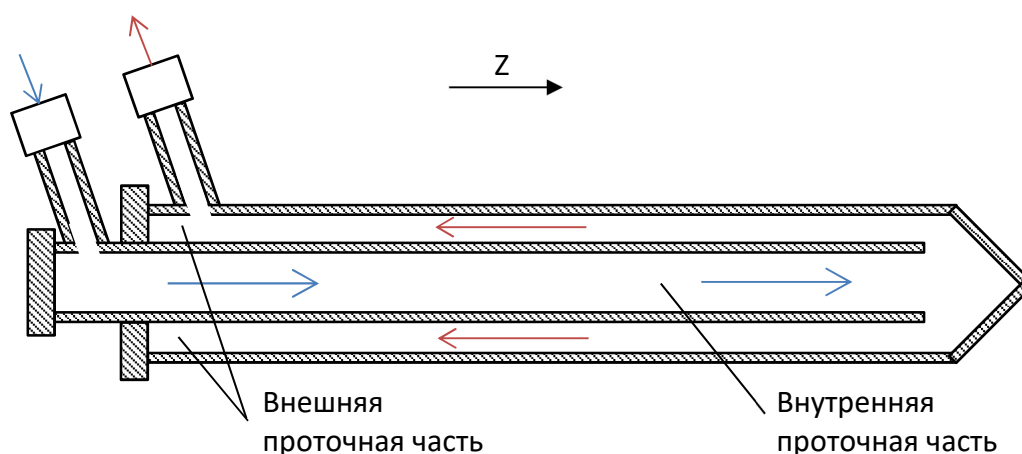


Рисунок 1.4 — Принципиальная схема движения хладоносителя по замораживающей колонке

По мнению [17], оптимальное соотношение диаметров внутренней и наружной труб лежит в интервале от 0,43 до 0,75.

#### **Расчет теплоотдачи от породного массива к хладоносителю в замораживающих колонках**

В ранних работах по искусственному замораживанию грунтов и пород [71, 117] теплоотдача моделировалась в предположении о бесконечно большом значении коэффициента теплопередачи от породного массива к хладоносителю в колонках. В этом случае температура массива на границе с замораживающей колонкой в точности равна температуре хладоносителя. Такое допущение существенно облегчало процедуру получения точного математического решения уравнения баланса энергии в замораживаемом массиве.

В работах [48, 74] рассмотрен другой интересный случай — теплоотдача по условию II рода (на границе массива с замораживающей колонкой задается постоянный тепловой поток). Такое допущение также сделано для того, чтобы получить точное

аналитическое решение, выраженное через функцию ошибок Гаусса (для прямоугольной области) или же интегрально-показательную функцию (для цилиндрической области).

Наиболее общим и наиболее правильным подходом к расчету искусственного замораживания является использование закона Ньютона-Рихмана и задание конвективного граничного условия III рода [115]. Так, например, в монографии [115] расчет оттока теплоты от породного массива к хладоносителю,двигающемуся по замораживающим скважинам, основан на законе Ньютона-Рихмана и связывает тепловой поток  $q_{12}$  через границу между двумя средами — рассолом 1 и породным массивом 2 — с температурами этих сред  $T_1$  и  $T_2$  на границе друг с другом:

$$q_{12} = \alpha(T_1 - T_2). \quad (1.34)$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент теплопередачи или коэффициент теплоперехода от массива через обсадную колонну к замораживающему рассолу, который зависит от геометрии замораживающей колонки, скорости и свойств рассола.

В монографии Н.Г. Трупака [115] при определении коэффициента  $\alpha$  рассмотрено только 2 режима течения — турбулентный и ламинарный. Соответствующие формулы для расчета двух режимов течения представлены ниже:

$$\alpha_{lam} = \frac{15\lambda}{d} \left( \frac{3600Wd}{a} \right)^{0,23} \left( \frac{l}{d} \right)^{-0,5}, \quad (1.35)$$

$$\alpha_{urb} = 0,153\lambda \left( \frac{\gamma}{a\mu} \right)^{0,435} \frac{W^{0,87}}{d^{0,13}}, \quad (1.36)$$

где  $\lambda$  — теплопроводность рассола, ккал/(м·час·°С);  $d$  — диаметр трубы, м;  $l$  — длина трубы, м;  $W$  — средняя по сечению трубы скорость рассола, м/с;  $a$  — коэффициент температуропроводности рассола, м<sup>2</sup>/час;  $\gamma$  — удельный вес рассола, кг/м<sup>3</sup>;  $\mu$  — динамическая вязкость рассола, Па·с.

Единицы измерения коэффициентов  $\alpha_{lam}$  и  $\alpha_{urb}$  в монографии [115] — ккал/(м<sup>2</sup>·час·°С).

Недостатком такого подхода является отсутствие описания переходного режима течения, при котором, согласно [79], характер зависимости коэффициента  $\alpha$  от чисел Рейнольдса, Прандтля и Пекле принципиально отличен от ламинарного и турбулентного режимов. Также из формул (1.35) — (1.36) неясно, есть ли плавный и непрерывный переход между зоной ламинарного течения и зоной турбулентного течения.

Важным обстоятельством является то, что в случае использования коаксиальных труб в качестве параметра  $d$  принимается разница между внутренним диаметром

внешней трубы и внешним диаметром внутренней трубы. Т. е. уравнения (1.35)–(1.36) экстраполируются на случай некругового проточного сечения.

В работе V. Gnielinski [183] представлено более обстоятельное теоретическое исследование функциональной зависимости безразмерного коэффициента теплопередачи в коаксиальных трубах с использованием ряда экспериментальных измерений. Получено, что расчет безразмерного коэффициента теплопередачи (числа Нуссельта  $Nu = \alpha d_h / \lambda$ ) должен производиться по формулам:

$$Nu_{lam} = \left( Nu_{lam1}^3 + Nu_{lam2}^3 + Nu_{lam3}^3 \right)^{1/3}, \quad (1.37)$$

$$Nu_{lam1} = 3,66 + 1,2a^{0,5}, \quad (1.38)$$

$$Nu_{lam2} = f_{g,o} \sqrt[3]{Re Pr} \frac{d_h}{L}, \quad (1.39)$$

$$Nu_{lam3} = \left( \frac{2}{1 + 22 Pr} \right)^{1/6} \left( 2300 Pr \frac{d_h}{L} \right)^{1/2}, \quad (1.40)$$

$$Nu_{turb} = \frac{(f_{ann} / 8) Re Pr}{k_1 + 12,7 \sqrt{f_{ann} / 8} (Pr^{2/3} - 1)} \left[ 1 + \left( \frac{d_h}{L} \right)^{2/3} \right] F_{ann}, \quad (1.41)$$

$$k_1 = 1,07 + \frac{900}{Re} - \frac{0,63}{1 + 10 Pr}, \quad F_{ann} = 0,9 - 0,15a^{0,6}, \quad (1.42)$$

$$f_{ann} = \left( 1,8 \log_{10} Re^* - 1,5 \right)^{-2}, \quad (1.43)$$

$$Re^* = Re \frac{(1 + a^2) \ln a + (1 - a^2)}{(1 - a^2) \ln a}, \quad Re = \frac{W \rho d_h}{\eta}, \quad (1.44)$$

где  $f_{ann}$  — коэффициент трения;  $d_h$  — разница между внутренним и внешним диаметрами трубы (ширина внешней проточной области), м;  $a$  — отношение между внутренним  $d_1$  и внешним  $d_2$  диаметрами трубы (от 0 до 1);  $Re$  — число Рейнольдса, рассчитанное для характерного размера, равного  $d_h$ ;  $Pr$  — число Прандтля;  $L$  — длина трубы, м.

Безразмерный коэффициент теплопередачи в переходном режиме между ламинарной зоной ( $Re < 2300$ ) и зоной развитой турбулентности ( $Re > 10000$ ) предлагается считать по формулам:

$$Nu_m = (1 - \gamma) Nu_{lam,2300} + \gamma Nu_{turb,10^4}, \quad (1.45)$$

$$\gamma = \frac{Re - 2300}{7700}. \quad (1.46)$$

Сравнительный анализ двух описанных методов расчета коэффициента теплоотдачи представлен на рисунке 1.5 для условий системы замораживания стволов Петриковского ГОКа.

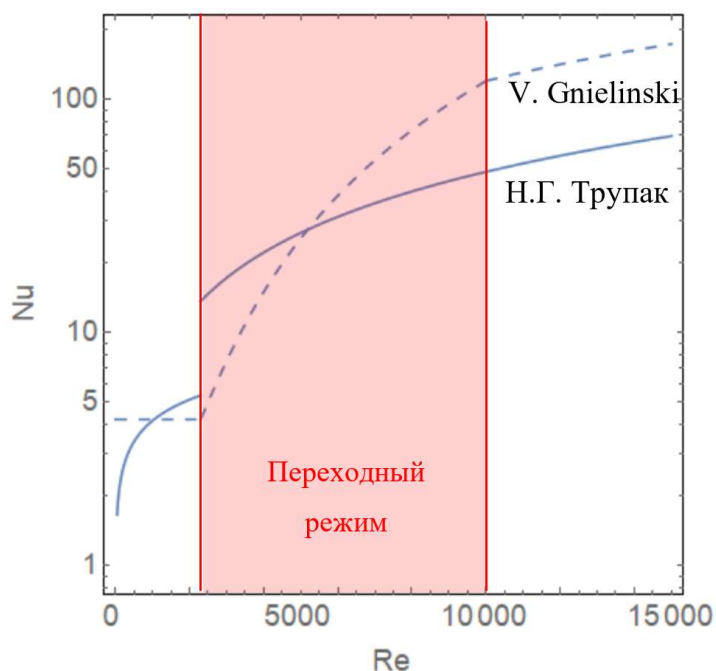


Рисунок 1.5 — Сравнительный анализ расчетных формул для коэффициента теплоотдачи

Из рисунка 1.5 видно, что расхождение между методами существенно: в ламинарной и полностью турбулентной зонах максимальное рассогласование между соответствующими кривыми составляет более 50 %. Также из рисунка видно, что две зависимости (1.35) и (1.36) плохо «стыкуются» друг с другом — с увеличением числа Рейнольдса число Нуссельта в определенный момент терпит разрыв.

### **Земной теплоприток к ледопородному ограждению**

В монографии [115] получены приближенные аналитические формулы для расчета поля температур в породном массиве в зонах льда и охлаждения. Идея метода заключалась в нахождении аналитического решения для одной замораживающей скважины и распространении этого решения на всю область породного массива посредством «сшивания» функций температуры для каждой скважины. Поле температур в зоне льда принималось установившимся. Для нестационарного описания поля температур в зоне охлаждения использовалась функция Гаусса. Такой метод решения задачи впервые был предложен в работе [71] и называется методом Лейбензона. Следует отметить, что выбор функции Гаусса является здесь не совсем верным, так как в условиях

цилиндрической симметрии задачи следует использовать интегрально-показательную функцию [48].

Описанная выше модель позволила определить величину земного теплопритока (в горизонтальной плоскости) к ЛПО. Получено, что средняя величина теплопритока обратно пропорциональна корню квадратному из времени, затраченного на замораживание пород:

$$q = \frac{1,13T_0\sqrt{\lambda_2 c_2 \gamma_2}}{\sqrt{t}}, \text{ Вт/м}^2 \quad (1.47)$$

где  $T_0$  — температура пород в непо потревоженном состоянии, °С;  $\lambda_2$  — теплопроводность пород в зоне охлаждения, ккал/(м·час·°С);  $c_2$  — теплоемкость пород в зоне охлаждения, ккал/(кг·°С);  $\gamma_2$  — удельный вес пород в зоне охлаждения, кг/м<sup>3</sup>;  $t$  — время, час.

Теперь, если величину (1.47) проинтегрировать по времени и разделить на величину теплосодержания замороженной горной породы в конечный момент времени, то полученный безразмерный коэффициент  $\psi$  будет характеризовать долю теплопотерь по отношению к полезной теплоте на замораживание. А величина  $\Psi = \psi + 1$  будет характеризовать долю теплопотерь по отношению к суммарной теплоте, забранной замораживающими колонками из массива. Согласно [115], значение параметра  $\Psi$  варьируется для различных типов пород в интервале от 0,32 до 0,55. Остается неясным, чем обусловлена вариация параметра  $\Psi$  и от каких параметров задачи он зависит в большей степени. В последующие годы в литературе не было представлено исследований параметра  $\Psi$  или ему подобных с использованием более полных и совершенных математических моделей теплопереноса в массиве, в то время как данный параметр крайне важен для проведения оценок энергоэффективности систем замораживания пород.

### **Оценка влияния фильтрации подземных вод**

Подземные воды находятся в движении, однако в большинстве случаев естественные скорости подземных вод настолько малы, что при расчетах искусственного замораживания грунтов и пород их не учитывают. Однако при наличии естественных скоростей подземных вод или откачек воды водопонижающими скважинами скорость движения подземных вод может оказаться настолько существенной, что будет влиять на скорость формирования ЛПО [76, 77]. В работе [117] показано, что при расстояниях между замораживающими колонками 1,32–1,5 м и температурах охлаждающего рассола от –12 до –13°С ледопородные цилиндры соседних замораживающих скважин сомкнутся

не удастся вследствие сильного влияния фильтрационного потока в аллювиальной толще.

В [76] предложен термин *предельная скорость фильтрации подземной воды*, под которой понимается такая скорость фильтрации, при которой в пористом массиве наступает тепловое равновесие и образование замкнутого ЛПО невозможно. Также в этой работе представлены некоторые данные по предельным скоростям фильтрации при различных температурах фильтрующейся воды (см. таблицу 1.2). Следует отметить, что данные в таблице 1.2 получены при температуре охлаждающего рассола  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Таблица 1.2 — Предельные скорости фильтрации грунтовой воды

Показатели	Температура фильтрующейся воды, $^{\circ}\text{C}$			
	2	10	20	30
Предельная скорость фильтрации, м/с	10	2	0,5	0,22
Действительная скорость фильтрации, м/с	25,4	5,1	1,2	0,56

Исследования МГИ показали, что предельные скорости фильтрации замораживаемой воды зависят в первую очередь от ее температуры и от температуры замораживающего рассола, циркулирующего по колонкам [76]. По данным [81], при увеличении скорости фильтрации воды в 4 раза (от 0,25 м/с до 1 м/с) время, затрачиваемое на замораживание пород, увеличивается в 1,6 раза, а при увеличении скорости фильтрации в 9 раз (от 0,25 м/с до 2,25 м/с) это время увеличивается в 2,25 раза.

В монографии [115] предложена аналитическая формула для определения предельной (или критической) скорости движущейся в поровом пространстве воды:

$$V_{cr} = 360 \frac{T_{fr}^2}{T_w^2}, \text{ мм/сут}, \quad (1.48)$$

где  $T_{fr}$  — температура охлаждающего рассола,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $T_w$  — температура замораживаемой воды,  $^{\circ}\text{C}$ .

В работах [283, 299] получены более сложные аналитические формулы для расчета критической скорости фильтрации поровой воды с явной зависимостью от таких параметров как радиус замораживающей колонки, расстояние между соседними замораживающими клонками и пр.

В работе [117] получено соотношение между основными термодинамическими и гидравлическими параметрами замораживаемого массива. Это соотношение позволяет оценить влияние фильтрации подземных вод и обеспечить смыкание отдельных ледопородных цилиндров в единое ЛПО. Соотношение имеет вид:

$$\frac{2\pi\lambda_1(T_0 - T_m)24}{\ln\left[(1-g)\frac{l}{2r_0}\right]} \geq c_w n \rho_w (\Delta T_\phi) V_{\text{lim}} l \chi + \pi(1-g)l(\Delta\xi)n\rho_w L. \quad (1.49)$$

Здесь  $\lambda_1$  — теплопроводность в зоне льда, ккал/(м·ч·°С);  $T_0 - T_m$  — температурный перепад между хладоносителем и породным массивом, °С;  $g$  — относительная ширина окна между двумя соседними ледопородными цилиндрами;  $r_0$  — радиус замораживающей колонки, м;  $c_w$  — удельная теплоемкость воды, ккал/(кг·°С);  $n$  — пористость породы (в долях единицы);  $\rho_w$  — плотность воды, кг/м<sup>3</sup>;  $l$  — расстояние между замораживающими колонками, м;  $\Delta T_\phi$  — разница температур фильтрационного потока до и после прохождения ледопородного ограждения, °С;  $\chi$  — коэффициент расхода фильтрационного потока (зависит от радиуса ледопородных цилиндров);  $L$  — удельная теплота кристаллизации;  $\Delta\xi$  — увеличение радиуса ледопородных цилиндров в день.

Левая часть (1.49) представляет теплоту, удаляемую из замороженного массива через стенку замораживающей колонки, а правая — теплоту, выделившуюся в результате фазового перехода поровой воды, а также теплоту, сообщенную фильтрационным потоком вод, проходящим между двумя несомкнутыми ледопородными цилиндрами.

В работе [76] предлагается выявлять связь между различными водоносными горизонтами, связь подземных вод с водами открытых водоемов и определять скорость и направления грунтовых водоемов. Фактические скорости фильтрации подземных вод предлагается указывать в проектах по замораживанию.

В последние десятилетия проведено множество исследований влияния вынужденной конвекции поровой воды на процесс искусственного замораживания грунтов и горных пород с помощью двух- и трехмерного численного моделирования в программных комплексах ANSYS, Comsol и др. [132, 264, 273, 335, 353]. Авторами преимущественно рассматривались частные практические задачи по искусственному замораживанию, и, как следствие, в этих исследованиях не представлено каких-либо общих зависимостей между параметрами ЛПО и фильтрационными характеристиками замораживаемого массива. А получение такого рода зависимостей является интересной и важной научной задачей, решение которой позволило бы улучшить понимание того, в каких ситуациях нужно принимать во внимание фильтрацию подземных вод и какие



технологические меры необходимо предпринимать, чтобы минимизировать ее влияние на процесс замораживания.

В большинстве существующих исследований по искусственному замораживанию породного массива рассматривается только вынужденная конвекция [132, 274, 319] при плоскопараллельном течении подземных вод, в то время как вынужденной конвекции при плоскорадиальном течении и естественной (свободной) конвекции не уделено практически никакого внимания. Исключением являются работы [232, 233, 264]. В работе [264] проводится теоретическое исследование влияния вынужденной и естественной конвекции грунтовых вод на формирования ЛПО для частного случая строящегося ствола калийного рудника в республике Беларусь. Основное внимание в этой работе уделено изучению вынужденной конвекции, однако в ней также затронут вопрос о влиянии естественной конвекции в наиболее проницаемом слое пород на форму ледопородного ограждения. В работах [232, 233] рассматривается тепловой режим грунтов в условиях вечной мерзлоты. При этом проведенные исследования имеют частный характер, а результаты показывают, что при определенных гидрогеологических условиях естественная конвекция способна приводить к существенным искажениям поля температур в вечномерзлых грунтах.

### **Пассивное замораживание**

В существующей научной и технической литературе, посвященной способу искусственного замораживания пород и грунтов, представлено мало сведений о том, как обеспечить сохранение проектной толщины ЛПО на стадии пассивного замораживания. В монографии [10] говорится, что на стадии пассивного замораживания теплоотдача от массива к замораживающим колонкам должна составлять около 50 % от случая активного замораживания. Этого должно быть достаточно для поддержания ЛПО в проектных параметрах. При этом, если контроль за состоянием ЛПО показывает, что граница фазового перехода «вода-лед» продолжает продвигаться вглубь незамороженного массива, предусматриваются дополнительные мероприятия по снижению коэффициента теплопередачи.

В монографии [115] сказано, что выбор того или иного способа должен базироваться на экономических сопоставлениях и в зависимости от наличия холодильного оборудования. В качестве одного из возможных вариантов предлагается принять холодопроизводительность замораживающей станции равной теплопритоку к ЛПО к концу периода активного замораживания. При этом справедливо отмечается, что

в этом случае холодопроизводительность будет избыточной и приведет к перемораживанию породного массива.

Существующие исследования по данной проблеме проводились достаточно давно (середина XX века) и не отвечают на ряд важных вопросов. Непонятно, какие функциональные зависимости от времени на стадии пассивного замораживания имеют параметры хладоносителя (температура, расход, холодильная мощность), обеспечивающие поддержание постоянной толщины ЛПО и средней температуры ЛПО не выше, чем температура, при которой определялись прочностные и реологические свойства замороженных пород.

## **1.2. Моделирование термогидромеханических процессов в обводненных породах с движущейся границей фазового перехода**

В подразделе описаны известные в литературе математические модели и методы расчета НДС, тепло- и массопереноса в обводненных грунтах и горных породах в условиях замораживания или оттаивания.

### **1.2.1. Деформирование замораживаемых грунтов и пород**

С точки зрения механики деформированного твердого тела, замороженная порода – композиционный материал, состоящий из четырех различных компонентов: минеральное или органическое зерно, лед, вода и газ. Наиболее важная характеристика, которая отличает замороженную породу от других композиционных материалов – непрерывное изменение состава матрицы (вода+лед) при вариациях температуры и приложенных напряжений.

При фазовом переходе в насыщенной водой породе образуются кристаллы льда только одного типа (нормальный шестиугольный типа 1h), тогда как вода существует в двух состояниях: связанная вода и свободная вода. В первом случае вода в виде тонкой пленки окружает минеральные частицы и удерживается на их поверхности благодаря высоким межмолекулярным силам даже при очень низкой температуре. В работе [336] показано, что связанная вода в замороженной глине содержится вплоть до  $-110^{\circ}\text{C}$ . Свободная вода, находящаяся в порово-трещинном пространстве породы, легко претерпевает фазовый переход. Наличие незамерзшей свободной воды при отрицательных температурах может быть связано с удельной площадью поверхности минеральных частиц и степенью минерализации воды.

Несмотря на присутствие связанной воды механическое поведение замороженной породы определяется прежде всего льдом, занимающим порово-трещинное пространство. Поликристаллы льда обладают случайной ориентацией кристаллографических плоскостей. При стандартных условиях испытаний, под действием девиаторных напряжений деформация кристаллов льда осуществляется путем движения дислокаций и может быть представлена в виде степенного закона ползучести типа Нортона-Бейли [331]. Деформационное поведение поликристаллического льда в условиях трехосного НДС отличается от большинства других материалов тем, что при высоком гидростатическом давлении кристаллы льда сначала разупрочняются, а затем — плавятся. С другой стороны, при воздействии сдвиговых напряжений при низком гидростатическом давлении поликристаллический лед проявляет пластическое упрочнение при низких скоростях деформации, но становится все более хрупким по мере увеличения скорости деформации [241].

### **Влияние гидростатического давления**

Поведение замороженной породы при увеличении гидростатического давления обуславливается комбинацией двух механизмов – механического и температурного. Первый из механизмов — увеличение напряжения при увеличении гидростатического давления за счет разной сжимаемости компонентов замороженной породы, второй — явление плавления под давлением, которое вызвано изменением давления в системе «твердый скелет – лед – вода» и смещением температуры фазового перехода в область более высоких температур. Теоретически было показано, что необходимо увеличить всестороннее давление на 13.5 МПа, чтобы уменьшить температуру замерзания на 1 °С [192]. При достижении некоторого порогового гидростатического давления происходит перераспределение давления между фазами замороженной породы, что приводит к фрагментации минеральных частиц и консолидации породы [151, 206, 293].

### **Физические механизмы, обеспечивающие прочность замороженных пород.**

Ранее в работах [129, 133, 151, 185, 285, 304, 305], посвященных систематическому изучению механического поведения замороженных песков, было установлено, что прочность замороженных пород при сдвиговых внешних усилиях определяется следующими четырьмя физическими механизмами [305]:

- прочностью льда,
- прочностью почвы, зависящей от трения частиц породы и дилатансии,

- увеличением эффективного напряжения, вызванного сопротивлением адгезионных слоев льда,
- синергетическими упрочняющими эффектами между породой и льдом, предотвращающими разрушение породного скелета.

Безусловно, помимо плотности породы на преобладание того или иного механизма, обеспечивающего прочность замороженной породы, влияют температура, давление бокового подпора и история деформирования. Несмотря на то, что механизмы, обеспечивающие прочность замороженных пород, известны, количественная оценка вклада каждого из механизмов в каждом конкретном случае по-прежнему остается сложной задачей из-за невозможности прямых измерений или косвенных оценок межкристаллитных напряжений, вызванных приложенной нагрузкой.

**Дилатансионное упрочнение и разупрочнение.** Когда двухфазная гранулированная среда, консолидированная гидростатическим давлением, подвергается сдвиговым нагрузкам, ее изначально равновесная структура будет разрушаться (в случае исходной низкой плотности и/или высокого давления бокового подпора) или будет увеличиваться в противоположном случае. Если фаза, заполняющая поры, имеет низкую сжимаемость и увеличение общего объема среды невозможно по причине внешних механических ограничений, сдвиговое нагружение будет приводить к увеличению давления в фазе, заполняющей поры, в первом случае, и уменьшению этого давления во втором случае. Из этого следует, что в случае малой плотности двухфазной гранулированной среды будет наблюдаться уменьшение межкристаллитных напряжений, а в случае высокой плотности — их увеличение, вплоть до фрагментации твердых частиц.

Изменение межкристаллитных (межгранулярных) напряжений, вызванных эффектами дилатансии, ведет к увеличению или уменьшению итоговой прочности замороженной породы — эффектам дилатансионного упрочнения и разупрочнения. В работе [151] эффект дилатансионного разупрочнения наблюдался при сдвиговой нагрузке замороженных песков и ила при высоком уровне бокового давления. Эффект дилатансионного упрочнения является более распространенным и наблюдается при деформировании замороженных пород различного состава и плотности [129, 133, 134]. Имеющиеся экспериментальные данные показывают, что замороженный песок при типичных температурах и давлениях проявляет эффект дилатансионного упрочнения до величины деформации не более 1%, после чего лед начинает вести себя хрупким образом [220, 285].

**Влияние объемного содержания льда.** Влияние содержания льда на прочность и механическое поведение мерзлой породы зависит в значительной степени от льда, занимающего ее порово-трещинное пространство. В настоящее время принято считать, что большинство льда, найденного в породах вечной мерзлоты и грунтах при искусственном замерзании, имеет поликристаллический тип со случайной ориентацией кристаллографических плоскостей. Исключением являются эксперименты, в которых показано, что при формировании ледяных линз кристаллы льда вытянуты в направлении теплового потока [267]. Прочность льда зависит от многих факторов, основными из которых являются температура, давление и скорость деформации, а также размер и ориентация зерен. При изменении температуры и скорости деформации наблюдается вязко-хрупкий переход.

Согласно экспериментальным данным, представленным в [185, 197], добавление небольшого количества частиц песка в поликристаллический лед приводит к уменьшению его прочности. Далее, с увеличением объемной доли песка наблюдается обратный эффект повышения прочности, который обсуждался выше.

**Эффект влияния нормального давления.** Как отмечалось ранее, при концентрации песка в районе 40%, прочность замороженного песка становится функцией как прочности льда, так и прочности песка, однако эти два фактора не обязательно действуют одновременно. Это связано с тем, что лед при типичных температурах и давлениях является более жестким, чем песок, и предел его прочности достигается при значительно меньших деформациях. В результате, когда замороженный песок подвергается сдвиговым нагрузкам при низком боковом подпоре, наблюдаются две предельных величины (пика) напряжения: одна при 1% осевой деформации, вторая при 10% осевой деформации. Деформационное поведение замороженной породы, наблюдаемое при ее сжатии и различных боковых давлениях, может быть представлено схематично кругами Мора (рисунок 1.2) [219].

Рисунок 1.6 включает три линии разрушения: линия I — для порового льда, линия II — для сухого песка, учитывающая эффект внутреннего трения и дилатансии, линия III — для насыщенного замороженного песка. Итоговая линия разрушения замороженного песка определяется суммой трех линий, которые вместе с переходной зоной образуют четыре различные области. В области А, которая захватывает область растяжения и сжатия при низком подпорном давлении, доминирует лед. Деформационное поведение в этой области — хрупкое при растяжении и пластичное при сжатии. В области В преобладает второй пик, вызванный межгранулярным трением и дилатансией. При давлениях более 50 МПа эффект дилатансии подавляется. Далее, в переходной зоне С

приложенное давление перераспределяется в основном на частицы льда, что вызывает частичное плавление и падение прочности. Наконец, когда давление бокового подпора становится настолько высоким, что частицы песка начинают дробиться, весь лед под действием бокового подпора тает, и прочность такой породы соответствует прочности водонасыщенного незамороженного песка.

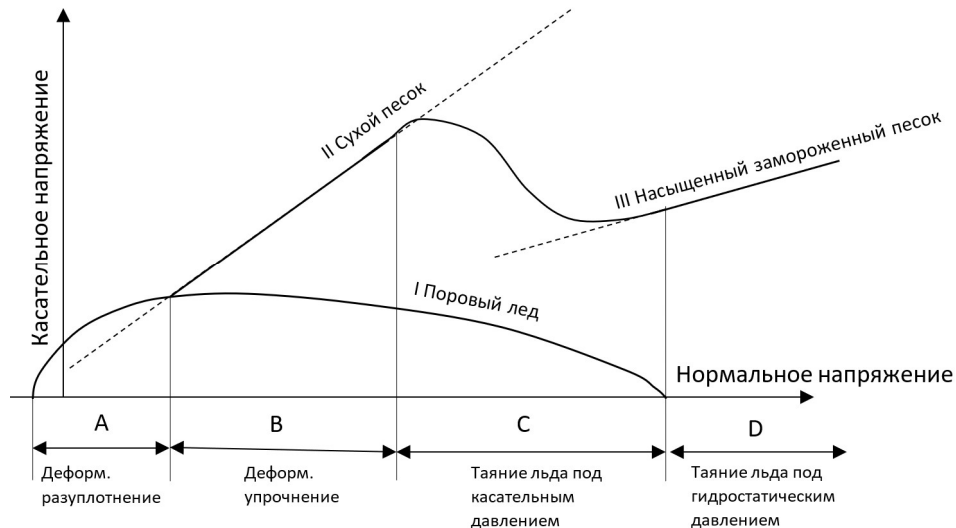


Рисунок 1.6 — Схематичное представление поверхности разрушения для замороженного песка

**Эффект влияния скорости деформации.** В ряде экспериментальных работ [148, 227, 266, 268] показано, что при сдвиговых нагрузках замороженных пород с различным уровнем бокового подпора наблюдается излом на зависимости прочности породы от скорости деформации. До скорости деформации  $10^{-5} \text{ с}^{-1}$  уровень прочности более низкий с возрастающей тенденцией при увеличении скорости деформации. После величины  $10^{-5} \text{ с}^{-1}$  прочность замороженной породы перестает зависеть от скорости деформации.

Совершенно иная ситуация наблюдается в случае приложения растягивающих нагрузок к замороженным породам. В районе величины  $10^{-2} \text{ с}^{-1}$  наблюдается вязкохрупкий переход в деформационном поведении пород. С увеличением скорости деформации мерзлая порода становится хрупкой [148, 190, 286, 356, 357], ее прочность незначительно падает, тогда как при низкой скорости деформации наблюдается тенденция роста прочности с ростом скорости.

**Эффект влияния температуры.** Так как температура напрямую определяет количество незамерзшей воды в мерзлой породе, она оказывает заметное влияние на все аспекты механического поведения мерзлых пород. В целом, снижение температуры приводит к увеличению прочности породы, но в то же время происходит увеличение её

хрупкости, что проявляется в виде более резкого падения напряжения после пика, и увеличения отношения предела прочности на сжатие к пределу прочности при растяжении [190, 191].

Исследования прочности грунтов и горных пород при различных температурах описаны в советских [25, 119] и зарубежных [285, 286, 305] исследованиях. Чаще всего зависимость длительной прочности от температуры породы может быть линеаризована, что позволяет уменьшить количество параметров в модели, а также упростить теоретический анализ прочности конструкции из замороженных пород. Так, например, в [25] описан случай введения линейных зависимостей прочности от температуры для двух замороженных грунтов в условиях рудника Яковлевского месторождения Курской магнитной аномалии (келловейская супесь и глина Бат-Байосса) при времени действия нагрузки 24 часа в диапазоне температур от  $-5$  до  $-20^\circ$ . В [25] также исследованы температурные зависимости сцепления и угла внутреннего трения для случая келловейской супеси. Получено, что с понижением температуры от  $-5$  до  $-20^\circ$  сцепление замороженной супеси значительно возрастает, а угол внутреннего трения практически не меняется. Следует отметить, что данные выводы не следует распространять на другие горные породы и другие условия их испытаний.

### Общий подход к прочностному расчету ЛПО

При исследовании прочности и устойчивости конструкций из замороженных пород, ключевыми вопросами являются выбор условия перехода в зону пластического деформирования и закона пластического течения. Применяется огромное количество критериальных условий перехода в зону пластического течения: Мора-Кулона, Друкера-Прагера и их модификаций, модель «глины и песка», модификаций критериев Ладе-Дункана, Хука-Брауна и пр [39]. В зоне пластического деформирования применяются различные ассоциированные и неассоциированные законы течения [337]. При этом математическую основу для расчета НДС замороженных пород составляют классические уравнения равновесия,

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = -\rho \mathbf{f}, \quad (1.50)$$

закон Гука

$$\boldsymbol{\sigma}^e = \boldsymbol{\sigma} + b p \mathbf{I} = \left( K - \frac{2}{3} G \right) \boldsymbol{\varepsilon}_{vol}^{(el)} \mathbf{I} + 2G \boldsymbol{\varepsilon}^{(el)} \quad (1.51)$$

и геометрические соотношения

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left[ \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right], \quad (1.52)$$

где  $\sigma$  — тензор напряжений, Па;  $\sigma^e$  — тензор эффективных напряжений, Па;  $\mathbf{f}$  — вектор массовых сил, Н/кг;  $\rho$  — плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $K, G$  — упругие модули, Па;  $\mathbf{I}$  — единичный тензор;  $\boldsymbol{\varepsilon}^{(el)}$  — тензор упругих деформаций;  $\varepsilon_{vol}^{(el)}$  — объемная упругая деформация;  $\boldsymbol{\varepsilon}$  — тензор полных деформаций;  $\mathbf{u}$  — вектор перемещений, м.

### 1.2.2. Тепломассоперенос в замораживаемых грунтах и породах

Развитие математических моделей тепло- и массопереноса происходило в неразрывной связи с развитием численных методов, реализующих решения на этих моделях. Поэтому в этом подразделе параллельно с описанием истории развития математических моделей дается также и описание истории развития соответствующих численных методов.

#### Теплоперенос

Задача о теплопереносе в средах с движущейся границей фазового перехода в литературе, как правило, называется задачей Стефана. Классическая задача Стефана, однако, впервые была сформулирована не Стефаном, а Ляме и Клапейроном в работе [221] применительно к проблеме охлаждения жидкой сферы и последовательного ее затвердевания, начиная с поверхности. Данная задача рассматривалась в рамках исследования геотермии для улучшения понимания физических процессов, происходящих в недрах Земли.

Позднее, в 1891 г. аналогичную математическую задачу рассмотрел Йозеф Стефан применительно к анализу динамики таяния ледяного покрова залива Бутия в Северном ледовитом океане [297]. Математическая формулировка этой задачи имеет вид:

$$\frac{\partial u(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{k}{\rho c} \frac{\partial^2 u(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (0 < x < h(\tau), \quad 0 < \tau), \quad (1.53)$$

$$h(0) = 0, \quad (1.54)$$

$$u(0, \tau) = f(\tau), \quad (1.55)$$

$$k \frac{\partial u(x, \tau)}{\partial x} = -\rho L \frac{dh}{d\tau}, \quad (1.56)$$

$$u(h(\tau), \tau) = 0, \quad (1.57)$$

где  $u$  — разница между температурой замерзания воды и текущей температурой льда, °С ( $u(x, \tau) \geq 0$ );  $x$  — пространственная (вертикальная) координата, м;  $\tau$  — временная



координата, сек;  $k$  — теплопроводность льда, Вт/(м·°C);  $\rho$  — плотность льда, кг/м<sup>3</sup>;  $c$  — теплоемкость льда, Дж/(кг·°C);  $h(t)$  — движущаяся граница фазового перехода (и одновременно толщина ледяного покрова), м;  $f(\tau)$  — граничное значение для температуры льда на границе с воздухом, °C;  $L$  — теплота фазового перехода, Дж/кг.

Система уравнений (1.53) — (1.57) описывает динамику температур в ледяном покрове переменной толщины  $h(t)$ , обменивающимся теплотой с воздухом, имеющим температуру  $f(\tau)$ , и с водой, имеющей температуру 0 °C. Ее аналитическое решение получено Стефаном для случая постоянной температуры льда на границе с воздухом:

$$u(x, \tau) = f_0 \frac{\operatorname{Erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)}{\operatorname{Erf}\left(\frac{\beta}{2\sqrt{a\tau}}\right)}, \quad (1.58)$$

$$kf_0 \exp\left(-\frac{\beta^2}{4a}\right) = \rho L \frac{\sqrt{\pi a}}{2} \beta \operatorname{erf}\left(\frac{\beta}{2\sqrt{a}}\right), \quad (1.59)$$

где  $a = k / \rho c$  — температуропроводность льда, м<sup>2</sup>/с;  $\beta$  — параметр, определяемый из решения трансцендентного уравнения (1.59).

Решение второй краевой задачи типа Стефана также было получено и исследовано в трудах немецкого математика Карла Неймана в 60-х гг. XIX века [322].

Согласно данным [309], научный интерес к задаче Стефана возрос в 70-х гг. XX века. Исследовались вопросы существования и единственности решения задачи Стефана: в работах [56, 91] были доказаны соответствующие теоремы. В монографиях [48, 74] сформулирована одномерная двухфазная задача Стефана применительно к проблеме замораживания грунтов и горных пород:

$$\frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 T_1(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (0 < x < h), \quad (1.60)$$

$$\frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 T_2(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (h < x < +\infty), \quad (1.61)$$

$$k_1 \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial x} - k_2 \frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial x} = \rho w L \frac{dh}{d\tau}, \quad (1.62)$$

$$T_2(x, 0) = f(x), \quad (1.63)$$

$$\xi(0) = 0, \quad (1.64)$$

$$T_1(0, \tau) = \varphi(\tau), \quad (1.65)$$

$$T_1(h, \tau) = T_2(h, \tau) = T_3 = \text{const}, \quad (1.66)$$

где  $T$  — температура пород, °С;  $w$  — влажность пород, кг/кг;  $T_s$  — температура фазового перехода, °С; индекс 1 соответствует замороженной породе, индекс 2 — талой.

Задача (1.60) — (1.66) также допускает аналитическое решение для случая граничного условия II рода на границе с замораживающей колонкой — т.е. когда условие (1.65) заменяется на

$$k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x}(0, \tau) = q, \quad (1.67)$$

где  $q$  — удельный тепловой поток к колонке, Вт/м<sup>2</sup>.

В монографии [74] получено аналитическое решение для линейной области с использованием функции ошибок Erf, а в монографии [48] получено аналитическое решение для цилиндрической области с использованием интегрально-показательной функции Ei. С практической точки зрения такой результат оказывается мало полезным, поскольку тепловой поток от массива к скважинам сильно меняется в течение процесса искусственного замораживания.

В 60-е и 70-е гг. XX века с развитием вычислительной техники возросло количество исследований, посвященных численным методам решения задачи Стефана. В работах [130, 274] предложены одни из первых численных решений задачи Стефана. Для получения численных решений в этих работах использованы приближенные интегральные методы теории пограничного слоя, применявшиеся в то время при расчете течений жидкости. В литературе неоднократно отмечено, что нелинейность задачи Стефана приводит к многочисленным трудностям при попытках получить численное решение задачи. В начале 70-х гг. для решения задачи Стефана стал применяться метод конечных разностей (МКР). В работе [223] задача Стефана была решена с использованием явной схемы МКР, которая имела недостаток, связанный с необходимостью специальных замен для узлов, расположенных вблизи фронта замерзания.

Отдельным подходом к численному решению задачи Стефана является явное рассмотрение движущегося фронта фазового перехода, впервые исследованное в 60-70-х гг. прошлого века [14, 15, 18, 153, 163, 168, 169, 242, 250]. В работе [15] предложен разностный метод с ловлей фронта в узел сетки, применимый в случае только одной пространственной координаты. В дальнейшем метод, предложенный Б.М. Будаком и соавторами, получил название метода отслеживания фронта фазового перехода FTM (front-tracking method) [244]. Данный метод использует фиксированную конечно-разностную сетку. Подобный метод был также использован в работе [93]. В 80-90-е гг. в работах [162, 207, 285] было продолжено исследование метода FTM, предложенного в

работе [15]. Авторы [207] использовали фиксированную сетку в пространстве, где была рассчитана часть переменных задачи (температура), и подвижную сетку на границе раздела фаз, где вычислялись тепловые потоки. Информация от интерфейса к фиксированной сетке передавалась методом погруженной границы. Авторы [285] использовали метод адаптивной сетки, в котором движение сетки было введено в балансовые уравнения с помощью полной производной по времени (также называемый ALE-подходом).

В работах [153, 168] предложен метод миграции изотерм IMM (Isotherm migration method), в котором сетка уже является подвижной. Рассмотрен случай одной пространственной координаты. В работе [163] данный метод расширен на случай двух пространственных измерений. Суть метода заключается в замене неизвестной функции – так, например, при рассмотрении одномерного случая вместо неизвестной функции температуры  $T = f(t, x)$  рассматривается неизвестная функция координаты  $x = f(t, T)$ , где  $t$  — время. Такой подход оказался ограниченным в плане задаваемых граничных условий. Во всех исследованиях, посвященных подходу IMM, диапазон температур исследуемого объекта оставался постоянным, то есть на всех фиксированных и движущихся границах задавались изотермические условия Дирихле. Это является существенным требованием для метода IMM и его недостатком [326].

В 1973 году Мейер впервые предложил энтальпийный способ записи задачи Стефана [243]. Этот способ существенно упростил численное решение задачи с использованием МКР, поскольку не требовал явного учета фронта фазового перехода и позволял использовать фиксированные сетки. Особенностью способа является то, что вся информация о фазовом переходе «зашивается» в функцию удельной энтальпии, которая, для случая влагонасыщенной породы может иметь следующий вид:

$$H(T) = \begin{cases} \rho_2 c_2 (T - T_{liq}) + \rho_2 w L, & T_{liq} \leq T \\ \rho_2 w L \cdot (T - T_{sol}) / (T_{liq} - T_{sol}) & T_{sol} \leq T < T_{liq}, \\ \rho_1 c_1 (T - T_{sol}), & T < T_{sol} \end{cases} \quad (1.68)$$

где  $T_{liq}$  — температура начала кристаллизации, °C;  $T_{sol}$  — температура начала плавления, °C.

Таким образом, фазовый переход содержащейся в породе влаги от полностью жидкого к полностью твердому состоянию происходит в промежутке  $\Delta T = [T_{sol}; T_{liq}]$ .

График типовой зависимости  $H(T)$  представлен на рисунке 1.7.

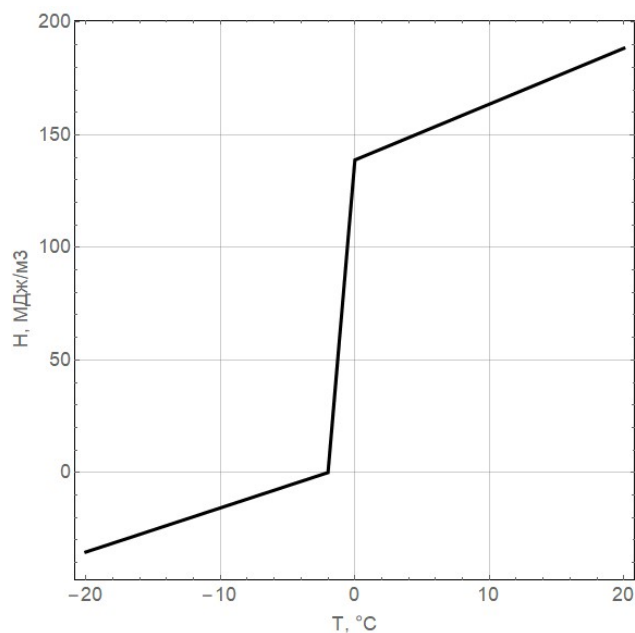


Рисунок 1.7 — Зависимость энтальпии влагонасыщенного грунта от его температуры для случая глинистого песка

Зависимость энтальпии от температуры в промежутке фазового перехода не обязательно должна являться линейной, как это принято в (1.70). Так, например, в работах [136, 140, 215, 239] проведены экспериментальные исследования зависимостей незамерзшей влаги в породе от ее температуры, которые показывают, что концентрация замерзающей воды в породе экспоненциально уменьшается при понижении температуры. Данный факт подтверждают экспериментальные исследования, проведенные различными методами: рефлектометрией, калориметрией [11] и ядерным магнитным резонансом [136].

В случае, если в рассматриваемой задаче температурный промежуток фазового перехода мал по отношению к характерному градиенту температур, линейная аппроксимация функции  $H(T)$  в зоне фазового перехода является допустимой.

Функция  $H(T)$  далее используется при записи уравнения баланса энергии (теплопроводности), которое в общем виде может быть записано следующим образом:

$$\frac{\partial H(T)}{\partial \tau} = \nabla \cdot [k(T) \nabla T]. \quad (1.69)$$

В дальнейшем энтальпийный подход получил большую популярность при решении задач кондуктивного теплообмена вообще и задач теплообмена с движущейся границей фазового перехода в частности [164, 292]. Популярность была вызвана как удобством и универсальностью алгоритмизации, так и высокой скоростью численного расчета. При использовании явных схем по времени оказалось, что энтальпийный подход приводит к осцилляциям численного решения, что требует уменьшения шага по

времени. Поэтому в дальнейшем исследователи зачастую прибегали к использованию неявных схем по времени для получения численного решения [204].

В работах [147, 157, 248] энтальпийный подход был впервые применен для получения конечноэлементного решения задачи Стефана на фиксированных сетках. В работе [248] был исследован вопрос устойчивости и сходимости конечно-элементной схемы решения задачи Стефана. Исследования [146, 310] показали, что в рамках энтальпийного подхода точность численного расчета положения фронта фазового перехода существенно зависит от размера элементов сетки и на грубых сетках имеет высокую погрешность. В дальнейшем были разработаны методы, которые преодолели проблемы, связанные с неточностью определения фронта фазового перехода [311, 312]. Другая проблема с энтальпийным подходом возникает, когда используется неявная дискретизация по времени. В этом случае на каждом временном шаге решается система нелинейных уравнений. Эти уравнения не только относительно трудно решить, но они также требуют больших вычислительных ресурсов. Для преодоления этой проблемы в литературе был предложен ряд численных схем [182, 292].

В последние десятилетия исследования энтальпийного подхода к решению задачи Стефана были сосредоточены на вопросах повышения устойчивости и точности численных схем метода конечных элементов. Так, например, в работах [52, 303] для решения задачи Стефана в рамках энтальпийного подхода был применен метод Годунова. Авторами показана эффективность использования метода Годунова для численного решения одномерных и двумерных задач Стефана. В работах [154, 175] предложен алгоритм, основанный на расширенном методе конечных элементов (enriched FEM, XFEM), для моделирования тепловых процессов с движущейся границей фазового перехода. Идея заключается в добавлении прерывистых базисных функций к стандартным полиномиальным базисным функциям для узлов, которые принадлежат элементам, пересекающим фронт фазового перехода. Ключевое преимущество XFEM заключается в том, что в таких задачах нет необходимости обновлять сетку конечных элементов для отслеживания пути фронта фазового перехода [247]. В работе [258] задача Стефана в энтальпийной постановке решается с помощью гибридного метода конечных элементов – граничных элементов, известного как метод конечных элементов Грина (GEM). В работе [180] рассматривается корректность задачи Стефана при использовании динамических граничных условий. Автор показывает существование слабого решения задачи с помощью задания динамических граничных условий типа Кана-Хиллиарда. В работе [139] исследуется влияние ширины промежутка фазового перехода на получаемое численное решение.

Отдельным вопросом, исследованным в работах [12, 110, 249], является уточнение величины теплоты кристаллизации  $L$ , присутствующей в формуле (1.70), на предмет учета влияния не только объемных, но и связанных вод в порах массива. В работе [12] при расчете теплоты фазового перехода учтено дополнительное слагаемое:

$$\Delta L = \mu_w - \left( \frac{\partial \mu_w}{\partial T} \right)_w T, \quad (1.70)$$

где  $\mu_w$  — химический потенциал связанной воды, Дж/кг.

Множество научных работ, опубликованных в последние десятилетия, используют классическую энтальпийную постановку задачи Стефана, описанную в [312], для решения различных прикладных задач. В статьях [217, 303] представлено многозондовое моделирование криохирургии. Рассматривается математическая модель замораживания по уравнению переноса биотепла в твердой (замороженная ткань), жидкой (незамерзшая ткань) и мягкой областях. В работе [107] методами численного моделирования проведено исследование теплового состояния полупрозрачной селективно-поглощающей среды при разных значениях оптических свойств границ в приближении однофазной задачи Стефана. В работе [8] предложена численная модель динамики вечной мерзлоты в болотно-озерных ландшафтах. В работе [230] представлена модель, связанная с образованием осадочных дельт океана.

Существует еще один подход, используемый при численном решении задачи Стефана – подход эффективной теплоемкости, предложенный в работах [93, 142, 160, 181]. В этом случае выражение для энтальпии имеет вид:

$$H(T) = \rho \int_0^T [c(\Theta) + \delta(\Theta)wL] d\Theta. \quad (1.71)$$

Здесь  $\delta$  — функция Дирака [60],  $\Theta$  — температура, являющаяся переменной интегрирования, °С.

В рамках данного подхода уравнения теплового баланса часто записывается не в терминах энтальпии, а в терминах исключительно температуры:

$$\rho (c(T) + \delta(T)wL) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (k(T) \nabla T). \quad (1.72)$$

Численное решение уравнения (1.72) затруднено ввиду того, что слева в выражении для эффективной теплоемкости присутствует дельта-функция Дирака, стремящаяся к бесконечности при температуре  $T$ , приближающейся к нулю. В таком случае принимается, что фазовый переход происходит именно при 0 °С.

Одним из способов решения проблемы является сглаживание функции Дирака. Различные методы сглаживания предлагались в работах [15, 54, 93]. Согласно [118], основной недостаток метода сглаживания заключается в том, что численные схемы в этом случае содержат параметры, выбор которых в двух- и трехмерных задачах требует известного мастерства и сильно зависит от исходных данных конкретной задачи, что, в конечном счете, затрудняет выбор алгоритма.

В дальнейшем подход с эффективной теплоемкостью был развит в трудах [19, 20, 43, 47, 55]. Исследованы способы выбора ширины интервала фазового перехода, проведена оценка ее влияния на точность приближенного решения при использовании различных расчетных сеток.

В литературе описаны еще несколько методов, применяемых для численного решения задачи Стефана: метод фазового поля [174], метод установки уровня [152], метод объема жидкостей [193]. В целом описанные выше методы могут быть разделены на две группы в зависимости от того, явно или неявно в них рассчитывается положение фронта фазового перехода: методы с явным выделением фронта фазового перехода и методы сквозного счета.

Также стоит отметить, что в литературе представлены методы, которые не могут полностью соответствовать этой классификации, а именно бессеточные методы [138, 196, 212, 256, 294] и методы решеточных уравнений Больцмана [178]. К бессеточным относятся такие методы как: метод конечных точек [256], метод коллокации радиальной базисной функции [196, 294], метод диффузных элементов [212], бессеточный метод Галеркина [137, 221]. Бессеточные методы, как и метод решеточных уравнений Больцмана, применяются, как правило, для моделирования фазовых переходов в сильно подвижных средах с доминирующим конвективным слагаемым (жидкости и газы). Поэтому здесь мы не будем подробно останавливаться на этих методах. Общая классификация существующих методов, применяющихся для решения задачи Стефана, представлена на рисунке 1.8.

Отметим, что в представленной классификации не рассмотрены существующие схемы дискретизации по пространству (метод конечных разностей, метод конечных объемов, метод конечных элементов) и времени (явная или неявная схема). Упомянутые выше сеточные методы могут быть реализованы с использованием любых схем дискретизации. Применение той или иной схемы зависит не от рассматриваемых в задаче физических процессов и явлений, а от особенностей геометрии расчетной области. Нас же, в первую очередь, интересуют возможности различных методов в плане корректного учета физических процессов и получения устойчивого численного решения.

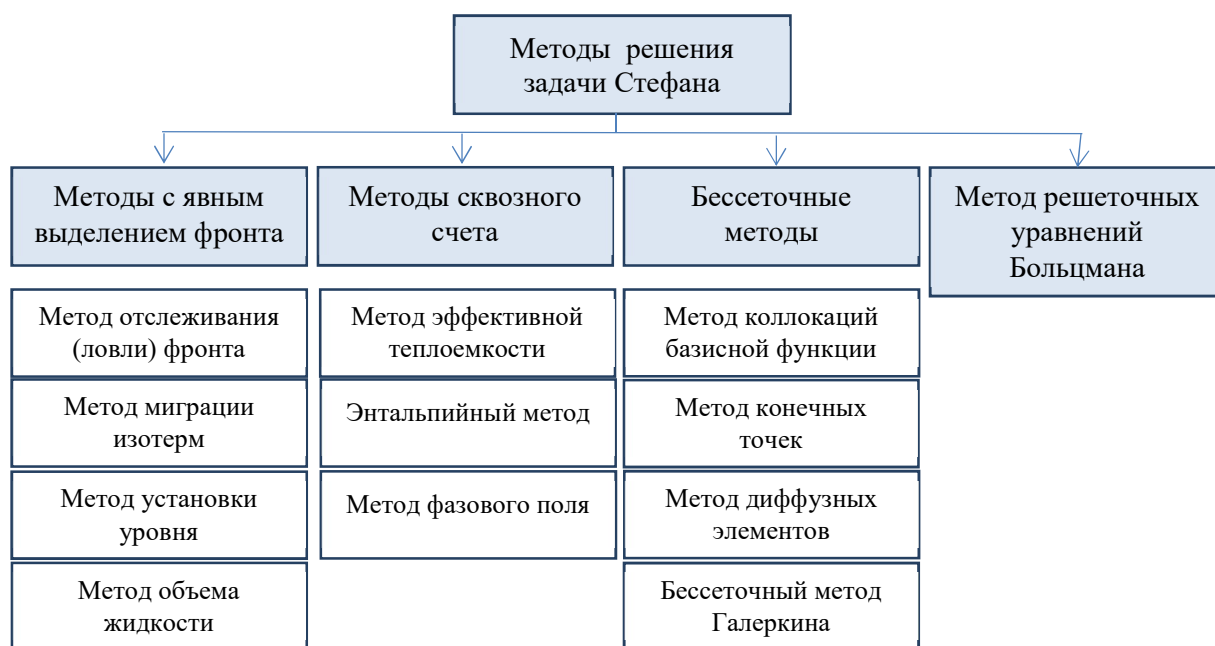


Рисунок 1.8 — Классификация численных методов решения задачи Стефана

В целом можно отметить, что модели и методы расчета термодинамических процессов в замораживаемых породах и грунтах на сегодняшний день проработаны достаточно глубоко. Существует множество различных модельных подходов и численных методов, эффективных в тех или иных ситуациях. Рассматриваются более сложные случаи неоднородно распределенных теплофизических свойств пород [307], оценивается влияние неоднозначности при определении свойств пород на параметры ЛПО [276, 318, 319]. Однако в последние десятилетия исследователи всё чаще отходят от анализа чисто термодинамической стороны задачи, всё чаще рассматривается сопряженная термогидродинамическая задача [201, 209, 228, 283, 318, 319], или термогидромеханическая задача [205, 350]. Обзор исследований закономерностей массопереноса в проницаемых породных массивах представлен ниже.

### Массоперенос

Согласно ряду существующих лабораторных и теоретических исследований, фильтрация подземных вод может играть важную роль в формировании теплового режима породного массива при замораживании или оттаивании [165]. Как отмечается в [21, 51, 92], при наличии существенного влияния течения подземных вод на поле температур в породном массиве, теплоперенос не может быть корректно описан с



помощью эффективных теплофизических параметров (теплоемкости, теплопроводности).

Возможные режимы фильтрации подземных вод могут быть разделены на два типа, в зависимости от наличия внешнего градиента давления:

- Режим вынужденной конвекции под преимущественным действием некоторого перепада давления (например, при наличии водопонижающих скважин).
- Режим естественной конвекции под действием градиента температур между фронтом замораживания и непо потревоженным породным массивом.

Естественная конвекция может происходить посредством двух механизмов: термической диффузии и вертикальной конвекции (вследствие зависимости плотности воды от температуры).

Для режимов вынужденной конвекции и естественной вертикальной конвекции наиболее распространенной движущей силой выступает сила тяжести. Теоретические основы изучения течения воды через пески под действием силы тяжести впервые были сформулированы французским инженером Жоржем Дюпюи в 1857 г. [171]. Но широкий интерес к научным вопросам движения подземных вод возник в научном сообществе позднее — в 30-40-е гг. XX века [240, 251, 329]. Исследования фазовых переходов в пористых средах появились еще позднее — в 60-70-е гг. XX века. Первые теоретические и прикладные модели, описывающие фильтрацию подземных (грунтовых) вод с учетом замораживания, конденсации и испарения, а также с учетом ненасыщенности пористой среды, получены в работах [73, 225, 270, 279, 295].

В работе [73] советским теплофизиком А. В. Лыковым впервые была сформулирована обобщенная математическая модель нестационарного переноса теплоты и массы в капиллярно-пористых телах и пористых средах, основанная на уравнениях баланса массы, импульса и энергии:

$$\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{j}_d + \mathbf{j}_m) + J_i, \quad (1.73)$$

$$\mathbf{j}_m = k \frac{k_i}{\eta_i} (\nabla p - \rho_0 \nabla h) \rho_i, \quad (1.74)$$

$$\rho_0 \frac{\partial (H_0 + \sum H_i u_i)}{\partial t} = -\nabla \cdot [-\lambda \nabla T + \sum H_i (\mathbf{j}_d + \mathbf{j}_m)], \quad (1.75)$$

где  $\rho_0$  — объемная концентрация скелета тела, кг/м<sup>3</sup>;  $u_i$  — относительная концентрация  $i$ -го связанного вещества;  $\mathbf{j}_d$  и  $\mathbf{j}_m$  — соответственно плотности диффузионного и молярного потоков  $i$ -го связанного вещества, кг/м<sup>2</sup>/с;  $J_i$  — источник  $i$ -го вещества,

кг/м<sup>3</sup>/с;  $k$  — общая проницаемость, м<sup>2</sup>;  $k_i$  — относительная проницаемость  $i$ -й фазы;  $\eta_i$  — динамическая вязкость  $i$ -й фазы;  $p$  — гидростатическое давление, Па;  $h$  — удельная потенциальная энергия в поле действия сил тяготения, Дж/кг;  $\rho_i$  — объемная концентрация  $i$ -й фазы, кг/м<sup>3</sup>;  $H_0$  — удельная энтальпия скелета пористого тела, Дж/кг;  $H_i$  — удельная энтальпия  $i$ -го связанного вещества, Дж/кг;  $\lambda$  — теплопроводность, Вт/(м·°С).

В модели, предложенной А. В. Лыковым, впервые учтена термическая диффузия влаги в капиллярно-пористых телах (эффект Лыкова) применительно к исследованию механизма растрескивания влажных материалов и перенос водорастворимых веществ в процессе сушки.

На несколько лет позднее вышла монография американских гидрогеологов Дж. Филиппса и Д. Де Фриза [270], где была предложена более общая модель тепло- и массопереноса в грунтах, учитывающая взаимодействие паровой, жидкой и твердой фаз в поровом пространстве массива, а также разницу среднего градиента температуры в порах, заполненных воздухом, и в почве в целом.

Исследование массопереноса влаги применительно к проблеме замораживания грунтов и горных пород впервые описаны в работе Р. Харлана [189]. В этой работе применен подход Дарси для математического описания процесса переноса жидкости в частично мерзлых грунтах. Зависимость скорости фильтрации от концентрации льда «зашивается» в коэффициент относительной гидравлической проницаемости. Эта зависимость чаще всего определяется эмпирически из лабораторных тестов по замораживанию влагонасыщенных образцов горных пород. В модели также принимается предположение о локальном тепловом равновесии (единая температура  $T$ ) [161, 255, 308].

В работе [26] рассмотрена модель, учитывающая также влияние силы тяжести на движение жидкости в пористых средах. Данная модель позволила исследовать режимы конвективных течений в пористых средах с учетом переменной плотности жидкости. В работе представлен критерий устойчивости фильтрационного течения в вертикальном плоском слое, впервые полученный в работе [325] в терминах безразмерного числа Релея  $Ra$ , характеризующего отношение сил Архимеда и вязкостных сил в жидкости:

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\chi} < \pi^2 \approx 9,85, \quad (1.76)$$

где  $\Delta T$  — характерный перепад температур в задаче, °С;  $L$  — характерный размер расчетной области (расстояние между двумя боковыми вертикальными стенками), м.

Следует отметить, что в немногочисленных существующих работах по естественной вертикальной конвекции флюидов в пористых средах не рассмотрено случаев, когда плотность флюида зависит от температуры немонотонно, как это имеет место в случае воды при температурах, близких к нулю.

В литературе имеется ряд исследований, посвященных определению закономерностей замерзания пород [140, 215]. Основопологающей характеристикой грунта или породного массива чаще всего является соотношение между температурой замерзания почвы и содержанием в ней незамерзшей воды. Эта характеристика называется характеристической кривой замерзания почвы (soil freezing characteristic curve, SFCC) [215]. Однако с точки зрения моделирования фильтрации подземных вод нам важнее знать зависимость гидравлической проводимости породы (или линейно зависящей от неё эффективной пьезопроводности) от температуры породы или от ее влажности. Исследованию таких зависимостей посвящены в частности работы [85, 121, 145, 150, 321].

В [121] описано проведение серии экспериментов, в результате которых получены зависимости газопроницаемости песчаных образцов в мерзлом и талом состояниях от степени заполнения пор льдом или водой. Выявлено критическое значение степени заполнения пор: 40–50 и 50–55 % для мерзлых и талых образцов соответственно, выше которого газопроницаемость снижается на несколько порядков. В [150] получено, что в результате циклического замораживания и размораживания пород наблюдается увеличение проницаемости, что объясняется образованием полигональных усадочных трещин и / или уменьшением объема мелких фракций пород в поровом пространстве породного массива. В отчете [85] приведены значения влагонасыщенности различных горных пород в диапазоне температур от  $-0,5$  °C до  $-20$  °C для условий Петриковского месторождения калийных солей (см. рисунок 1.9). При построении кривых на рисунке 1.9 использовалась линейная интерполяция между отдельными экспериментальными замерами. Как видно из рисунка, все кривые имеют ярко выраженный экспоненциальный вид. Верхняя кривая на каждом из рисунков соответствует замораживанию, а нижняя — размораживанию образца пород. В работе [321] экспериментально определена зависимость гидравлической проводимости замораживаемых пород и грунтов от температуры. Использован метод испарения. Для различных типов пород (песок, илистый суглинок, андисол) получены кривые  $K(T)$  (см. рисунок 1.10). По оси X отмечена отрицательная температура.

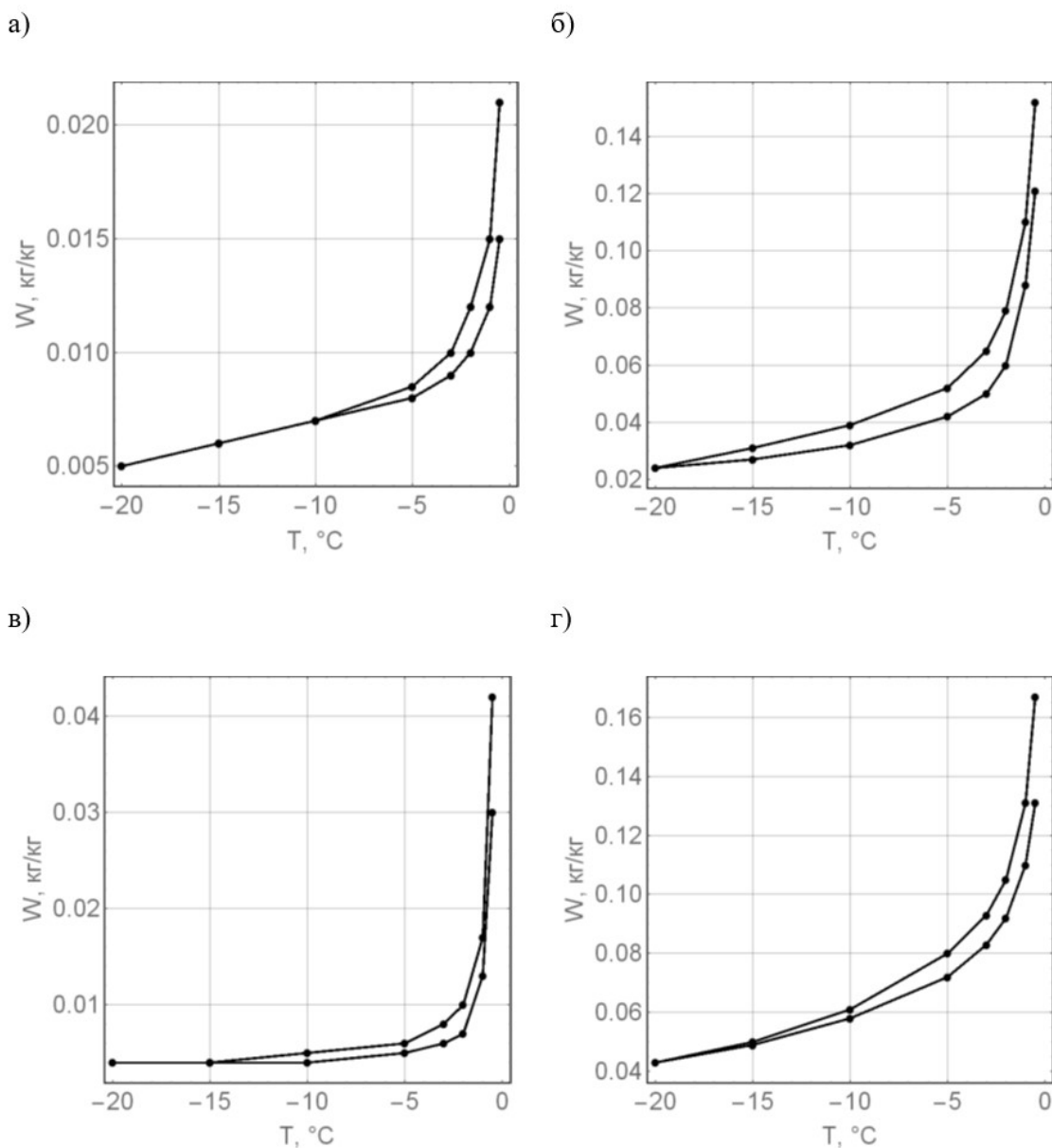


Рисунок 1.9 — Экспериментальные зависимости влажности различных пород от температуры: (а) — песок, (б) — глина, (в) — песчаник, (г) — алевролит 231-233 м

Из рисунка 1.10 видно, что для различных типов горных пород характер уменьшения гидравлической проводимости принципиально различен. Для песков проводимость уменьшается быстро, а для суглинков и глин заметно медленнее. При этом все три зависимости являются степенными в области отрицательных температур. Экспериментальные исследования влажности и проводимости грунтов и пород при различных температурах позволили улучшить параметрическое обеспечение математических моделей тепло- и массопереноса в замораживаемых грунтах и породах [186, 195, 203], в которых было продолжено развитие подхода Дарси, предложенного в [189]. В [186] система уравнений (1.38) — (1.39) решалась численно с помощью метода конечных элементов. Результаты численного расчета сопоставлялись с результатами

испытаний образцов пород, проведенных в [144]. Предложенный подход позволил в дальнейшем корректно оценивать пучение горных пород.

Моделирование криогенных течений и морозного пучения при искусственном замораживании является отдельным важным вопросом, которому посвящены работы [126, 194, 195, 205, 298, 350, 352, 355]. В последние несколько лет анализ морозного пучения проводится в основном на сопряженных термогидромеханических моделях. В 80-90-х гг. прошлого века анализ морозного пучения проводился на упрощенных одномерных моделях с использованием капиллярной теории [195] и теории потенциалов влажного грунта [194].

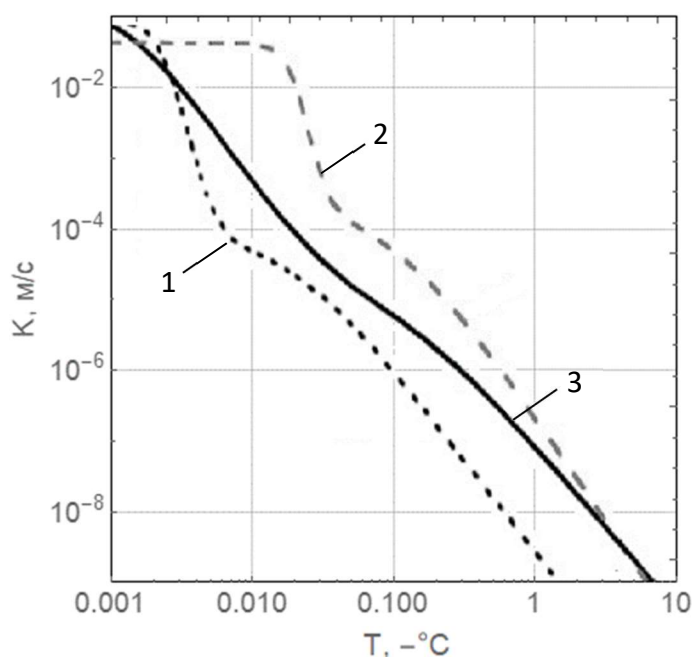


Рисунок 1.10 — Зависимость гидравлической проводимости замораживаемых грунтов и пород от температуры: 1 — песок, 2 — илистый суглинок, 3 — андисол

В последнее десятилетие публиковались результаты исследований тепло- и массопереноса в замораживаемом породном массиве как в двумерной [63, 200, 343], так и в трехмерной постановках [265, 281, 308]. Часто исследователями применялись современные программно-вычислительные комплексы: COMSOL [264, 281], FLAC3D [351] и Frost 3D [49]. Также большое внимание уделено моделированию тепло- и массопереноса в грунтах и породах в рамках трехфазных моделей. В качестве третьей фазы рассматривались газ [262] или раствор солей [281, 306].

Модели тепло- и массопереноса, основанные на решении уравнений баланса массы и энергии вида (1.38) — (1.39), относятся к классу гидродинамических моделей расчета мерзлых пород и грунтов [255]. В данных моделях перемещение влаги происходит чаще всего за счет вынужденной или свободной конвекции. Помимо данного

класса можно выделить еще несколько классов: модели термодиффузии [32, 73], модели недеформируемого льда (“rigid” ice models) [245, 257], модели потенциала разделения (segregation potential models) [213, 214], модели, учитывающие деформационное поведение пористого массива [345] (см. рисунок 1.11).

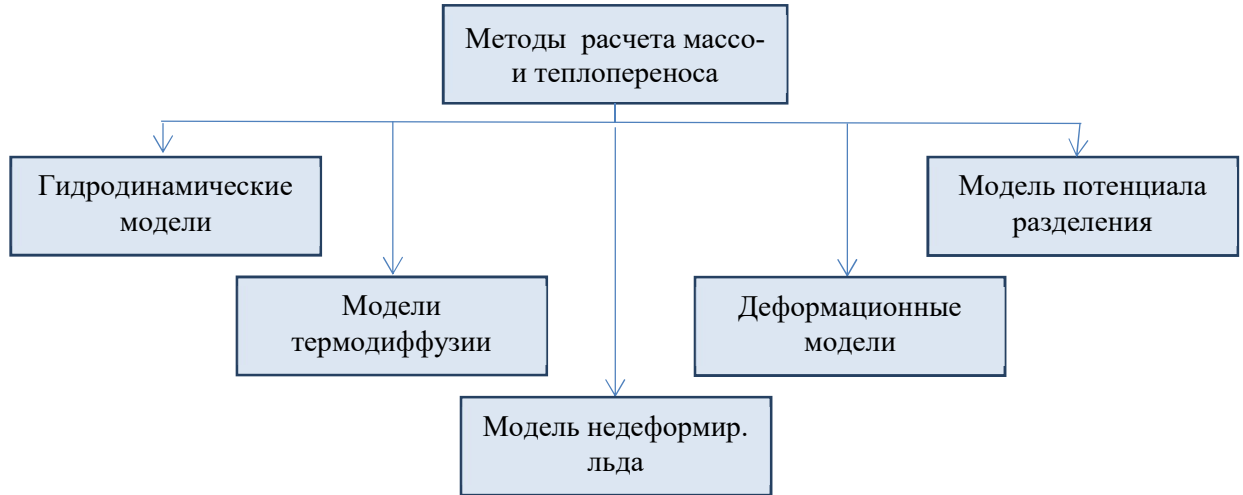


Рисунок 1.11 — Классификация численных методов расчета массо- и теплопереноса в замораживаемых грунтах и породах

Как было отмечено ранее, основоположником термодиффузии в пористых средах является А. В. Лыков. Предложенная им модель (1.76) — (1.78) получила в дальнейшем развитие и была применена для решения задач по замораживанию пород. Так в монографии [32] была предложена модель массо- и теплопереноса в искусственно замораживаемом обводненном породном массиве. В данной модели в дополнение к классическому уравнению баланса энергии добавлялось уравнение термодиффузии с соответствующим граничным условием на фронте фазового перехода:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a_m \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \delta_T \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right], \quad (1.77)$$

$$\left( \frac{\partial U}{\partial r} + \delta_T \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = 0, \quad (1.78)$$

где  $U$  — влажность, кг/кг;  $a_m$  — коэффициент абсолютной термодиффузии влаги,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\delta_T$  — относительный коэффициент термодиффузии влаги,  $^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $T$  — температура талого массива,  $^\circ\text{C}$ ;  $R$  — радиус фронта фазового перехода, м.

Недостатком предложенной в [32] модели является ее неконсервативность. Масса влаги в незамороженном грунте может практически неограниченно скапливаться вблизи фронта фазового перехода независимо от объема порового пространства в массиве. Также модель (1.77) — (1.78) предполагает, что фронт фазового перехода не размыт, так

как на границе фазового перехода задается граничное условие (1.31). Таким образом, применение данной модели возможно только при использовании методов с явным выделением фронта фазового перехода.

В литературе также представлен класс моделей, разработанных, прежде всего, для упрощенного расчета морозного пучения грунтов и пород. Среди таких — модель недеформируемого льда [257] и модель потенциала разделения [214]. Ниже приводится краткое описание особенностей этих моделей.

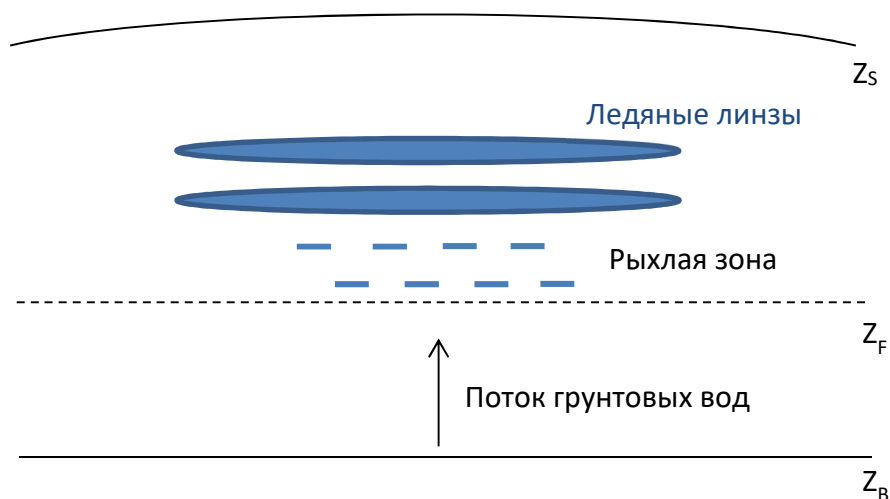


Рисунок 1.12 — Вторичное морозное пучение

Модель недеформируемого льда предназначена для описания вторичного морозного пучения [257] — явления, которое возникает в мерзлых грунтах, когда поверхность поднимается за счет накопления в почве горизонтальных ледяных «линз». Кристаллизация воды в данном случае происходит не вдоль достаточно узкого фронта фазового перехода, а в более широкой области, находящейся, как правило, ниже формирующейся ледяной линзы (см. рисунок 1.12), или в т. н. рыхлой (mushy) зоне. Это происходит из-за неоднородности поля гидростатического давления и, как следствие, неоднородности распределения температур кристаллизации грунтовых вод. В рамках классического подхода Дарси-Стефана исследование вторичного морозного пучения оказывается неэффективным.

Особенностью моделей морозного пучения [177] является то, что температура замерзания зависит от давления воды. Давление воды, в свою очередь, соотносится с литостатическим давлением, которое принимает на себя пористый массив, и давлением льда.

Модель потенциала разделения, впервые предложенная в работе [214], также разрабатывалась для описания эффекта вторичного морозного пучения. Она основана на экспериментально наблюдаемом факте при замораживании образцов грунта. Если на

одной из граней образца грунта постепенно и пошагово уменьшать температуру, а на противоположной ей грани поддерживать постоянную температуру больше нуля, то при формировании ледяной линзы поток воды на входе будет пропорционален градиенту температуры на замерзшей грани. Константа пропорциональности была названа потенциалом разделения, и это линейное соотношение составляет связь между тепловым и массовым потоком в общей теории морозного пучения.

### **Сопряженное моделирование термогидромеханических процессов**

В последние годы популярными становятся модели, учитывающие не только гидротермодинамические процессы, но и деформационное поведение пористого массива. В этом случае решается сложная сопряженная термогидромеханическая задача [255, 264, 345, 350]. В ряде работ модель усложняется иначе — в расчет добавляется третья фаза (водяной пар, газ или раствор соли) [262, 281, 306, 354]. В рамках таких моделей появляется возможность изучения дополнительных физических явлений и процессов на стыке наук термодинамики, механики твердого деформируемого тела и гидравлики. Например, при искусственном замораживании породного массива вследствие термических напряжений может происходить уменьшение объема порового пространства вследствие перераспределения гидравлического давления. Это может повлиять на распределение подземных вод и изменить скорость движения границы фазового перехода при дальнейшем замораживании породного массива. Также интересным является эффект переменной минерализации подземных вод вблизи фазового перехода, исследованный в работах [281, 306]. Суть данного эффекта заключается в том, что вблизи границы фазового перехода происходит увеличение минерализации подземных вод, так как замерзанию подвергается преимущественно водная фракция, содержащаяся в поровом пространстве массива. Увеличение минерализации водосолевого раствора вблизи фронта фазового перехода может приводить к понижению температуры замерзания.

При этом недостатком сопряженных моделей является то, что они требуют большого объема исходных данных для проведения моделирования: большего, чем зачастую имеется в распоряжении инженера при составлении проекта по замораживанию пород при строительстве стволов (коэффициенты термического расширения пород и рассола, скорость фильтрации подземных вод во внешнем поле, зависимость проницаемости породы от деформированного состояния и пр.). Помимо этого, как отмечалось ранее, в большинстве работ уделено мало внимания обоснованию



необходимости сопряженного рассмотрения различных физических процессов при замораживании пород.

Сопряженные расчеты чаще всего оказываются очень затратными и в плане вычислительных ресурсов. А потому в последнее десятилетие стабильно публикуются исследования, направленные на построение простых моделей для проведения теплотехнического расчета ЛПО [237, 332, 344, 360].

### **1.3. Исследования аэрологических процессов в строящихся горных выработках с применением способа искусственного замораживания пород**

Согласно действующей на территории России нормативной литературе [90, 116], строящиеся шахтные стволы необходимо проветривать по всей глубине в течение всего периода их строительства. Основной схемой проветривания шахтных стволов является нагнетательная с использованием вентиляционного трубопровода, проложенного от вентиляторной установки на дневной поверхности до тупикового забоя [10]. Отставание конца трубопровода от забоя ствола и параметры подаваемого по нему воздуха обычно определяются на основании [116].

В условиях, когда строительство шахтного ствола осуществляется с использованием специального способа искусственного замораживания горных пород, крепь ствола может иметь температуру близкую к 0 °С или ниже (см. рисунок 1.13). Это связано с тем, что в течение всего периода проходки шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях окружающие обводненные горные породы должны поддерживаться в замороженном состоянии с целью недопущения просачивания подземных вод через породный массив в пространство горной выработки, а также с целью упрочнения бортов строящейся горной выработки. Близкая к нулю или отрицательная температура крепи шахтного ствола является неблагоприятной с точки зрения вентиляции строящегося ствола, поскольку это приводит:

- к понижению температуры воздуха, теплообменивающегося с крепью,
- к образованию градиента температуры воздуха по радиусу и по высоте ствола, повышению риска возникновения тепловой (свободной) конвекции в стволе.

В силу сопряженности процессов тепло- и массопереноса в воздушной атмосфере ствола два указанных фактора являются взаимосвязанными и должны исследоваться в рамках единой постановки задачи. Исследование этих факторов является актуальной и нерешенной на сегодняшний день задачей в рудничной аэрологии и теплофизике.

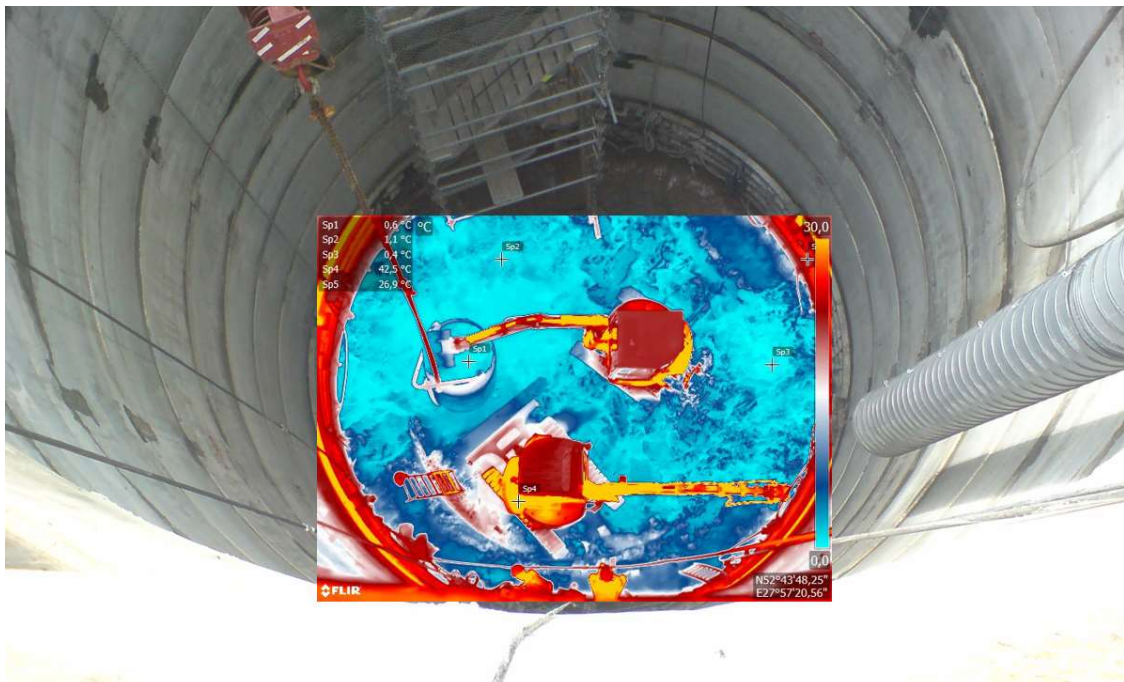


Рисунок 1.13 — Температура в забое строящегося ствола; тепловизионная съемка, проведенная в стволе строящегося калийного рудника в респ. Беларусь

К настоящему моменту времени в литературе описан ряд исследований свободной конвекции в шахтных стволах применительно к ситуациям останова и реверсирования главной вентиляторной установки [210, 253, 254]. Также в литературе представлен ряд общих теоретических и экспериментальных сведений о закономерностях теплопереноса в жидких и газообразных средах в условиях свободной и вынужденной конвекции в вертикальных пластинах и цилиндрах [158, 300, 301]. Однако все упомянутые исследования относятся к описанной выше задаче косвенно, так как в них не учитывается специфика рассматриваемой задачи о проветривании строящегося шахтного ствола в условиях отрицательных температур крепи. В первую очередь, это вентиляционный трубопровод, по которому поступает относительно теплый воздух со скоростью порядка 1–5 м/с. Вследствие относительно высоких скоростей воздушной струи, поступающей из вентиляционного трубопровода и омывающей тупиковый забой, имеет место существенное искажение поперечных профилей скорости и температуры воздуха на протяженном участке шахтного ствола [66].

Дополнительной спецификой рассматриваемой задачи является режим смешанной конвекции, в то время как в литературе, как правило, рассмотрены идеализированные случаи либо свободной, либо вынужденной конвекции. Еще одним интересным и не исследованным в литературе аспектом рассматриваемой задачи является конденсация влаги на поверхности крепи ствола, приводящая к изменению коэффициента теплоотдачи на этой поверхности.

#### 1.4. Методы экспериментального контроля состояния ледопородного ограждения

При проходке шахтных стволов методом искусственного замораживания пород должен быть организован систематический контроль за состоянием замороженных пород [90]. Существование нормативных требований по систематическому контролю за состоянием ЛПО закономерно: при установлении фактических параметров ЛПО необходимо соблюдать определенные условия для того, чтобы с достоверностью обеспечить необходимую прочность и устойчивость обводненных горных пород, окружающих строящуюся горную выработку. В случае неправильного определения параметров ЛПО повышается риск возникновения необратимых аварийных ситуаций при строительстве [302].

Согласно [115], представление о ходе процесса замораживания можно получить по данным следующих наблюдений:

1. По разности температур между прямым и обратным рассолом в замораживающих колонках.
2. По количеству теплоты, выносимой рассолом из колонок.
3. По изменению уровня подземной воды в контрольных (гидронаблюдательных) скважинах.
4. По температуре пород, измеренной в контрольных скважинах.
5. По результатам непосредственных измерений толщины ЛПО.
6. По наблюдениям за работой замораживающих колонок.

По сути, первый и второй пункты идентичны, поскольку разность температур между прямым и обратным рассолом в замораживающих колонках, умноженная на расход рассола и объемную теплоемкость рассола, представляет собой интегральное количество теплоты, отнимаемое рассолом от породного массива в единицу времени. Пункт 6 также находится в тесной связи с пунктами 1 и 2 и имеет своей задачей мониторинг временной динамики разницы температур между прямым и обратным рассолом или количества теплоты, отнимаемой рассолом от массива.

Вопросы, связанные с выбором расположения и количества измерительных приборов для расчета разности температур между прямым и обратным рассолом и количества выносимой им теплоты, обстоятельно разобраны в монографиях [7, 115, 117]. С учетом того, что принципиально технология искусственного замораживания с момента выхода этих монографий не изменилась, все решения касательно расположения и количества измерительных приборов справедливы и на сегодняшний день.

Согласно монографии [115], а также сводам правил [108, 109], для наблюдения за процессом искусственного замораживания грунтов и горных пород необходимо использовать контрольные скважины — гидрогеологические и термометрические. Гидрогеологические скважины (пункт 3) используются для контроля уровня грунтовых вод, а термометрические (пункт 4) — для измерения температуры пород по всей глубине скважины. Помимо указанных двух видов контрольных скважин также иногда выделяется третий вид — скважины для проведения ультразвукового контроля ЛПО [69, 342].

Основные вопросы, связанные с методологией скважинного мониторинга состояния ЛПО, — это выбор количества контрольных скважин каждого типа и мест их расположения. По мнению [115], гидрогеологические скважины необходимо закладывать как минимум две: одну в пределах контура ЛПО, а другую — вне его. Одна из них (внутренняя) закладывается на расстоянии 1—1,5 м от оси ствола с таким расчетом, чтобы эта скважина не мешала выдаче породы при углубке и опускании контрольного отвеса. Особенно строгий контроль за уровнем грунтовых вод в этих скважинах необходимо осуществлять в период смыкания отдельных ледопородных цилиндров и формирования сплошного ЛПО. При одновременном замораживании нескольких водоносных пластов в контрольную гидрогеологическую скважину опускается количество концентрических колонн труб, равное количеству водоносных пластов. Это требование должно особенно строго выполняться для водоносных пластов, заключенных между двух водоупорных пластов.

Если в пунктах 1—3, 6 речь шла об измерении интегральных показателей сплошности ЛПО, то пункт 4 (контрольно-термометрические скважины) касается локальных измерений параметров ЛПО. Контрольно-термометрическая (КТ) скважина позволяет судить о свойства ЛПО в непосредственной окрестности места своего заложения. По мнению [115], КТ скважины нужно размещать в следующих местах:

- на границах ЛПО (для непосредственного контроля достижения толщины ЛПО),
- посередине между двумя замораживающими колонками,
- за пределами замороженного массива (для оценки степени охлажденности массива за ЛПО).

Глубина КТ скважин минимально должна быть равна высоте ЛПО.

Из [115] неявным образом следует, что количество КТ скважин может ограничиваться значением 3. При этом, по мнению более позднего документа [24], количество КТ скважин должно быть не менее 10% общего количества основных замораживающих скважин (располагаются между замораживающими колонками и

внешней границей ЛПО). Основная причина такой густоты связана с тем, что по малому числу КТ скважин нельзя экстраполировать поле температур на весь объем замораживаемого массива. С помощью 1–3 КТ скважин нельзя выявить локальные нарушения сплошности ЛПО в местах, достаточно (3 м и более) удаленных от этих скважин [89].

В работе [76] говорится о том, что число КТ скважин и расстояние между ними определяются в зависимости от необходимой точности определения зоны замораживания. При этом данный тезис не конкретизируется, отсутствует количественная связь между количеством КТ скважин и точностью определения границ ЛПО.

По мнению [89], для того, чтобы обеспечить всесторонний контроль состояния ЛПО, количество КТ скважин должно быть не менее 30 % от общего количества замораживающих скважин. Такой вывод был сделан на основании численного моделирования выхода из строя одной из замораживающих колонок. В вопросе выбора местоположения КТ скважин автор монографии [89] придерживается того же мнения, что и [115].

В работе [89] помимо количества и мест расположения КТ скважин также рассмотрен вопрос пространственного разрешения измерений температуры горных пород по глубине замораживания. Сделана рекомендация, согласно которой пространственное разрешение измерений распределенной температуры горных пород должно быть не более 1 метра. Это связано с необходимостью измерения температуры не только на уровне кровли и почвы каждого водоносного горизонта (в т. ч. маломощных слоев), но и в его центральной части.

В работах [30, 31] рассмотрен важный вопрос, связанный с погрешностью измерения температуры в КТ скважинах, обусловленной свободной конвекцией рассола в пространстве скважины в присутствии вертикального градиента температуры. Получены выражения для амплитуды кратковременных температурных конвективных колебаний в зависимости от физических условий (в терминах числа Грасгоффа). Получены оценки для долговременного теплового эффекта от свободной конвекции рассола в скважине. Циркуляция рассола в скважине приводит к выравниванию температуры по скважине и сглаживанию градиентов температуры. При физических условиях, соответствующих числам Рэлея  $10^4$ – $10^5$ , максимальное искажение невозмущенного градиента температуры составляет 7,5 %.

В целом мониторинг состояния ЛПО с помощью небольшого количества КТ скважин является наиболее популярным сегодня и активно используется как в России

[34, 63], так и за рубежом [179, 224, 231, 252, 273, 271]. По данным измерений температуры в КТ скважинах может быть параметризована (или откалибрована) математическая модель и определено поле температур во всем объеме ЛПО.

Пункт 5 касается теоретического расчета толщины ЛПО по известным значениям теплофизических свойств породного массива в зонах льда и охлаждения. По сути, данный метод контроля состояния ЛПО может быть отнесен к локальным, поскольку он основывается на теплофизических свойствах пород, определенных по результатам лабораторных тестов образцов керна одной или нескольких геологоразведочных скважин. Данный метод позволяет воспроизвести поле температур во всем породном массиве, подверженном термическому воздействию. Однако на получаемый результат не будут оказывать влияние различные неучтенные в модели случайные технологические факторы (погрешность инклинометрии скважин, неоднородность теплофизических свойств массива, неучтенные термические сопротивления на границе замораживающих колонок и массива). Кроме того, этот метод контроля не позволяет также выявить нарушения сплошности ЛПО на отдельных неблагоприятных участках. Это является общим недостатком локальных методов контроля состояния ЛПО в сравнении с интегральными методами.

Еще один способ контроля состояния ЛПО, не рассмотренный в классических монографиях [7, 76, 115, 117] — это акустический (ультразвуковой) способ. Он основан на законах распространения упругих волн в породном массиве. Изменение агрегатного состояния обводненного породного массива в процессе его замораживания ведет к изменению прочностных и упругих свойств горных пород, которые оказывают влияние на динамические (амплитуда, спектральные характеристики) и кинематические (скорость продольных и поперечных волн) параметры упругих волн. По акустическим свойствам оценивается степень промороженности и наличие гидравлических «окон» в ЛПО. Основные принципы акустических способов контроля качества и процесса формирования ЛПО при сооружении подземных объектов представлены в работах [82, 83]. Этот способ контроля не может быть в полной мере отнесен ни к классу локального, ни к классу интегрального измерения состояния ЛПО. С одной стороны, он достаточно локален, так как позволяет «просвечивать» массив только по прямым линиям, соединяющим различные контрольные (и иногда замораживающие) скважины. С другой стороны, он интегрален, так как при надлежащем подборе местоположений контрольных скважин позволяет охватить весь круговой контур ЛПО.

Помимо акустического способа также выделяется метод электрометрии, упомянутый в [135], георадиолокационный метод, использованный в [111] для

определения зоны льда в пещере. Эти два способа контроля также в полной мере не могут быть отнесены ни к классу локального, ни к классу интегрального, поэтому они вместе с акустическим способом занимают промежуточное положение между ними.

Классификация способов контроля состояния ЛПО, сделанная на основании проведенного анализа, сведена в таблицу 1.3.

Таблица 1.3 — Классификация способов контроля состояния ЛПО

<b>Вид</b>	<b>Примеры способов контроля</b>
Локальный	Термометрический.
Промежуточный (локально-интегральный)	Акустический. Электрометрический. Георадиолокационный.
Интегральный	Гидронаблюдательный. Измерение параметров рассола, циркулирующего по замораживающим колонкам.

Достоверный контроль состояния ЛПО достигается посредством комплексного применения локальных и интегральных методов контроля. В свою очередь, локально-интегральные методы контроля позволяют получить дополнительную интересную информацию о состоянии породного массива [156].

#### **Совершенствование локальных способов контроля состояния замораживаемого массива**

В работе [34] предложен, а в работе [89] развит интересный способ термометрического контроля состояния ЛПО, заключающийся в синтезе пунктов 3 и 5 из [115] — измерений температуры пород в контрольно-термических скважинах и теоретического расчета динамики ЛПО по измеренным теплофизическим свойствам породного массива. В результате сопоставительного анализа произведенных измерений температуры на контрольных скважинах и данных теоретических расчетов теплового режима породного массива становится возможным уточнение начальных параметров математической модели породного массива. Задача уточнения (калибровки) параметров математической модели приводит к необходимости делать постановку и решать обратные задачи тепло- и массообмена. В [89] рассматривается коэффициентная обратная задача Стефана, где в качестве дополнительных неизвестных выступают теплофизические свойства слоев горных пород. Предложен численный алгоритм решения

обратной задачи, однако он имеет определенные недостатки, связанные, в первую очередь, с существованием множества решений. Как известно, обратные задачи являются некорректно поставленными [143]) (в смысле Адамара [188]) и имеют высокую чувствительность по отношению к вариациям входных параметров.

Устранение указанных недостатков требует, прежде всего, анализа существующей литературы по теории и практике решения обратных задач в теплофизике и геофизике в целом. Далее проведен небольшой обзор существующих методов решения обратных задач в этих областях науки.

### **Обратные задачи теплообмена с движущейся границей фазового перехода**

Потребность в формулировке и решении обратных задач возникла, в частности, ввиду проблемы обработки и интерпретации экспериментальных наблюдений геофизических полей. На сегодняшний день формулировка и решение обратных задач является важным методологическим звеном при проведении различных геофизических исследований: гравirazведка [5], сейсморазведка [27], электроразведка [112] и термометрия породного массива. В данной главе речь преимущественно пойдет о последнем виде исследований.

Впервые постановка условно-корректной (некорректной) задачи теплообмена приведена в монографии [114] советских математиков и геофизиков А. Н. Тихонова и В. Я. Арсенина. В монографии [114] впервые описаны такие методы решения обратных задач как метод подбора, метод регуляризации решения операторных уравнений. Для некоторых случаев получены оптимальные регуляризирующие операторы.

В дальнейшем теория решения обратных задач получила развитие в работах советских [1, 44, 45, 56, 57, 58] и зарубежных [143, 222] исследователей. В работе [44] исследована погрешность при использовании приближенного решения обратной задачи в общем случае линейного операторного уравнения I рода. В работе [45] сделано систематическое изложение теории линейных некорректных (неустойчивых) задач с позиций функционального анализа, приведены различные методы регуляризации операторных уравнений I рода. В работах [56, 57, 58] впервые проведена классификация обратных задач по искомым функциям, по дополнительной информации, по уравнениям. Наиболее интересной является предложенная классификация обратных задач по дополнительной информации:

- коэффициентные задачи (требуется восстановить теплофизические свойства),
- ретроспективные задачи (требуется восстановить начальные условия),
- граничные задачи (требуется восстановить граничные условия),



- задачи продолжения (требуется продолжить решение внутрь области),
- задачи об источнике (требуется определить источник).

В работах [143, 222] развит метод подбора (спецификации) функции температуры в будущем временном интервале в одномерном случае, а в работах [259, 260] — в двумерном.

Градиентные методы решения обратных задач теплообмена впервые исследованы в работах [1, 2, 278, 338]. Большинство исследователей использовали метод сопряженных уравнений в сочетании с методом поиска сопряженных градиентов. В работах [1, 2] используется итеративная регуляризация. В работах [278, 338] градиентный метод используется без итеративной регуляризации.

В последние годы для решения обратных задач теплообмена наряду с классическими методами минимизации некоторого регуляризирующего функционала [78, 166, 198] используются нестандартные методы: байесовские методы [339], машинное обучение [348], алгоритм поведения стрекоз (dragonfly algorithm [235]), методы нечеткой логики [316], нейронные сети [208] и пр.

Обратная задача Стефана исследовалась в работах [16, 28, 29, 38, 53, 80]. В работе [80] предложен, а в работе [29] развит алгоритм дескриптивной регуляризации для численного определения граничных функций и коэффициентов уравнения, являющийся универсальным в широком классе обратных задач Стефана. В работе [53] рассматривается двухфазная обратная задача Стефана по восстановлению правой части уравнения теплопроводности от времени при известном распределении по пространству, предложен метод введения распределенного источника теплоты. В работе [38] предложен подход к решению граничной обратной задачи Стефана, основанный на декомпозиции конечно-разностного аналога поставленной задачи на каждом временном слое.

Применительно к решению задач горной теплофизики обратные задачи Стефана практически не рассматривались другими авторами. Исключением является, пожалуй, только работа [34], в которой для калибровки параметров теплофизической модели замораживаемого массива используется алгоритм, который по сути представляет собой упрощенное решение обратной задачи. В работе [41], выполненной автором настоящей диссертации совместно с коллегами из Института механики сплошных сред УрО РАН, решается задача об идентификации теплоемкостей породного массива при его замораживании с помощью метода дескриптивной регуляризации, а также метода градиентного спуска. Показывается, что метод градиентного спуска более эффективен.

При исследовании теплофизических и геофизических задач зарубежные авторы преимущественно используют метод обратного анализа (back analysis) для калибровки параметров расчетной модели [199, 273, 272, 341]. Метод обратного анализа очень близок к методу естественной регуляризации [114]. Поэтому допустимо сказать, что в работах [273, 272, 341]. происходит решение обратной задачи теплообмена методом естественной регуляризации применительно к ряду практических случаев.

Применяемые на сегодняшний день на практике методы численного решения обратной задачи Стефана не решают проблемы множественности и неопределенности решений обратной задачи. Так в [69] показано, что может существовать множество решений обратной задачи Стефана при замораживании массива, одинаково хорошо удовлетворяющих заданному критерию — минимальности рассогласований измеренных и рассчитанных температур в контрольно-термических скважинах. Также может быть ситуация несовместности показаний контрольно-термических скважин. Т. е. решение обратной задачи по данным температуры, измеренной в скважине №  $i$ , будет существенно отличаться от решения обратной задачи по данным температуры, измеренной в скважине №  $j$ . Еще одним существенным фактором, не учтенным в существующих работах, являются вариации решения (положения границ ЛПО) по причине возможной погрешности входных данных задачи в известном диапазоне.

В гравиразведке имеется большой опыт при решении обратных задач в условиях множественности возможных решений. Так, к примеру, в работах [5, 33] развит т. н. гарантированный подход применительно к задаче локализации возмущающего (интрузивного) тела в породном массиве. Объектом исследования при гарантированном подходе является многозначное отображение совокупной априорной информации во множество допустимых решений (возможных границ исследуемого интрузивного тела). Посредством многократного итерационного решения обратных задач определяется выборка возможных решений, а на основании полученной выборки с помощью методов математической статистики производится оценка минимальной и максимальной границ интрузивного тела. Представляется интересным распространение данного подхода на задачу контроля состояния ЛПО.

### **Интеллектуальный мониторинг теплового режима замораживаемого породного массива**

Еще одним путем решения проблемы множественности и неопределенности решения обратной задачи Стефана может быть применение систем интеллектуального мониторинга теплового режима породного массива [263]. Суть данного термина легко объяснить, если провести классификацию систем мониторинга (и контроля) в

зависимости от задач, накладываемых на них, и функций, оставленных на выполнение человеку-оператору: автоматизированная, автоматическая, интеллектуализированная и интеллектуальная.

Если *автоматизированная* система допускает выполнение человеком-оператором некоторых функций (наиболее общего, целеполагающего характера или же не поддающихся автоматизации), то *автоматическая* система обрабатывает информацию, формирует команды и преобразовывает их в воздействия на управляемый объект без участия человека. В случае, если автоматизированная система при обработке и анализе измеряемых данных использует методы искусственного интеллекта, то такую систему правильнее называть *интеллектуализированной*. При этом *интеллектуальной* является система, использующая методы искусственного интеллекта и не предполагающая участия человека-оператора. Под методами искусственного интеллекта здесь понимаются различные методы решения творческих, плохо формализуемых задач: нейронные сети, машинное обучение и глубокое обучение [184]. В рамках этих методов математическая модель управления объектом строится по принципу организации и функционирования сетей нервных клеток живого организма.

Применительно к тепловому мониторингу различных технических объектов творческими задачами могут быть, к примеру, задачи, связанные с анализом рассогласований между показаниями датчиков в различных местах объекта, принятием решений о необходимости калибровки измерительных датчиков или параметров модели. В настоящее время при решении обратных задач в различных областях науки и техники эффективно используются нейросетевые методы, однако применительно к теплофизике и решению задач Стефана они пока не использовались.

### 1.5. Цель и задачи исследования

Проведен анализ существующей литературы по технологии искусственного замораживания породного массива, в ходе которого рассмотрены различные методы расчета параметров ледопородного ограждения строящихся горных выработок, различные модели тепломассопереноса в породном массиве и модели его деформирования, особенности проветривания строящихся горных выработок и методы контроля теплового режима замороженного породного массива. Выявлены основные недостатки и сформулирована следующая глобальная **цель исследования** — разработать теоретические и технологические основы расчета искусственного замораживания породного массива при строительстве шахтных стволов, направленные на обеспечение комплексной безопасности при ведении горных работ.

Для достижения цели требуется решение следующего ряда задач:

1. Разработать и развить методы математического моделирования термогидромеханических процессов в замораживаемом породном массиве и аэрологических процессов в строящейся горной выработке.
2. Провести анализ теплофизических процессов в замораживаемом породном массиве и определить основные проектные параметры систем замораживания породного массива.
3. Определить условия, при которых возможно формирование ЛПО проектных параметров в породном массиве с выраженной фильтрацией подземных вод.
4. Провести исследование вентиляции рабочих зон строящихся горных выработок в условиях отрицательных температур крепи и окружающего замороженного породного массива.
5. Исследовать изменение напряженно-деформированного состояния и устойчивости ЛПО шахтных стволов во времени в условиях различных внешних нагрузок.
6. Разработать научно-обоснованные математические методы интерпретации данных скважинной термометрии и обосновать технологические параметры систем мониторинга искусственного замораживания пород.

Сформулированный перечень основных задач имеет следующую особенность: после формулировки основной математической модели термогидромеханических процессов в породном массиве сначала решаются задачи, связанные с тепломассопереносом в породном массиве, а затем — задачи о НДС в ЛПО и окружающих его породах. Такая последовательность изложения материала обусловлена тем, что при исследовании НДС нам понадобится информация об особенностях распределения температур в замораживаемом породном массиве, а потому в первую очередь необходимо исследовать закономерности тепломассопереноса в породах.

В перечне задач отдельно не выделяется исследование сопряженных термогидромеханических процессов в замораживаемом породном массиве. По мнению автора работы, более интересным и важным является рассмотрение парной взаимосвязи отдельных процессов — теплопереноса в породах и воздушном пространстве ствола, фильтрации поровых вод и деформирования пород. Тем не менее, в настоящей работе представлена информация о некоторых практических задачах, решенных автором с привлечением сопряженной термогидромеханической модели.

## **2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПОРОДНОМ МАССИВЕ В УСЛОВИЯХ ЕГО ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ**

На начальном этапе работы потребовалось выполнить детальные теоретические исследования физических процессов, происходящих в многослойном обводненном породном массиве в условиях внешнего теплового воздействия при наличии возможных усложняющих факторов.

Разрабатываемая в данной главе теория моделирования термогидромеханических процессов в обводненном породном массиве и аэрологических процессов в проходимой через массив горной выработке является основой для последующего анализа особенностей формирования ЛПО строящихся подземных сооружений, технологических параметров систем замораживания, мониторинга и контроля теплового режима замораживаемого породного массива.

### **2.1. Полная математическая модель замораживаемого породного массива**

Рассматривается многослойный обводненный породный массив с произвольным распределением теплофизических, гидравлических и механических свойств. Через массив проходит ряд замораживающих скважин с колоннами, по которым движется хладоноситель (чаще всего рассол  $\text{CaCl}_2$ ), что соответствует рассольной схеме замораживания. Скважины ориентированы вертикально, однако имеют небольшое отклонение от вертикальной оси, обусловленное погрешностью определения вертикального направления при бурении.

В заданный момент времени  $t_s > 0$ , после того, как толщина ЛПО по всему периметру контура замораживающих колонок достигнет проектного значения, начинается проходка шахтного ствола. В центре контура замораживающих колонок на границе с дневной поверхностью образуется полость цилиндрической формы (ствол), которая в течение времени постепенно растет вглубь массива в направлении вертикальной координаты. На границе полости с породным массивом в заданный промежуток времени происходит тепловыделение вследствие твердения бетона при возведении бетонной крепи шахтного ствола. В дальнейшем на границе данной полости происходит теплообмен с воздухом, движущимся по шахтному стволу.

Принимается, что в породном массиве происходят следующие физические процессы, имеющие существенное влияние на распределение его термодинамических и гидравлических параметров:

- диффузионно-конвективный теплоперенос;

- фазовый переход поровых вод из жидкого в твердое состояние и обратно;
- теплообмен между породным массивом и хладоносителем, циркулирующим по замораживающим колонкам;
- фильтрация поровых вод;
- теплообмен между породным массивом и воздухом, движущимся в стволе;
- тепловыделения вследствие твердения бетонной крепи шахтного ствола;
- изменение НДС породного массива вследствие температурного сжатия и/или расширения замораживаемого обводненного породного массива.

Геометрическая модель породного массива, взаимодействующего с системой замораживающих колонок и с шахтным стволом, схематически представлена на рисунке 2.1.

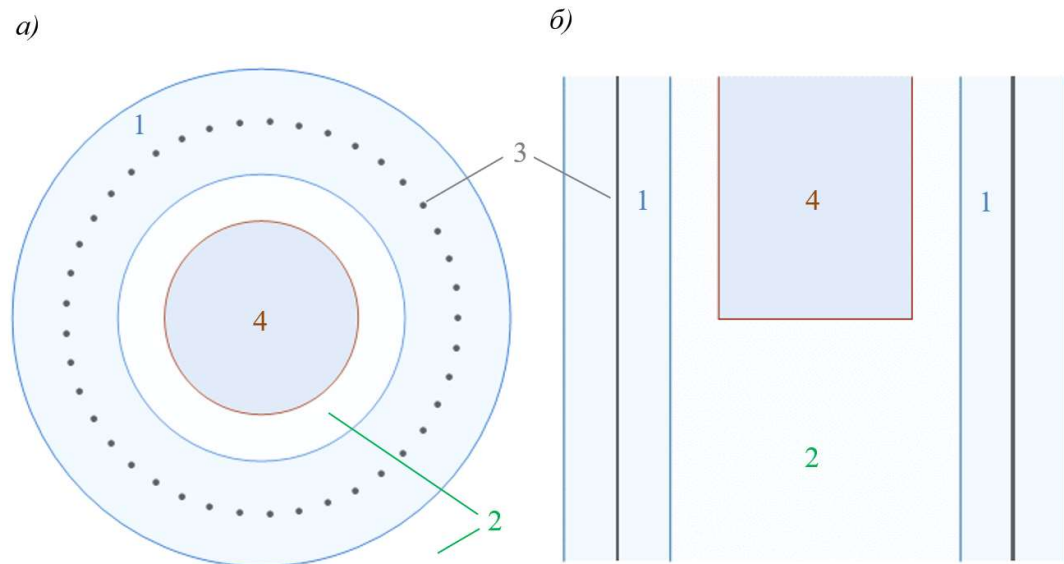


Рисунок 2.1 — Геометрическая модель породного массива, взаимодействующего с системой замораживающих колонок и с шахтным стволом: (а) — горизонтальный срез, (б) — вертикальный срединный срез; 1 — зона льда, 2 — зона охлаждения, 3 — замораживающие скважины, 4 — ствол

### Уравнения тепло- и массопереноса в породном массиве

Уравнения баланса массы и энергии для обводненного породного массива записываются в виде:

$$\frac{\partial \{n[\rho_i \varphi + \rho_l (1 - \varphi)]\}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \mathbf{v}_l) = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial H_{tot}}{\partial t} + \mathbf{v}_l \cdot \nabla H_l = \nabla \cdot (\lambda(\varphi) \nabla T), \quad (2.2)$$

где  $\rho_l$  — плотность поровых вод, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_i$  — плотность льда, кг/м<sup>3</sup>;  $\varphi$  — льдистость (объемное содержание льда в порах), м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;  $n$  — пористость массива;  $\mathbf{V}_l$  — вектор скорости течения (по Дарси) поровых вод, м/с;  $H_{tot}$  — удельная энтальпия обводненного породного массива (порода + вода + лед), Дж/м<sup>3</sup>;  $H_l$  — удельная энтальпия поровых вод, Дж/м<sup>3</sup>;  $\lambda$  — теплопроводность обводненной породы, Вт/(м·°C);  $T$  — температура обводненной породы, °C;  $t$  — переменная времени, с.

Теплопроводность обводненного породного массива зависит от льдистости согласно следующему закону:

$$\lambda(\varphi) = \lambda_1^\varphi \lambda_2^{1-\varphi}, \quad (2.3)$$

где  $\lambda_1$  — теплопроводность породы в зоне льда, Вт/(м·°C);  $\lambda_2$  — теплопроводность породы в зоне охлаждения, Вт/(м·°C).

Геометрический закон (2.3) не единственный, применяемый для теоретических расчетов. Также в условиях слабой разницы теплопроводностей в зонах льда и охлаждения, а также малости температурного интервала замерзания поровой воды используется линейный закон:

$$\lambda(\varphi) = \lambda_1 \varphi + \lambda_2 (1 - \varphi). \quad (2.4)$$

В общем случае неоднородного и анизотропного породного массива величины  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  являются функциями координат.

Вектор скорости (по Дарси) течения поровых вод рассчитывается из уравнения Дарси:

$$\mathbf{v}_l = -\frac{k_r}{\mu_l} \cdot k \nabla p_l, \quad (2.5)$$

где  $k_r$  — относительная проницаемость;  $k$  — абсолютная проницаемость породы, м<sup>2</sup>;  $\mu_l$  — динамическая вязкость поровых вод, Па·с;  $p_l$  — гидростатическое давление в поровом пространстве пород, Па.

Зависимость удельной энтальпии  $H_{tot}$  обводненного породного массива от температуры обводненного породного массива  $T$  имеет следующий вид:

$$H_{tot}(T) = \begin{cases} \rho_2 c_2 (T - T_{liq}) + \rho_l n L, & T \geq T_{liq} \\ \rho_1 c_1 (T - T_{liq}) + \rho_l n (1 - \varphi) L, & T < T_{liq} \end{cases}, \quad (2.6)$$

где  $\rho_1$  — плотность породы в зоне льда, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_2$  — плотность породы в зоне охлаждения, кг/м<sup>3</sup>;  $c_1$  — удельная теплоемкость породы в зоне льда, Дж/(кг·°C);  $c_2$  — удельная теплоемкость породы в зоне охлаждения, Дж/(кг·°C);  $L$  — удельная теплота фазового перехода поровой воды, Дж/кг;  $T$  — температура породы, °C;  $T_{liq}$  — температура начала кристаллизации поровой воды (температура ликвидуса), °C.

Следует отметить, что под энтальпией  $H_{tot}$  понимается сумма энтальпии породного массива (твердых частиц) и энтальпий воды и льда, содержащихся в порах.

Зависимость удельной энтальпии  $H_l$  воды в порах от температуры обводненного породного массива имеет следующий вид:

$$H_l(T) = \begin{cases} \rho_l c_l n (T - T_{sc}) + \rho_l n L, & T \geq T_{liq} \\ \rho_l n (1 - \varphi) L, & T < T_{liq} \end{cases} \quad (2.7)$$

Как следует из (2.7), при температурах ниже температуры полной кристаллизации (т.е. такой  $T$ , когда  $\varphi(T) = 1$ ) энтальпия воды в порах принимается равной нулю. Это обусловлено тем, что при таких температурах незамерзшая вода в порах отсутствует.

Следует отметить, что полной кристаллизации поровой воды в исследуемом диапазоне температур может не происходить — в тонкой пленке вблизи зерен породы будет оставаться слой незамерзшей воды. В данном случае энтальпия поровых вод всегда будет отличной от нуля.

Зависимость льдистости от температуры породного массива может быть принята равной:

$$\varphi(T) = \begin{cases} 0, & T \geq T_{liq} \\ 1 - \exp[B(T - T_{liq})], & T < T_{liq} \end{cases} \quad (2.8)$$

где  $B$  — эмпирический параметр, характеризующий нелинейность фазового перехода.

Для простоты и удобства часто задаются температурой начала плавления льда в порах (температура солидуса). В этом случае вместо (2.8) удобно пользоваться такой зависимостью:

$$\varphi(T) = \begin{cases} 0, & T \geq T_{liq} \\ (T_{liq} - T) / (T_{liq} - T_{sol}), & T_{liq} > T \geq T_{sol} \\ 1, & T < T_{sol} \end{cases} \quad (2.9)$$

Иногда вместо льдистости  $\varphi$  удобно пользоваться таким понятием, как влажность пород  $w$ , под которой мы будем понимать массу влаги в единице объема влажной породы, отнесенную к массе этого единичного объема влажной породы.



Следует отличать влажность от влагосодержания, для которой масса влаги соотносится с массой сухого объема горной породы.

С учетом (2.8), температурные зависимости удельной энтальпии  $H_{tot}$  обводненного породного массива и удельной энтальпии  $H_l$  воды в порах имеют следующий вид (см. рисунок 2.2).

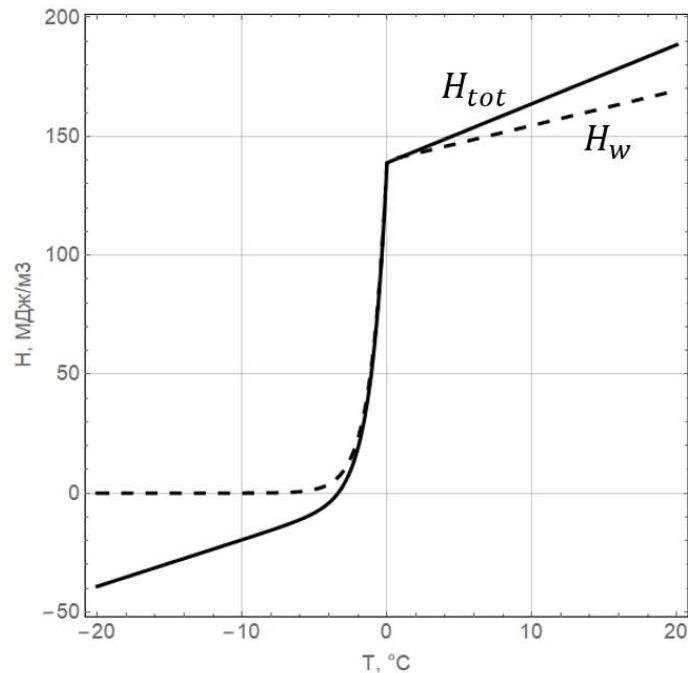


Рисунок 2.2 — Удельная энтальпия обводненного породного массива и удельная энтальпия воды в порах как функции температуры

Принимается, что относительная проницаемость обводненных пород зависит от температуры породного массива также по степенной формуле [131]:

$$k_r(T) = \sqrt{\chi} \left[ 1 - (1 - \chi^{1/m})^m \right]^2, \quad \chi = 1 - \varphi. \quad (2.10)$$

где  $m$  — также эмпирический параметр.

Для замыкания термогидравлической части задачи (2.1) — (2.10) требуется также задать зависимость пористости от гидростатического давления в поровом пространстве массива:

$$n = n_0 + \beta_p (p_l - p_{l0}), \quad (2.11)$$

где  $\beta_p$  — коэффициент сжимаемости пористой среды, 1/Па.

Если в уравнение (2.1) подставить уравнение (2.11), то получится уравнение пьезопроводности, которое решается относительно гидростатического давления  $p_l$ :

$$(\rho_i - \rho_l) n \frac{\partial \varphi}{\partial t} + [\varphi \rho_i + (1 - \varphi) \rho_l] \beta_p \frac{\partial p_l}{\partial t} = \nabla \cdot \left( \rho_l k \frac{k_r}{\mu_l} \nabla p_l \right). \quad (2.12)$$

Термогидравлическая задача (2.1) — (2.12) дополняется граничными и начальными условиями:

$$T|_{\Gamma_{out1}} = T_0, \quad \frac{\partial T}{\partial z}|_{\Gamma_{out2}} = 0, \quad (2.13)$$

$$\left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial n} - \alpha_{fr} (T_{fr}(t) - T) \right]_{\Gamma_{fr}} = 0, \quad (2.14)$$

$$\mathbf{v}_l|_{\Gamma_{out}} = \mathbf{v}_0, \quad (2.15)$$

$$T|_{t=0} = T_0, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{v}_l|_{t=0} = \mathbf{v}_0, \quad (2.17)$$

где  $T_0 > T_{liq}$  — температура непо потревоженного породного массива, °С;  $\mathbf{v}_0$  — начальное значение вектора скорости Дарси, м/с;  $\alpha_{fr}$  — коэффициент теплоотдачи через стенку замораживающей колонки, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);  $T_{fr}(t)$  — температура рассола в замораживающих колонках, °С;  $\Gamma_{out} = \Gamma_{out1} \cup \Gamma_{out2}$  — внешняя граница расчетной области;  $\Gamma_{fr}$  — граница с замораживающими колонками.

Коэффициент теплоотдачи через стенку замораживающей колонки рассчитывается по следующей формуле:

$$\alpha_{fr} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_c} + \frac{d_{hi}}{\lambda_{hi}}}, \quad (2.18)$$

где  $\alpha_c$  — коэффициент теплоотдачи в температурном пограничном слое хладоносителя, движущегося по колонке, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);  $d_{hi}$  — толщина теплоизолятора, м;  $\lambda_{hi}$  — теплопроводность теплоизолятора, Вт/(м·°С).

В качестве теплоизолятора может выступать тампонажный раствор, закачиваемый в затрубное пространство скважин, либо же пустоты в затрубном пространстве скважин [359].

Коэффициент теплоотдачи в температурном пограничном слое хладоносителя, движущегося по колонке, рассчитывается в зависимости от развитости течения (числа Рейнольдса), влияния сил гравитации (число Грасгофа) и стабилизированности (число Пекле) [99]. В настоящей работе коэффициент  $\alpha_c$  рассчитывается по методу (1.37)—

(1.46). А для учета особенностей вязкостно-гравитационного режима течения вводится дополнительный эмпирический коэффициент  $K$  [99]:

$$K = \left( \frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,11}, \quad (2.19)$$

где  $Pr$  — число Прандтля в ядре потока;  $Pr_w$  — число Прандтля у стенки трубы.

Следует отметить, что температура  $T_{fr}(t)$  хладоносителя, циркулирующего по замораживающим колонкам, в общем случае считается переменной не только по времени, но и по высоте замораживающей колонки, что обусловлено особенностями конструкции колонок и теплообменом с породным массивом. В общем случае для определения температуры рассола в замораживающих колонках как функции глубины необходимо решать систему уравнений, включающую в себя уравнения конвективного теплопереноса во внутренней и внешней проточных частях замораживающей колонки (см. рисунок 1.4), граничные условия на входе в замораживающую колонку и в нижней точке замораживающей колонки:

$$\rho_c c_c Q \frac{\partial T_{fr}^*}{\partial z} = \alpha_* P_* (T_{fr} - T_{fr}^*), \quad (2.20)$$

$$-\rho_c c_c Q \frac{\partial T_{fr}}{\partial z} = \alpha_{fr} P (T - T_{fr}) + \alpha_* P_* (T_{fr}^* - T_{fr}), \quad (2.21)$$

$$T_{fr}^* \Big|_{z=0} = T_{fr}^{(0)}(t), \quad (2.22)$$

$$T_{fr}^* \Big|_{z=L} = T_{fr} \Big|_{z=L}, \quad (2.23)$$

где  $\rho_c$  — плотность хладоносителя, кг/м<sup>3</sup>;  $c_c$  — удельная теплоемкость хладоносителя, Дж/(кг·°C);  $Q$  — объемный расход хладоносителя в рассолопроводе, м<sup>3</sup>/с;  $P_*$  — периметр поперечного сечения внутренней проточной части рассолопровода, м<sup>2</sup>;  $P$  — периметр поперечного сечения внешней проточной части рассолопровода, м<sup>2</sup>;  $\alpha_*$  — коэффициент теплоотдачи в пограничном температурном слое внутренней проточной части, Вт/(м<sup>2</sup>·°C);  $\alpha_{fr}$  — коэффициент теплоотдачи в пограничном температурном слое внешней проточной части, Вт/(м<sup>2</sup>·°C);  $T_{fr}^*$  — температура хладоносителя во внутренней проточной части рассолопровода, °C;  $T_{fr}$  — температура хладоносителя во внешней проточной части рассолопровода, °C;  $T_{fr}^{(0)}$  — температура на входе в замораживающую колонку, °C;  $L$  — длина колонки, м.

## Уравнения напряженно-деформированного состояния породного массива

Уравнение равновесия, записанное для породного массива в напряжениях, имеет следующий вид:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \rho \mathbf{g}, \quad (2.24)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}$  — тензор напряжений, Па;  $\mathbf{g}$  — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $\rho$  — плотность водонасыщенного породного массива, кг/м<sup>3</sup>.

НДС породы в незамороженном состоянии существенно зависит от порового давления  $p_l$ . В то же время кристаллы льда в замороженном грунте скрепляют частицы грунта друг с другом вследствие чего образуется единая твердая фаза. По этой причине полное напряжение  $\boldsymbol{\sigma}$  записывается как [354]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' - \chi p_l \mathbf{I}, \quad (2.25)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}'$  — тензор эффективных напряжений Терцаги, Па;  $\mathbf{I}$  — единичный тензор;  $\chi(T)$  — индикаторная функция.

Определяющее соотношение для описания механического поведения породного массива:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \left( K - \frac{2}{3} G \right) \varepsilon_{vol}^{(e)} \mathbf{I} + 2G \boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}, \quad (2.26)$$

где  $K$  — эффективный модуль объемной упругости, Па;  $G$  — эффективный модуль сдвига, Па;  $\varepsilon_{vol}^{(e)}$  — объемные упругие деформации;  $\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}$  — тензор упругих деформаций.

Тензор упругих деформаций определяется через тензор полных деформаций  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , температурных деформаций  $\boldsymbol{\varepsilon}^{(th)}$  и нелинейных деформаций  $\boldsymbol{\varepsilon}^{(in)}$  (при наличии зон пластичности):

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)} = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{(th)} - \boldsymbol{\varepsilon}^{(in)}. \quad (2.27)$$

Геометрическое соотношение для определения линейного тензора полных деформаций:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left[ \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right], \quad (2.28)$$

где  $\mathbf{u}$  — вектор перемещений, м.

Тензор температурных деформаций рассчитывается согласно уравнению:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(th)} = \alpha_s (T - T_0) \mathbf{I}, \quad (2.29)$$

где  $\alpha_s$  — коэффициент теплового расширения сухого скелета, °C<sup>-1</sup>.

Тензор неупругих деформаций может быть рассчитан исходя из закона ассоциированного течения:

$$d\varepsilon^{(in)} = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma'}, \quad (2.30)$$

где  $\varepsilon_i^{(in)}$  —  $i$ -я главная компонента тензора нелинейных деформаций,  $d\lambda$  — множитель,  $F = F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  — поверхность текучести,  $\sigma_i$  —  $i$ -е главное нормальное напряжение, Па.

При наступлении условия

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \quad (2.31)$$

осуществляется переход из зоны линейного упругого деформирования в зону пластического течения.

Влияние НДС массива, полученного в ходе решения механической задачи, на гидравлические и термодинамические процессы осуществляется посредством зависимости пористости массива от деформаций породного массива [354], которая заменяет формулу (2.11), используемую только в термогидравлических задачах:

$$n(T, p) = n_0 + \alpha_B \varepsilon_{vol}(T) + \frac{1}{N} p_l - 3\alpha_s (\alpha_B - n_0)(T - T_0), \quad (2.32)$$

где  $\varepsilon_{vol}$  — шаровая часть тензора полных деформаций породного массива;  $\alpha_B$  — коэффициент Био;  $N$  — тангенциальный модуль Био, Па;  $\alpha_s$  — коэффициент теплового расширения сухого скелета.

При наличии криогенных течений в (2.32) под  $p_l$  следует понимать эквивалентное поровое давление, которое может отличаться от гидростатического давления в тонкой пленке незамерзшей воды.

Для механической задачи используются следующие граничные условия:

$$u_x|_{\Gamma_{out}} = u_y|_{\Gamma_{out}} = 0, \quad u_x|_{\Gamma_{fr}} = u_y|_{\Gamma_{fr}} = 0, \quad (2.33)$$

$$\sigma \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_{up}} = \sigma \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_{down}} = \rho g z, \quad (2.34)$$

Здесь важно добавить, что под границей  $\Gamma_{out}$  понимается граница, достаточно удаленная от ЛПО, чтобы НДС пород вблизи нее не зависело от особенностей формирования ЛПО. В этом случае внешнее боковое давление на ЛПО, не присутствующее явно в (2.33) — (2.34), создается за счет деформирования пород под собственным весом и гидростатического давления поровых вод.

Механическая задача о НДС замораживаемого породного массива предполагает, что существует стационарное состояние равновесия сил, действующих в породном массиве в каждый рассматриваемый момент времени. Зависимость напряжений,

деформаций и перемещений от времени при этом реализуется в параметрической форме через (2.29) и (2.32), где температура  $T$  и  $p_t$  являются функциями времени. Условие (2.31) и упругие модули в (2.26) также могут сильно зависеть от температуры.

Физико-механические свойства пород могут быть ярко выраженными функциями времени. В этом случае считается, что порода проявляет свойство ползучести [227]. В этом случае, как правило, в (2.27) вводят дополнительную компоненту деформаций — деформации ползучести [39]:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{cr} = \left( \frac{\sigma'_{eq}}{\xi} \right)^{\frac{1}{m}} \tau^\alpha \frac{\mathbf{s}'}{\sigma'_{eq}}, \quad (2.35)$$

где  $\xi$ ,  $m$ ,  $\alpha$  — материальные параметры;  $\sigma'_{eq}$  — интенсивность эффективного напряжения  $\sigma'$ , Па;  $\tau$  — безразмерный параметр времени, ч.

Описанная система уравнений (2.1) — (2.35) применима как при моделировании режимов активного и пассивного замораживания на начальном этапе строительства шахтного ствола, так и при расчете оттаивания ЛПО на финальной стадии строительства. При этом в случае расчета оттаивания тепловой поток  $q = \alpha_{fr} (T_{fr}(t) - T)$  к замораживающим колонкам может быть пренебрежимо мал и исключен из расчета. В этом случае (2.14) редуцируется до граничного условия второго рода.

### Аэрологические процессы в строящемся шахтном стволе

В заданный момент времени  $t_s > 0$ , когда начинается проходка шахтного ствола, расчетная область видоизменяется — появляется граница  $\Gamma_s$  породного массива со стволом. При этом задача (2.1) — (2.35) дополняется граничными условиями на этой границе:

$$\left[ \lambda(w) \frac{\partial T}{\partial n} - \alpha_s (T_s(t) - T) \right]_{\Gamma_s} = 0, \quad (2.36)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_s} = 0, \quad (2.37)$$

где  $T_s(t)$  — температура воздуха в стволе, °С;  $\alpha_s$  — суммарный коэффициент теплоотдачи между воздухом и породным массивом, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);  $\Gamma_s(t)$  — граница расчетной области со стволом, являющаяся подвижной по времени.

Коэффициент теплоотдачи через стенку шахтного ствола рассчитывается по следующей формуле:

$$\alpha_s = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{air}} + \frac{d_l}{\lambda_l}}, \quad (2.38)$$

где  $\alpha_s$  — коэффициент теплоотдачи в температурном пограничном слое воздуха, движущегося по стволу, Вт/(м<sup>2</sup>·°C);  $d_l$  — толщина крепи, м;  $\lambda_l$  — теплопроводность крепи, Вт/(м·°C).

Коэффициент теплоотдачи в температурном пограничном слое воздуха, движущегося по стволу, для простоты рассчитывается по формуле А.Н. Щербаня [64]:

$$\alpha_{air} = 3.4 \frac{V_{air}^{0.8}}{d_s^{0.2}}, \quad (2.39)$$

где  $V_{air}$  — средняя скорость воздуха в стволе, м/с;  $d_s$  — диаметр ствола, м.

Температура  $T_s(t)$  воздуха в стволе также в общем случае считается переменной не только по времени, но и по высоте ствола, что обусловлено теплообменом с породным массивом, гидростатическим охлаждением воздуха при движении вверх, конвективным расслоением воздушных потоков в зимнее время года. В условиях высоких градиентов температуры и низкого расхода воздуха в воздушном пространстве ствола может появляться ярко выраженная неоднородность, неоднородность и нестационарность поля скорости воздуха. В этом случае потребуется производить расчет воздухораспределения посредством решения уравнений Навье-Стокса, неразрывности и баланса энергии [290]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{V}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g}, \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} E + p \mathbf{V}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T + \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{V}) \quad (2.42)$$

совместно с уравнениями сохранения характеристик турбулентности потока, например, для двухпараметрической модели турбулентности standard k-omega:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{V}) = \nabla \cdot (\Gamma_k \nabla k) + \boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \mathbf{V} - \beta^* \rho \omega k, \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \nabla \cdot (\rho \omega \mathbf{V}) = \nabla \cdot (\Gamma_\omega \nabla \omega) + \frac{\alpha \omega}{k} \boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \mathbf{V} - \beta^* \rho \omega^2. \quad (2.44)$$

Здесь  $\mathbf{V}$  — вектор скорости воздуха, м/с;  $p$  — давление, Па;  $\mathbf{g}$  — вектор ускорения свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $E$  — удельная энергия (внутренняя + кинетическая) воздуха, Дж/кг;  $\lambda$  — теплопроводность воздуха, Вт/(м·°C);  $k$  — удельная

турбулентная кинетическая энергия,  $\text{м}^2/\text{с}^2$ ;  $\omega$  — удельная энергия турбулентной диссипации,  $1/\text{с}$ ;  $\boldsymbol{\tau}$  — тензор сдвиговых напряжений, Па:

$$\boldsymbol{\tau} = (\mu + \mu_t) [\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T]; \quad (2.45)$$

$\mu$  — молекулярная вязкость, Па·с;  $\mu_t$  — турбулентная вязкость, Па·с:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}; \quad (2.46)$$

$\Gamma_k$  и  $\Gamma_\omega$  — эффективные коэффициенты диффузии для турбулентных характеристик среды  $k$  и  $\omega$ :

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad (2.47)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}; \quad (2.48)$$

$\sigma_k$  и  $\sigma_\omega$  — турбулентные числа Прандтля для турбулентных характеристик среды  $k$  и  $\omega$ ;  $\alpha$ ,  $\beta^*$  — параметры модели.

В настоящей работе не будут обсуждаться вопросы выбора и разработки численных методов, реализующих численное решение модели (2.1) — (2.48) или ее составных частей. Это связано с тем, что в настоящей работе при численном моделировании используются стандартные численные методы, описание которых можно найти в литературе. Тем не менее, формальное упоминание используемых численных методов и схем в работе будет сделано для возможности воспроизведения другими исследователями описываемых здесь результатов.

## 2.2. Декомпозиция термогидромеханической модели породного массива по отдельным физическим процессам

Полная математическая модель (2.1) — (2.48) достаточно сложна для практического использования ввиду необходимости решения сложной системы дифференциальных уравнений в частных производных в трехмерной постановке для более чем 30 неизвестных функций: температуры массива  $T$ , энтальпии массива  $H$ , льдистости  $\varphi$ , трех компонент вектора скорости фильтрации по Дарси  $\mathbf{V}_l$ , шести компонент тензора напряжений  $\boldsymbol{\sigma}$ , шести компонент тензора деформаций  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , трех компонент вектора перемещений  $\mathbf{u}$ , температуры воздуха в стволе  $T_s$ , трех компонент вектора скорости воздуха в стволе  $\mathbf{V}$ , давления воздуха в стволе  $p$ , удельной турбулентной кинетической энергии  $k$ , удельной энергии турбулентной диссипации  $\omega$



, температуры подачи  $T_{fr}^*$  в замораживающей скважине №  $i$ , температуры обратки  $T_{fr}$  в замораживающей скважине №  $i$ .

Более того, при решении практических задач, связанных с искусственным замораживанием пород, применение модели (2.1) — (2.48) в общем виде чаще всего нецелесообразно ввиду слабой зависимости различных физических процессов друг от друга, или отсутствия выраженности тех или иных физических процессов в конкретных практических ситуациях.

По данной причине целесообразно произвести декомпозицию полной математической модели (2.1) — (2.48) на четыре субмодели [99]:

- термодинамическая, включающая уравнения (2.2) — (2.4), (2.6) — (2.8), (2.13), (2.14), (2.16), (2.18) — (2.23),
- гидравлическая, включающая уравнения (2.1), (2.5), (2.9)—(2.12), (2.15), (2.17),
- механическая (2.24) — (2.35),
- аэрологическая (2.36) — (2.48).

На рисунке 2.3 показана взаимосвязь различных субмоделей. Наличие связи двух отдельных субмоделей обозначено стрелками. Направление стрелок характеризует то, какая субмодель на какую влияет. Как видно из рисунка, стрелки не соединяют попарно все блоки. Более того, для некоторых пар блоков связь является, по большому счету, односторонней.

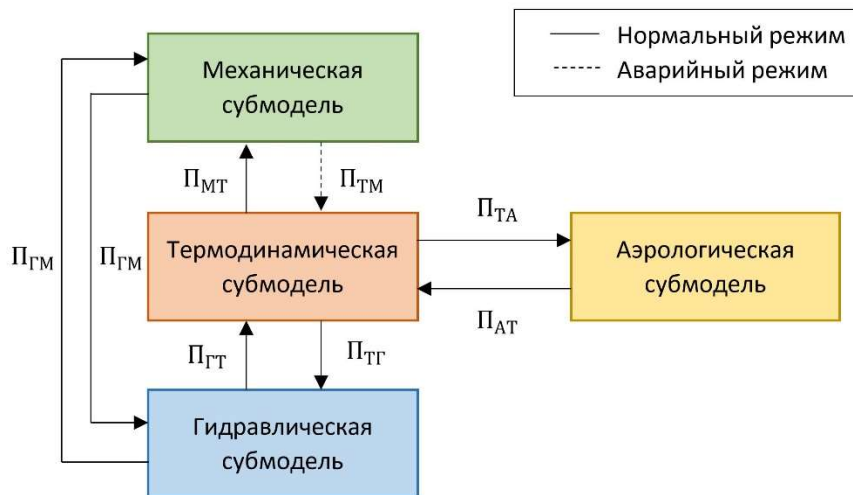


Рисунок 2.3 — Влияние различных субмоделей друг на друга

Влияние термодинамической субмодели на механическую является чаще всего односторонним: нестационарное поле температур существенным образом влияет на НДС ввиду теплового расширения и сжатия слоев горных пород, зависимости физико-механических и прочностных свойств от температуры. В свою очередь, НДС массива, полученное из механической субмодели, может влиять на термодинамические процессы

только опосредованно через гидравлическую модель — посредством изменения пористости массива вследствие его объемного деформирования (данный вывод справедлив для случая малых перемещений и деформаций пород). Изменение пористости породного массива приводит к увеличению влажности пород, которая является одним из наиболее значимых параметров при теплофизическом расчете, к повышению гидростатического давления поровых вод и их последующей фильтрации, к изменению температуры фазового перехода поровой влаги, как указывалось в главе 1.

Влияние термодинамической и гидравлической субмоделей друг на друга является двусторонним и наиболее ярко выраженным. Термодинамическая субмодель влияет на процессы фильтрации за счет вариации относительной проницаемости (2.10) при фазовом превращении воды в лед, за счет создания движущих сил для криогенных течений, для естественной конвекции влаги, для термодиффузии влаги и пр. Гидравлическая субмодель влияет на поле температур в породном массиве за счет дополнительного конвективного слагаемого в уравнении переноса теплоты (2.2), а также за счет изменения температуры фазового перехода поровой воды при изменении гидростатического давления или наличии растворенной соли в воде.

Отсутствие прямых зависимостей между аэрологической субмоделью и механической и гидравлической субмоделями логично. Важно отметить, что крепь шахтного ствола принимается герметичной и не способной пропускать через себя подземные воды, которые могли бы участвовать в тепломассообмене с шахтным воздухом. В аварийных ситуациях это может быть не так. При этом аэрологическая субмодель сильно связана с термодинамической моделью. Связующим звеном выступает теплообмен воздуха с массивом через крепь ствола. При малых скоростях воздуха в стволе коэффициент теплоотдачи в (2.36) мал и влияние воздушного потока на температурное поле массива пренебрежимо мало — такая ситуация имеет место на большинстве шахтных стволов на этапе их строительства. Однако в случае, когда расход воздуха в стволе достаточно большой, а температура воздуха существенно выше нуля, тепловое влияние воздуха на замороженный массив может быть значимым — так, к примеру, обстояло дело на стволах рудника Гремячинского ГОКа в период написания настоящей работы.

Условия, при которых возможна декомпозиция полной модели (2.1) — (2.48) и отдельное рассмотрение каждой из четырех субмоделей, а также групп из двух или трех субмоделей, зависит от конкретных условий строительства подземных сооружений. Математически эти условия целесообразно определять набором безразмерных комплексов, по которым можно количественно оценить соотношение различных

физических процессов (см. рисунок 2.3). В таблице 2.1 представлены основные безразмерные комплексы, через которые осуществляется связь между субмоделями.

Таблица 2.1 — Связующие безразмерные комплексы

	Теплофизическая	Гидравлическая	Механическая	Аэрологическая
Теплофизическая	–	$\Pi_{TT1} = Re$ $\Pi_{TT2} = \frac{P_l}{N}$	$\Pi_{TM1} = \frac{u_{max}}{d_s}$ $\Pi_{TM2} = \alpha_B \varepsilon_{vol}$	$\Pi_{TA} = Bi$
Гидравлическая	$\Pi_{TT1} = \delta k_r$ $\Pi_{TT2} = Ra \cdot Da$	–	$\Pi_{TM} = \alpha_B \varepsilon_{vol}$	–
Механическая	$\Pi_{MT} = \frac{\alpha_s \Delta T}{\max \varepsilon_{vol}}$	$\Pi_{MG} = \frac{\varepsilon^{in}}{\varepsilon}$	–	–
Аэрологическая	$\Pi_{AT} = \frac{4Bi}{Re}$	–	–	–

Комплекс  $\Pi_{TT1}$  характеризует влияние скорости фильтрационного потока на поле температур ( $Re$  — число Пекле), комплекс  $\Pi_{TT2}$  характеризует увеличение пористости (и вместе с ней влажности пород) при повышении гидростатического давления вод, комплекс  $\Pi_{TM1}$  характеризует соотношение максимальных перемещений пород  $u_{max}$  при заморозке и расширении по отношению к характерному размеру области — диаметру ствола  $d_s$ , комплексы  $\Pi_{TM2}$  и  $\Pi_{GM}$  характеризуют изменение пористости вследствие объемной деформации скелета пород  $\varepsilon_{vol}$ , комплекс  $\Pi_{TA}$  характеризует теплопритоки от воздуха в стволе ( $Bi$  — число Био), комплекс  $\Pi_{TT1}$  характеризует относительное изменение относительной проницаемости при замораживании породы, комплекс  $\Pi_{TT2}$  характеризует вариацию плотности поровой воды в замораживаемых породах в плане возможности естественной конвекции ( $Ra$  — число Рэлея,  $Da$  — число Дарси), комплекс  $\Pi_{MT}$  характеризует изменение объема вследствие температурных деформаций скелета пород по отношению к максимальным объемным деформациям в породах по причине всех факторов (здесь  $\Delta T$  — характерный перепад температур в задаче, °C), комплекс  $\Pi_{MG}$  характеризует величину неупругих деформаций, вызванную увеличением порового давления вод, по отношению к суммарным деформациям в скелете породы, комплекс  $\Pi_{AT}$  характеризует влияние теплооттока к породам по сравнению с конвективным переносом теплоты в воздушном пространстве ствола.

Из таблицы 2.1 видно, что одни и те же субмодели могут быть связаны друг с другом посредством сразу нескольких безразмерных комплексов, в случае если присутствует несколько принципиально разных физических процессов,

обуславливающих их связь. Представленные в таблице комплексы описывают не весь спектр возможных взаимосвязей четырех рассматриваемых субмоделей, но наиболее распространенные из них. Возможность отдельного рассмотрения субмоделей при решении задачи о формировании ЛПО определяется тем, насколько малы соответствующие комплексы, связывающие эти субмодели. Если все такие комплексы существенно меньше единицы, то становится возможна декомпозиция модели.

### **2.3. Понижение пространственной размерности полной модели**

Отдельным интересным вопросом является переход от полной трехмерной постановки задачи об искусственном замораживании пород к упрощенным двумерной и одномерной постановкам. В работе был рассмотрен вопрос о корректности перехода к двумерной постановке применительно к горизонтальному слою породного массива для термодинамической субмодели. Одномерная постановка задачи об искусственном замораживании, к сожалению, может быть корректно применена только в ситуации наличия вращательной симметрии в задаче, а такое условие выполняется только для замораживания породного массива единственной замораживающей колонкой. Нас же здесь будут интересовать в большей степени практические задачи, связанные с замораживанием породного массива круговыми контурами с множеством замораживающих колонок.

При переходе к двумерной постановке и рассмотрении горизонтального слоя породного массива для термодинамической субмодели не ясны два момента:

- погрешность вследствие пренебрежения вертикальными теплоперетоками между отдельными горизонтальными слоями породного массива;
- погрешность вследствие неучета неоднородного распределения температуры в замораживающих колонках.

Ниже проводится анализ двух вышеупомянутых моментов.

#### **Фактор вертикального теплоперетока между слоями породного массива**

Анализ влияния вертикального теплоперетока между соседними слоями породного массива на характер формирования ЛПО может быть сделан следующим образом. Рассмотрим вертикальный срез породного массива. Примем, что вода находится в связанном с массивом состоянии. Также рассмотрим случай единственной замораживающей скважины, ориентированной строго вдоль вертикальной оси  $Z$ . Это позволит перейти к рассмотрению осесимметричной задачи в цилиндрических координатах  $R$  и  $Z$ .

Прежде всего, будем рассматривать контакт двух слоев породного массива с различными свойствами: песок кварцевый (слой 1) и глина плотная (слой 2) для условий строящегося рудника Петриковского ГОКа. Теплофизические и геометрические свойства двух рассматриваемых модельных слоев представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 — Входные данные для задачи о вертикальном теплопереносе

Параметр	Значение		Параметр	Значение	
	Слой 1	Слой 2		Слой 1	Слой 2
Теплопроводность мерзлой породы, Вт/(м·°С)	3,79	1,5	Радиус контура замораживания, м	8,2	
Теплопроводность талой породы, Вт/(м·°С)	2,46	1,29	Температура начала кристаллизации вод, °С	0	
Удельная теплоемкость мерзлой породы, Дж/(кг·°С)	911	1031	Температура непотревоженного массива, °С	10	
Удельная теплоемкость талой породы, Дж/(кг·°С)	1224	1442	Ширина расчетной области, м	35	
Плотность породы, кг/м <sup>3</sup>	2640	2590	Количество замораживающих колонок	1	
Пористость	0,337	0,409	Радиус колонки, м	0,073	

Расчетная область показана на рисунке 2.4. Верхняя и нижняя границы представляют собой зоны симметрии  $\Gamma_{sym}$ , на которых задается нулевой тепловой поток:

$$q|_{\Gamma_{sym}} = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{\Gamma_{sym}} = 0. \quad (2.49)$$

На границе слева задается теплообмен с замораживающей колонкой, а на правой границе постоянная температура породного массива. Температура рассола в замораживающих колонках сначала уменьшается с  $-3$  °С до  $-27$  °С за промежуток времени, равный 30 суткам, и в дальнейшем не меняется.

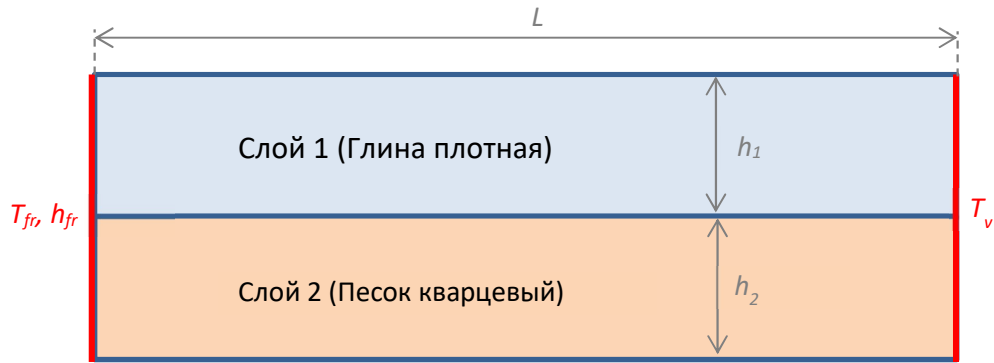


Рисунок 2.4 — Расчетная область для задачи о вертикальном теплопереносе

На рисунках 2.5 — 2.6 представлены результаты численного моделирования искусственного замораживания двух рассматриваемых слоев породного массива для случаев наличия и отсутствия вертикального теплопереноса в модели. Численное моделирование осуществлялось с помощью метода конечных разностей, использовалась явная схема по времени 1-го порядка и центральная разность по пространству 2-го порядка. Отсутствие вертикального теплопереноса задавалось посредством обнуления тепловых потоков в (2.2) в направлении оси  $Z$ .

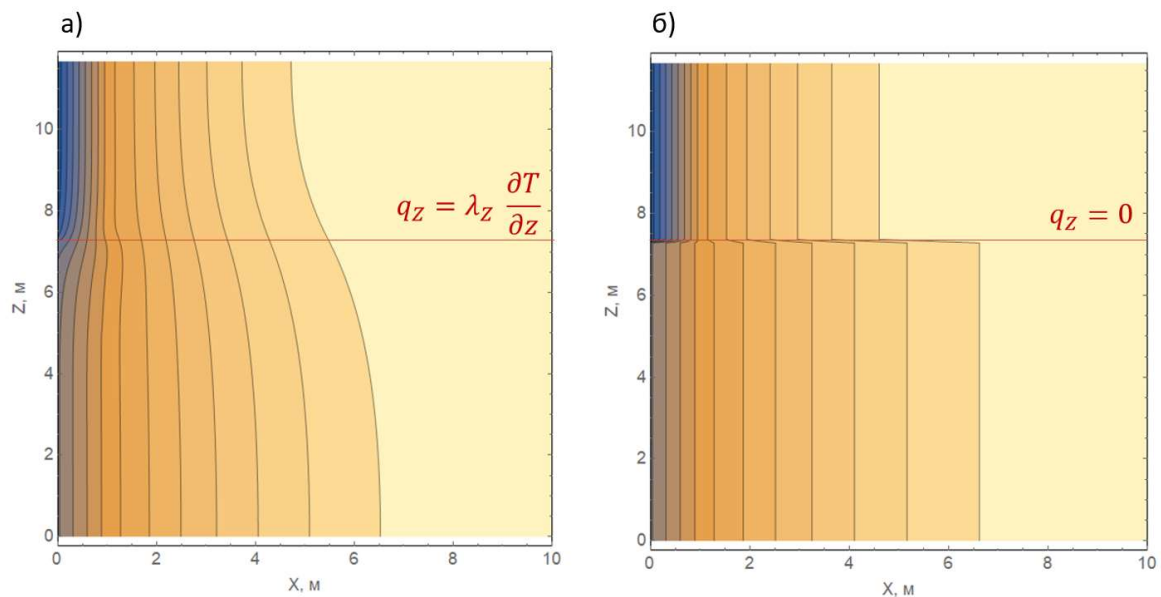


Рисунок 2.5 — Распределение температуры в вертикальном срезе на границе двух слоев (песок кварцевый и глина плотная): (а) — наличие вертикального теплопереноса, (б) — отсутствие вертикального теплопереноса

Наибольшая разница между решениями наблюдается вблизи границы слоев, но не обязательно на самой границе. Примечательно, что наибольшая разница во влажности для рассматриваемого случая наблюдается не на самой границе слоев, а на некотором удалении от нее (см. рисунок 2.6). Это связано с динамической природой двух

накладывающихся друг на друга тепловых процессов: кондуктивной теплопроводности и фазового перехода.

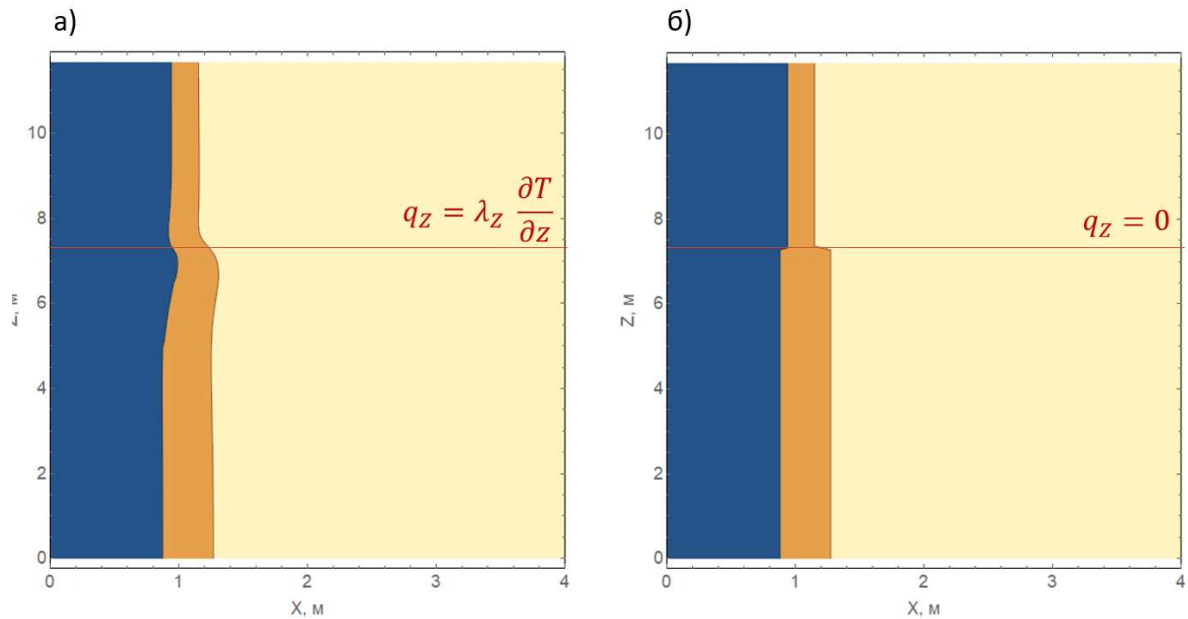


Рисунок 2.6 — Распределение влагонасыщенности в вертикальном срезе на границе двух слоев (песок кварцевый и глина плотная): (а) — наличие вертикального теплопереноса, (б) — отсутствие вертикального теплопереноса

Нижний слой песка имеет более высокое число Фурье  $Fo$  по сравнению с верхним слоем глины, поэтому тепловая диффузия в верхнем слое протекает быстрее. Вместе с тем, у нижнего слоя также выше число Стефана  $Ste$  по сравнению с верхним, что в свою очередь означает более медленное движение границы фазового перехода вглубь массива для данного слоя. За счет более быстрого охлаждения незамерзшего породного массива в нижнем слое и теплоперетока через границу слоев сверху вниз, верхний слой вблизи границы слоев охлаждается быстрее, чем в своей центральной части. Поэтому фазовый переход влаги из жидкого в твердое состояние у верхнего слоя вблизи границы слоев наступает быстрее, чем в его центральной части. Ввиду меньшей влажности верхнего слоя и более быстрого протекания в нем фазового перехода, нулевая изотерма в верхнем слое идет с опережением относительно нижней, в результате чего за нулевой изотермой слева теплоотток наблюдается уже из нижнего слоя в верхний. Это приводит к образованию немонотонных по  $Z$  изотерм температуры и границ фазового перехода.

Количественный анализ влияния вертикального теплоперетока оценивается в настоящей работе с помощью двух критериев. Первый критерий представляет собой долю теплоты, пришедшей или покинувшей слой через его вертикальные границы, по сравнению с общей теплотой, забранной из слоя при его искусственном замораживании:

$$K_1 = \frac{Q_z}{Q_{tot}} \cdot 100 \%. \quad (2.50)$$

Данный критерий является интегральным, так как не учитывает особенностей перераспределения полученной или отданной теплоты по высоте и длине слоя пород. Критерий  $K_1$  как функция времени представлен графически на рисунке 2.7 для 11 различных слоев, присутствующих в геологическом разрезе породного массива в интервале глубин от 0 до 170 м в условиях Петриковского месторождения.

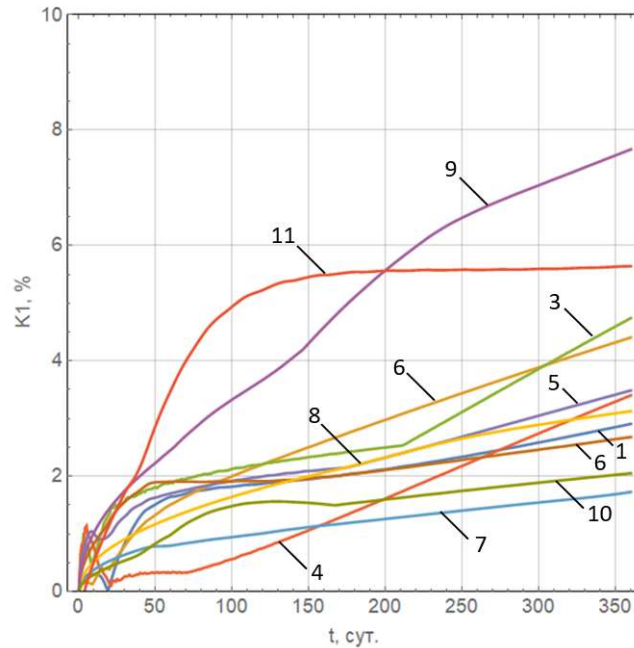


Рисунок 2.7 — Временная динамика критерия  $K_1$  для различных слоев породного массива

Из рисунка видно, что доля теплоты вертикальных границ слоев возрастает с течением времени по сложному закону. Немонотонность этого закона для некоторых слоев может объясняться тем, что критерий (2.50) учитывает суммарный теплоперенос как через верхнюю, так и через нижнюю границу слоя. А поскольку тепловые потоки на верхней и нижней границах есть нелинейные функции времени, то их разница может убывать на определенных временных промежутках.

В среднем по прошествии 350 суток с момента начала замораживания относительная доля вертикального теплопритока для различных слоев составляет 2 — 4 %. Однако есть два слоя, для которых величина критерия  $K_1$  превышает 5 %: слой № 9 (песчаник) и слой № 11 (песок). Повышенное значение критерия для двух указанных слоев связано с малой толщиной слоя, с низкой влажностью и высокой теплопроводностью по сравнению с соседними слоями.



Второй критерий представляет собой относительное уменьшение толщины ЛПО в слое при учете вертикального теплопереноса:

$$K_2 = \max\left(0; \frac{L_0 - L_z}{L_z} \cdot 100 \%\right), \quad (2.51)$$

где  $L_z$  — минимальная толщина в слое при учете вертикального теплоперетока, м;  $L_0$  — минимальная толщина в слое без учета вертикального теплопереноса, м.

Расчет толщин  $L_0$  и  $L_z$  ЛПО производился численно – определялось минимальное расстояние между внутренней и внешней изотермами  $-1$  °С, соответствующее температуре полного замерзания влаги в породах.

В случае, если для слоя пород наблюдается увеличение толщины ЛПО (в случае, когда соседние слои пород имеют более высокие значения чисел Фурье и Стефана по сравнению с рассматриваемым), критерий  $K_2$  принимается равным нулю. Значения критерия  $K_2$  для 11 ранее рассмотренных слоев породного массива для момента времени 365 суток (1 год) представлены на рисунке 2.8. Также на рисунке 2.8 представлены значения критерия  $K_1$ .

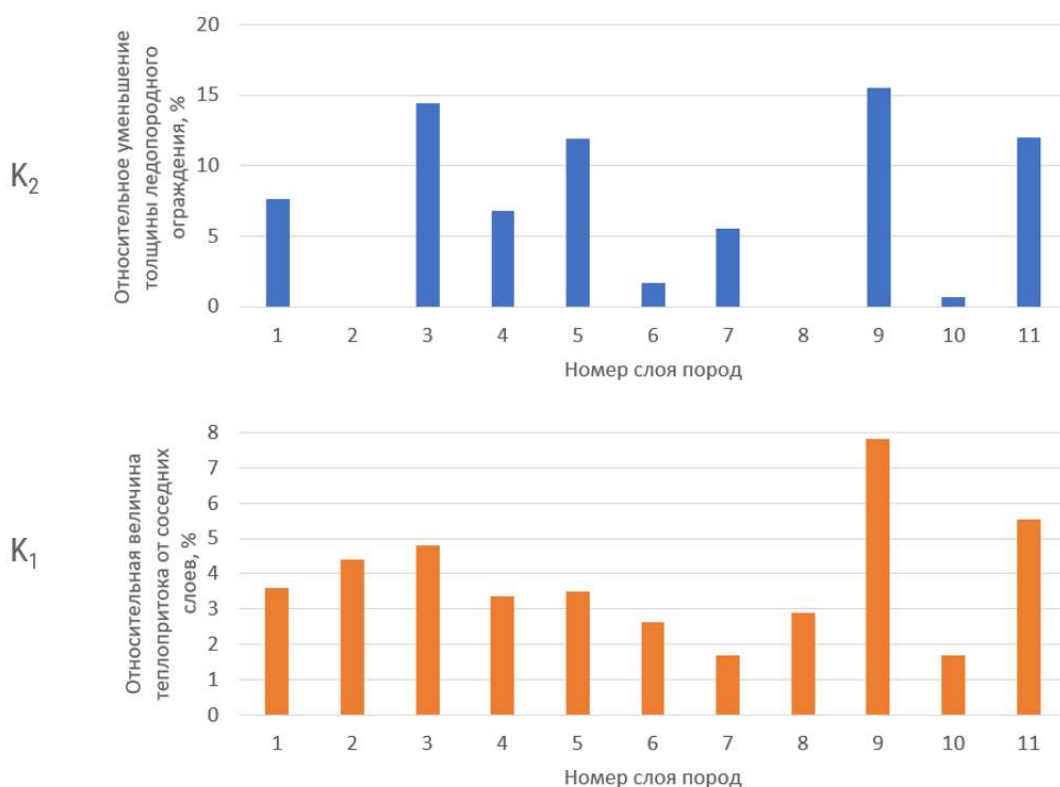


Рисунок 2.8 — Сравнительный анализ значений критериев  $K_1$  и  $K_2$  спустя 1 год с момента начала замораживания для различных слоев породного массива

Как видно из рисунка 2.8, величина критерия  $K_2$  для слоев № 2 и № 8 равна нулю, т. е. минимальная толщина ЛПО в условиях присутствия вертикального теплопереноса равна минимальной толщине ЛПО, рассчитанной без учета вертикального теплопереноса. Это связано с тем, что процесс замораживания слоев № 2 и № 8 происходит медленнее, чем процесс замораживания соответствующих соседних слоев. При этом часть теплоты перетекает из слоев № 2 и № 8 в соответствующие соседние слои. Это обуславливает увеличение толщин ЛПО в слоях № 2 и № 8 вблизи зон межслоевого контакта, а также уменьшение толщин ЛПО в соседних слоях. Действительно, из рисунка видно, что для слоев № 1 и № 3, соседних по отношению к слою № 2, и слоев № 7 и № 9, соседних по отношению к слою № 8, величина критерия  $K_2$  положительна.

В целом наблюдается количественное соответствие между двумя критериями. Согласно обоим критериям, наименее благоприятными слоями горных пород с точки зрения влияния вертикального теплообмена являются слой № 9 (песчаник) и слой № 11 (глина плотная). При этом из качественного анализа следует, что критерий  $K_2$  дает более высокие значения — 16 % для слоя № 9 и 12 % для слоя № 11. Это обусловлено тем, что критерий  $K_2$  позволяет судить о локальных изменениях термодинамического состояния слоев горных пород, которые сильнее всего проявляются в областях вблизи слоевых контактов, в то время как критерий  $K_1$  является интегральным и усредняет тепловое воздействие от соседних слоев по всему объему рассматриваемого слоя.

Как и критерий  $K_1$ , критерий  $K_2$  может изменяться немонотонно по времени. Немонотонность динамики критериев для слоя, как правило, связана с тем, что тепловые потоки между этим слоем и двумя его соседними слоями имеют разный знак. Величина критерия  $K_2$  зависит, в конечном счете, от того, насколько различаются между собой теплофизические свойства соседних слоев горных пород. Чем различия выше, тем более высокие значения принимает критерий  $K_2$ . Следует отметить, что анализ временной динамики критерия  $K_2$ , скорее всего, лишен физического смысла, поскольку на начальном промежутке времени, когда толщина ЛПО  $L_z$  еще равна нулю, критерий обращается в бесконечность. Величина критерия  $K_2$  представляет интерес в ситуациях, когда толщина ЛПО сопоставима по величине со своим расчетным значением, которое

необходимо обеспечить для организации безопасной проходки вертикальной горной выработки.

Для слоев № 8 — 9 наблюдается наибольшая разница теплофизических свойств: отношение чисел Фурье для талой зоны составляет 3,1, а отношение чисел Стефана также для талой зоны равно 1,7. Для слоя № 8 это проявляется в существенном увеличении относительной толщины ЛПО в окрестности контакта слоев (на 37 %), а для слоя № 9 — в уменьшении (на 16 %). Это указывает на то, что при наличии соседних слоев с существенно различными теплофизическими свойствами (различие чисел Фурье более чем в 2,5 раза, различие чисел Стефана более чем в 1,5 раза), хотя бы один из которых является водоносным, требуется производить оценку влияния вертикального теплопереноса между ними на термодинамические параметры данных слоев в условиях их искусственного замораживания.

### **Фактор неоднородного распределения температуры по глубине замораживающих колонок**

Как правило, при моделировании формирования ЛПО принимается, что температура хладоносителя в замораживающих колонках постоянна по глубине и равна температуре обратного хода. Для анализа корректности такого допущения и существенности рассматриваемого фактора необходимо решить систему уравнений (2.26) — (2.29). Если предположить, что температура массива неизменна, то полученная система допускает аналитическое решение, которое, тем не менее, имеет громоздкий вид.

В предположении, что сечения внутренней и внешней проточных частей замораживающей колонки одинаковы, решение системы линейных дифференциальных уравнений (2.20) — (2.23) записывается в виде:

$$T_{fr}^* = T_m + \exp\left(-\frac{2,77z}{\zeta}\right) \times \left[ (1,11C_1 - 0,36C_2) \exp\left(-\frac{2,09z}{\zeta}\right) + (0,36C_2 - 0,12C_1) \exp\left(\frac{4,85z}{\zeta}\right) \right], \quad (2.52)$$

$$T_{fr} = T_m + \exp\left(-\frac{2,77z}{\zeta}\right) \times \left[ (0,36C_1 - 0,11C_2) \exp\left(-\frac{2,09z}{\zeta}\right) + (1,11C_2 - 0,36C_1) \exp\left(\frac{4,85z}{\zeta}\right) \right], \quad (2.53)$$

$$\zeta = \frac{\rho_c c_c Q}{\alpha P^*}, \quad (2.54)$$

где  $T_m$  — температура массива, °С.

Константы определяются из граничных условий (2.22) — (2.23).

$$C_1 = T_{fr}^{(0)} - T_m, \quad (2.55)$$

$$C_2 = 2 \frac{T_{fr}^{(0)} - T_m}{0,32 + \exp\left(\frac{2,77L}{\zeta}\right)}. \quad (2.56)$$

На рисунках 2.9 — 2.10 представлены эпюры температуры хладоносителя во внутренней и внешней проточных частях замораживающей колонки для различных значений расхода  $Q$ . Представлены как температура хладоносителя при прямом ходе (внутренняя часть), так и температура хладоносителя при обратном ходе (внешняя часть). Глубина замораживающих колонок принята равной 250 м (рисунок 2.9) и 700 м (рисунок 2.10). В качестве расходов хладоносителя выбраны величины 3,75 м<sup>3</sup>/час, 7,5 м<sup>3</sup>/час и 15 м<sup>3</sup>/час, что соответствует реальному диапазону расходов хладоносителя при искусственном замораживании породного массива для ряда калийных рудников. В качестве теплоносителя рассматривался 25 % раствор хлористого кальция. Температура массива принята равной +5°C, в то время как температура хладоносителя на входе в замораживающую колонку равна -5°C, что соответствует начальному периоду замораживания.

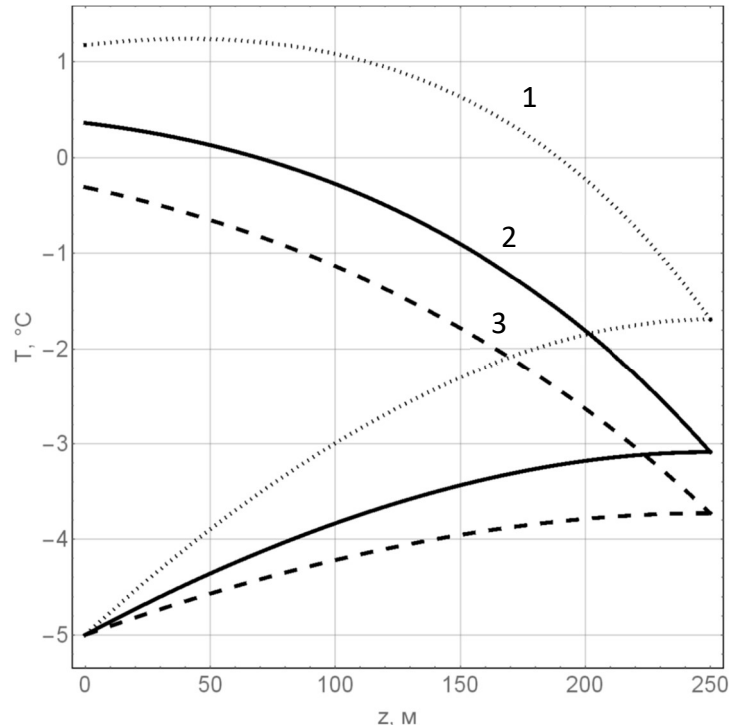


Рисунок 2.9 — Эпюры температур хладоносителя по глубине замораживающей колонки: 1 — 3,75 м<sup>3</sup>/час, 2 — 7,5 м<sup>3</sup>/час, 3 — 15 м<sup>3</sup>/час.

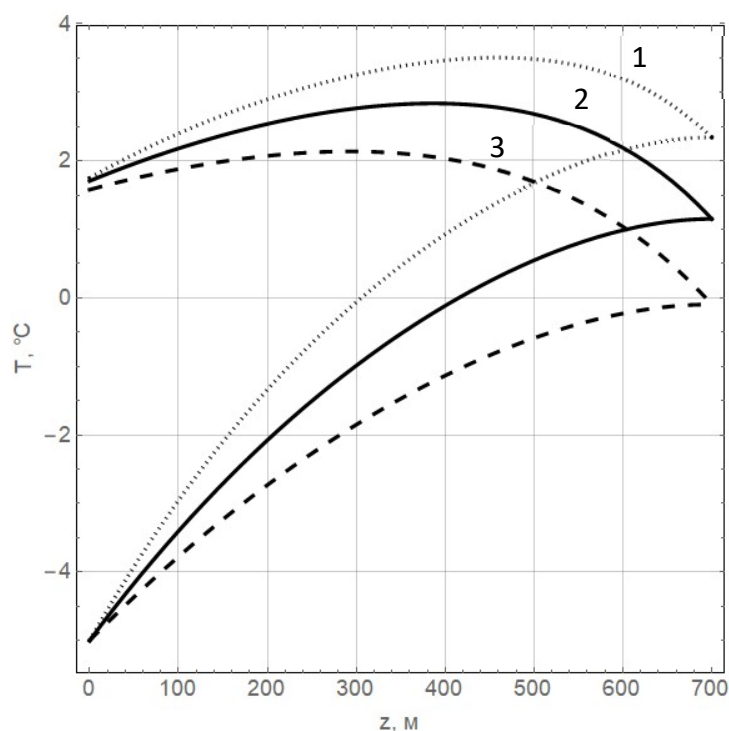


Рисунок 2.10 — Эпюры температур хладоносителя по глубине замораживающей колонки: 1 —  $3,75 \text{ м}^3/\text{час}$ , 2 —  $7,5 \text{ м}^3/\text{час}$ , 3 —  $15 \text{ м}^3/\text{час}$ .

Результаты моделирования показывают, что при глубине замораживающих колонок 250 м основной рост температуры происходит при обратном ходе хладоносителя. Это связано с тем, что интенсивность теплообмена хладоносителя с породным массивом выше, чем интенсивность теплообмена между хладоносителями прямого и обратного ходов через внутреннюю перегородку в колонке. Таким образом, в этом случае рост температуры хладоносителя происходит преимущественно во внешней проточной части замораживающей колонки.

В случае глубины замораживающих колонок 700 м ситуация меняется кардинально. Из-за большей длины замораживающих колонок хладоноситель при прямом ходе успевает сильно нагреться, в результате чего на участке  $z = L$  из внутренней во внешнюю проточную область поступает хладоноситель с температурой близкой к температуре массива. По мере продвижения вверх по внешней части проточной области хладоноситель сначала продолжает нагреваться, однако затем начинает охлаждаться, так как перепад температур через внутреннюю перегородку в колонке становится намного выше перепада температур между породным массивом и хладоносителем в обратном ходе. Точка локального экстремума на эпюре температуры хладоносителя при обратном ходе соответствует ситуации, когда в правой части уравнения (2.21) первое слагаемое будет меньше второго:

$$\alpha_{fr} P (T - T_{fr}) < \alpha_* P_* (T_{fr}^* - T_{fr}). \quad (2.57)$$

Примечательно, что в точке экстремума температура хладоносителя выше, чем в конце обратного хода при  $z=0$ . Это указывает на то, что в случае глубоких замораживающих колонок (более 250 м) принятие допущения о постоянной температуре хладоносителя, равной температуре обратного хода, может оказаться неверным.

В результате проведенных теоретических исследований можно заключить, что при небольших глубинах замораживания (до 250 м), температура хладоносителя в замораживающей колонке изменяется в малом диапазоне температур от начальной температуры хладоносителя на входе в замораживающую колонку до конечной температуры хладоносителя на выходе из замораживающей колонки. Обе граничные величины, как правило, непрерывно измеряются в процессе искусственного замораживания. Температура хладоносителя обратного хода, с которым теплообменивается породный массив, по своим значениям по всей глубине колонки находится ближе всего к температуре хладоносителя на выходе из замораживающей колонки (при расходах 7,5 м<sup>3</sup>/час и выше). Поэтому при моделировании теплообмена породного массива с хладоносителем допустимо задавать однородную температуру хладоносителя, равную измеряемой температуре хладоносителя на выходе из замораживающей колонки.

#### 2.4. Валидация и верификация упрощенной теплофизической модели породного массива

Проведенный ранее анализ позволяет в большинстве практических случаев, не осложненных высокими естественными полями скоростей фильтрации поровых вод в массиве и аварийными ситуациями при строительстве стволов под защитой ЛПО, перейти от рассмотрения общей термогидромеханической задачи (2.1) — (2.48) в трехмерной постановке к рассмотрению упрощенной термодинамической задачи в двумерной постановке для горизонтальных слоев породного массива. Математическая модель протекания термодинамических процессов в замораживаемом массиве в данной ситуации может быть записана следующим образом:

$$\frac{\partial H_{tot}}{\partial t} = \nabla_{(x,y)} \cdot (\lambda(\varphi) \nabla_{(x,y)} T), \quad (2.58)$$

$$\lambda(\varphi) = \lambda_1 \varphi + \lambda_2 (1 - \varphi), \quad (2.59)$$

$$H_{tot}(T) = \begin{cases} \rho_2 c_2 (T - T_{sc}) + \rho_l n L, & T \geq T_{liq} \\ \rho_1 c_1 (T - T_{sc}) + \rho_l n (1 - \varphi) L, & T < T_{liq} \end{cases} \quad (2.60)$$

$$\varphi(T) = \begin{cases} 0, & T \geq T_{liq} \\ (T_{liq} - T) / (T_{liq} - T_{sol}), & T_{liq} > T \geq T_{sol} \\ 1, & T < T_{sol} \end{cases} \quad (2.61)$$

$$T|_{\Gamma_{out}} = T_0, \quad (2.62)$$

$$\left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial n} - \alpha_{fr} (T_{fr}(t) - T) \right]_{\Gamma_{fr}} = 0, \quad \alpha_{fr} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_c} + \frac{d_{hi}}{\lambda_{hi}}}, \quad (2.63)$$

$$T|_{t=0} = T_0, \quad (2.64)$$

Проведена верификация результатов численного расчета на принятой математической модели (2.58) — (2.64) с данными экспериментальных измерений температуры в контрольно-термических скважинах на промплощадке рудника Петриковского ГОКа, и с результатами численных расчетов, выполненных в программном комплексе «Ansys» с помощью метода конечных элементов. На первом этапе проводилось сопоставление результатов численного моделирования в разработанном программном модуле и в программном комплексе «Ansys».

Сопоставление проводилось для четырех различных типов горных пород: песка, глины, песчаника и мела. Исходные данные для расчета, соответствующие слоям в условиях проходки стволов рудника Петриковского ГОКа, сведены в таблицу 2.3. Принималось, что температура хладоносителя не меняется во времени и равна  $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Замораживающие колонки в количестве 41 шт. расположены по кругу радиусом 8,2 м.

Таблица 2.3 — Исходные данные для сравнительного анализа

Свойство	Песок	Глина	Песчаник	Мел
Интервал глубин, м	0-14,7	14,7-23,5	136,3-15,4	85,3-136,3
Плотность, кг/м <sup>3</sup>	2640	2590	2700	2710
Удельная теплоемкость $c_1$ , Дж/(кг·°C)	911	1030	826	1137
Удельная теплоемкость $c_2$ , Дж/(кг·°C)	1265	1492	986	1765
Теплопроводность $\lambda_1$ , Вт/(м·°C)	3,79	1,5	3,19	2,18
Теплопроводность $\lambda_2$ , Вт/(м·°C)	2,46	1,29	2,24	1,31
Пористость, %	0,34	0,41	0,17	0,52
Начальная температура $T_0$ , °C	6,3	6,3	6,3	6,3
$T_{liq}$ , °C	0	-2	0	-1

Свойство	Песок	Глина	Песчаник	Мел
$T_{sol}, ^\circ\text{C}$	-1	-3	-1	-2

Отклонения положений замораживающих скважин от проектных направлений принимались нулевыми. При таком допущении геометрия расчетной области обладает симметрией относительно поворота системы на угол  $2\pi/41$ . А с учетом однородности и изотропности теплофизических свойств породного массива, однородности граничных условий на внешней границе ( $+6,3\text{ }^\circ\text{C}$ ) и на замораживающих колонках ( $-25\text{ }^\circ\text{C}$ ) теплофизическая задача также приобретает угловую симметрию. Это позволяет рассматривать только часть контура замораживающих колонок при разработке расчетной модели.

В программном комплексе «Ansys» в качестве геометрии расчетной области выбран сектор с одной замораживающей колонкой (см. рисунок 2.11). При построении сетки использовалась нерегулярная тетраэдрическая сетка со сгущением вблизи замораживающей колонки (характерный размер элемента вблизи колонки не более 0,1 от ее диаметра). Также на границе с замораживающей колонкой задавался призматический пограничный слой из 5 элементов.

Проводилось сопоставление расчетных толщин ЛПО в замковой плоскости в различные моменты времени. На рисунке 2.12 приведены результаты расчета теплопереноса в четырех рассматриваемых слоях обводненного породного массива, выполненных в разработанном расчетном модуле с помощью метода конечных разностей и в программном комплексе «Ansys» с использованием метода конечных элементов. Из рисунка видно, что в целом имеется хорошее количественное соответствие результатов расчета в двух программах. При более детальном анализе видно, что в начальные моменты времени, когда происходит смыкание ЛПО в замковой плоскости, кривые имеют максимальные расхождения — от 0,1 м для песчаника до 0,3 м для глины. Расхождения связаны с различной топологией сетки и тем, что размер шага пространственной сетки вблизи скважины в конечно-элементной модели в «Ansys» выбран существенно меньшим, чем в конечно-разностной модели в разработанном модуле (см. рисунок 2.11). В результате модель в «Ansys» может лучше отобразить высокий градиент температуры вблизи замораживающих скважин, наблюдаемый в начальные моменты замораживания. Как следствие, в «Ansys» теплообмен на границе «массив – замораживающая скважина» менее интенсивен вследствие более низкой температуры в граничном со скважиной элементе.



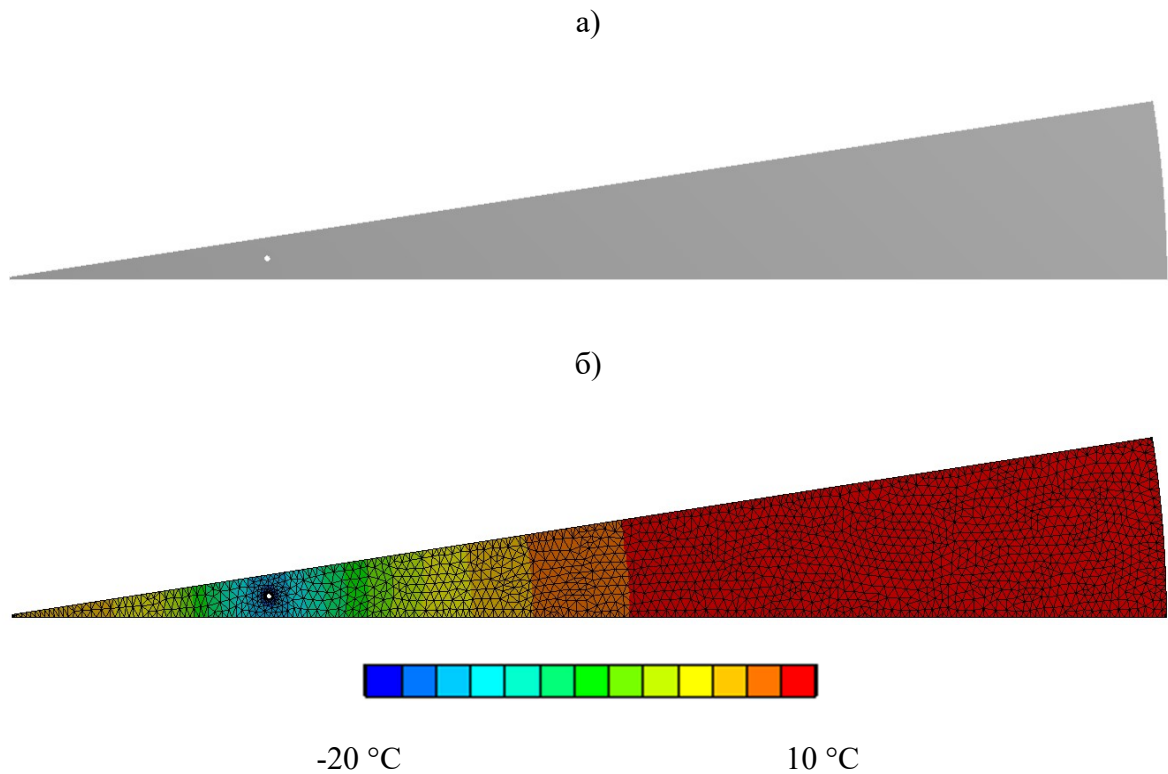


Рисунок 2.11 — Геометрическая модель (а), конечно-элементная сетка и распределение температур (б) в секторе ЛПО, полученные в программном комплексе «Ansys» для слоя песчаника кварцевого, момент времени 150 суток

В последующие моменты времени, когда градиент температур вблизи границы с замораживающими скважинами существенно ниже своих начальных значений, обе модели дают сходные распределения температур и тепловых потоков во всей расчетной области и одинаковую динамику роста ЛПО. Имеющиеся небольшие возмущения обусловлены влиянием высоких градиентов температуры в начальный промежуток времени.

Второй этап верификации теплофизической модели заключался в сравнении результатов численного моделирования с результатами натуральных измерений в контрольно-термических скважинах для ствола № 2 рудника Петриковского ГОКа. Параметры численной теплофизической модели породного массива предварительно настраивались на предмет наилучшего соответствия показаниям контрольно-термических скважин в интервале времен  $[0, t_{cal}]$ . Далее производился сравнительный анализ измеренных и рассчитанных температур в контрольно-термических скважинах для моментов времени  $t_{ver} \gg t_{cal}$ .

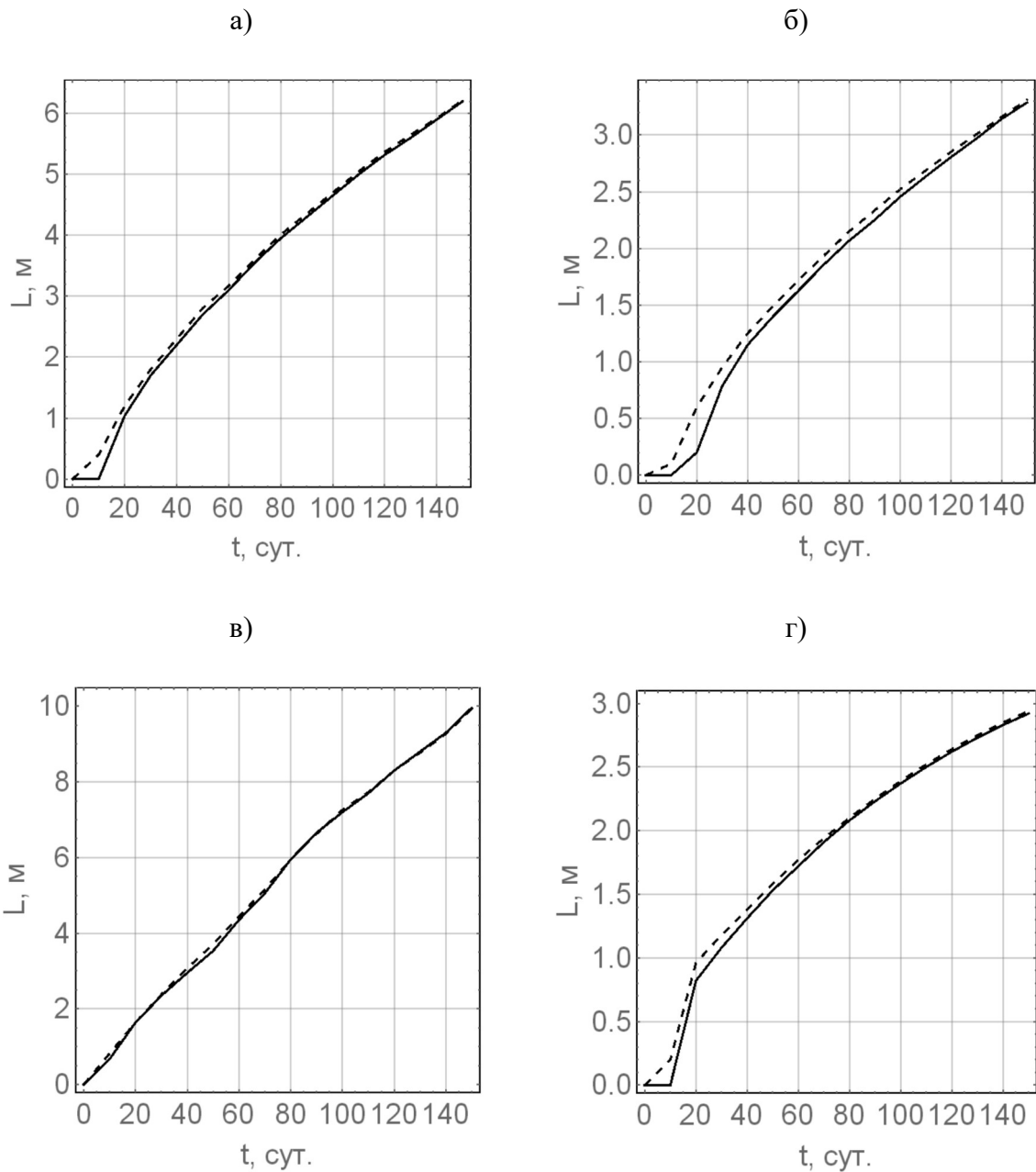


Рисунок 2.12 — Зависимость толщины ледопородного ограждения от времени; результаты расчета в «Ansys» (непрерывная кривая) и в разработанном модуле (пунктирная кривая); (а) — песок, (б) — глина, (в) — песчаник, (г) — мел

Процесс активного замораживания для ствола № 2 начался 7 июня 2016 г. Настройка параметров модели осуществлялась по данным измерений температуры в скважинах в период с начала активного замораживания до конца пассивного замораживания — 1 января 2018. Таким образом, время  $t_{cal}$  составило около 570 суток.

Верификационные измерения температур в контрольно-термических скважинах №№ 2—3 ствола №2 для различных слоев пород выполнялись в течение 12 месяцев после отключения искусственного замораживания [224]. Замораживающий комплекс и система термометрического контроля к тому моменту времени уже были

демонтированы. Измерения температур в контрольно-термической скважине производились высокоточным скважинным термометром Litan, имеющим чувствительность 0,01 °С и стандартную погрешность измерений ±0.1 °С в диапазоне температур от –20 °С до +20 °С. Проведение верификационных измерений на стадии размораживания связано с тем, что характер протекания процессов теплопереноса на этой стадии максимально отличен от протекания подобных процессов на предшествующих стадиях активного и пассивного замораживания, а влияние возмущающих и неучтенных в модели факторов (например, вертикального теплопереноса) максимально. Такая проверка адекватности модели, настроенной по измеренным температурам в контрольно-термических скважинах при активном и пассивном замораживании, является наиболее требовательной.

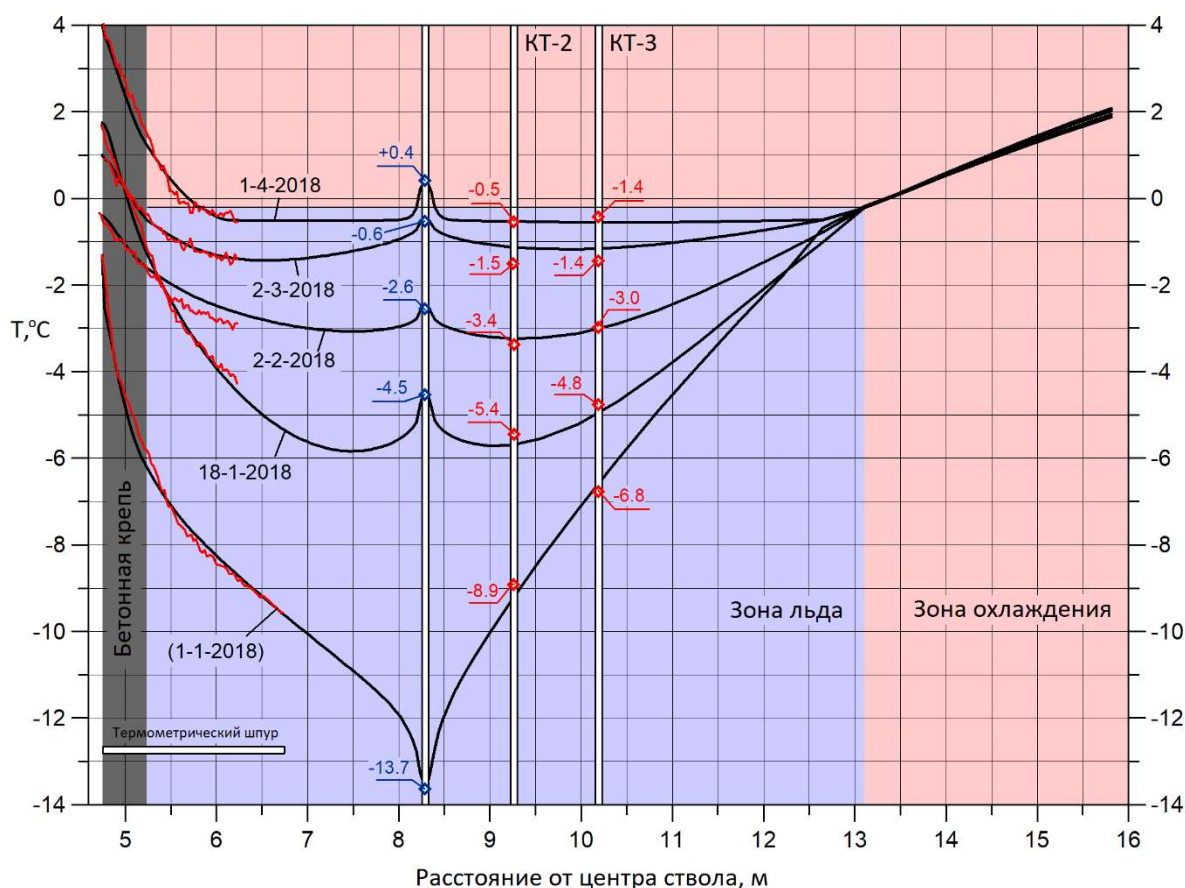


Рисунок 2.13 — Температуры в объеме ЛПО в различные моменты времени после отключения замораживающей станции

На рисунке 2.13 приведены рассчитанные кривые температуры в главной плоскости ЛПО для слоя песчаника на глубине 150 м. На контрольно-термических скважинах КТ-2 и КТ-3 красным цветом отмечены измеренные температуры — по степени их близости к рассчитанным кривым температур можно судить о качестве модели. Абсолютные расхождения измеренных и вычисленных температур на

скважинах для всех пяти представленных моментов не превышают 0,2 °С. Аналогичные результаты получены для других слоев пород. Также на рисунке 2.13 вблизи крепи ствола можно видеть красные кривые, соответствующие результатам измерения температур в термометрическом шпуре, пробуренном из ствола в массив на глубину 2 м.

В целом полученные результаты свидетельствуют об удовлетворительном соответствии модельных и измеренных температур на широком временном интервале.

## 2.5. Выводы по главе

В результате проведенных исследований теоретических моделей для описания физических процессов, протекающих при искусственном замораживании породного массива, получены следующие выводы:

- Сделана постановка полной математической модели, описывающей протекание термогидромеханических процессов в замораживаемом породном массиве, замораживающих колонках и крепи шахтного ствола, аэрологических процессов в атмосфере строящегося шахтного ствола.
- Проведена декомпозиция полной математической модели по различным физическим процессам, в ходе которой выделено четыре субмодели: механическая, термодинамическая, гидравлическая и аэрологическая. Определены возможные взаимосвязи между соответствующими физическими процессами в разных субмоделях.
- Выполнено исследование погрешностей, возникающих при переходе от трехмерной к двумерной постановке термодинамической задачи об искусственном замораживании породного массива. Рассмотрены погрешности модели, возникающие вследствие пренебрежения вертикальным теплопереносом между соседними горизонтальными слоями породного массива, неучета неоднородного распределения температуры хладоносителя по глубине замораживающих скважин. Определены условия, при которых принятие данных гипотез и переход к двумерной постановке задачи обоснованы.
- Проведена двухэтапная верификация результатов численного моделирования процесса искусственного замораживания на термодинамической субмодели. На первом этапе проведено сравнение численных расчетов в разработанном программном модуле и в программном комплексе Ansys. На втором этапе проведено сравнение численных расчетов в разработанном программном модуле с результатами натуральных изменений температуры в контрольно-термических скважинах при строительстве ствола № 2 рудника Петриковского ГОКа.

Полученные результаты свидетельствуют об удовлетворительном соответствии модельных и измеренных температур на широком временном интервале.

Полученные математические субмодели являются основой для расчета теплофизических, гидравлических, механических и аэрологических процессов, происходящих при искусственном замораживании породного массива при проходке шахтных стволов. Представленный набор субмоделей формирует единую связанную математическую модель замораживаемого породного массива, крепи ствола и воздушного пространства шахтного ствола, позволяющую осуществлять дифференцированный учет различных физических процессов.

Далее в настоящей работе будут описываться исследования, проведенные на базе полученных математических субмоделей. Для простоты в дальнейших главах приставка «суб» применительно к моделям будет опущена.

### 3. ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ЛЕДОПОРОДНЫХ ОГРАЖДЕНИЙ

В этой главе на основе полученной в главе 2 термодинамической модели искусственного замораживания обводненного породного массива определяются основные теплофизические параметры ЛПО, необходимые при разработке проектов по замораживанию пород. Основной упор делается на наименее проработанные в существующей литературе аспекты проектирования систем искусственного замораживания, связанные с:

- выбором энергоэффективных параметров хладоносителя с учетом обеспечения несущих и гидроизоляционных свойств ЛПО и
- обоснованием параметров замораживающих колонок.

#### 3.1. Земные теплопритоки к ледопородному ограждению

Удобным параметром для анализа энергоэффективности системы замораживания породного массива, является введенный в [115] параметр  $\Psi$ , характеризующий величину относительных земных теплопритоков к границе ЛПО при работе замораживающей станции. Земные теплопритоки связаны с охлаждением незамерзшего породного массива, окружающего ЛПО проектной толщины. Параметр  $\Psi$  рассчитывается как отношение суммарных земных теплопритоков  $Q_{ЗЕМ}$  (Дж) на границе ЛПО к теплосодержанию ЛПО  $Q_{ЛПО}$  (Дж):

$$\Psi = \frac{Q_{ЗЕМ}}{Q_{ЛПО}}. \quad (3.1)$$

Расчет величины  $Q_{ЗЕМ}$  производится обычно с использованием формулы (1.47), а теплосодержание ЛПО  $Q_{ЛПО}$ , может быть определено следующим образом:

$$Q_{ЛПО} = \rho_2 c_2 (T_0 - T_{ph}) + \rho_2 Lw + \rho_1 c_1 (T_{ph} - T_{ЛПО}), \quad (3.2)$$

где  $\rho_1$  — плотность породного массива в зоне льда,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $c_1$  — удельная теплоемкость породного массива в зоне льда,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ ;  $c_2$  — удельная теплоемкость породного массива в зоне охлаждения,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ ;  $\rho_2$  — плотность породного массива в зоне охлаждения,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $T_{ph}$  — температура замерзания влаги в массиве,  $^\circ\text{C}$ ;  $T_{ЛПО}$  — требуемая температура ЛПО,  $^\circ\text{C}$ ;  $T_0$  — температура породного массива в непотревоженном состоянии,  $^\circ\text{C}$ ;  $w$  — начальная влажность породного массива,  $\text{кг}/\text{кг}$ ;  $L$  — удельная теплота фазового перехода (кристаллизации) поровой воды,  $\text{Дж}/\text{кг}$ .

Формула (3.1) позволяет оценить относительную величину тепловой мощности замораживающей станции, которая тратится неэффективно на охлаждение породного массива за границей ЛПО.

Следует отметить, что фактическая температура ЛПО неоднородна по пространству и меняется от температуры замерзания влаги  $T_{ph}$  в массиве до некоторой температуры на стенках замораживающих колонок. Формула (3.2) этого не учитывает, но основывается на некоторой средней температуры ЛПО  $T_{лпо}$ .

Параметр  $\Psi$  удобен для проведения оперативных экспертных оценок времени замораживания породного массива и требуемой холодопроизводительности замораживающей станции, для выбора оптимального режима замораживания по критерию минимума энергозатрат. В [115] значение параметра  $\Psi$  определялось в результате численного расчета на одномерной модели породного массива с одной замораживающей колонкой и обобщалось на случай множества замораживающих колонок посредством приближенной аналитической формулы. Согласно [115], значение параметра  $\Psi$  варьируется для различных типов пород в интервале от 0,32 до 0,55. Остается неясным, чем обусловлена вариация параметра  $\Psi$  и от каких параметров задачи он преимущественно зависит.

В настоящей работе проведено уточнение величины относительных земных теплопритоков при искусственном замораживании породного массива с использованием современных численных методов. Методология исследования предполагала численное моделирование замораживания породного массива, в результате чего определяются значения параметра  $\Psi$  при различных теплофизических параметрах породного массива и теплотехнических параметрах системы замораживания.

Теплофизические параметры породного массива, использованные при численном решении задачи, сведены в табл. 1. Внешний радиус замораживающей колонки равен 0,08 м, радиус контура замораживающих колонок составляет 8 м. Удаленность внешней границы расчетной области  $\Gamma_{out}$  от контура замораживающих колонок принята равной 35 м. На рисунке 3.1 представлены результаты численного моделирования замораживания обводненного породного массива: эпюры температур и изменения энтальпий в замковой плоскости в различные моменты времени.

Таблица 3.1 — Теплофизические параметры задачи

Параметр	Значение	Параметр	Значение
Плотность массива в зоне охлаждения, кг/м <sup>3</sup>	2000	Удельная теплота кристаллизации, Дж/кг	333000

Плотность массива в зоне льда, кг/м <sup>3</sup>	2000	Начальная влажность массива, кг/кг	0,2
Удельная теплоемкость массива в зоне охлаждения, Дж/(кг·°С)	1000	Пористость массива	0,4
Удельная теплоемкость массива в зоне льда, Дж/(кг·°С)	1200	Начальная температура, °С	8
Теплопроводность массива в зоне охлаждения, Вт/(м·°С)	4	Расчетная температура хладоносителя, °С	-20
Теплопроводность массива в зоне льда, Вт/(м·°С)	3	Коэффициент теплоотдачи между массивом и хладоносителем, Вт/(м <sup>2</sup> ·°С)	25
Температура начала кристаллизации влаги, °С	0	Скорость уменьшения влагосодержания, 1/°С	3,3

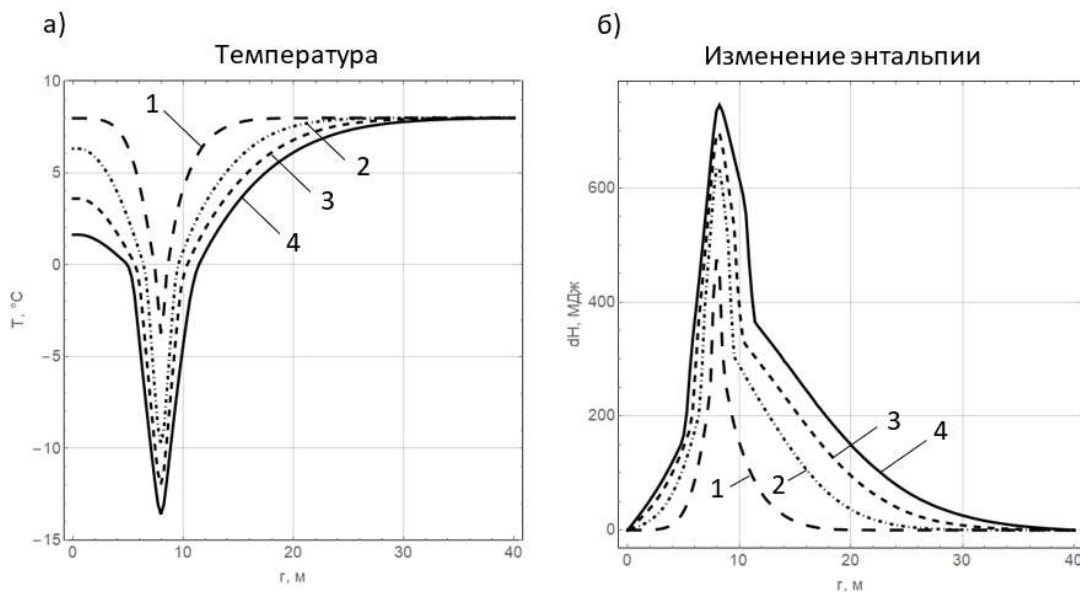


Рисунок 3.1 — Эпюры температур и изменения энтальпий породного массива в замковой плоскости в различные моменты времени: 1 — 20 сут., 2 — 60 сут., 3 — 100 сут., 4 — 140 сут.

Расчет параметра  $\Psi$  осуществлялся по следующему алгоритму:

1. Расчет суммарного теплосодержания породного массива во всей расчетной области в начальный момент времени по формуле:



$$H_{S0} = h \cdot \int_0^{R_{out}} 2\pi r (\rho_2 c_2 T_0 + \rho_2 w L) dr, \quad (3.3)$$

где  $r$  — радиальная координата, м;  $R_{out}$  — внешний радиус расчетной области, м;  $h$  — мощность слоя, м.

2. Определение суммарного теплосодержания породного массива во всей расчетной области в конечный момент времени по формуле:

$$H_S(t) = h \cdot \int_0^{R_{out}} 2\pi r H(T) dr, \quad (3.4)$$

где  $H(T)$  — удельная энтальпия породного массива.

3. Вычисление суммарного полезного теплосодержания ЛПО во всей расчетной области в конечный момент времени по формуле

$$H_{SU}(t) = h \cdot \int_0^{R_{out}} 2\pi r H_U(T) dr, \quad (3.5)$$

$$H_U(T) = \begin{cases} 0, & T \geq T_{sc} \\ \rho_2 c_2 (T - T_{sc}) + \rho_2 w (1 - S_w) L, & T < T_{sc} \end{cases}. \quad (3.6)$$

Здесь  $H_U(T)$  — удельная полезная теплота ЛПО, затраченная на охлаждение и замораживание породного массива, составляющего ЛПО, Дж/м<sup>3</sup>.

4. Расчет параметра  $\Psi$  по формуле:

$$\Psi(t) = \frac{H_{S0} - H_S(t)}{H_{SU}(t)} - 1. \quad (3.7)$$

На рисунках 3.2 — 3.4 представлены рассчитанные временные зависимости параметра  $\Psi$  при различных теплопроводностях, теплоемкостях и влажностях породного массива, различных температурах хладоносителя в замораживающих колонках. При вариации теплофизических свойств массива дополнительно принималось, что выполнено следующее соотношение соответствующих свойств в зоне охлаждения и зоне льда:

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= 0,75 \cdot \lambda_1, \\ c_2 &= c_1 \frac{w c_m + (1-w) c_{ice}}{w c_m + (1-w) c_{wat}}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Здесь  $c_m$  — теплоемкость скелета породного массива, Дж/(кг·°C);  $c_{ice}$  — теплоемкость льда, Дж/(кг·°C);  $c_{wat}$  — теплоемкость воды, Дж/(кг·°C). Коэффициент

0,75 взят как среднее значение на основании анализа эмпирических данных по замораживанию различных типов влагонасыщенных пород [85].

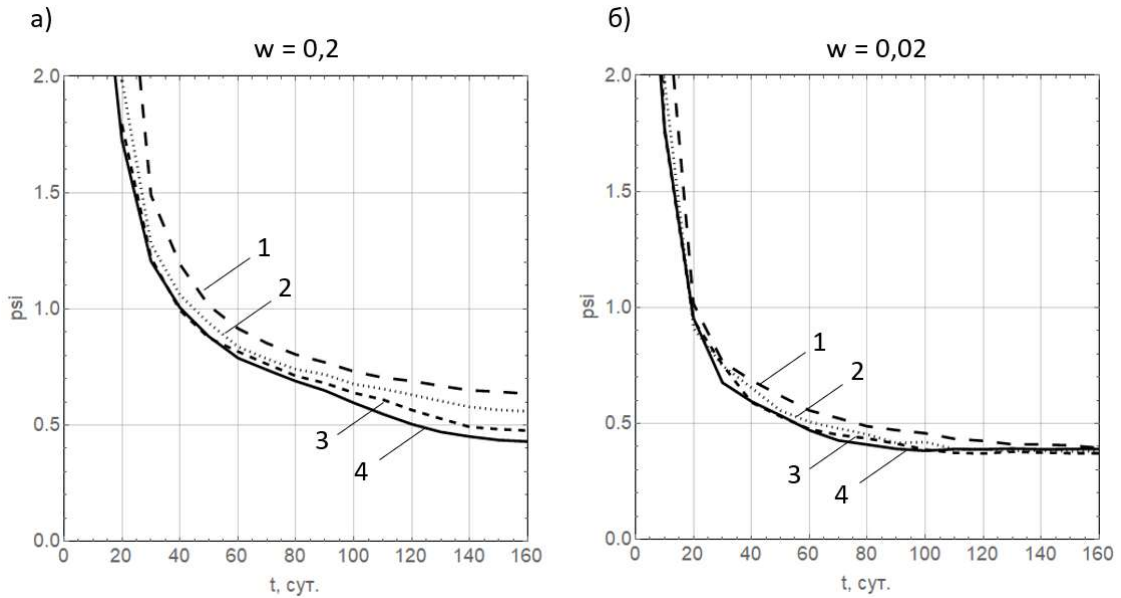


Рисунок 3.2 — Зависимость земного теплопритока от времени при различных теплопроводностях породного массива: 1 —  $\lambda_2 = 0,75 \cdot \lambda_1 = 1,2$  Вт/(м·°С); 2 —  $\lambda_2 = 0,75 \cdot \lambda_1 = 1,8$  Вт/(м·°С), 3 —  $\lambda_2 = 0,75 \cdot \lambda_1 = 2,4$  Вт/(м·°С), 4 —  $\lambda_2 = 0,75 \cdot \lambda_1 = 3,0$  Вт/(м·°С)

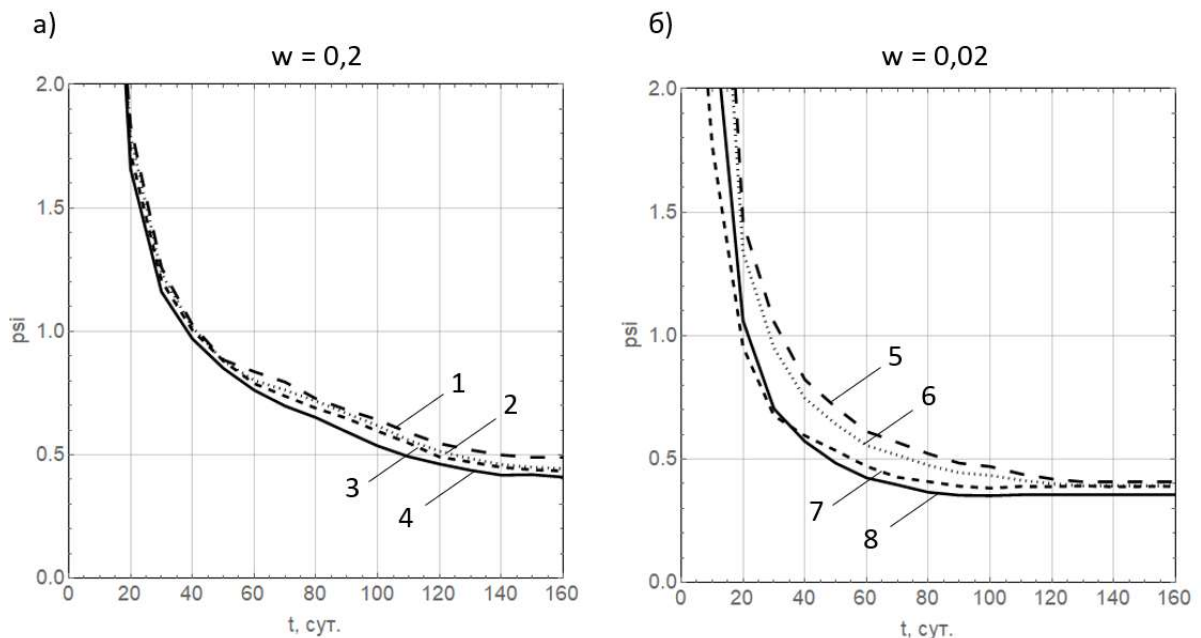


Рисунок 3.3 — Зависимость земного теплопритока от времени при различных теплоемкостях породного массива: 1 —  $C_1 = 0,8 \cdot C_2 = 1400$  Дж/(кг·°С); 2 —  $C_1 = 0,8 \cdot C_2 = 1200$  Дж/(кг·°С), 3 —  $C_1 = 0,8 \cdot C_2 = 1000$  Дж/(кг·°С), 4 —  $C_1 = 0,8 \cdot C_2 = 800$  Дж/(кг·°С), 5 —  $C_1 = 0,95 \cdot C_2 = 900$  Дж/(кг·°С), 6 —  $C_1 = 0,95 \cdot C_2 = 800$  Дж/(кг·°С), 7 —  $C_1 = 0,95 \cdot C_2 = 700$  Дж/(кг·°С), 8 —  $C_1 = 0,95 \cdot C_2 = 600$  Дж/(кг·°С)

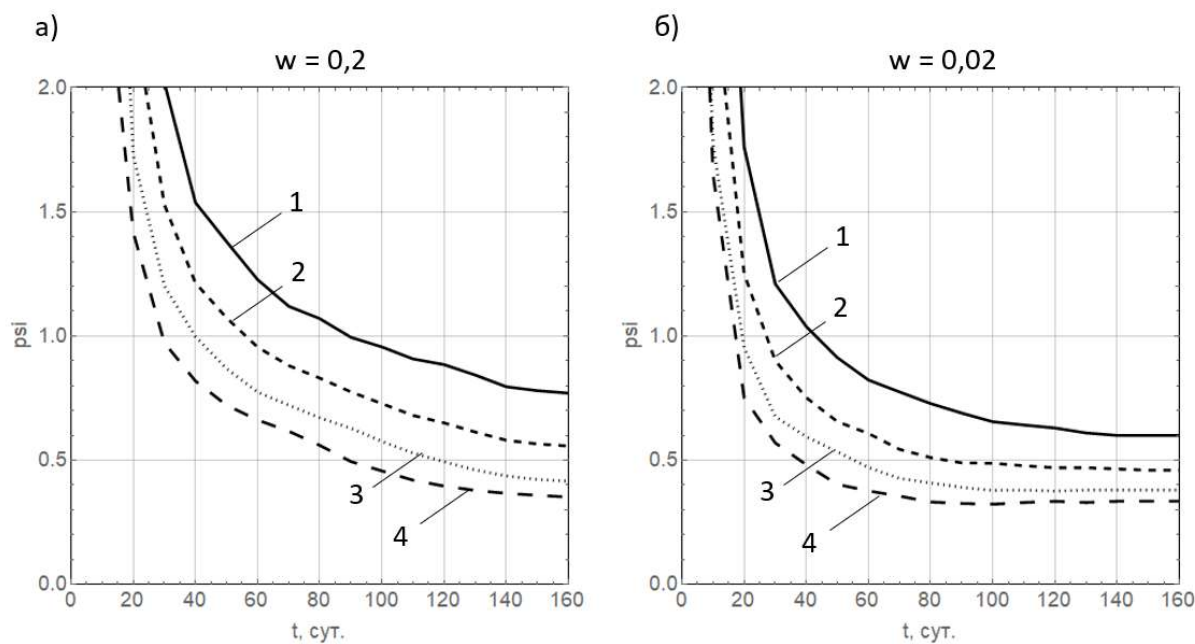


Рисунок 3.4 — Зависимость земного теплопритока от времени при различных температурах хладоносителя в замораживающих колонках: 1 —  $T = -15\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; 2 —  $T = -20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , 3 —  $T = -25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , 4 —  $T = -30\text{ }^{\circ}\text{C}$

Расчеты показали, что в первые месяцы работы замораживающей станции  $\Psi$  существенно зависит от времени. При малых  $t$  временная зависимость  $\Psi(t)$  имеет степенной вид с показателем степени  $-0,5$ . По прошествии 5-8 месяцев  $\Psi$  выходит на стационарное значение, которое варьируется в широком диапазоне: от 0,35 до 1,3.

Изменение стационарного значения  $\Psi$  происходит, в основном, при вариациях влажности массива и расчетной температуры хладоносителя. Получено, что  $\Psi$  возрастает с возрастанием влажности породного массива. Это говорит о том, что в случае сильно обводненного породного массива замораживание единицы его объема до расчетной температуры ЛПО приводит к большим тепловым потерям на охлаждение незамороженного массива вне контура ЛПО по сравнению с замораживанием единицы объема «сухого» массива. Большие тепловые потери происходят, вероятнее всего, по причине инерционности процесса фазового перехода, которая тем больше, чем выше влажность массива. Мерой инерционности в данном случае является теплота фазового перехода единицы объема массива  $\rho wL$ .

Получено, что параметр  $\Psi$  возрастает при уменьшении температуры хладоносителя в замораживающих колонках. Эта зависимость является логичной, поскольку при более низкой температуре хладоносителя замораживание породного массива происходит быстрее, а тепловые потоки меньше распространяются вглубь породного массива за счет тепловой диффузии, скорость протекания которой неизменна и зависит только от теплопроводности в зоне охлаждения.

При низкой влажности массива  $w \leq 0,04$  стационарное значение  $\Psi$  практически не зависит от теплоемкости и теплопроводности породного массива. С учетом этого факта, в настоящей работе получена аппроксимационная формула для стационарного значения  $\Psi$  как функции температуры хладоносителя, температуры непо потревоженного массива и температуры фазового перехода влаги:

$$\Psi = 1,12 \cdot \left( \frac{T_0 - T_{sc}}{T_{sc} - T_c} \right)^{0,85} . \quad (3.9)$$

Формула (3.9) получена с использованием метода наименьших квадратов по 25 расчетным точкам при различных температурах хладоносителя, температурах породного массива и температурах начала фазового перехода. Безразмерный комплекс  $(T_0 - T_{sc}) / (T_{sc} - T_c)$ , присутствующий в (3.9), представляет собой отношение перепадов температур в зонах охлаждения и льда. В случае нулевой влажности массива безразмерный комплекс  $\Delta T_2 / \Delta T_1 = (T_0 - T_{sc}) / (T_{sc} - T_c)$  вырождается в  $-T_0 / T_c$ .

При существенной влажности в массиве ( $w > 0,04$ ) относительная величина земных теплопритоков зависит не только от безразмерного температурного комплекса  $\Delta T_2 / \Delta T_1$ , но и от влажности породного массива, от теплопроводностей и удельных теплоемкостей породного массива в зонах льда и охлаждения. Произвести количественный анализ влияния всех вышеперечисленных параметров на параметр  $\Psi$  представляется трудно выполнимым. Однако в данной ситуации может быть сделана оценка сверху для параметра  $\Psi$  путем рассмотрения породного массива с минимальными теплопроводностями и максимальными теплоемкостями (или в целом — минимальными температуропроводностями), а температура хладоносителя должна быть взята максимальной.

Для проведения оценки сверху относительных земных теплопритоков принимаются следующие расчетные параметры задачи, соответствующие слою глины, который имеет наименьшую температуропроводность в геологическом разрезе в пределах промплощадки Петриковского ГОКа [9]. Плотность равна  $1960 \text{ кг/м}^3$ ; теплопроводности в зонах льда и охлаждения равны  $1,5 \text{ Вт/(м}\cdot\text{°C)}$  и  $1,29 \text{ Вт/(м}\cdot\text{°C)}$  соответственно; удельные теплоемкости в зонах льда и охлаждения равны  $1170 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{°C)}$  и  $1800 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{°C)}$  соответственно при влажности, равной  $0,302 \text{ кг/кг}$ . Температура хладоносителя равна  $T_c = -20 \text{ °C}$ . В этом случае параметр  $\Psi$  зависит от влажности следующим образом:

$$\Psi = 0,43 + 2,4 \cdot w^{0,8} . \quad (3.10)$$

Для проведения приближенной оценки земного теплопритока при замораживании обводненного породного массива формулу (3.10) можно нормировать на единицу при  $w = 0,04$  и рассматривать как дополнительный множитель к формуле (3.9), позволяющий явно учитывать влажность  $w$  [104].

### 3.2. Расчет энергоэффективных параметров хладоносителя в фазах активного и пассивного замораживания

Стадия активного замораживания продолжается до тех пор, пока не сформировано сплошное ЛПО требуемой (проектной) толщины. Далее происходит переход ко второй стадии (пассивному замораживанию), целью которой является поддержание постоянного значения толщины ЛПО, равного проектному (иногда с некоторым запасом). На этой стадии производится уменьшение холодопроизводительности замораживающего комплекса до уровня, способного скомпенсировать внешние (земные) теплопритоки к ЛПО, минимизируя при этом возможный рост толщины ЛПО. Уменьшение холодопроизводительности достигается за счет повышения температуры или понижения расхода хладоносителя, циркулирующего по замораживающим колонкам. Новые значения температуры и расхода хладоносителя являются, как правило, постоянными в течение практически всей стадии пассивного замораживания (см. рисунок 3.5).

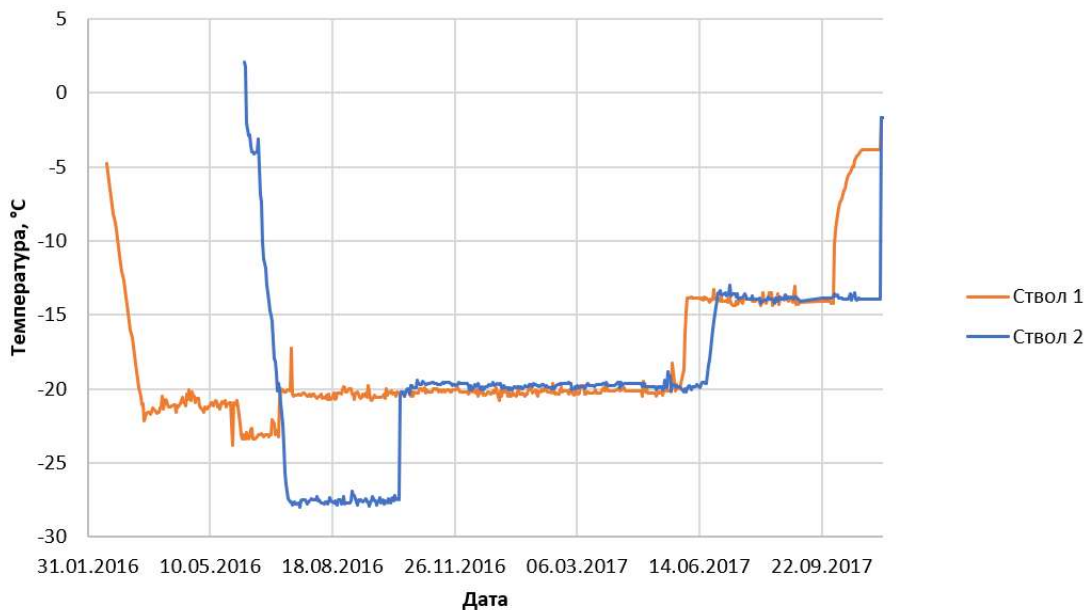


Рисунок 3.5 — Временная динамика температуры хладоносителя на стадиях активного и пассивного замораживания, строящийся калийный рудник Петриковского ГОКа

Постоянные температура и расход хладоносителя чаще всего не способны обеспечить постоянство положения внутренней и внешней границ ЛПО. В результате происходит либо существенное перемораживание породного массива до толщин ЛПО в разы превышающих проектные, либо частичное размораживание породного массива и уменьшение толщин ЛПО до величин ниже проектных. Последнее является в принципе недопустимым, поскольку в данной ситуации может произойти разрушение сплошности и герметичности ЛПО с последующим затоплением строящегося ствола.

Перемораживание породного массива также является неблагоприятным фактором, приводящим к дополнительным финансовым затратам на работу системы замораживания. Тем не менее, в ряде практических ситуаций при проходке шахтных стволов на стадии пассивного замораживания бывает целесообразно перемораживать породный массив. В частности, при гидроизоляции шахтных стволов с применением кейлькранцев или при использовании механизированного способа проходки ствола [102]. Во всех остальных случаях перемораживание породного массива на стадии пассивного замораживания нецелесообразно и, следовательно, возникает задача обеспечения сохранения проектной толщины ЛПО на стадии пассивного замораживания.

В настоящем параграфе проводится определение режима работы системы замораживания породного массива в фазе пассивного замораживания, обеспечивающего поддержание постоянной толщины ЛПО для отдельно взятого слоя породного массива с однородными теплофизическими свойствами. Методология исследования основана на теоретическом анализе упрощенной математической модели замораживаемого породного массива.

### **Математическая постановка задачи**

Рассматривается расчетная область породного массива в виде полого цилиндра (рисунок 3.6). Внутренняя стенка цилиндра соответствует контакту с замораживающей скважиной. Внешняя стенка цилиндра соответствует непо потревоженному породному массиву. Внутри породного массива имеется контур радиуса  $R$ , разделяющий зону льда I и зону охлаждения II. Принимается гипотеза об осевой и угловой симметрии рассматриваемой геометрии, начальных и граничных условий, однородности и изотропности физических свойств исследуемого обводненного породного массива. Это позволяет свести трехмерную задачу к одномерной и рассмотреть зависимость температуры массива от единственной пространственной координаты — радиальной координаты  $r$ .

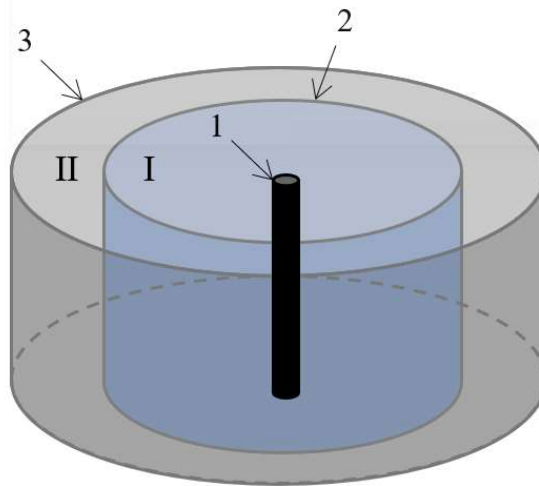


Рисунок 3.6 — Геометрия расчетной области: 1 – замораживающая колонка, 2 – граница фазового перехода поровой воды, 3 – внешняя стенка цилиндра (непотревоженный массив), I – зона льда, II – зона охлаждения

Одномерная задача Стефана в этом случае задается следующей системой уравнений, записанной в энтальпийном виде:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (3.11)$$

$$\lambda = \lambda_s^\phi \lambda_l^{1-\phi}, \quad (3.12)$$

$$H = \begin{cases} \rho c_l T + \rho w L, & T \geq T_{liq} \\ \rho w L (T - T_{sol}) / (T_{liq} - T_{sol}), & T_{liq} > T \geq T_{sol} \\ \rho c_s T, & T < T_{sol} \end{cases}, \quad (3.13)$$

$$\phi = \begin{cases} 0, & T \geq T_{liq} \\ 1 - (T - T_{sol}) / (T_{liq} - T_{sol}), & T_{liq} > T \geq T_{sol} \\ 1, & T < T_{sol} \end{cases}, \quad (3.14)$$

$$r = R_w : \lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha (T_{fr}(t) - T), \quad (3.15)$$

$$r = R_y : T = T_0, \quad (3.16)$$

$$t = 0 : T = T_0, \quad (3.17)$$

где  $H$  — удельная энтальпия обводненного породного массива, Дж/м<sup>3</sup>;  $\lambda_s$  — теплопроводность породного массива в зоне льда, Вт/(м·°C);  $\lambda_l$  — теплопроводность породного массива в зоне охлаждения, Вт/(м·°C);  $c_s$  — удельная теплоемкость в зоне льда, Дж/(кг·°C);  $c_l$  — удельная теплоемкость в зоне охлаждения, Дж/(кг·°C);  $\rho$  — плотность породного массива, кг/м<sup>3</sup>;  $T_{liq}$  — температура ликвидуса (начала

кристаллизации поровой воды), °С;  $T_{sol}$  — температура солидуса (полной кристаллизации поровой воды), °С;  $L$  — удельная теплота кристаллизации поровой воды, Дж/кг;  $w$  — начальная влажность массива, кг/кг;  $\phi$  — объемная доля льда в поровом пространстве массива, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>;  $R_w$  — радиус замораживающей скважины, м;  $R_v$  — внешняя граница расчетной области, м;  $T_{fr}(t)$  — температура хладоносителя в замораживающей скважине, °С;  $T_0$  — температура непотревоженного породного массива на удалении от скважины, °С;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи на границе замораживающей скважины, Вт/(м<sup>2</sup>·°С).

В рассматриваемом случае одной замораживающей скважины говорить о формировании ЛПО не совсем уместно, поскольку замороженный массив вокруг единственной скважины не может являться защитным ограждением для строящегося шахтного ствола. Тем не менее, мы иногда будем пользоваться термином полутолщина ЛПО, понимая под ней положение (радиальную координату) фронта фазового перехода — далее  $R(t)$ .

В момент времени, когда фактическое положение фронта фазового перехода (ФФП)  $R(t)$  достигает своего проектного (требуемого) значения  $R_{req}$ , происходит повышение температуры хладоносителя  $T_{fr}(t)$ , фигурирующей в граничном условии (5). Динамика температуры хладоносителя в этой фазе замораживания рассчитывается из следующего обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка:

$$\frac{dT(t)}{dt} = a |T_{fr}^{\min}| (R(t) - R_{req}), \quad (3.18)$$

где  $a$  — коэффициент интенсивности регулирования,  $T_{fr}^{\min}$  — минимальная температура замораживания (или температура хладоносителя на стадии активного замораживания), °С.

По сути, дифференциальное уравнение (3.20) реализует пропорциональное регулирование температуры  $T_{fr}(t)$  по рассогласованию положений ФФП (полутолщин ЛПО). Из (3.18) видно, что интенсивность регулирования зависит не только от ошибки  $R(t) - R_{req}$ , но также и от абсолютной величины минимальной температуры хладоносителя  $T_{fr}^{\min}$ .

### Численное моделирование

Система уравнений (3.13) – (3.18) дискретизована с помощью метода конечных разностей. Для дискретизации использована явная схема по времени и центральная схема по пространству (первый порядок точности по времени и второй порядок точности



по пространству). Решение строилось на регулярной неоднородной сетке со сгущением вблизи замораживающей скважины. Численный алгоритм реализован в среде Visual Studio на языке программирования C#.

Основные численные параметры, использованные при расчете задачи замораживания породного массива, сведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 — Численные параметры задачи

<b>Величина</b>	<b>Значение</b>
Радиус колонки, м	0,073
Радиус расчетной области, м	25
Плотность породного массива, кг/м <sup>3</sup>	2450
Теплоемкость массива в зоне льда, Дж/(кг·°C)	775
Теплоемкость массива в зоне охлаждения, Дж/(кг·°C)	868
Теплопроводность массива в зоне льда, Вт/(м·°C)	4
Теплопроводность массива в зоне охлаждения, Вт/(м·°C)	3,3
Содержание поровой воды, кг/кг	0,04
Температура непо потревоженного массива, °C	7,3
Температура начала кристаллизации поровой воды, °C	-0,16
Температура конца кристаллизации поровой воды, °C	-1,16
Температура прочного ЛПО, °C	-2
Коэффициент теплоотдачи на границе замораживающей колонки, Вт/(м <sup>2</sup> ·°C)	45
Время моделирования, сут.	300
Проектное значение полутолщины ЛПО (радиуса фронта фазового перехода), м	1

Температура хладоносителя не представлена в таблице, поскольку она являлась варьируемым параметром задачи. Предполагалось, что на стадии активного замораживания температура хладоносителя постоянна и равна своему начальному значению. Исследовались начальные значения температуры хладоносителя от –20 °C до –40 °C с шагом 5 °C.

На рисунке 3.7 представлены временные зависимости радиуса ФФП поровой воды и мощности теплового потока на границе замораживающей колонки для различных начальных температур хладоносителя.

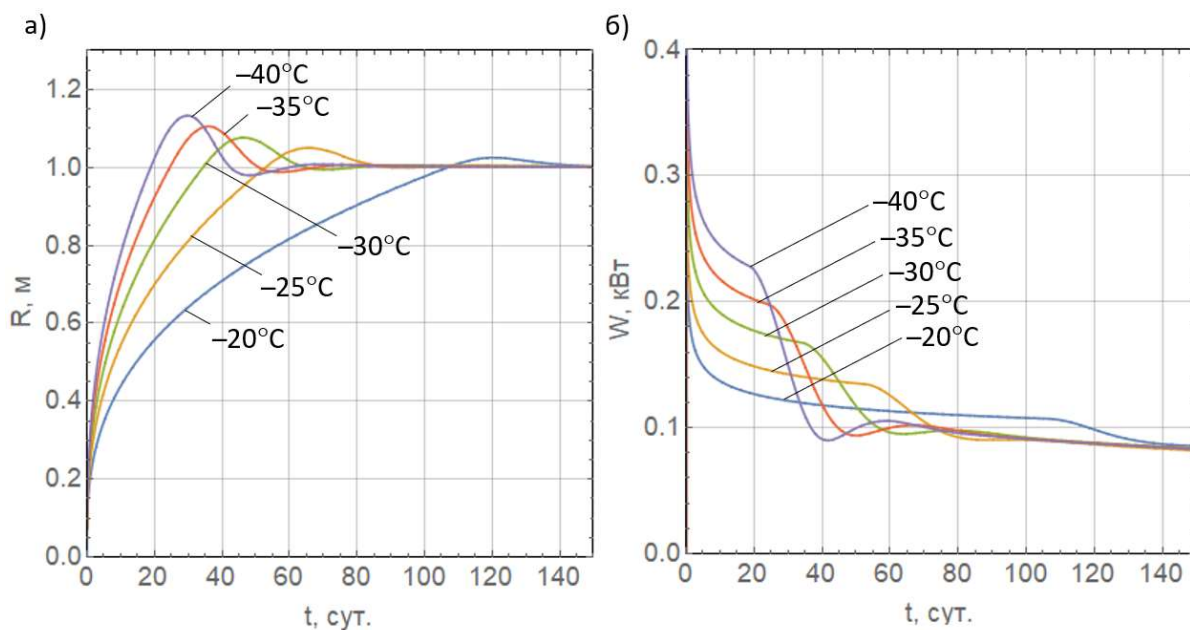


Рисунок 3.7 — Временная динамика радиуса фронта фазового перехода (а) и интегральной мощности теплового потока на границе замораживающей колонки (б) при различных начальных температурах хладоносителя

После того, как величина радиуса ФФП достигает значения 1 м, происходит переключение на стадию поддержания фиксированного значения радиуса ФФП. Вследствие определенной инерционности процессов теплопроводности в породном массиве, отклик радиуса ФФП на изменившееся значение температуры хладоносителя происходит не сразу. Вследствие этого какое-то время величина радиуса ФФП продолжает расти. В дальнейшем происходит уменьшение радиуса ФФП и его быстро затухающие колебания около значения 1 м. Такая временная динамика обусловлена особенностями пропорционального регулирования (3.18) в физических системах, которым присуща инерционность при реагировании на управляющие воздействия. Данный колебательный процесс может быть уменьшен как по амплитуде, так и по длительности путем добавления интегральных и дифференциальных звеньев, однако это не представляет интереса для настоящего исследования.

Мощность теплового потока на всей поверхности замораживающей колонки рассчитывалась по формуле:

$$W(t) = \alpha Ph(T_{fr}(t) - T(t)). \quad (3.19)$$

Здесь  $h = 1$  м – единичная высота рассматриваемого слоя пород.

Изменение мощности связано с уменьшением теплового градиента на границе с замораживающей колонкой со временем, а также с ростом температуры хладоносителя при переходе на стадию пассивного замораживания. Динамика роста температуры хладоносителя на двух стадиях замораживания в обычных и логарифмических

координатах представлена на рисунке 3.8. На рисунке 3.8б показаны значения температуры хладоносителя, взятые по модулю.

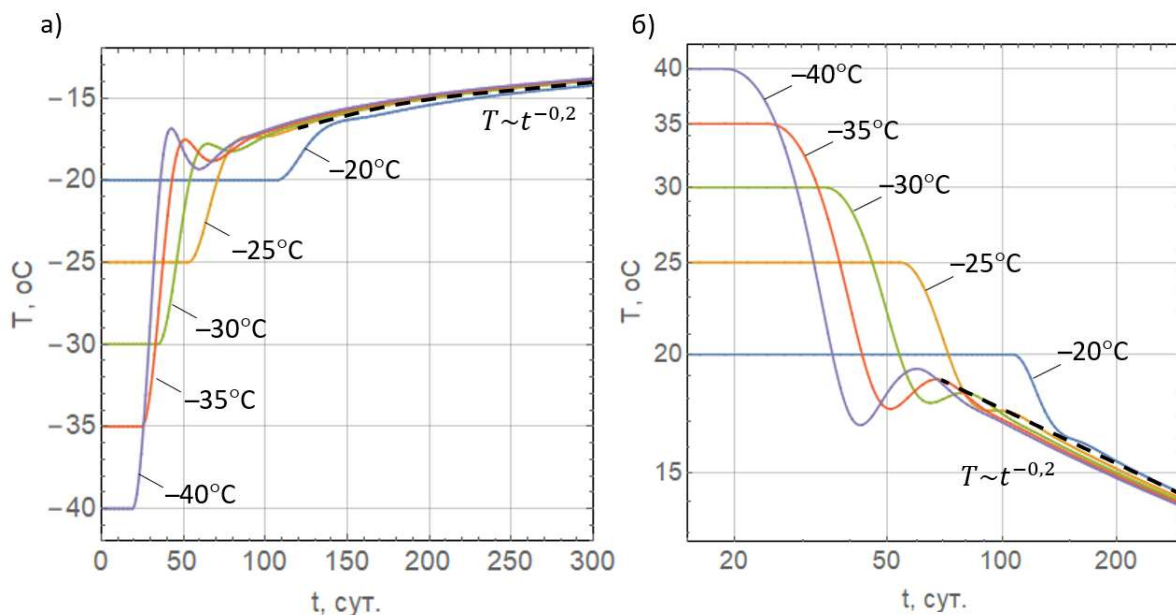


Рисунок 3.8 — Временная динамика температуры хладоносителя в нормальных (а) и логарифмических (б) координатах при различных начальных значениях температуры хладоносителя

Наиболее резкий рост температуры хладоносителя наблюдается в момент перехода со стадии активного замораживания на стадию пассивного замораживания. После того, как описанный выше колебательный процесс в системе затухает, температура хладоносителя с течением времени продолжает монотонно возрастать по степенному закону с показателем степени  $-0,2$ . Это значение определено в результате поиска степенных аппроксимирующих функций вида  $a + bt^c$  для каждой из пяти кривых на рисунке 3.8б интервале времен от 150 до 300 суток. Поиск осуществлялся с помощью метода наименьших квадратов в пакете компьютерной алгебры Wolfram Mathematica.

В ходе анализа результатов численного моделирования получено, что показатель степени при времени не зависит от начального значения температуры хладоносителя и для всех пяти кривых одинаков. Сами аппроксимационные зависимости для кривых практически совпадают (рассогласование на всем рассматриваемом временном промежутке не превышает  $1^\circ\text{C}$ ).

Функциональная зависимость температуры хладоносителя от времени на стадии пассивного замораживания, обеспечивающая поддержание постоянной полутолщины ЛПО, равной проектному значению, далее будем называть оптимальной температурой хладоносителя.

Проведено исследование влияния теплофизических свойств породного массива на характер изменения оптимальной температуры хладоносителя в фазе пассивного замораживания при временах более 150 суток. Исследование проводилось в терминах безразмерных чисел Фурье и Стефана:

$$Fo = \frac{\lambda_2 \Delta t \cdot 3600 \cdot 24}{\rho_2 c_2 R_w^2}, \quad (3.20)$$

$$Ste = \frac{c_2 (|T_{fr}^{\min}| + T_0)}{Lw}. \quad (3.21)$$

Здесь  $\Delta t$  – общее время моделирования, сут.

Принято, что оба безразмерных числа записываются с использованием теплофизических свойств в зоне охлаждения. Для исходных параметров задачи, из таблицы 3.2, числа Фурье и Стефана равны соответственно 0,088 и 0,0018.

В работе рассмотрены вариации чисел Фурье  $\pm 50$  % от начального значения. Вариация чисел Фурье производилась путем вариации теплопроводности и плотности породного массива в зоне охлаждения. Теплофизические свойства массива в зоне льда изменялись пропорционально теплофизическим свойствам в зоне охлаждения. Аппроксимирующие степенные функции оптимальной температуры хладоносителя в фазе пассивного замораживания от времени для трех различных чисел Фурье и числа Стефана, равного 0,0018, имеют вид:

$$\begin{aligned} Fo = 0,044: T(t) &= -2 - (37,3 + 0,066T_{fr})t^{-0,18}, \\ Fo = 0,088: T(t) &= -2 - (39,5 + 0,066T_{fr})t^{-0,2}, \\ Fo = 0,132: T(t) &= -2 - (43,4 + 0,07T_{fr})t^{-0,22}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Отсчет времени здесь начинается в момент начала активного замораживания. Ввиду того факта, что функции (3.22) применимы только для стадии поддержания толщины ЛПО, параметр  $t$  в них не обращается в нуль.

Рассмотрены вариации влажности массива  $\pm 50$  % и  $+150$  % от начального значения, равного 0,04 кг/кг. Вариация соответствующих чисел Стефана будет лежать в диапазоне [0,0007; 0,0036]. Аппроксимирующие степенные функции оптимальной температуры хладоносителя от времени для четырех различных чисел Стефана и числа Фурье, равного 0,088, имеют вид:

$$\begin{aligned} Ste = 0,0036: T(t) &= -2 - (39,7 + 0,071T_{fr})t^{-0,2}, \\ Ste = 0,0018: T(t) &= -2 - (39,5 + 0,066T_{fr})t^{-0,2}, \\ Ste = 0,0012: T(t) &= -2 - (38,7 + 0,06T_{fr})t^{-0,2}, \\ Ste = 0,0007: T(t) &= -2 - (40,8 + 0,085T_{fr})t^{-0,2}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

В целом получается интересный вывод о том, что для всех рассмотренных случаев оптимальная температура хладоносителя монотонно возрастает с течением времени по степенному закону с показателем степени около  $-0,2$ . Этот факт проверялся также для других вариантов проектного значения полутолщины ЛПО, температуры прочного ЛПО.

В качестве аддитивной константы во всех функциях в (3.22) и (3.23) стоит число  $-2$ , представляющее собой температуру, при которой ЛПО считается прочным. Именно по этой изотерме производится расчет ФФП при численном моделировании. Из вида зависимостей (3.24) и (3.25) следует, что в пределе бесконечного времени все они стремятся к асимптотическому значению  $-2$ . Данный факт представляется вполне логичным, поскольку в пределе бесконечного времени породный массив промораживается полностью, а величины градиента температуры и тепловых потоков в нем стремятся к нулю. В такой ситуации выполнение условия  $R(t) = R_{req}$  возможно только при условии, что температурное поле во всем породном массиве примерно равно  $-2$ . При этом для зоны замороженного массива температура составляет  $-2 - \varepsilon$ , а для зоны охлажденного массива  $-2 + \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – некоторая очень малая положительная величина.

Важно отметить, что для некоторых типов пород температуры  $-2$  °С может быть недостаточно для условия сохранения гидроизоляционных свойств ЛПО после возведения бетонной крепи. Поэтому на стадии пассивного замораживания повышение температуры ЛПО должно также сопровождаться анализом гидроизоляционных свойств ЛПО. Данный аспект подробно рассмотрен в следующей главе диссертации.

### **Расчет теплоты, отведенной из замораживаемых пород**

Отдельный интересный вопрос состоит в том, насколько различается суммарная теплота, отобранная у породного массива в ходе активного и пассивного замораживания при различных температурах хладоносителя на стадии активного замораживания. Предполагается, что более низкие температуры хладоносителя на стадии активного замораживания позволяют раньше переходить к фазе поддержания толщины ЛПО и, следовательно, раньше начинать проходку ствола. В этом смысле более низкие температуры хладоносителя должны быть предпочтительны. Однако здесь важно провести не только качественную, но и количественную оценку экономии тепловой мощности при использовании более низкой температуры хладоносителя. Эта информация окажется полезной при выборе наиболее энергоэффективного режима работы замораживающей станции при разработке проектов по искусственному замораживанию породного массива при строительстве подземных сооружений.

В настоящем исследовании предпринята попытка ответить на этот вопрос. Для расчета теплоты, отобранной из породного массива, выполнено численное интегрирование кривых мощности  $W(t)$  для различных температур хладоносителя на стадии активного замораживания и различных чисел Фурье.

Анализ проводился в терминах относительной теплоты  $\delta Q$ , равной отношению суммарной теплоты, отобранной из слоя породного массива, и полезной теплоты, затраченной на формирование ЛПО. Расчет величины  $\delta Q$  производился по формулам:

$$Q_{sum} = \sum_{k=1}^N \left( \frac{1}{2} \frac{W_k + W_{k-1}}{t_k - t_{k-1}} \right), \quad (3.24)$$

$$\delta Q = \frac{Q_{sum}}{Q_{fw}}. \quad (3.25)$$

Здесь  $k$  — номер временной итерации;  $t$  — значение времени, с;  $Q_{sum}$  — суммарная тепловая энергия, отобранная из слоя породного массива, Дж;  $Q_{fw}$  — полезная теплота, затраченная на формирование ЛПО.

Сравнение величин теплоты, отобранной из породного массива, производилось при одинаковых длительностях стадии пассивного замораживания. При этом общие временные интервалы, на которых проводилось интегрирование зависимостей  $W(t)$ , различались для различных начальных температур хладоносителя вследствие разных длительностей стадии активного замораживания. На рисунке 3.9 представлены зависимости относительной теплоты  $\delta Q$  от начальной температуры хладоносителя для различных чисел Фурье и длительности стадии пассивного замораживания 300 суток.

Из рисунка 3.9 видно, что величина относительной теплоты уменьшается при уменьшении начальной температуры хладоносителя. Наиболее сильно это уменьшение выражено для относительно высоких температур хладоносителя  $-20$  и  $-25$  °С. В целом же уменьшение несущественно и составляет примерно 10-15 % при изменении начальной температуры хладоносителя от  $-20$  до  $-40$  °С. Такое небольшое изменение теплоты, отобранной из массива, связано с тем, что длительность стадии пассивного замораживания намного больше, чем сэкономленное время активного замораживания в результате применения более низкотемпературного хладоносителя. Так, например достижение проектной полутолщины ЛПО для случая  $-40$  °С всего на 30 суток быстрее, чем для случая  $-25$  °С.

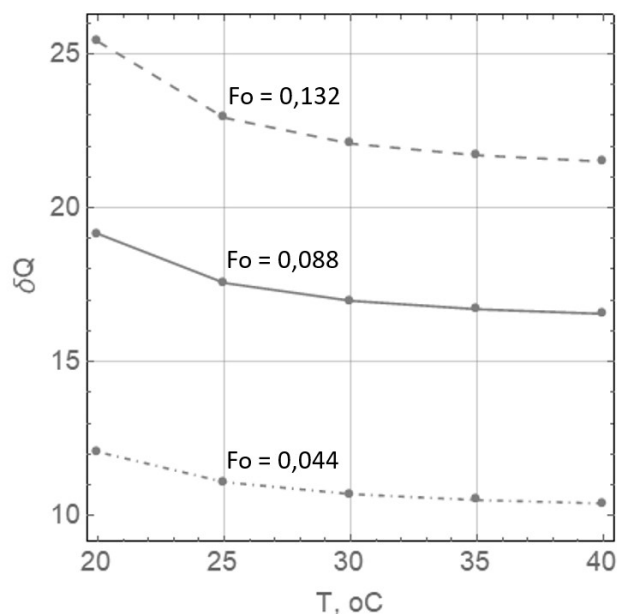


Рисунок 3.9 — Зависимость относительной теплоты от температуры хладоносителя на стадии активного замораживания, случай равных длительностей стадии пассивного замораживания

Отсюда можно сделать вывод, что для относительно низких температур хладоносителя в фазе активного замораживания ( $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$  и ниже) дальнейшее понижение температуры хладоносителя практически не приводит к положительному экономическому эффекту и не повышает энергоэффективности системы замораживания. Для более высоких температур хладоносителя в фазе активного замораживания (что встречается на практике реже) экономический эффект от понижения температуры хладоносителя будет зависеть от длительности стадии пассивного замораживания, заложенной по проекту. Таким образом, выбор величины температуры хладоносителя в фазе активного замораживания должен определяться, в основном, исходя из других критериев, например, температуры замерзания минерализованных поровых вод или температуры, при которой проводились испытания прочности породного массива, образующего ЛПО, капитальных затрат на систему замораживания и пр. [102].

### 3.3. Выбор и обоснование изотерм для определения границ ледопородного ограждения

Важным вопросом при определении толщины ЛПО в ходе замораживания породного массива является выбор изотерм, соответствующих положениям внутренней и внешней границ ЛПО. Как отмечалось в главе 1, на практике применяется два способа выбора таких граничных изотерм для определения толщины ЛПО:

- 1) по температуре фактического замерзания поровой воды;

- 2) по температуре, при которой проводились лабораторные измерения прочности замораживаемых горных пород.

Первый способ может приводить к занижению фактических прочностных характеристик ЛПО, а второй — к завышению. На основании описанного в литературе опыта по искусственному замораживанию горных пород при проходке горных выработок можно принять, что оба способа выбора граничных изотерм ЛПО уместны в фазе активного замораживания породного массива, когда температура замораживающего рассола минимальна, а его расход максимален. Однако при переходе на пассивный режим замораживания, которому соответствуют более высокие температуры рассола и/или более низкие расходы рассола, уместность указанных двух способов не очевидна. Это связано, в первую очередь, с тем, что при переходе на пассивный режим замораживания поле температур вблизи замораживающих колонок может сильно меняться. В свою очередь, это может приводить к локальному уменьшению толщины ЛПО до значений, ниже требуемых по прочности.

Еще больше вопросов вызывает уместность указанных выше способов в случае возникновения аварийных ситуаций при работе систем искусственного замораживания. Аварийный режим может быть связан, к примеру, с выходом из строя одной или нескольких замораживающих колонок. В этом случае температурное поле замораживаемого породного массива в окрестности поврежденных замораживающих колонок также может быть подвержено сильному изменению.

В настоящем параграфе представлен теоретический анализ динамики толщины ЛПО, рассчитанной по различным изотермам, при переходе с активного на пассивный режимы замораживания, а также при возникновении аварийной ситуации, связанной с выходом из строя замораживающей колонки.

### **Математическая постановка задачи**

В работе рассматривался горизонтальный слой породного массива. Для проведения теоретического анализа теплопереноса в слое породного массива при его искусственном замораживании решалась двумерная нестационарная задача теплопроводности с движущейся границей фазового перехода (2.58) — (2.64). В модели породного массива учитывались следующие физические процессы, влияющие на распределение теплоты в нем:

- 1) фазовый переход «вода-лед»;
- 2) кондуктивный теплоперенос (теплопроводность) в породном массиве;



3) теплообмен между породным массивом и циркулирующим в колонках хладагентом.

При постановке математической задачи приняты следующие допущения:

- 1) породный массив имеет изотропные и однородные теплофизические свойства в зонах льда и охлаждения;
- 2) вертикальный теплоперенос пренебрежимо мал по сравнению с горизонтальным;
- 3) температура рассола в замораживающих колонках постоянна;
- 4) замораживающие колонки равноудалены и ориентированы вертикально, отклонения положений колонок от идеально вертикального проектного направления не рассматриваются.

Следует отметить, что второе допущение применимо только в случае, когда рассматриваемый слой породного массива имеет достаточно большую мощность (более 10 м), а временной интервал моделирования не очень велик (менее 200 суток).

С учетом допущений 3 и 4 в задаче появляется вращательная симметрия. Поэтому достаточно рассмотреть сектор породного массива, ограниченный двумя главными плоскостями ЛПО. На рисунке 3.10 представлена упрощенная геометрическая модель замораживаемого слоя породного массива, которая использовалась далее для проведения численных расчетов.

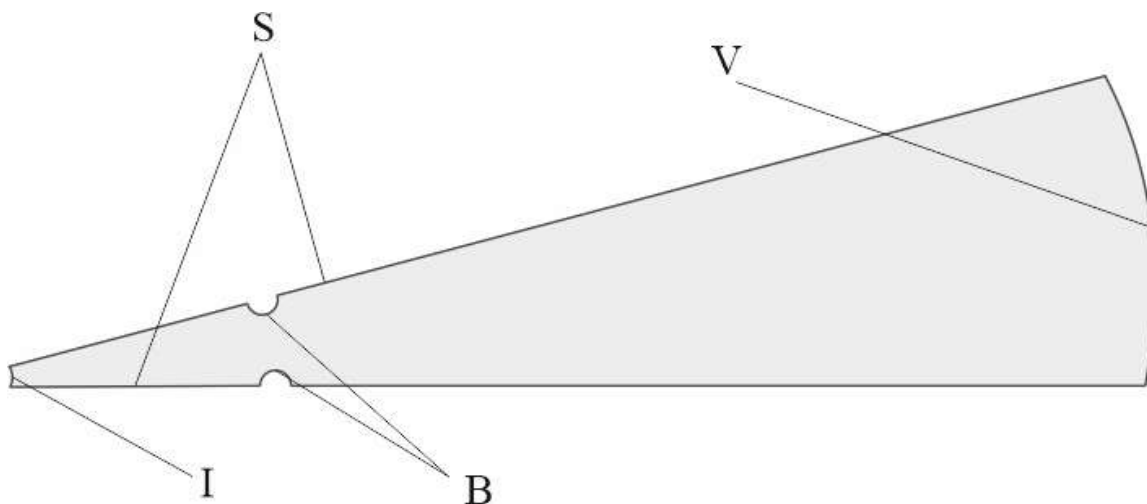


Рисунок 3.10 — Геометрическая модель замораживаемого породного массива: S — зоны симметрии; B — стенки замораживающих колонок; V — внешняя граница расчетной области, соответствующая непо потревоженному породному массиву; I — внутренняя граница расчетной области (теплоизоляция).

В геометрической модели слоя породного массива на рисунке 3.10 имеется граничная зона I, представляющая собой внутреннюю границу расчетной области. Эта зона введена для исключения острого угла из модели и обеспечения устойчивости

численного решения. Зона I, по возможности должна быть как можно сильнее смещена к оси вращательной симметрии задачи.

Конструктивно замораживающие колонки выполняются из двух труб — наружной замораживающей и внутренней питающей. Замораживающий рассол сначала движется вниз по внутренней проточной области, а затем вверх по внешней проточной области между наружной и внутренней трубами. Соотношение поперечных площадей внешней и внутренней проточных областей для простоты можно принять равным 1. В этом случае характерный поперечный размер проточной области рассола равен  $d/\sqrt{2}$ .

Аварийный режим работы моделируется посредством отключения (выхода из строя) одной из замораживающих колонок в момент перехода на пассивный режим замораживания. Отключение моделируется посредством задания  $\alpha = 0$  в момент перехода на пассивный режим замораживания.

Такой выбор момента появления аварийного режима работы системы обусловлен двумя соображениями. Во-первых, возникновение неисправностей в системе замораживания представляется наиболее вероятным в переходных режимах работы системы. Во-вторых, в этом случае удастся провести наиболее пессимистичную оценку уменьшения толщины ЛПО, так как сравнение будет производиться с проектной величиной толщины ЛПО, достигнутой в фазе активного замораживания в нормальном режиме работы всех замораживающих колонок.

### **Численное моделирование**

В качестве входных данных для численного расчета использовались исходные данные для проекта по замораживанию породного массива для строящихся стволов одного калийного рудника в республике Беларусь.

В рассматриваемом интервале замораживания пород ( $0 \div 275\text{м}$ ) исследовалось два слоя горных пород: наименее теплопроводный (слой мела) и наиболее теплопроводный (слой глины). Основные теплофизические свойства двух рассматриваемых слоев горных пород представлены в таблице 3.3. Принималось, что в фазу активного замораживания по колонкам подается замораживающий рассол с температурой  $-35^\circ\text{C}$ . При переходе на пассивный режим замораживания, температура рассола поднимается до  $-20^\circ\text{C}$ . Расход рассола постоянен и принимается равным  $240 \text{ м}^3/\text{час}$ .

Таблица 3.3 — Теплофизические параметры исследуемых слоев горных пород

Слой	$\lambda_{sd}$ , Вт/(м·°С)	$\lambda_{lq}$ , Вт/(м·°С)	$C_{sd}$ , Дж/(кг·°С)	$C_{lq}$ , Дж/(кг·°С)	$\rho_{sd}$ , кг/м <sup>3</sup>	$\rho_{lq}$ , кг/м <sup>3</sup>	$n$
Мел	2,46	1,67	1164	1720	1870	1870	0,3
Глина	4,30	2,64	900	1712	1840	1840	0,16

Толщина ЛПО определялась двумя способами – по фактической температуре  $T_{sd}$  полного замерзания воды в поровом пространстве массива, и по изотерме  $T_d = -8$  °С, при которой измерялась проектная прочность породы. Фактическая температура замерзания поровой воды для слоя глины составляет  $T_{sd} = -0,9$  °С, для слоя мела —  $T_{sd} = -0,58$  °С.

Радиус внешней границы расчетной области принимался равным 40 м, в то время как радиус внутренней границы — 0,25 м. Радиус контура замораживающих колонок составлял 8 м. Внешний радиус замораживающей колонки равен 0,073 м, а внутренний — 0,068 м. Расстояние между центрами соседних замораживающих колонок равно 1,2 м.

Переход на пассивный режим замораживания варьируется в интервале от 12,5 до 100 суток с шагом 12,5 суток.

На рисунке 3.11 представлены полученные численные зависимости толщины  $E$  ЛПО от времени для двух слоев (мел и глина), двух режимов работы (нормальный и аварийный), двух способов определения толщины ЛПО (по изотермам  $T_{sd}$  и  $T_d$ ). На рисунках 3.11а и 3.11в переход в аварийный режим наступает спустя 50 суток с момента начала замораживания, а на рисунках 3.11б и 3.11г — спустя 100 суток с момента начала замораживания.

Из рисунка 3.11 видно, что замораживание мела происходит существенно медленнее по сравнению с глиной. Это обусловлено, прежде всего, меньшей теплопроводностью мела и большим содержанием воды в нем. Отличия между графиками толщин ЛПО  $E(t)$  в фазах активного и пассивного замораживания, а также в нормальном и аварийном режимах работы замораживающей станции наиболее существенны для случая расчета толщины ЛПО по изотерме  $T_d = -8$  °С. Это связано с тем, что данная изотерма расположена ближе к контуру замораживающих колонок, поэтому влияние на нее изменения режима работы колонок сильнее, чем на более удаленную изотерму  $T_{sd}$ .

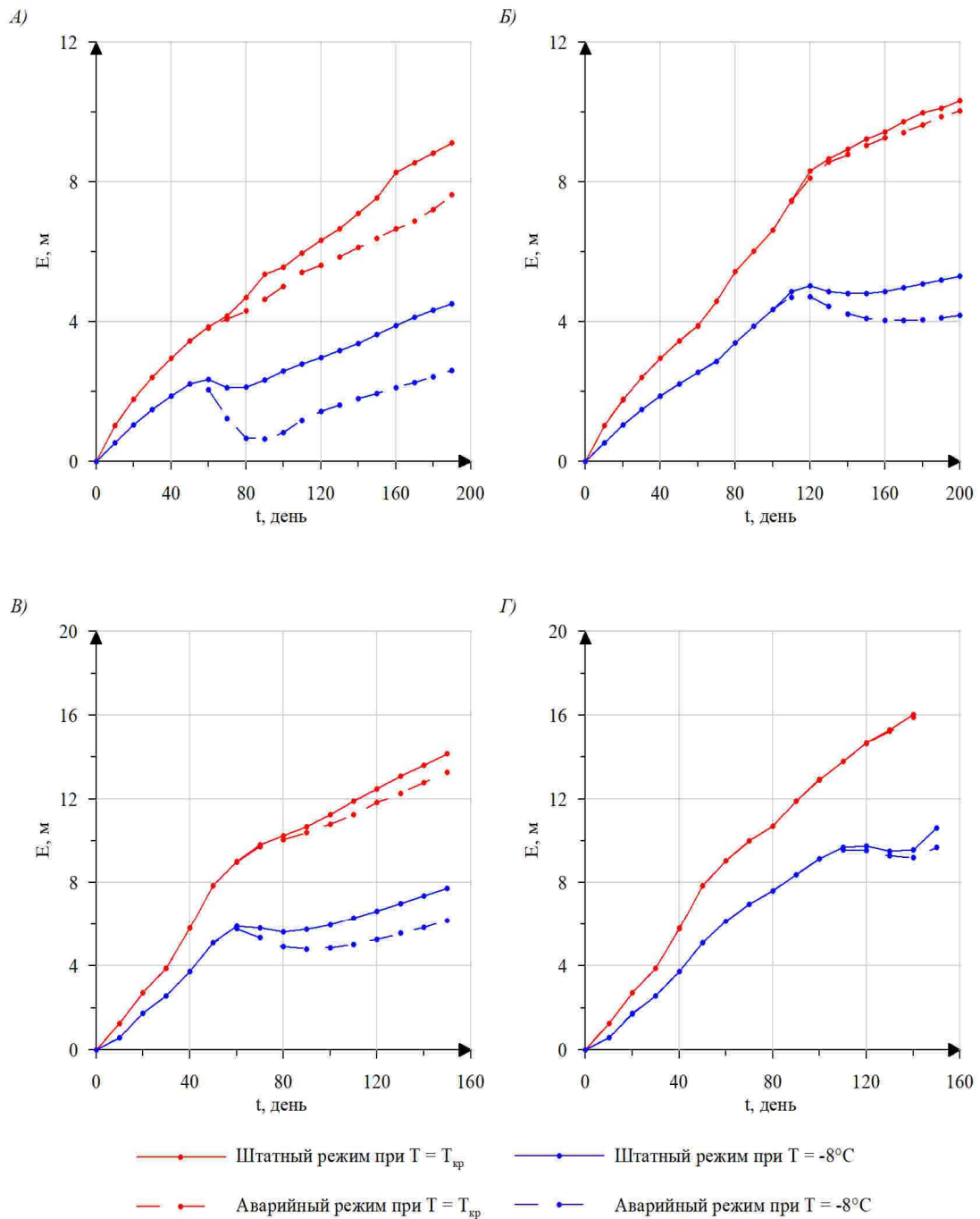


Рисунок 3.11 — Толщина ЛПО по изотермам  $T_{sd}$  и  $T_d^{\circ}\text{C}$  в зависимости от времени для нормального и аварийного режимов работы системы замораживания: (А) — Мел, 50 суток активного замораживания, (Б) — Мел, 100 суток активного замораживания, (В) — Глина, 50 суток активного замораживания, (Г) — Глина, 100 суток активного замораживания

Также изменение температуры вблизи границы фактического фазового перехода поровой воды (т.е. вблизи изотермы  $T_{sd}$ ) при изменении режима работы колонок происходит медленнее вследствие дополнительной инерционности поля температур в этой зоне, связанной с длительностью процесса фазового перехода (которая определяется скрытой теплотой фазового перехода и содержанием воды в породе).

В целом из рисунка 3.11 можно заключить, что для всех слоев и всех режимов работы системы замораживания при переходе в фазу пассивного замораживания наблюдается уменьшение толщины ЛПО до значений, ниже требуемых по проекту. При более раннем переходе в пассивный режим замораживания (50 суток) уменьшение толщины ЛПО проявляются существеннее, чем в случае более позднего перехода (100 суток). Это объясняется тем, что за 100 дней активного замораживания массив успевает охладиться до более низких температур и на большее расстояние, чем за 50 дней, вследствие чего уменьшаются теплопритоки, приходящие из зоны охлаждения к фронту фазового перехода. В аварийном режиме работы системы замораживания уменьшение толщины ЛПО по изотерме  $T_{sd} = -8^\circ\text{C}$  проявляется наиболее существенно.

### Анализ уменьшения толщины ЛПО

Информативным параметром, позволяющим провести анализ уменьшения толщины ЛПО в пассивной фазе замораживания и аварийном режиме работы системы, является максимальное уменьшение толщины ЛПО, рассчитываемое по формуле:

$$\Delta E = \max(0; E_a - E_{II}), \quad (3.26)$$

где  $E_a$  — проектная толщина ЛПО, достигнутая к концу фазы активного замораживания, м;  $E_{II}$  — минимальная толщина ЛПО в фазе пассивного замораживания, м.

В таблице 3.4 представлены величины толщин ЛПО и величины максимального уменьшения толщин ЛПО для двух рассматриваемых слоев по изотерме  $-8^\circ\text{C}$ .

Таблица 3.4 — Толщины ЛПО ( $-8^\circ\text{C}$ ) в фазах активного и пассивного замораживания, максимальные изменения толщин ЛПО, м

Время	Мел			Глина		
	$E_a$ , м	$E_{II}$ , м	$\Delta E$ , м	$E_a$ , м	$E_{II}$ , м	$\Delta E$ , м
50 сутки	2,21	0,63	1,58	5,11	4,81	0,30
100 сутки	4,35	4,02	0,33	9,15	9,21	0,06

На рисунке 3.12 представлена численная зависимость  $\Delta E(t)$  по изотерме  $-8^\circ\text{C}$  от времени активного замораживания породного массива. Представлены нормальный и аварийный режимы работы системы замораживания. Из рисунка видно, что  $\Delta E(t)$  является сложной немонотонной функцией времени активного замораживания. Более того, для двух рассматриваемых в работе слоев горных пород, эта функция имеет существенно различный вид.

Функция  $\Delta E(t)$  в нормальном режиме работы системы замораживания (рисунок 3.12а) практически всюду ниже нуля (т.е. уменьшения толщины ЛПО нет). Зона положительных значений наблюдаются только в малом интервале времени от 25 до 59

суток для слоя мела.  $\Delta E(t)$  для глины в этом интервале не превышает 0,15 м, что составляет менее 5 % от абсолютного значения толщины ЛПО.

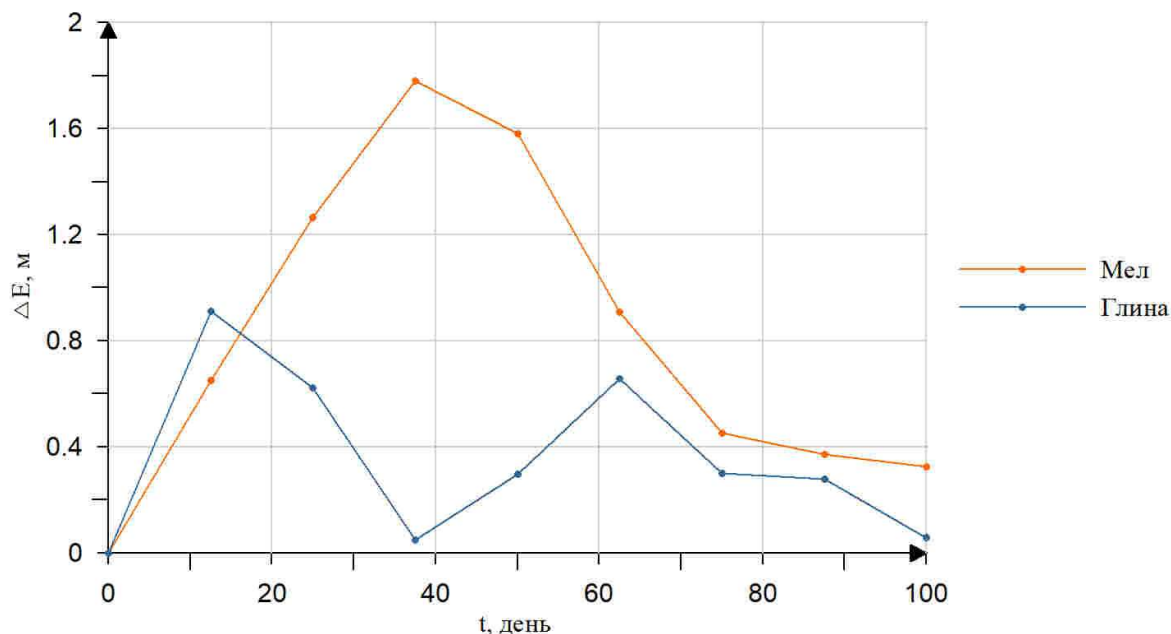


Рисунок 3.12 — Максимальное уменьшение толщины ЛПО  $\Delta E$  при переходе на пассивный режим замораживания: (А) – нормальный режим, (Б) – аварийный режим (отключение одной замораживающей колонки)

По-другому выглядит ситуация с функцией  $\Delta E(t)$  для аварийного режима работы системы. Функция  $\Delta E(t)$  в аварийном режиме работы системы замораживания имеет наиболее сложный вид с несколькими локальными экстремумами (см. рисунок 3.12б). Кривая роста  $\Delta E(t)$  в промежутке от нуля до первого локального максимума соответствует ситуации, при которой выход из строя замораживающей колонки приводит к уменьшению толщины ЛПО по изотерме  $-8^{\circ}\text{C}$  до нуля. Кривая  $\Delta E(t)$  на этом промежутке повторяет кривую роста ЛПО на рисунке 3.11. При дальнейшем увеличении времени активного замораживания функция  $\Delta E(t)$  для мела монотонно убывает, стремясь к нулевому значению. Уменьшение  $\Delta E(t)$  в этом случае связано с тем, что в фазе активного замораживания массив успевает сильно промерзнуть: тем сильнее, чем выше значение  $t$ . Кривая  $\Delta E(t)$  для глины убывает только до момента времени 37,5 суток, после чего убывание сменяется возрастанием. Такое поведение кривой для глины связано с различной динамикой внутреннего и внешнего фронтов фазового перехода (см. рисунок 3.13).

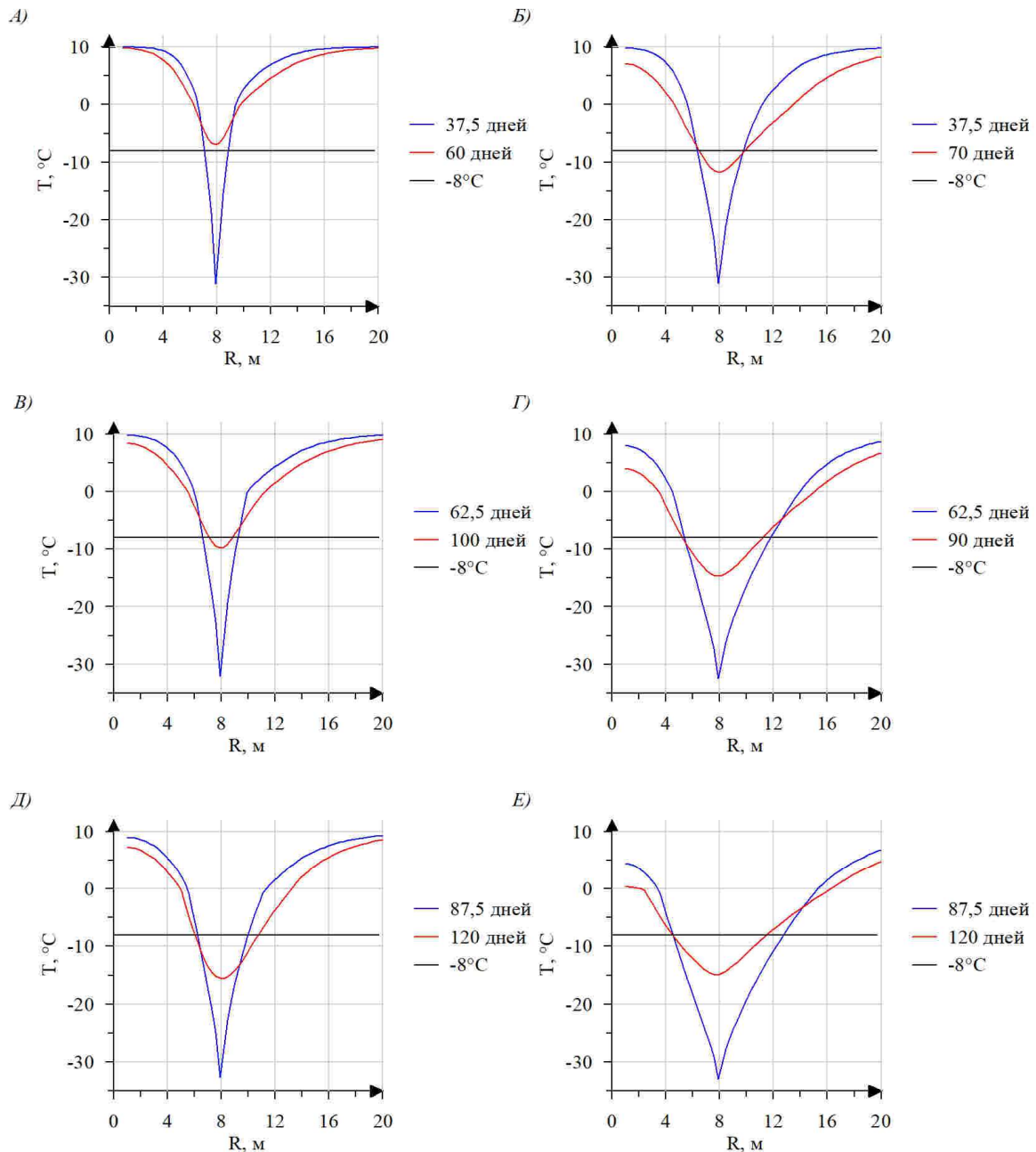


Рисунок 3.13 — Распределение температуры вдоль главной плоскости ЛПО во время перехода на пассивный режим замораживания (синяя кривая) и в момент времени, когда достигается минимальная толщина ЛПО (красная кривая): (А) — Мел, 37,5 суток активного замораживания, (Б) — Глина, 37,5 суток активного замораживания, (В) — Мел, 62,5 суток активного замораживания, (Г) — Глина, 62,5 суток активного замораживания, (Д) — Мел, 87,5 суток активного замораживания, (Е) — Глина, 87,5 суток активного замораживания

На промежутке от 12,5 до 37,5 суток уменьшение  $\Delta E(t)$  связано с тем, что внутренний фронт ЛПО продвигается вглубь массива быстрее, чем происходит отступление внешнего фронта ЛПО к контуру замораживающих скважин. Далее скорость отступления внешнего фронта ЛПО начинает превышать скорость продвижения внутреннего фронта ЛПО, вследствие чего на временном интервале 37,5 – 62,5 суток

имеет место возрастание функции  $\Delta E(t)$ . По прошествии момента времени 62,5 суток отступление внешнего фронта ЛПО снова становится меньше, чем продвижение внутреннего фронта ЛПО, поэтому  $\Delta E(t)$  уменьшается и стремится к нулю.

Из рисунка 3.126 можно сделать вывод, что уменьшение толщины ЛПО по изотерме  $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$  в фазе пассивного замораживания в аварийном режиме работы, связанным с выходом из строя одной из замораживающих колонок, существенно выше нуля. Т. е. в данной ситуации в течение некоторого промежутка времени фактические толщины ЛПО будут ниже требуемых по проекту значений, что является недопустимым.

Следует отметить, что при анализе толщины ЛПО по изотермам фактического замораживания пород ( $T_{sd} > -1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), «поймать» такое уменьшение толщины ЛПО в фазе пассивного замораживания невозможно. При этом, на практике может быть такая ситуация, когда толщина ЛПО по изотерме  $T_{sd}$  будет продолжать увеличиваться, а толщина ЛПО по изотерме  $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$  уменьшится до нуля (см. рисунок 3.14).

В таком случае целесообразно разрабатывать методы и мероприятия, направленные на исключении ситуации, когда фактическая толщина ЛПО будет ниже проектной или когда средняя температура ЛПО станет выше величины, при которой производились испытания пород на прочность. Одним из таких мероприятий может быть временное изменение параметров замораживающего рассола в фазе пассивного замораживания (уменьшение температуры, увеличение расхода). Помимо этого, возможным методом повышения надежности системы искусственного замораживания в условиях аварийного отключения замораживающих колонок может быть регулирование расстояния между соседними замораживающими колонками на этапе разработки проекта по замораживанию породного массива.

### **3.4. Определение расстояния между соседними замораживающими колонками**

Представляет интерес исследование зависимости критерия  $\Delta E(t)$  от расстояния между замораживающими колонками. В настоящей работе проведен такой анализ для слоя глины. На рисунке 3.14 представлены полученные в результате численного моделирования зависимости критерия  $\Delta E(t)$  от расстояния  $a$  между соседними замораживающими колонками при длительностях активного замораживания 50, 100, 120, 130 и 150 суток и для ситуации аварийного отключения одной из замораживающих колонок. Рассмотрены пять различных расстояний между замораживающими колонками: 0,72 м, 0,96 м, 1,2 м, 1,44 м и 1,68 м. Анализ расстояний между замораживающими колонками 0,7 м и меньше не имеет смысла вследствие сложности



или невозможности реализации таких расстояний на практике с учетом закладываемых по проекту отклонений положений замораживающих колонок от вертикали.

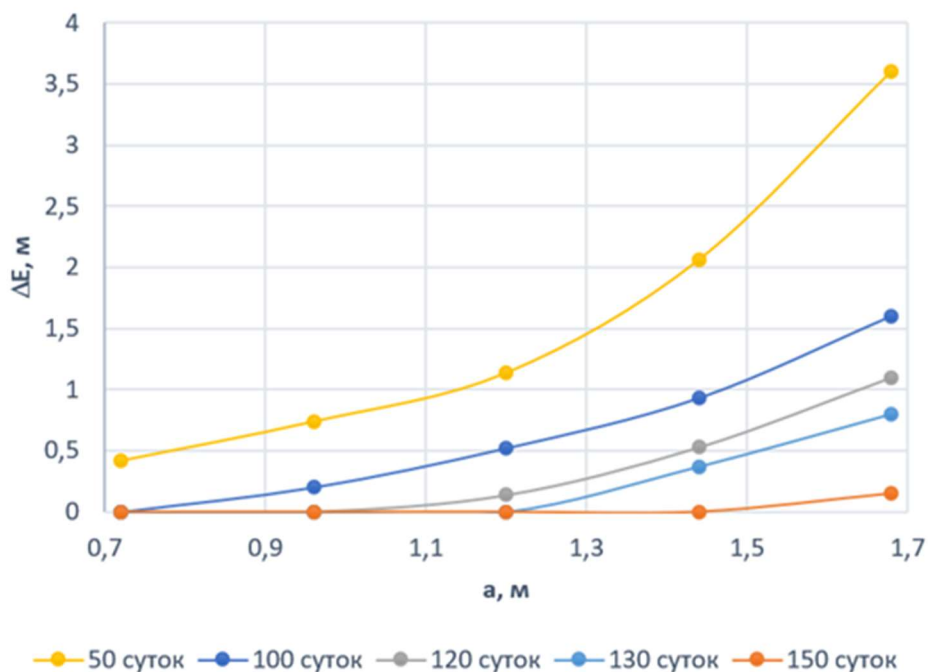


Рисунок 3.14 — Максимальное уменьшение толщины ЛПО при переходе на пассивный режим замораживания при аварийной ситуации (отключение одной замораживающей колонки) для различных расстояний между колонками

На рисунке 3.14 можно видеть вполне закономерный факт, что критерий  $\Delta E(t)$  является монотонно возрастающей функцией расстояния между соседними замораживающими колонками. Чем больше время активного замораживания, тем сильнее успевает охладиться и заморозиться породный массив и тем меньше значение критерия (3.26) и меньше отрицательный эффект от внезапного выхода из строя замораживающей колонки. В целом функциональный вид критерия существенно нелинейный.

Для 50 суток активного замораживания при всех рассмотренных расстояниях между замораживающими колонками наблюдались ненулевые уменьшения толщины ЛПО. При этом, для 150 суток активного замораживания критерий (8) обратился в нуль для всех рассмотренных расстояний, кроме 1,68 м. Для наиболее распространенных на практике расстояний между замораживающими колонками (от 1,1 до 1,3 м) толщина ЛПО будет уменьшаться, если время активного замораживания составляет менее 130 суток.

Как отмечалось ранее, толщина ЛПО по изотерме фактического замерзания поровой воды (около  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) не уменьшается и сохраняет положительную динамику на протяжении всего периода пассивного замораживания, независимо от времени

активного замораживания. При этом, как видно из полученных здесь расчетов, уменьшение толщины ЛПО по изотерме  $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$  существенно, а значит существенно и снижение средней температуры ЛПО, если последнее считается по изотерме фактического замерзания поровой воды. Это указывает на мнимую надежность ЛПО, рассчитанного по изотерме фактического замерзания поровой воды.

Безопасное расстояние  $a$  между замораживающими колонками, при котором не произойдет существенного уменьшения толщины ЛПО, зависит от проектного времени активного замораживания породного массива. Большее время активного замораживания является более предпочтительным, т. к. в этом случае удастся снизить уменьшение толщины ЛПО, вызванное переходом на пассивный режим замораживания и выходом из строя одной из замораживающих колонок. Если принять в качестве критерия безопасности при выборе расстояния  $a$  условие  $\Delta E=0$  м, то для 100 суток активного замораживания величина  $a$  составляет примерно 0,7 м, в то время как для 150 суток активного замораживания — уже около 1,5 м. С учетом того, что на практике расстояния между замораживающими колонками обычно лежат в интервале от 1,1 до 1,3 м, достаточно потребовать, чтобы время активного замораживания породного массива составляло не менее 130 суток (около 4,3 месяца). Полученное безопасное время активного замораживания справедливо только для рассмотренного слоя глины.

При больших значениях расстояния  $a$  время активного замораживания следует выбирать на основании рисунка 3.14 или аналогичных количественных оценок с использованием критерия (3.36) или подобных ему критериев. Естественно, выбор времени активного замораживания породного массива должен основываться также на ряде других факторов [95]. Важно отметить, что в случае наличия фильтрационных течений подземных вод расстояние между соседними замораживающими колонками должно также выбираться на основании анализа смыкания отдельных ледопородных цилиндров и формирования единого, сплошного ЛПО. Данный вопрос частично рассмотрен в следующей главе.

### **3.5. Расчет заглубления замораживающих колонок в водоупорный слой**

Ранее отмечалось, что существующие исследования заглубления замораживающих колонок в водоупорный слой основываются только на технологических факторах и не рассматривают не менее важный теплофизический фактор. В настоящем параграфе проводится теоретическое обоснование величины заглубления замораживающих колонок в водоупорный слой по теплофизическому фактору. Под теплофизическим фактором в данном случае понимается влияние земных

теплопритоков в вертикальном направлении на уменьшение толщины ЛПО вблизи забоя замораживающей скважины. А критерием для выбора той или иной величины заглубления замораживающих колонок в водоупорный слой является сохранение толщины ЛПО по всей высоте обводненного слоя пород, залегающего выше водоупорного слоя.

### Математическая модель

Рассматривается породный массив в условиях естественного залегания. Массив состоит из двух горизонтальных слоев пород, в каждом из которых имеется однородное распределение теплофизических свойств. Геометрия расчетной области представлена на рисунке 3.15. Мощности слоев обозначены как  $h_I$  и  $h_{II}$ . Заглубление замораживающих колонок в водоупорный слой обозначено символом  $\Delta$ . Массив является влагонасыщенным, причем вся поровая вода находится в неподвижном состоянии. Для простоты рассматривается случай единственной замораживающей колонки, ориентированной строго вдоль вертикальной оси  $Z$ . Начальное распределение температур в массиве также принимается однородным, что позволяет перейти к рассмотрению осесимметричной задачи в цилиндрических координатах  $R$  и  $Z$ .

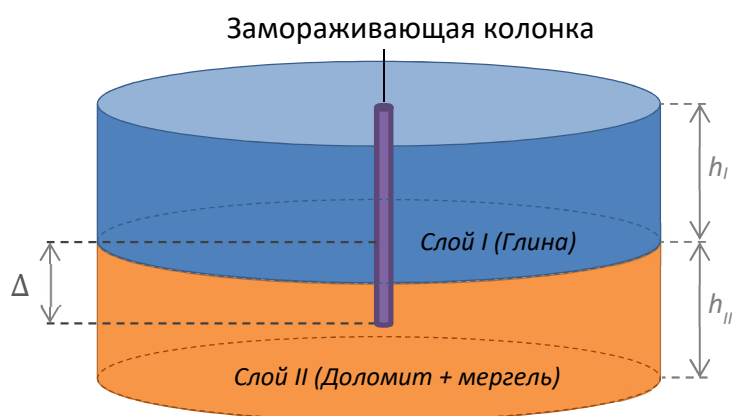


Рисунок 3.15 — Геометрия расчетной области

Выбор теплофизических свойств слоев горных пород приближен к условиям строящегося рудника Петриковского ГОКа. В данных условиях водоупорным слоем является надсолевая глинистомергелистая толща (ГМТ), которая с глубины 265,4 м и до глубины 290,0 м представлена переслаиванием глин аргиллитоподобных и доломитовых мергелей. Вышележащие каменноугольные отложения в интервале глубин от 255,8 до 265,4 м сложены переслаиванием песчаников, алевролитов глинистых и глин.

В качестве вышележащего водопроницающего слоя горных пород в модели принимается наиболее характерный тип породы в интервале глубин от 255,8 до 265,4 м – глина плотная. В качестве нижележащего водоупорного слоя принимается наименее влагонасыщенная порода надсолевой глинистомергелистой толщи – переслаивание доломита и мергеля. Теплофизические и геометрические свойства двух рассматриваемых модельных слоев представлены в таблицах 3.5 и 3.6. Теплофизические свойства пород взяты из [85].

Таблица 3.5 — Геометрические свойства расчетной области

Параметр	Значение
Радиус замораживающей колонки, м	0,073
Радиус расчетной области, м	25
Высота слоя 1	15
Высота слоя 2	15

Таблица 3.6 — Теплофизические свойства рассматриваемых слоев горных пород

Параметр	Слой 1 (глина плотная)	Слой 2 (переслаивание доломита и мергеля)
Плотность, кг/м <sup>3</sup>	2150	2470
Теплоемкость в зоне льда, Дж/(кг·°C)	1087	959
Теплоемкость в зоне охлаждения, Дж/(кг·°C)	1284	1076
Теплопроводность в зоне льда, Вт/(м·°C)	1,8	2,0
Теплопроводность в зоне охлаждения, Вт/(м·°C)	1,46	1,6
Влажность, кг/кг	0,2	0,08
Начальная температура, °C	8,5	8,5
Температура начала кристаллизации, °C	0	0
Температура начала плавления, °C	-1	-1

Температура и расход хладоносителя в замораживающей колонке составляют соответственно –30 °C и 15 м<sup>3</sup>/ч. Важным обстоятельством является то, что согласно таблице, в водоупорном слое породы более теплопроводны, чем в водопроницаемом слое над ним. Прежде всего, в настоящем исследовании будет

рассмотрен именно такой случай. Далее мы также рассмотрим и обратную ситуацию, когда породы в водоупорном слое менее теплопроводны по сравнению с породами в вышележащем водопроницаемом слое.

Кондуктивный перенос теплоты с фазовым превращением в рассматриваемой расчетной области описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad (3.27)$$

$$z \leq h_I : \lambda = \lambda_I, H = H_I, \quad (3.28)$$

$$z > h_I : \lambda = \lambda_{II}, H = H_{II}, \quad (3.29)$$

$$r = R_w, z > h_{II} - \Delta : \lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha (T_{fr}(t) - T), \quad (3.30)$$

$$r = R_w, z \leq h_{II} - \Delta : \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (3.31)$$

$$r = R_v : T = T_0, \quad (3.32)$$

$$z = 0; h_I + h_{II} : \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \quad (3.33)$$

Здесь  $R_w$  – радиус замораживающей колонки, м;  $h_I$  — толщина слоя 1, м;  $h_{II}$  — толщина слоя 2, м;  $\Delta$  — заглубление замораживающей колонки в слой 2, м; римскими цифрами обозначены номера слоев.

### Численное моделирование

Численное решение задачи строилось в среде Visual Studio 2019 на языке программирования C#. Использовался метод конечных разностей, явная схема по времени первого порядка точности, центральная схема по пространству второго порядка точности. Вблизи замораживающей колонки задавалось сгущение сетки, размер ближайшей к колонке ячейки выбирался таким образом, чтобы обеспечить независимость решения от сетки и адекватно смоделировать высокие температурные градиенты между массивом и колонкой в начальный период замораживания. Физическое время моделирования принято равным 200 суток.

На рисунке 3.16 представлены распределение температуры в расчетной области при нулевом заглублении замораживающей скважины в водоупорный слой и различных моментах времени. Красной штриховой линией на рисунке показана граница раздела двух слоев горных пород. Из этого рисунка видно, что у почвы верхнего слоя происходит изгиб изолиний температуры вследствие дополнительных теплопритоков снизу. Такой изгиб характерен как для относительно малых (50 суток), так и для относительно больших (200 суток) времен замораживания. Физически это означает, что в случае

отсутствия заглубления замораживающих колонок в водоупорный слой у почвы последнего водопроницающего слоя, подверженного искусственному замораживанию, фактическая толщина ЛПО будет меньше, чем в среднем по этому слою.

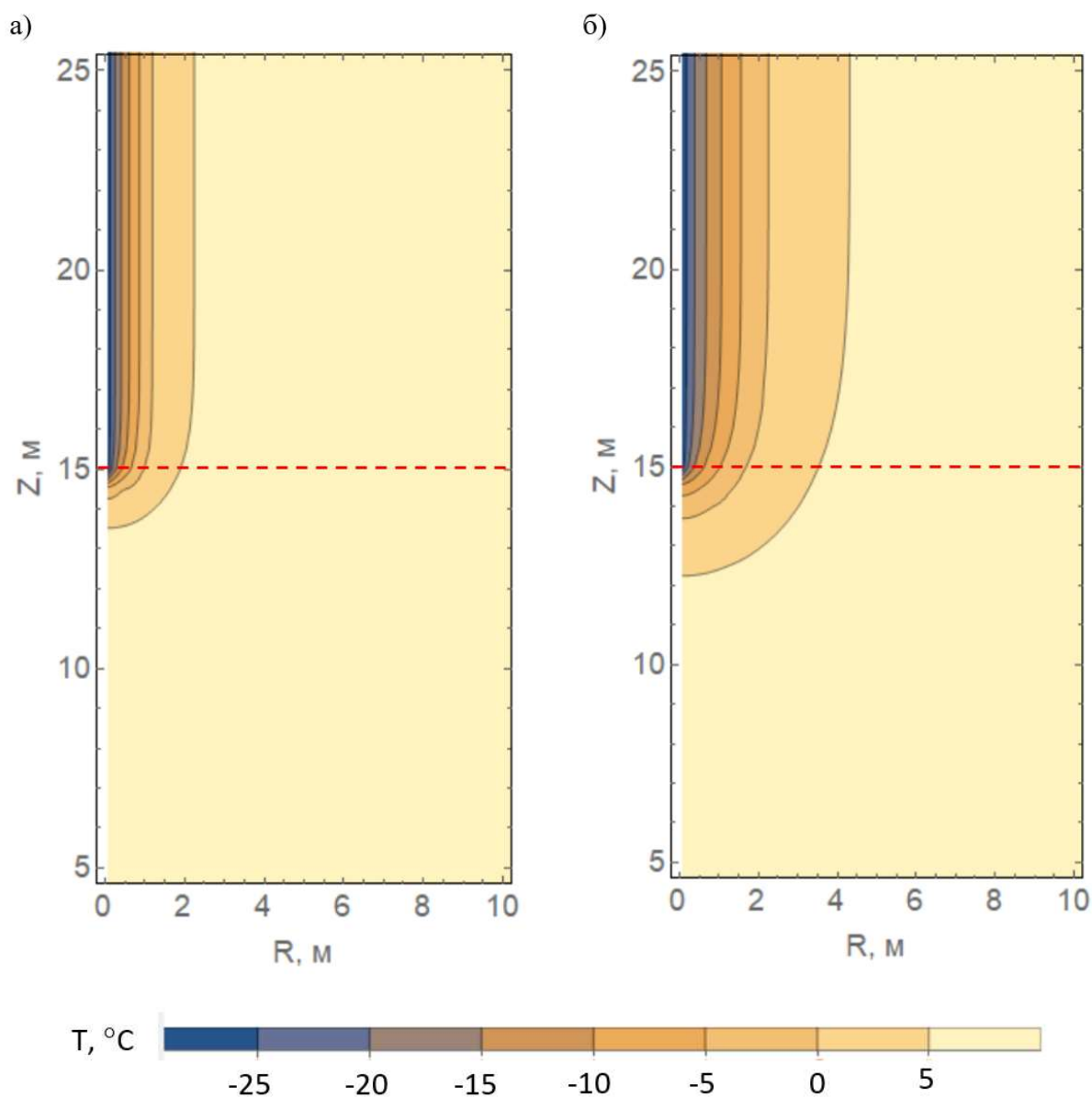


Рисунок 3.16 — Распределение температуры в расчетной области при нулевом заглублении замораживающей скважины в водоупорный слой и различных моментах времени: а) – 50 суток, б) – 200 суток

Для количественной оценки того, насколько велико отклонение температуры вблизи почвы водопроницающего слоя породного массива, предлагается использовать следующий критерий:

$$\Delta T = |T_{cp} - T_n|. \quad (3.34)$$

Критерий  $\Delta T$  (3.34) является функцией радиальной координаты и представляет собой абсолютное значение рассогласования температур:

- температуры  $T_{cp}(r)$  вдоль срединного горизонтального разреза слоя № 1, где тепловое влияние соседних слоев минимально (по крайней мере в рассматриваемые временные промежутки), и
- температуры  $T_n(r)$  вдоль почвы слоя № 1, где тепловое влияние со стороны водоупорного слоя максимально.

На рисунке 3.17 представлены эпюры критерия (3.34) для двух вариантов заглубления и для нескольких моментов времени.

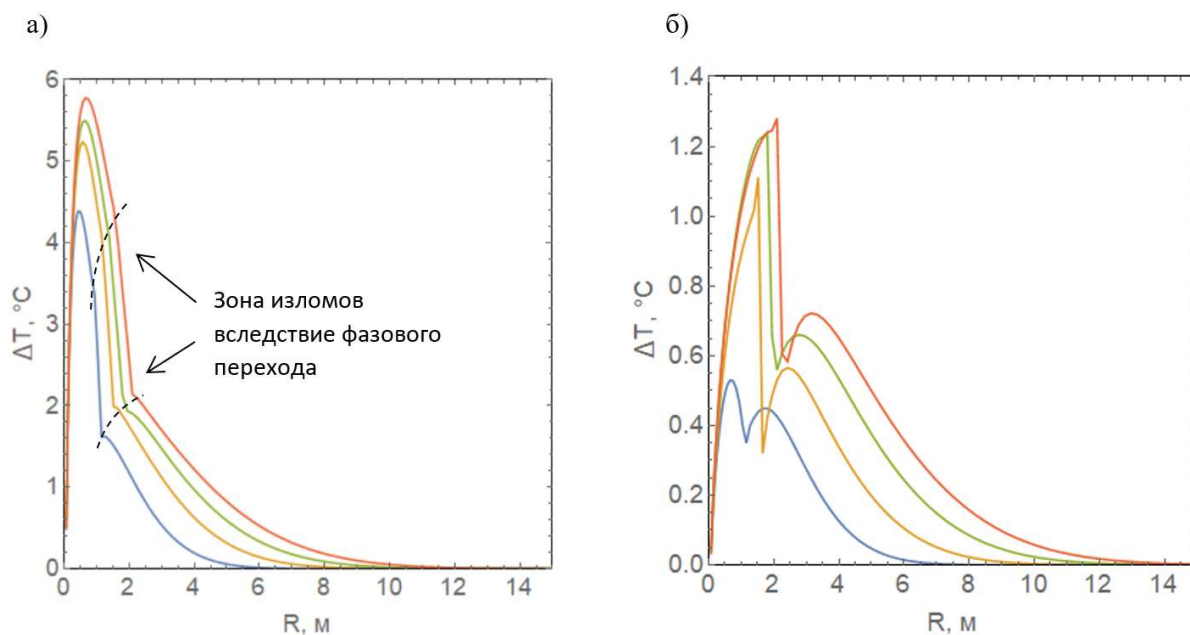


Рисунок 3.17 — Зависимость разницы температур в слое № 1 от радиальной координаты в различные моменты времени: (а) – для заглубления, равного нулю, (б) – для заглубления, равного 10 м

Из рисунка 3.17а видно, что абсолютная величина рассогласования температур в середине слоя и у почвы слоя превышает значение  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  и увеличивается со временем, о чем можно судить по смещению кривой  $\Delta T$  вверх. Наибольшее рассогласование температур наблюдается в зоне льда (слева относительно зоны изломов на кривых), в то время как в зоне охлаждения максимальная разница температур приблизительно в два раза меньше. С течением времени кривая  $\Delta T$  рассогласования температур смещается не только вверх, но также и вправо (т. е. тепловое влияние водоупорного слоя распространяется вглубь незамороженного породного массива).

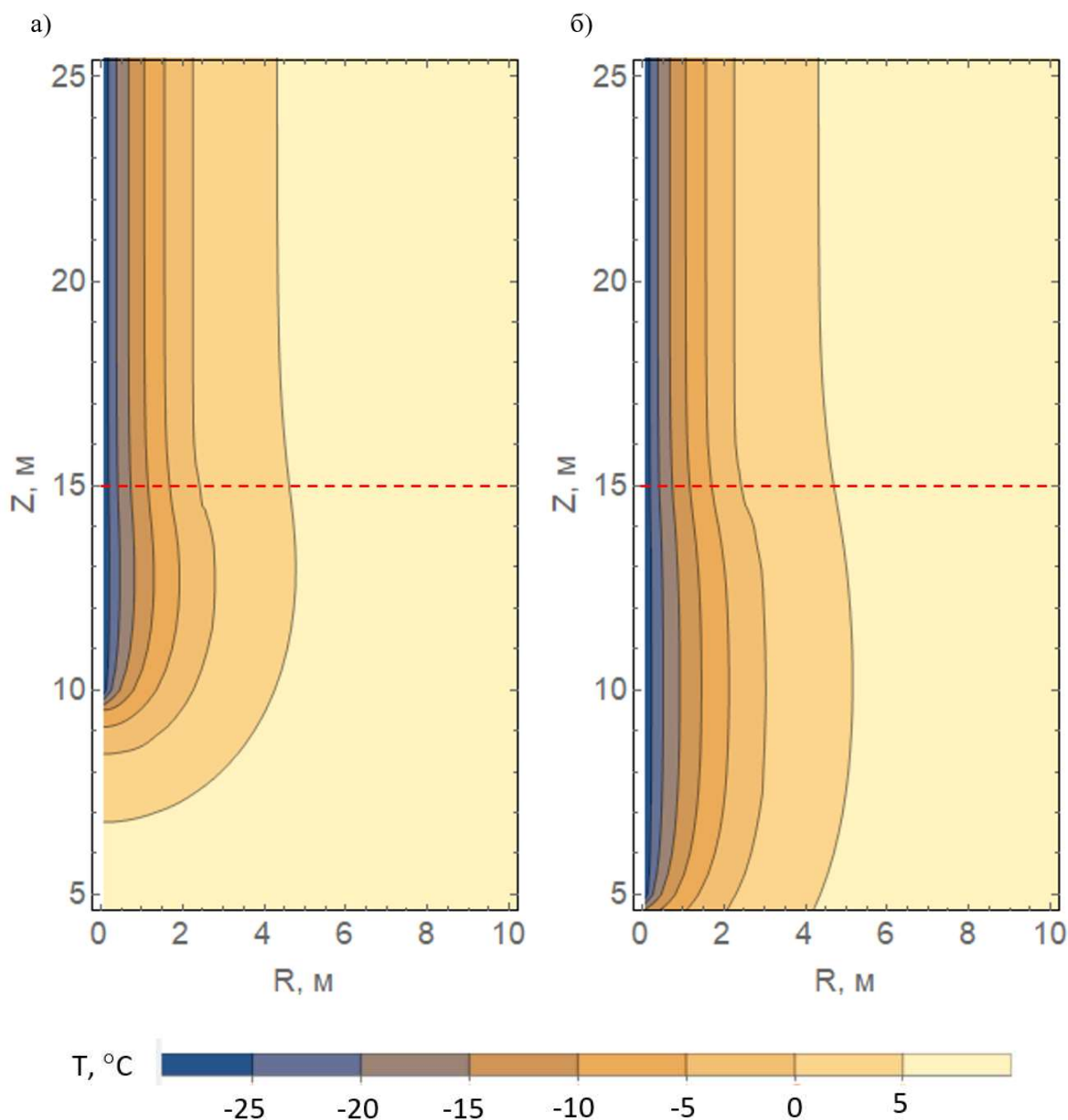


Рисунок 3.18 — Распределение температуры в расчетной области в момент времени 200 суток при различных заглублениях замораживающей скважины в водоупорный слой: а) – 5 м, б) – 10 м

На рисунке 3.17б представлена абсолютная величина рассогласования температур для проектного значения заглубления замораживающих колонок, равного 10 м. В данной ситуации рассогласование в несколько раз ниже, чем для заглубления, равного нулю. Более того, поскольку в водоупорном слое породы более теплопроводны, чем в водопроницаемом слое над ним, температура  $T_n(r)$  вдоль почвы слоя оказывается в данной ситуации ниже, чем температура  $T_{cp}(r)$  вдоль срединного горизонтального разреза слоя (см. рисунок 3.18б).

На рисунке 3.18а представлено распределение температур для проектного значения заглубления замораживающих колонок, равного 5 м. Как видно, вдоль линии



контакта двух слоев поле температуры слабо отличается от случая заглубления 10 м (см. рисунок 3.18б). Это указывает на то, что заглубление замораживающих колонок на 10 м является нецелесообразным по теплофизическому фактору в случае, когда нижележащий водоупорный слой является более теплопроводным.

Целесообразность того или иного заглубления замораживающих колонок по теплофизическому фактору может быть количественно оценена с помощью рисунка 3.19, на котором представлена зависимость модифицированного критерия

$$\Delta T = \text{sign}(T_n - T_{cp}) \cdot \max_r |T_n - T_{cp}| \quad (3.35)$$

от величины заглубления для нескольких времен моделирования. Суть модификации заключается в учете знака рассогласования, а также в интегральной оценке по всему породному массиву.

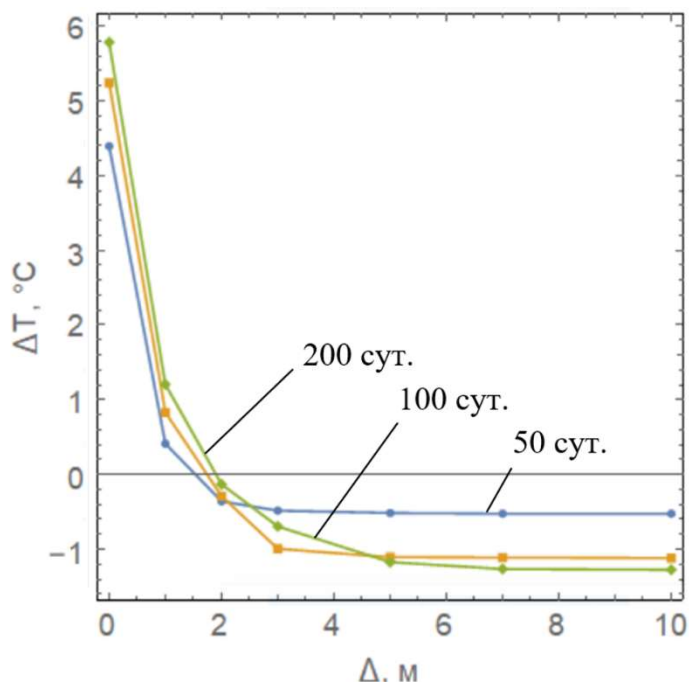


Рисунок 3.19 — Зависимость максимальной разницы температур в слое № 1 от величины заглубления в различные моменты времени

Из этого рисунка явственно следует, что в случае, когда нижележащий водоупорный слой является более теплопроводным, чем вышележащий водопроницающий слой, минимальная допустимая величина заглубления составляет 2 м. При меньших заглублениях вдоль границы раздела двух слоев будут наблюдаться температуры ниже, чем на срединной линии водопроницающего слоя. Это будет приводить к локальному уменьшению толщины ЛПО у границы раздела слоев.

Теперь следует рассмотреть более опасный случай, когда нижележащий водоупорный слой является менее теплопроводным. Для этого, прежде всего, нужно изменить теплофизические параметры водоупорного слоя № 2. Сделать это

предлагается следующим способом: взять за основу для слоя № 2 теплофизические параметры слоя № 1 (глина плотная) и затем произвести вариацию теплопроводностей и теплоемкостей в зонах льда и охлаждения. Таким образом, можно будет построить зависимости минимальной допустимой величины заглубления от разницы теплофизических свойств слоев № 1 и № 2.

Разницу теплофизических свойств удобнее всего характеризовать с помощью основных безразмерных комплексов задачи (3.27) — (3.33): чисел Фурье, Стефана, Био, соотношений теплопроводностей и теплоемкостей:

$$Fo_i = \frac{\lambda_{i2}}{\rho_i c_{i2}} \frac{\Delta t}{R_w^2}, \quad i = I, II, \quad (3.36)$$

$$Ste_i = \frac{c_{i2}(T_0 - T_{fr})}{Lw_i}, \quad i = I, II, \quad (3.37)$$

$$Bi_i = \frac{\alpha_i R_w}{\lambda_{i1}}, \quad i = I, II, \quad (3.38)$$

$$\frac{\lambda_{i2}}{\lambda_{i1}}, \quad i = I, II, \quad (3.39)$$

$$\frac{c_{i2}}{c_{i1}}, \quad i = I, II. \quad (3.40)$$

Здесь  $\Delta t$  — общее время моделирования, сут.

Для слоя № 1 (глина плотная) значения данных безразмерных комплексов составляют  $Fo_I = 1,71$ ,  $Ste_I = 0,74$ ,  $Bi_I = 4,0$ ,  $\lambda_{I2} / \lambda_{I1} = 0,81$ ,  $c_{I2} / c_{I1} = 0,18$ .

Наибольший интерес представляют вариации чисел Фурье и Стефана в водоупорном слое № 2. Вариация достаточно большого числа Био (или достаточно большого коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ ) слабо влияет на решение, поскольку более высокое термическое сопротивление массива в данном случае всё равно будет являться определяющим фактором динамики тепловых потоков во всем массиве. Математически это выражается в том, что граничное условие (3.30) при больших  $\alpha$  фактически редуцируется в граничное условие 1 рода.

Вариации отношений теплопроводностей и теплоемкостей имеют мало физического смысла, т. к. данные соотношения, как правило, зависят от типов породы и количества влаги в них. Поэтому вариации (3.39) и (3.40) должны рассматриваться как следствия вариации, к примеру, числа Стефана.

В работе для водоупорного слоя рассмотрены вариации чисел Фурье  $-15$  и  $-30$  %, вариации чисел Стефана  $-50$  и  $+50$  %. Знак минус означает, что производится уменьшение соответствующей физической величины для слоя № 2.

На рисунке 3.20а представлены зависимости критерия (3.35) от величины заглубления при различных числах Фурье и постоянном числе Стефана 0,74, соответствующем слою № 1. На рисунке 3.20б представлены зависимости критерия (3.37) от величины заглубления при различных числах Стефана и постоянном числе Фурье 1,71, также соответствующем слою № 1. Рассмотрен момент времени 200 суток.

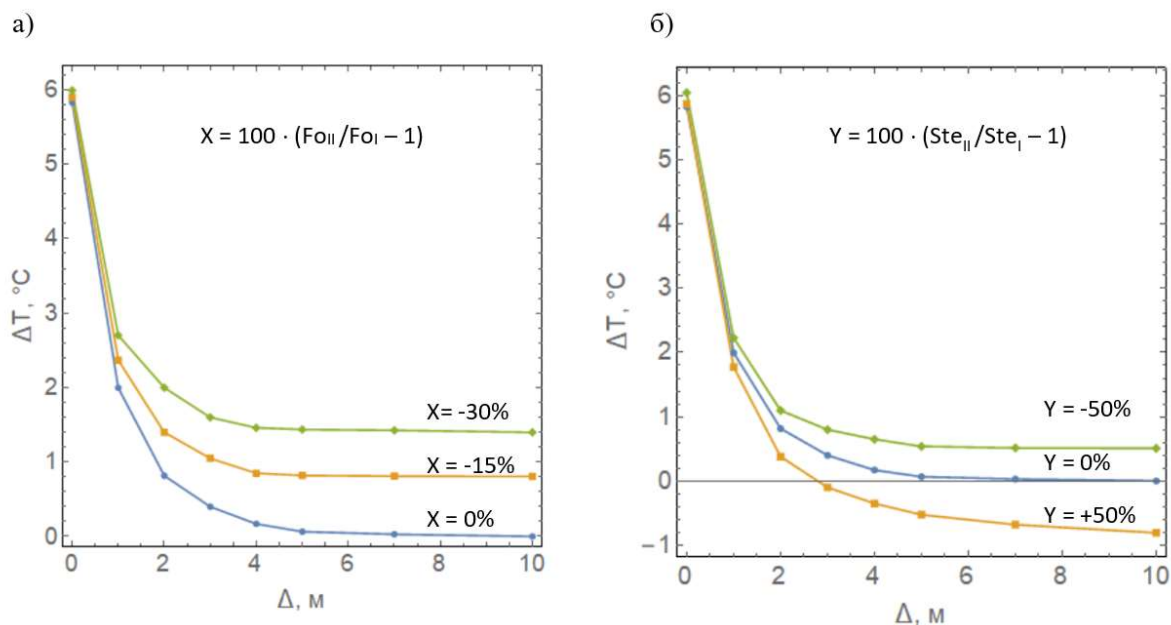


Рисунок 3.20 — Зависимость максимальной разницы температур в водопродводящем слое (I) от величины заглубления в момент времени 200 суток при различных числах Фурье и Стефана в водоупорном слое (II)

Из рисунка 3.20а следует, что с уменьшением числа Фурье (или теплопроводности) водоупорного слоя рассогласование температур между срединным сечением и у почвы водопродводящего слоя растет. Увеличение заглубления замораживающих скважин перестает влиять на рассогласование температур, начиная со значения около 5 м. При этом рассогласования температур остаются существенно отличными от нуля. Это означает, что вблизи контакта слоев № 1 и № 2 температуры пород выше, чем в срединной линии слоя № 1, а толщина ЛПО ниже.

Из рисунка 3.20б в свою очередь следует, что увеличение влагонасыщенности пород и, следовательно, уменьшение числа Стефана приводят к аналогичному эффекту, что и уменьшение числа Фурье. Количественно этот эффект выражен слабее при заглублениях более 2 м. В случае, когда влажность пород в водоупорном слое ниже, чем в водопродводящем слое над ним (наиболее распространенный случай), заглубление замораживающих колонок на глубину более 3 м оказывает положительный эффект на замораживание породного массива и на толщину ЛПО, о чем свидетельствуют отрицательные значения перепада температур  $\Delta T$ .

Таким образом, ситуация, когда число Фурье в водоупорном слое меньше, чем в вышележащем водопроводящем слое, является наиболее опасной. В этом случае заглубление замораживающих колонок не способно полностью решить проблему локального уменьшения толщины ЛПО вблизи зоны контакта слоев. Заглубление замораживающих колонок на глубины более 5 м не приводит к существенному улучшению промораживания водопроводящего слоя. Необходимо предусматривать запас по толщине ЛПО, который может быть вычислен в зависимости от относительной разницы чисел Фурье согласно таблице 3.7.

Таблица 3.7 — Расчет запаса по толщине ЛПО для наиболее глубокого замораживаемого слоя пород

Относительная разница чисел Фурье	Запас по толщине ЛПО, %		
	0 °С	-2 °С	-4 °С
15 %	6	6	6
30 %	9	9	10
45 %	14	14	15

В таблице 3.7 представлено несколько температур, по которым считается внешняя граница ЛПО. Из таблицы видно, что запас по толщине ЛПО практически не зависит от того, по какой изотерме происходит определение границы ЛПО.

### 3.6. Выводы по главе

Проведено исследование величины относительных горизонтальных (земных) теплопритоков при искусственном замораживании породного массива применительно к задаче формирования ЛПО шахтных стволов. В ходе многопараметрического численного моделирования формирования ЛПО получено, что относительные земные теплопритоки зависят от теплофизических свойств породного массива (теплопроводность, теплоемкость, содержание воды, начальная температура массива), от технологических параметров работы замораживающей станции (температура хладоносителя) и от времени. В первые 1-3 месяца работы замораживающей станции относительные земные теплопритоки существенно зависят от времени. Убывание теплопритоков со временем происходит по степенному закону с показателем  $-0,5$ . По прошествии 5-8 месяцев величина относительных земных теплопритоков выходит на стационарное значение, которое варьируется в широком диапазоне: от 0,35 до 1,3.

Получена формула для оценки стационарного значения относительных земных теплопритоков.

Предложена имитационная модель работы системы замораживания породного массива, в рамках которой при переходе на стадию пассивного замораживания температура хладоносителя в замораживающей колонке регулируется таким образом, чтобы обеспечить сохранение положения фронта фазового перехода поровой воды. Проведено многопараметрическое численное моделирование стадий активного и пассивного замораживания породного массива, в ходе которого определены зависимости температуры хладоносителя от времени. Получено, что на стадии пассивного замораживания для поддержания постоянной толщины ЛПО температура хладоносителя должна монотонно возрастать с течением времени по степенному закону с показателем степени около  $-0,2$ . Этот закон справедлив в широком диапазоне возможных теплофизических параметров замораживаемых пород, возможных параметров хладоносителя, циркулирующего в замораживающей колонке. Получено, что выбор величины температуры хладоносителя в фазе активного замораживания практически не влияет на суммарную энергоэффективность системы замораживания.

Проведен теоретический анализ динамики ЛПО в фазе пассивного замораживания в нормальном и аварийном режимах работы системы замораживания. Рассмотрены горно-геологические условия строящихся стволов калийного рудника в республике Беларусь. Получено, что при переходе в фазу пассивного замораживания горных пород динамика толщины ЛПО сильно зависит от того, каким способом определяются границы ЛПО: по изотерме фактического замерзания поровой воды или по изотерме, соответствующей лабораторным измерениям прочности замораживаемых горных пород (принята равной  $-8$  °C). Если толщина ЛПО, рассчитанная по изотерме фактического замерзания воды, сохраняет свою положительную динамику, то толщина ЛПО, рассчитанная по изотерме  $-8$  °C, может существенно уменьшаться (до величин более 1,5 м). Важным обстоятельством является то, что при расчете толщины ЛПО по изотерме фактического замерзания поровой воды подразумевается, что средняя температура всего замороженного массива, составляющего ЛПО, должна быть около  $-8$  °C. В результате сделан вывод, что наиболее надежным методом расчета границы ЛПО является ее расчет по температуре, при которой проводились лабораторные измерения прочности замораживаемых горных пород.

Анализ изменения толщины ЛПО при различных расстояниях между замораживающими колонками показал, что для наиболее распространенных расстояний между колонками от 1,1 до 1,3 м требуется соблюдать ограничения по длительности

активного замораживания для предотвращения критического уменьшения толщины ЛПО, либо уменьшать расстояние между замораживающими колонками. В этом случае будет обеспечено сохранение положительной динамики роста толщины ЛПО при пассивном замораживании. Для рассмотренного в работе слоя глины и расстояний между колонками от 1,1 до 1,3 м минимальное время активного замораживания составляет около 4,3 месяца.

Исследовано влияние вертикальных земных теплопритоков на толщину ЛПО в наиболее глубоком замораживаемом слое пород. Рассмотрены различные заглубления замораживающих колонок в водоупорный слой. Получено, что в случае, когда водоупорный слой является более теплопроводным по сравнению с вышележащим водопроводящим слоем (последним замораживаемым слоем) пород, заглубление замораживающих колонок в водоупорный слой по теплофизическому фактору достаточно осуществлять на 2 м. Дальнейшее увеличение заглубления является нецелесообразным. В случае, когда водоупорный слой является менее теплопроводным по сравнению с вышележащим водопроводящим слоем, необходимо заглублять замораживающие колонки на глубину 5 м. При этом также необходимо предусматривать запас по толщине ЛПО, который может быть вычислен в зависимости от относительной разницы чисел Фурье согласно таблице 3.7.

#### 4. ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ЛЕДОПОРОДНОГО ОГРАЖДЕНИЯ СТРОЯЩИХСЯ ШАХТНЫХ СТВОЛОВ

В главе проведено исследование влияния фильтрационных течений подземных вод на поле температур замораживаемого породного массива и положение фронта фазового перехода воды. В двух первых разделах главы рассматривается вынужденная конвекция в горизонтальном слое породного массива для случаев плоскопараллельного и плоскорадиального течений на удалении от области замороженных пород. В третьем разделе рассматривается задача о естественной конвекции в вертикальном срезе породного массива. В четвертом разделе главы дана интерпретация данных натурных измерений уровня подземных вод в гидронаблюдательных скважинах строящегося ствола.

##### 4.1. Формирование ледопородного ограждения в условиях плоскопараллельного течения подземных вод

Расчетная схема задачи о влиянии плоскопараллельного течения подземных вод на формирование ЛПО представлена на рисунке 4.1. Поток подземных вод на удалении от контура замораживающих скважин движется слева направо. С течением времени вокруг замораживающих скважин постепенно начинают образовываться ледопородные цилиндры, которые в дальнейшем могут сомкнуться или не сомкнуться в единое ЛПО в зависимости от величины скорости фильтрации воды, параметров замораживания.

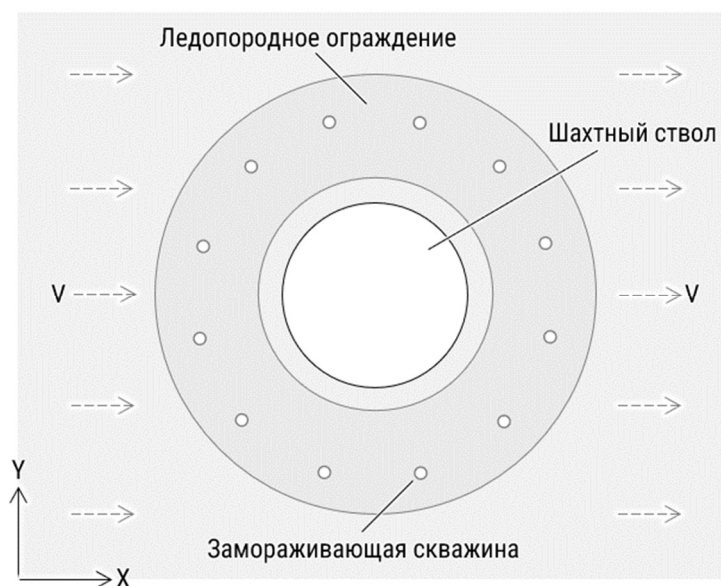


Рисунок 4.1 — Схематичное представление модели горизонтального слоя породного массива,  $V$  — скорость течения подземных вод

Основой для проведения теоретического анализа тепломассопереноса в замораживаемом породном массиве послужила математическая модель (2.1)–(2.23). Численное решение соответствующей задачи осуществлялось в программном комплексе Ansys, модуле Fluent на нерегулярной тетраэдрической сетке. Вблизи стенок замораживающих колонок задавалось сгущение сетки, а также строился пограничный слой для корректного моделирования высоких градиентов температуры в начальные моменты времени. Для решения использовалась численная схема SIMPLE с первым порядком точности по времени и вторым порядком точности по пространству. Размер шага по времени фиксирован и принят равным 10800 сек = 0,125 сут. Количество итераций на каждом временном шаге равно 25. Общее время моделирования — 100 сут.

В качестве исследуемого слоя выбран слой песчаника для условий Петриковского ГОКа на глубине 150 м. Теплофизические свойства этого слоя представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 — Теплофизические свойства песчаника

Параметр	Значение
Теплопроводность в талой зоне, Вт/(°С·м)	3,3
Теплопроводность в мерзлой зоне, Вт/(°С·м)	4
Теплоемкость в талой зоне, Дж/(°С·кг)	1807
Теплоемкость в мерзлой зоне, Дж/(°С·кг)	1117
Плотность в талой зоне, кг/м <sup>3</sup>	2450
Плотность в мерзлой зоне, кг/м <sup>3</sup>	2450
Влажность, кг/кг	0,2
Скрытая теплота кристаллизации воды, Дж/кг	330000
Начальная температура массива, °С	10,0
Температура замораживающего рассола, °С	-20,0
Коэффициент теплоотдачи, Вт/(°С·м <sup>2</sup> )	87,0
Количество замораживающих колонок	41
Диаметр колонки, м	0,073
Радиус контура замораживающих колонок, м	8,2
Ширина расчетной области, м	40
Температура ликвидуса, °С	-0,16
Температура солидуса, °С	-1,16



Принималось, что подземная поровая вода имеет слабую минерализацию, вследствие чего при температуре  $-1,16\text{ }^{\circ}\text{C}$  (температура солидуса) вода считается полностью замерзшей. Коэффициент теплопередачи от массива к хладоносителю рассчитывался исходя из проектного расхода хладоносителя по замораживающим колонкам и параметров этих колонок.

На рисунке 4.2 представлены результаты численного моделирования тепломассопереноса в слое песчаника – поля температуры в момент времени 50 суток при различных значениях скорости фильтрации подземных вод. Принималось, что на удалении от ЛПО вектор скорости фильтрации направлен параллельно оси X.

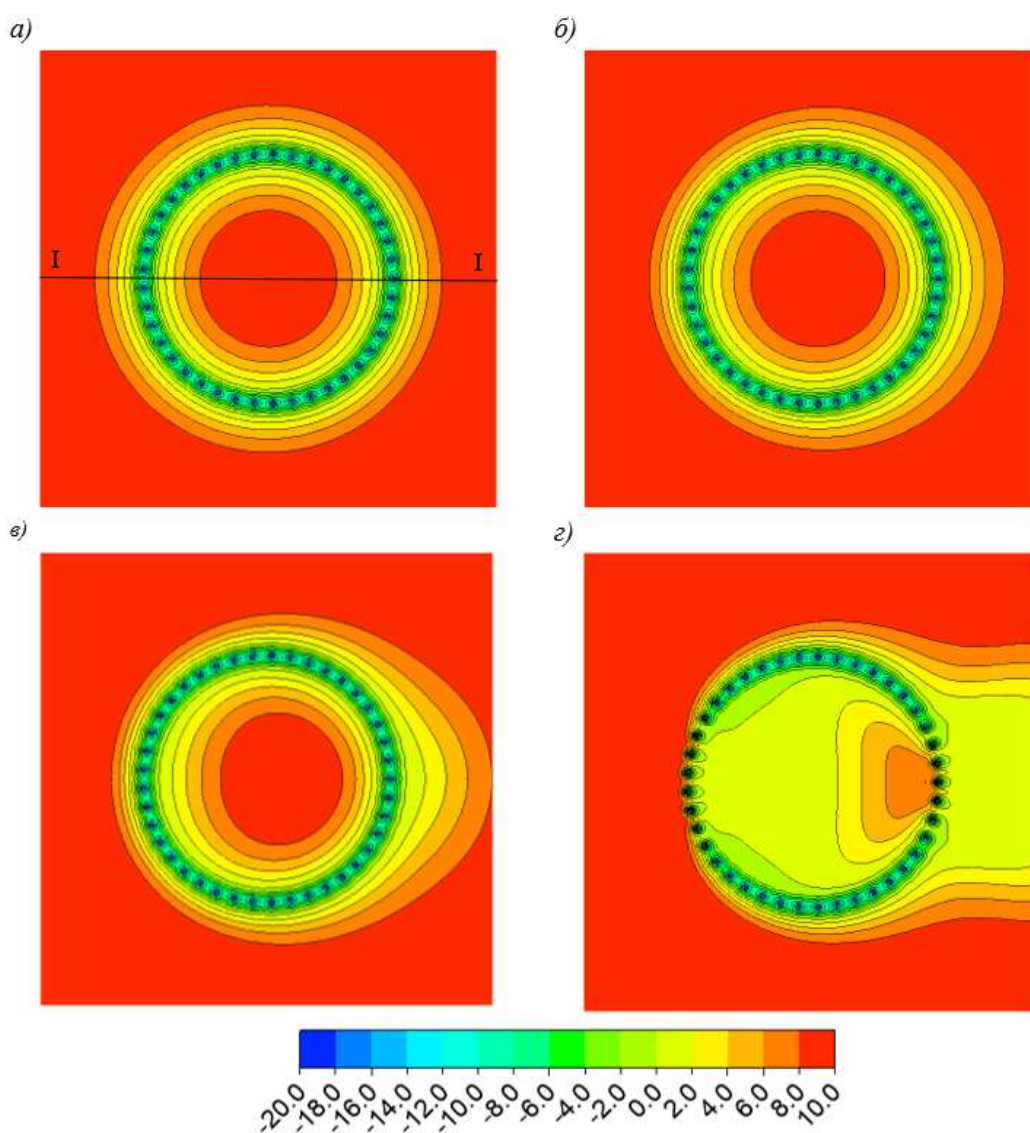


Рисунок 4.2 — Рассчитанное поле температур в слое песчаника в момент времени 50 суток при различных скоростях фильтрации: а) – 0 мм/сутки, б) – 50 мм/сутки, в) – 100 мм/сутки, г) – 200 мм/сутки

Графический анализ рисунка 4.2 показывает, что уже при скоростях 50 мм/сутки происходит заметное смещение внешних изотерм (соответствующих положительным

температурам) по направлению течения. Тем не менее, течение подземных вод еще не оказывает существенного влияния на положение внутренних изотерм, в том числе изотерм  $-1,16$  °С, определяющих толщину ЛПО. При скорости фильтрации 100 мм/сутки существенны уже и смещения внутренних изотерм, тем не менее всюду по контуру замораживания ЛПО сомкнуто. При скорости фильтрации 200 мм/сутки полного смыкания ЛПО не происходит. В ЛПО образуется несколько «окон», через которые происходит стабильное течение подземных вод.

### Анализ влияния скорости фильтрации на замораживание массива

Анализ влияния скорости фильтрации подземных вод на состояние ЛПО проводился по двум критериям. В качестве первого критерия  $K_1$  выбрана минимальная толщина ЛПО по периметру последнего. В качестве второго критерия  $K_2$  — максимальное изменение температуры, вызванное наличием фильтрационного течения подземных вод:

$$K_1(t) = \min_{\varphi} [E(t, \varphi)], \quad (4.1)$$

$$K_2(t) = \max_{\mathbf{r}} [T_h(\mathbf{r}, t) - T_{hm}(\mathbf{r}, t)], \quad (4.2)$$

где  $E(t, \varphi)$  — толщина ЛПО, рассчитанная для данного момента времени  $t$  и данной угловой координаты (азимута)  $\varphi$  вдоль окружности ледопородного цилиндра, м;  $T_h(\mathbf{r}, t)$  — поле температур, рассчитанное в результате решения задачи теплопереноса (без учета фильтрации), °С;  $T_{hm}(\mathbf{r}, t)$  — поле температур, рассчитанное в результате решения задачи тепломассопереноса (с учетом фильтрации), °С.

Значения критерия  $K_1$  для момента времени  $t = 50$  суток и различных скоростей фильтрации подземных вод представлены на рисунке 4.3. Под скоростью фильтрации вод понимается скорость в смысле Дарси, не равная реальной скорости движения вод в поровом пространстве массива. Кривая  $K_1(t)$  для случая нулевой скорости фильтрации не представлена, так как визуально она совпадает с кривой для скорости 25 мм/сутки. Из рисунка 4.3 видно, что при скоростях фильтрации менее 50 мм/сутки толщина ЛПО практически не меняется относительно случая полного отсутствия течения подземных вод. При временах более 30 суток отличия составляют не более 5 см. При этом, когда скорость фильтрации начинает превышать величину 125 мм/сутки, происходит стремительное смещение кривой  $K_1(t)$  вправо при дальнейшем увеличении скорости

фильтрации. Физически это означает, что в областях с наиболее высокой скоростью фильтрации подземных вод (т.е. между замораживающими колонками) конвективный теплоперенос начинает быть сопоставимым по величине с кондуктивным теплообменом: скорость притока теплоты к внешней границе зоны льда приближается к скорости ее оттока от этой границы к замораживающим колонкам. Это оказывает негативное влияние на скорость продвижения границы зоны льда и формирование ЛПО.

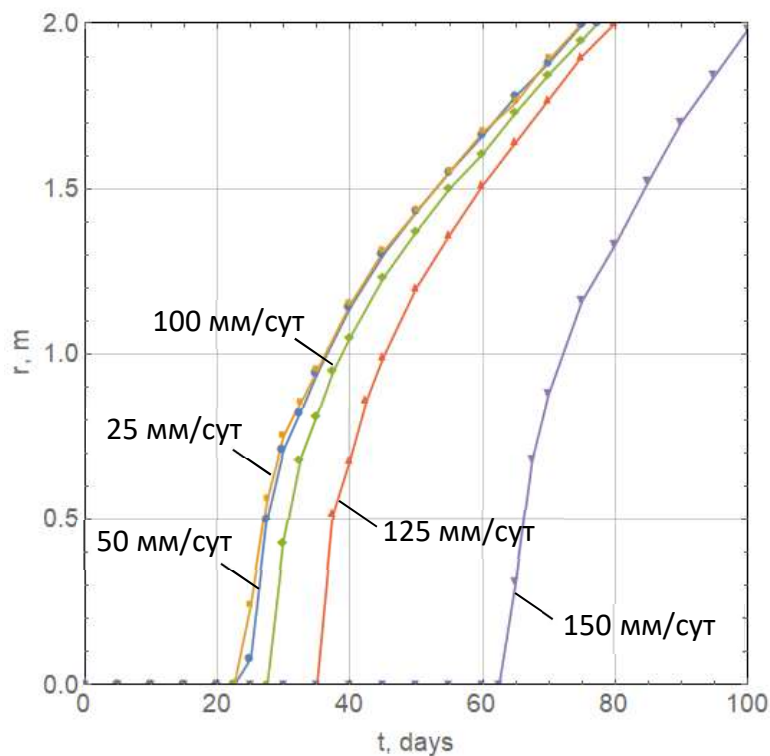


Рисунок 4.3 — Зависимость минимальной толщины ЛПО от времени при различных скоростях фильтрации в горизонтальной плоскости пласта

При дальнейшем увеличении скорости течения подземных вод во внешнем поле и приближении ее значения к 200 мм/сутки, функция минимальной толщины ЛПО от времени становится тождественно равной нулю. Это связано с возникновением «окон» в ЛПО, через которые продолжается течение вод. Приток теплоты к внешней границе ЛПО в зоне «окон», становится равным по интенсивности или более интенсивным, чем отток теплоты от границы ЛПО. Из-за этого смыкание ЛПО в таких зонах становится невозможным при выбранных модельных параметрах системы замораживания.

На рисунке 4.4 представлены эпюры изменения температуры, вызванного наличием фильтрационного течения подземных вод, в плоскости I-I (см. рисунок 4.2). Под изменением температуры понимается разница между температурой породного массива с учетом фильтрации вод и температурой породного массива в предположении отсутствия фильтрации. Из анализа рисунка 4.4 следует, что уже при скорости

фильтрации 25 мм/сутки максимальное изменение температуры, вызванное наличием фильтрационного течения вод, превышает 1 °С. При скорости фильтрации 50 мм/сутки максимальное изменение температуры составляет уже около 2 °С. При этом, как было показано ранее, скорости фильтрации подземных вод во внешнем поле до 50 мм/сутки оказывают пренебрежимо малое воздействие на минимальную толщину ЛПО.

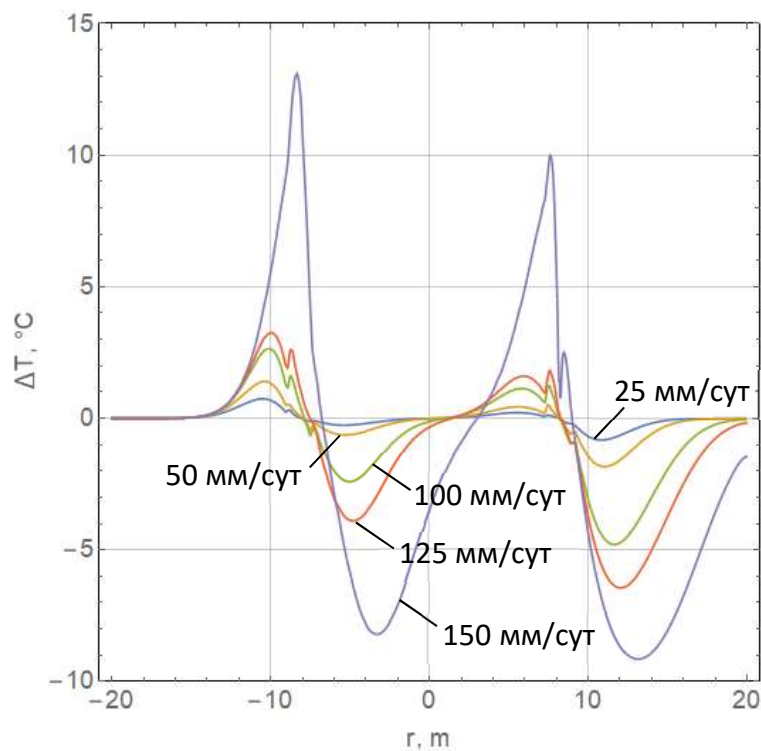


Рисунок 4.4 — Изменение температуры породного массива в плоскости I-I при различных скоростях фильтрации в горизонтальной плоскости пласта

Из рисунка 4.4 видно, что если двигаться вдоль по потоку (слева направо), то до пересечения с контуром замораживающих колонок изменение температуры по величине является положительным (т.е. при наличии течения вод в массиве в этой зоне температура выше, чем при его отсутствии), в то время как после контура замораживающих колонок изменение температуры меняет свой знак. Это указывает на то, что в результате действия конвективного теплопереноса, вызванного внешним горизонтальным течением подземных вод, происходит смещение изотерм и смещение ЛПО вдоль по потоку. Помимо смещения также имеет место искажение формы и, впоследствии, деконсолидация (потеря сплошности) ледопородного цилиндра, однако эти эффекты конвективного теплопереноса являются преобладающими при скоростях фильтрации более 50 мм/сутки. При смещении ЛПО вдоль по потоку его толщина остается практически неизменной, в то время как значения температур породного массива в зонах наибольших градиентов температур (вблизи контура замораживающих

колонок) претерпевают наиболее сильное изменение. Полученный вывод позволяет объяснить кажущееся несоответствие между моментами появления существенных изменений поля температуры и толщины ЛПО (см. рисунки 4.3 — 4.4).

На рисунках 4.5 — 4.6 приведены значения критерия  $K_2$  для различных теплофизических свойств породного массива в терминах двух безразмерных комплексов — чисел Фурье и Стефана для зоны охлаждения:

$$Fo_2 = \frac{\lambda_2 \Delta t}{\rho_2 c_2 h^2}, \quad (4.3)$$

$$Ste_2 = \frac{\rho_2 c_2 \Delta T}{\rho_w n L}. \quad (4.4)$$

Число Фурье  $Fo_2$  характеризует скорость кондуктивного теплопереноса (теплопроводности) в незамороженной области массива, в то время как под числом Стефана  $Ste_2$  можно понимать скорость продвижения границы фазового перехода поровой воды.

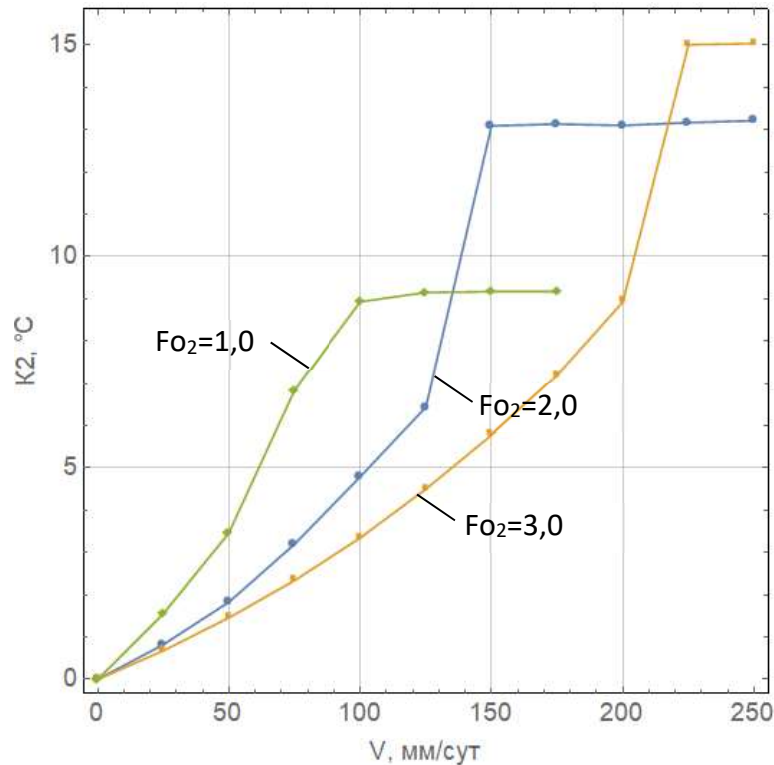


Рисунок 4.5 — Максимальное изменение температуры породного массива при различных скоростях фильтрации и различных значениях числа Фурье  $Fo_2$  в талой зоне при  $Ste_2 = 0,8$

В формулах (4.3) и (4.4) принято, что характерное время  $\Delta t$  составляет 50 суток, характерный размер  $h$ , равный расстоянию между двумя соседними замораживающими

колонками, принят равным 1,25 м. Таким образом, для рассматриваемого слоя песчаника (см. таблицу 4.1), безразмерные комплексы составляют  $Fo_2 = 2,0$  и  $Ste_2 = 0,8$ .

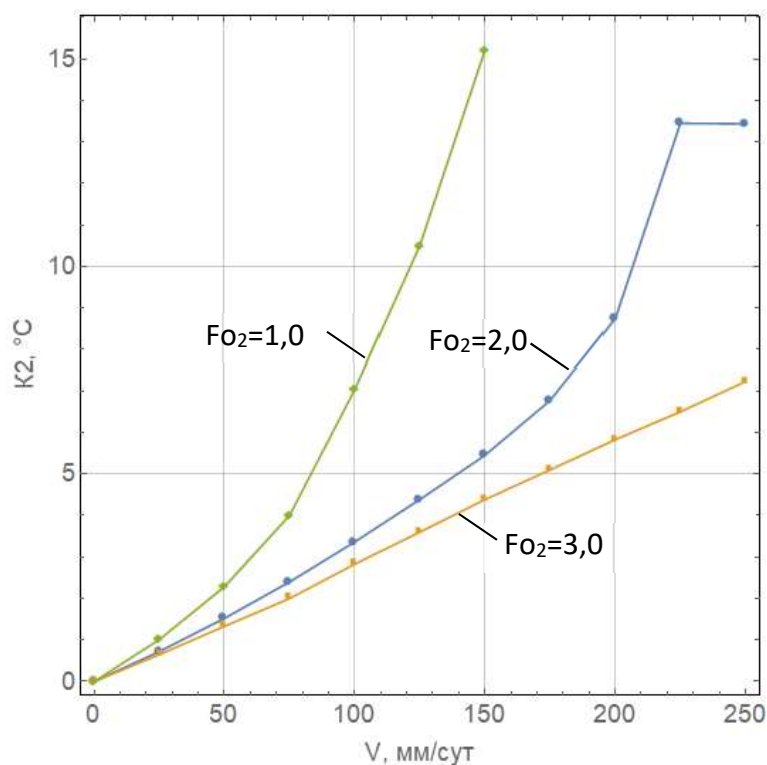


Рисунок 4.6 — Максимальное изменение температуры породного массива при различных скоростях фильтрации вод и различных значениях числа Фурье  $Fo_2$  в талой зоне при  $Ste_2 = 0,4$

Следует отметить, что  $Fo_2$  и  $Ste_2$  не единственные безразмерные комплексы, от которых зависит решение рассматриваемой задачи. Помимо них следует отметить числа Фурье и Стефана для мерзлой зоны, число Био, число Пекле и число Дарси. Однако в настоящей работе их влияние на состояние ЛПО не рассматривается (за исключением числа Пекле).

### Механизмы динамики ледопородного ограждения

На рисунках 4.5 — 4.6 видно, что при малых скоростях фильтрации подземных вод (до 50 мм/сутки) зависимость критерия  $K_2$  от скорости фильтрации близка к линейной. Далее присутствует участок нелинейной зависимости критерия  $K_2$  от скорости фильтрации, на котором происходит ускоренный рост значения критерия до некоторого максимального значения, после чего он практически перестает меняться при дальнейшем росте скорости фильтрации. Значение скорости фильтрации, при котором кривая достигает максимума и далее практически параллельна оси  $X$ , зависит как от

скорости кондуктивного теплообмена в незамороженной области массива (числа Фурье  $Fo_2$ ), так и от скорости продвижения границы фазового перехода (числа Стефана  $Ste_2$ ).

Участок, на котором зависимость критерия  $K_2$  от скорости фильтрации является линейной, характеризуется преобладанием кондуктивного теплопереноса над конвективным. Участок, на котором зависимость критерия  $K_2(t)$  от скорости фильтрации является нелинейной и возрастающей, характеризуется сопоставимыми по величине кондуктивным и конвективным теплопереносом. Чтобы продемонстрировать это, можно воспользоваться безразмерным числом Пекле  $Pe_1$ , которое характеризует отношение между конвективным переносом теплоты в талой зоне и кондуктивным переносом теплоты в мерзлой зоне:

$$Pe_1 = \frac{\rho_1 c_1 V h}{\lambda_1} \approx 0,01 \cdot V, \quad (4.5)$$

где  $V$  — средняя скорость фильтрации вод во внешнем поле, мм/сутки;  $h$  — характерный размер проточной области между двумя соседними колонками, м.

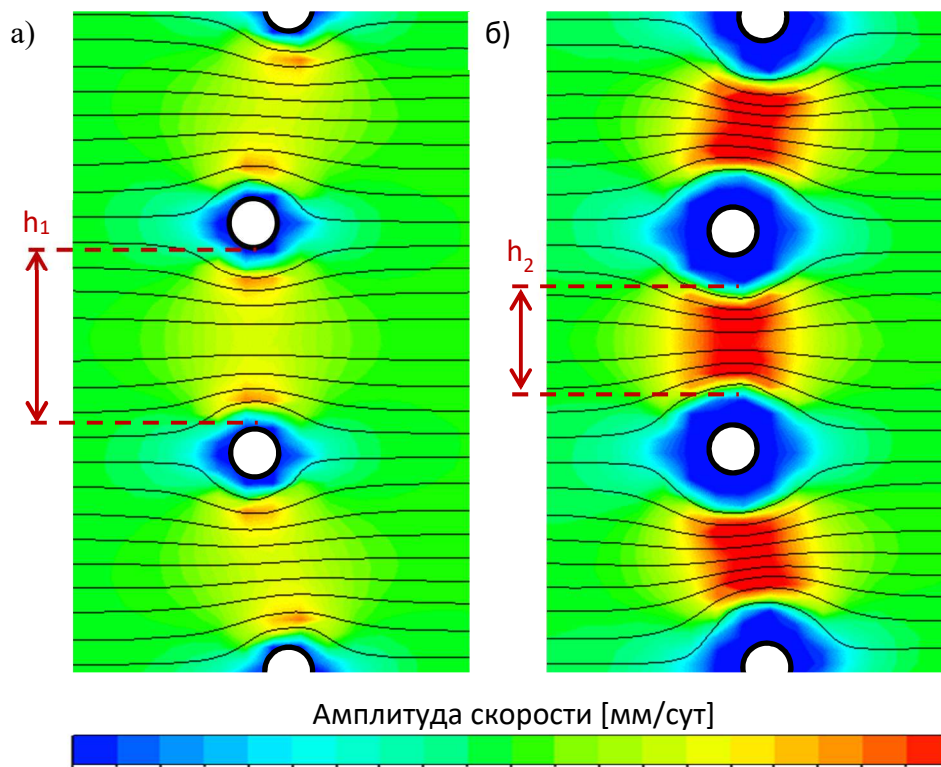


Рисунок 4.7 — Распределение амплитуды скорости и линии тока фильтрации подземных вод через слой песчаника в различные моменты времени: (а) — 5 дней с момента начала замораживания, (б) — 15 дней с момента начала замораживания



Значение коэффициента 0,01 рассчитано для параметров, представленных в табл. 1. Оно соответствует кривой  $F_{O_2} = 2$  на рисунке 4.5. Следует отметить, что в (4.5) скорость фильтрации подземных вод в зоне между замораживающими колонками до момента смыкания ЛПО может быть в 2-3 раза выше средней скорости фильтрации во внешнем поле  $V$ . Тем не менее, для качественной оценки мы используем именно  $V$ , поскольку характерный размер проточной области  $h$  между двумя замораживающими колонками со временем, напротив, сужается ввиду движения границ ледопородных цилиндров двух соседних замораживающих колонок по направлению друг к другу (см. рисунок 4.7). Таким образом, мы предполагаем, что удельный расход воды  $Vh$  на  $1 \text{ м}^2$  по высоте через проточную область между двумя соседними замораживающими колонками постоянен.

Из (4.5) видно, что при скоростях фильтрации менее 50 мм/сутки число Пекле имеет значение меньше 0,5, т. е. преобладает кондуктивный теплоперенос. При скоростях фильтрации от 50 до 150 мм/сутки число Пекле варьируется в диапазоне от 0,5 до 1,5, что указывает на сопоставимость по величине кондуктивного и конвективного теплопереноса.

При больших значениях скорости фильтрации ( $V > 150$  мм/сутки) и больших числах Пекле ( $Pe > 1,5$ ) доминирует конвективный теплоперенос, а смыкание ледопородных цилиндров двух соседних замораживающих колонок не происходит. Приблизительно постоянное значение критерия  $K_2$  при дальнейшем увеличении скорости фильтрации в этом случае связано с тем, что достигнуто максимально возможное рассогласование температур для случаев с учетом и без учета фильтрации. Например, в условиях отсутствия фильтрации подземных вод в замковой плоскости ЛПО к моменту времени 50 суток минимальная температура массива составляет  $-7,5 \text{ }^\circ\text{C}$ , а ее изменение по отношению к начальному значению составляет  $17,5 \text{ }^\circ\text{C}$ . Поэтому наличие фильтрации подземных вод не может привести к значениям критерия  $K_2$ , превышающим  $17,5 \text{ }^\circ\text{C}$ . Фактически максимальные значения критерия  $K_2$  для кривой  $F_{O_2} = 2$  ниже  $17,5 \text{ }^\circ\text{C}$  и составляют около  $13 \text{ }^\circ\text{C}$ . Это связано с тем, что фильтрующаяся через зазор между замораживающими колонками вода имеет температуру ниже, чем естественная температура слоя горных пород, вследствие ранее произошедшего теплообмена с охлажденными горными породами.



## Расчет поправки на течение подземных вод при расчете толщины ледопородного ограждения

Анализ влияния фильтрации подземных вод на поле температур породного массива представляет интерес в плане улучшения понимания механизмов теплопереноса при тепловом взаимодействии движущейся в поровом пространстве воды и ЛПО. Однако с практической точки зрения наибольший интерес представляет определение влияния фильтрации подземных вод на толщину ЛПО.

На рисунке 4.8 представлены зависимости уменьшения толщины ЛПО, вызванного течением подземных вод, от времени и скорости фильтрации для слоя песчаника (при числе Фурье 1,0 и числе Стефана 0,8). Уменьшение толщины ЛПО  $\Delta E$  представляет собой следующую характеристику:

$$\Delta E = E_h(t) - E_{hm}(t, V), \quad (4.6)$$

где  $E_h(t)$  — минимальная толщина ЛПО, рассчитанная в результате решения задачи теплопереноса без учета фильтрации, м;  $E_{hm}(t, V)$  — минимальная толщина ЛПО, рассчитанная в результате решения задачи тепломассопереноса с учетом фильтрации, м.

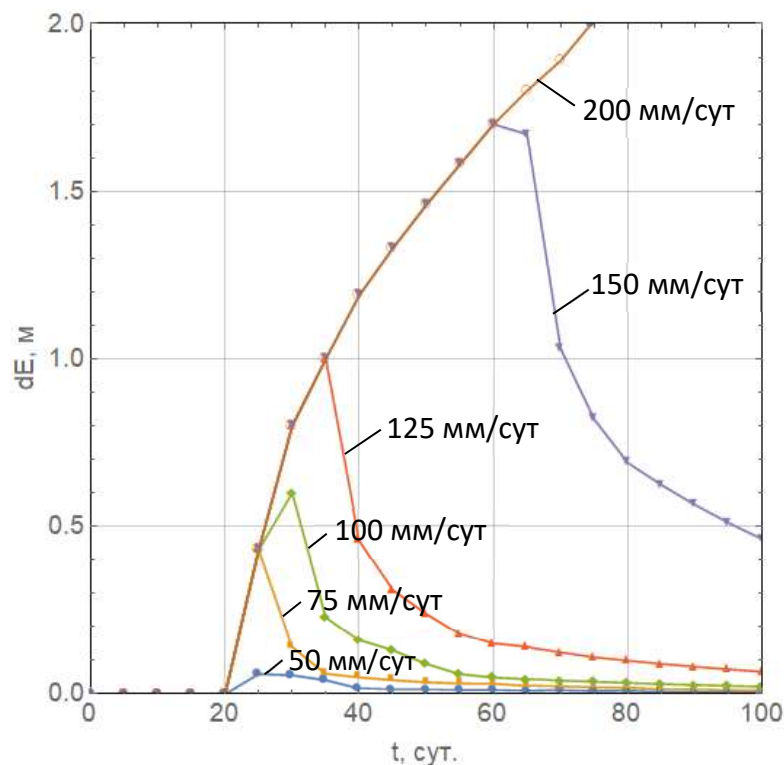


Рисунок 4.8 — Зависимость уменьшения толщины ледопородного ограждения от времени при различных скоростях фильтрации в горизонтальной плоскости пласта

Из рисунка 4.8 следует, что уменьшение толщины ЛПО, вызванное течением подземных вод, сильно зависит от времени и принимает максимальные значения сразу

после смыкания ЛПО. В дальнейшем уменьшение толщины ЛПО падает по закону, близкому к экспоненте с отрицательной степенью. В случае скорости фильтрации 200 мм/сутки замкнутое ЛПО не образуется, поэтому кривая уменьшения толщины ЛПО совпадает с кривой толщины ЛПО для случая нулевой скорости фильтрации.

На основании данных, полученных в результате моделирования, можно определить поправку на толщину ЛПО, которую необходимо закладывать при наличии течения подземных вод. Поправка на толщину ЛПО для слоя песчаника рассчитывается исходя из рисунка 4.8. Поправка будет равна величине уменьшения толщины ЛПО, взятой в определенный момент времени, равный, к примеру, проектному времени активного замораживания породного массива. Характерное время активного замораживания массива, когда ЛПО набирает требуемую толщину, как правило, составляет от 3 до 6 месяцев. Поэтому в качестве наиболее жесткого случая можно взять время  $t = 90$  суток, тогда расчет поправки осуществляется согласно таблице 4.2.

Таблица 4.2 — Расчет поправки на толщину ледопородного ограждения по фактору течения подземных вод для слоя песчаника

<b>Скорость фильтрации, мм/сутки</b>	<b>50</b>	<b>75</b>	<b>100</b>	<b>125</b>	<b>150</b>	<b>&gt;150</b>
Поправка, см	0	2	4	10	60	—

При скоростях фильтрации более 150 мм/сутки смыкание ЛПО может не произойти, поэтому в этом случае необходимо применять другие мероприятия, например уменьшение температуры хладоносителя в колонках, увеличение расхода хладоносителя, бурение дополнительных замораживающих скважин и пр. [103].

#### **4.2. Анализ гидравлической проницаемости ледопородного ограждения при высоких температурах**

На стадиях пассивного замораживания и оттаивания пород, когда передовая бетонная крепь ствола построена, основным назначением ЛПО до момента возведения тубинговой крепи является гидроизоляция ствола. В этой ситуации на практике, как правило, снижается холодильная мощность замораживающей станции, поскольку нет необходимости поддерживать ЛПО заданной толщины, определенной исходя из условий прочности и ползучести пород — бетонная крепь, имеющая толщину 0,3–0,8 м, способна выдержать внешнее давление  $P$  со стороны окружающих пород [99].

Вопрос о гидравлической проводимости ЛПО может быть рассмотрен в рамках задачи о плоскорадиальном течении подземных вод через замороженные породы. Предполагается, что вода в поровом пространстве ЛПО замерзла не полностью (наличие минерализации поровых вод, наличие связанной воды). Объемная доля незамерзшей воды может быть оценена по формуле [131]:

$$\chi(T) = \left[ 1 + \left( \frac{T_{liq} - T}{\omega} \right)^{\frac{1}{1-m}} \right]^{-m}, \quad (4.7)$$

где  $T_{liq}$  — температура начала замерзания поровой воды, °С;  $T$  — текущая температура,  $\omega$  — характеристическая температура охлаждения, связанная с наиболее часто встречающимся радиусом пор  $R_{ch}$ , а  $m$  — индекс, указывающий на распределение радиуса поры относительно среднего  $R_{ch}$ .

Функцию  $\chi(T)$  лучше всего определять по данным экспериментальных измерений на конкретных образцах пород, которые будут подвержены искусственному замораживанию. Так, например, для алеврита в условиях Дарасинского рудника зависимость  $\chi(T)$  имеет вид (см. рисунок 4.9). На рисунке 4.9 представлена как эмпирическая зависимость (точки), так и ее аппроксимация с помощью функции, представленной выше. Получено, что  $\omega = 0,000715$ ;  $m = 0,249$ .

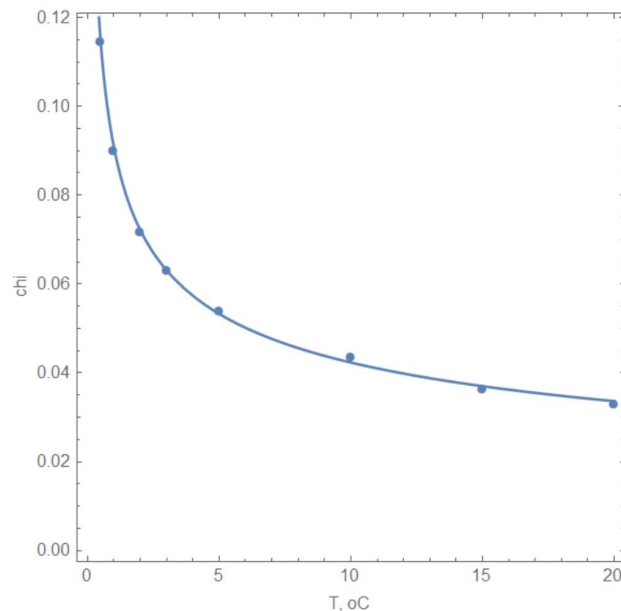


Рисунок 4.9 — Зависимость  $\chi(T)$  для алеврита (температура взята по модулю)

Далее с использованием зависимости (2.10) для относительной проницаемости  $k_r$ , включающей в себя тот же параметр  $m$ , и закона Дарси (2.5) можно получить выражение для средней радиальной скорости фильтрации поровых вод через ЛПО, имеющее однородные характеристики теплопереноса:

$$V_r = -\frac{Kk_r P}{\mu} \frac{1}{r \log(b/a)}, \quad (4.8)$$

где  $b$  и  $a$  — внешняя и внутренняя границы ЛПО, м;  $r$  — радиальная координата, м;  $P$  — внешнее давление со стороны подземных вод, Па;  $\mu$  — вязкость воды, Па·с;  $K$  — абсолютная проницаемость, м<sup>2</sup>.

Если теперь умножить (4.8) на  $2\pi aL$  и положить  $r=a$ , то мы определим объемный расход  $Q$  воды через ЛПО заданной высоты  $L$ . Если выразить из полученного уравнения давление  $P$ , то получится:

$$P = -\frac{Q\mu \log(b/a)}{2\pi LK \sqrt{\chi(T)} \left[1 - (1 - \chi(T)^{1/m})^m\right]^2}. \quad (4.9)$$

Данная формула может быть использована для определения предельного давления со стороны окружающих пород  $P$  и максимально-допустимой отрицательной температуры  $T$ , которые обеспечивают расход не выше предельно разрешенного значения  $Q$ . Результат будет сильно зависеть от рассматриваемой замораживаемой среды, т. к. в полученной формуле присутствуют такие характеристики как абсолютная проницаемость, размеры ЛПО, функция объемного содержания воды от температуры. Для случая алевролита зависимость  $P(T, Q)$  представлена на рисунке 4.10. Контурные линии построены для параметров  $a=5$  м,  $b=7$  м,  $K=10^{-12}$  м<sup>2</sup>,  $L=10$  м.

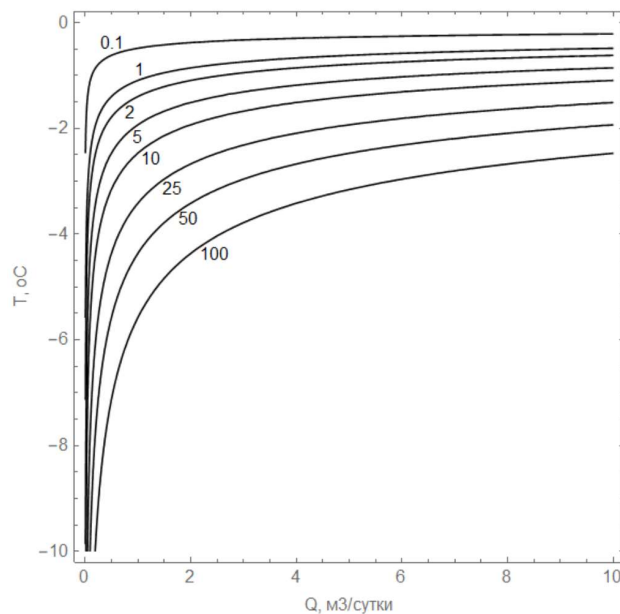


Рисунок 4.10 — Зависимость давления поровой воды в незамороженных породах (МПа) от температуры ЛПО и расхода воды через ЛПО

Из рисунка видно, что для реального диапазона гидростатических давлений подземных вод (до 5 МПа) при средней температуре ЛПО ниже  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$  водоприток в ствол окажется несущественен — менее  $1\text{ м}^3/\text{сутки}$ . Тем не менее, предполагается, что для других слоев пород и для случая минерализованных вод ситуация может оказаться менее благоприятной и для обеспечения герметичного ЛПО потребуется поддерживать заданную среднюю температуру.

#### 4.3. Естественная конвекция подземных вод при замораживании пород

Вынужденная конвекция, рассмотренная ранее, обычно обуславливается перепадом гидростатического давления. При этом движущий механизм естественной конвекции — разница распределения температуры и, как следствие, разница распределения плотностей поровых вод в поле действия силы тяжести. Для оценки значимости данного вида конвекции, прежде всего, необходимо провести качественный анализ интенсивности тепломассопереноса на примере горизонтального слоя породного массива толщиной (мощностью)  $h$  (см. рисунок 4.11).

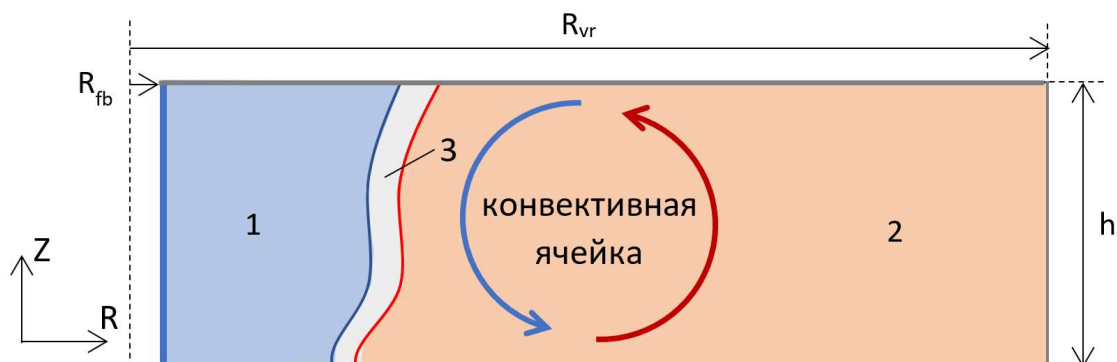


Рисунок 4.11 — Геометрия расчетной области; 1 — зона льда, 2 — зона охлаждения, 3 — зона фазового перехода (mushy zone)

Пусть в начальный момент времени имеется однородное поле температур  $T_0$ . На левой границе ( $x = 0$ ) поддерживается постоянная температура  $T_1 < T_0$ . В результате оттока теплоты из домена через левую границу происходит постепенное охлаждение массива. В каждый момент времени эпюра температур вдоль координаты  $x$  имеет вид, близкий к экспоненциальному. На некотором удалении от левой границы области температура становится практически неотличима от начальной.

При наличии поля силы тяжести и при отличной от нуля гидравлической проницаемости слоя породного массива, в нем начинает происходить естественная конвекция, а задача о поиске распределения температур и скорости течения воды в целом

становится похожа на хорошо известную в литературе задачу Гершуни (задачу о конвекции в вертикальном слое при тепловом воздействии сбоку) [26].

Перепад давления  $\Delta p$  в слое породного массива, вызванный горизонтальным градиентом температуры, может быть качественно оценен с помощью следующей формулы:

$$\Delta p = \rho_0 \beta (T_0 - T_1) gh = \rho_0 \beta \Delta T gh, \quad (4.10)$$

где  $\rho_0$  – плотность поровой воды в естественных условиях (при температуре  $T_0$ ), кг/м<sup>3</sup>;  $\beta$  – средний коэффициент теплового расширения воды в температурном интервале  $(T_1, T_0)$ , 1/°C;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Здесь использован термин «средний коэффициент теплового расширения воды», поскольку, вообще говоря, коэффициент теплового расширения является функцией ее температуры, немонотонной и имеющей максимум при  $T \approx +4$  °C.

Величина скорости Дарси, которая может образовываться в водонасыщенном проницаемом слое породного массива, может быть качественно оценена с помощью формулы Дарси:

$$V = \frac{K \Delta p}{\mu L} = \frac{K \rho_0 \beta \Delta T gh}{\mu L}, \quad (4.11)$$

где  $K$  – проницаемость породы, м<sup>2</sup>;  $\mu$  – динамическая вязкость воды, Па·с;  $L$  – характерная длина, на которой происходит изменение давления на величину  $\Delta p$ , м.

Если теперь с помощью формулы (4.11) сделать качественную оценку скоростей фильтрации для воды в слое песка (см. таблицу 4.3), то получим значение  $8,8 \times 10^{-7}$  м/с или 76 мм/сутки. Величина гидравлической проницаемости для песка взята на основании данных инженерно-геологических изысканий для условий промплощадки одного строящегося калийного рудника в республике Беларусь.

Таблица 4.3 — Физические и геометрические параметры задачи

Параметр	Значение
Проницаемость, м <sup>2</sup>	$15,3 \times 10^{-12}$
Плотность воды, кг/м <sup>3</sup>	999,7
Средний коэффициент теплового расширения воды, 1/°C	$7,5 \times 10^{-6}$
Динамическая вязкость, Па·с	0,0013
Перепад температур в слое пород, °C	10
Высота слоя пород, м	10
Характерная длина, м	1
Скорость Дарси, м/с	$8,8 \times 10^{-7}$

По оценкам, сделанным в предыдущем параграфе, скорости фильтрации подземной воды 10 мм/сутки и выше приводят к существенному изменению поля температур пород, а скорости фильтрации выше 50 мм/сутки существенно влияют на положение фронта фазового перехода при замораживании. Представленные в таблице 4.3 параметры являются частным случаем, на практике могут встречаться слои горных пород с большими проницаемостями и пористостями, приводящими к еще большим значениям скорости Дарси. Поэтому на основании проведенного качественного анализа можно сделать вывод, что учет естественной конвекции подземных вод в поровом пространстве замораживаемых пород в целом является важным.

Далее в этом параграфе проводится количественный анализ различных режимов естественной конвекции подземных вод в проницаемом породном массиве при его искусственном замораживании. Описываемое исследование проведено применительно к практической задаче о влиянии конвективных течений подземных вод на параметры ЛПО, предохраняющего строящуюся горных выработку от затопления.

### Методика моделирования

Рассматривается случай единственной замораживающей колонки. Данная замораживающая колонка ориентирована вертикально и проходит через слой породного массива толщиной  $h$ . В начальный момент времени породный массив имеет однородное распределение температур. Теплофизические и гидравлические свойства породного массива также считаются однородными и изотропными. Тепловое влияние соседних слоев пород (сверху и снизу) не учитывается. Также предполагается, что соседние слои пород являются гидравлически непроницаемыми. Сделанные допущения позволяют перейти к двумерной постановке задачи в цилиндрических координатах  $(r, z)$ . Геометрия расчетной области, представляющей собой вертикальный срез слоя породного массива, представлена на рисунке 4.11.

Прежде всего, в системе (2.1) – (2.23) делается переход от размерных переменных  $(r, z, t, T)$  к безразмерным  $(R', Z', Fo, T')$  с помощью следующих формул:

$$R' = r \cdot h, \quad Z' = z \cdot h, \quad t' = Fo = \frac{\lambda_2 t}{\rho_2 c_2 h^2}, \quad T' = \frac{T - T_{liq}}{T_0 - T_{liq}}, \quad (4.12)$$

где  $t$  – физическое время, с;  $\rho$  – плотность массива, кг/м<sup>3</sup>;  $c_2$  – удельная массовая теплоемкость массива, Дж/(°С·кг);  $\lambda$  – теплопроводность массива, Вт/(м·°С);  $T_{liq}$  – температура начала кристаллизации поровой воды (температура ликвидуса), °С;  $T_0$  –

температура непоотревоженного массива, °С; Fo – число Фурье (безразмерное время); индекс «2» соответствует породам в зоне охлаждения, а индекс «1» – в зоне льда. Здесь и далее безразмерные величины записываются со штрихом.

В этом случае безразмерная система уравнений, описывающая кондуктивный и конвективный перенос теплоты в вертикальном слое обводненного породного массива с учетом фазовых превращений поровой воды, записывается так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H'}{\partial Fo} + \text{Pr} \cdot \left( V'_{r'} \frac{\partial H'}{\partial R'} + V'_{z'} \frac{\partial H'}{\partial Z'} \right) = \\ = \frac{1}{R'} \frac{\partial}{\partial R'} \left( \lambda' R' \frac{\partial T'}{\partial R'} \right) + \frac{\partial}{\partial Z'} \left( \lambda' \frac{\partial T'}{\partial Z'} \right), \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\lambda'(\gamma) = (1-\gamma) \frac{\lambda_1}{\lambda_2} + \gamma, \quad (4.14)$$

$$H'(T') = \begin{cases} T'+1/\text{Ste}, & 0 \leq T' \\ \gamma/\text{Ste}, & T'_{sol} \leq T' < 0, \\ (c_1/c_2)(T'-T'_{sol}), & T' < T'_{sol} \end{cases}, \quad (4.15)$$

$$T'_{sol} = \frac{T_{sol} - T_{liq}}{T_0 - T_{liq}} \quad (4.16)$$

$$\gamma(T') = \begin{cases} 1, & 0 \leq T' \\ (T'_{sol} - T')/T'_{sol}, & T'_{sol} \leq T' < 0, \\ 0 & T' < T'_{sol} \end{cases}, \quad (4.17)$$

$$\left[ \frac{\partial T'}{\partial R'} - \text{Bi}(T'_{fb} - T') \right]_{R'=R'_{fb}} = 0, \quad (4.18)$$

$$T' \Big|_{R'=R'_{vr}} = 1, \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial Z'} \Big|_{Z'=0} = \frac{\partial T'}{\partial Z'} \Big|_{Z'=1} = 0, \quad (4.20)$$

$$T' \Big|_{Fo=0} = 1, \quad (4.21)$$

$$\text{Bi} = \frac{\alpha h}{\lambda_1}, \quad \text{Ste} = \frac{c_2(T_0 - T_{liq})}{Lw}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu \rho c_2}{\lambda_2}. \quad (4.22)$$

Здесь  $H'$  – удельная энтальпия породного массива; Pr – число Прандтля;  $V'_{r'}$  – скорость Дарси поровых вод по оси  $R'$ ;  $V'_{z'}$  – скорость Дарси поровых вод по оси  $Z'$ ;  $\gamma$  – объемная доля воды в поровом объеме породного массива; Ste – число Стефана;  $T'_{sol}$  – температура конца кристаллизации поровой воды (температура солидуса); Bi – число Био;  $T'_{fb}$  – температура хладоносителя в замораживающей колонке;  $R'_{fb}$  – радиус замораживающей колонки;  $R'_{vr}$  – внешний радиус расчетной области;  $w$  – начальная влажность породы, кг/кг;  $L$  – удельная теплота фазового перехода поровой воды, Дж/кг;



$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи на границе замораживающей колонки с массивом, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);  $\nu$  – кинематическая вязкость поровой воды, м<sup>2</sup>/с.

Безразмерные компоненты  $V'_r$  и  $V'_z$  вектора скорости Дарси по осям  $R'$  и  $Z'$  и безразмерное гидростатическое давление  $P'$  связаны со своими размерными аналогами следующими формулами:

$$V_r = V'_r \frac{\nu}{h}, \quad V_z = V'_z \frac{\nu}{h}, \quad P = P' \frac{\rho_{liq} \nu^2}{h^2}. \quad (4.23)$$

где  $\rho_{liq}$  – плотность поровой воды, кг/м<sup>3</sup>.

Функции  $V'_r$ ,  $V'_z$  и  $P'$  определяются в результате решения обезразмеренной системы уравнений Дарси и неразрывности с соответствующими граничными условиями:

$$\frac{\partial P'}{\partial R'} = \frac{1}{Da \cdot k_r} V'_r, \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial P'}{\partial Z'} + \frac{gh^3}{\nu^2} = \frac{1}{Da \cdot k_r} V'_z, \quad (4.25)$$

$$\frac{1}{R'} \frac{\partial}{\partial R'} (R' V'_r) + \frac{\partial V'_z}{\partial Z'} = 0, \quad (4.26)$$

$$V'_z \Big|_{Z'=0} = V'_z \Big|_{Z'=1} = 0, \quad (4.27)$$

$$V'_r \Big|_{R'=R'_{fb}} = V'_r \Big|_{R'=R'_{vr}} = 0, \quad (4.28)$$

$$Da = \frac{K}{h^2}. \quad (4.29)$$

Здесь  $k_r = k_r(\gamma)$  – относительная проницаемость;  $Da$  – число Дарси.

Принимается, что относительная проницаемость является следующей функцией от объемного содержания воды в порах:

$$k_r(\gamma) = \gamma^2. \quad (4.30)$$

В уравнениях (4.24) – (4.26) дополнительно предполагается, что установление поля скоростей течения и гидростатического давления воды в поровом пространстве замораживаемого массива происходит намного быстрее, чем изменяется поле температур. По этой причине уравнения (4.24) – (4.26) записаны в стационарной постановке.

Для удобства при дальнейшем численном решении гидравлической задачи в уравнениях (4.24) – (4.30) делается переход от переменных  $(P', V'_r, V'_z)$  к переменной  $\psi'$  (также безразмерной), представляющей собой функцию тока Стокса в цилиндрических координатах:

$$V'_r = -\frac{1}{R'} \frac{\partial \psi'}{\partial Z'}, \quad V'_z = \frac{1}{R'} \frac{\partial \psi'}{\partial R'}. \quad (4.31)$$

Безразмерная функция Стокса связана с соответствующей размерной функцией согласно следующему выражению:

$$\psi' = \frac{\psi}{\nu h}. \quad (4.32)$$

Если выражения (4.31) подставить в (4.26), то уравнение (4.26) тождественно удовлетворится. Если теперь подставить (4.31) в уравнения Дарси (4.24) – (4.25) и затем провести стандартную процедуру дифференцирования этих уравнений и вычитания друг из друга, получим:

$$R' \frac{\partial}{\partial R'} \left( \frac{1}{k_r} \frac{1}{R'} \frac{\partial \psi'}{\partial R'} \right) + \frac{\partial}{\partial Z'} \left( \frac{1}{k_r} \frac{\partial \psi'}{\partial Z'} \right) = R' \cdot \text{Gr} \cdot \text{Da} \cdot \frac{\partial T'}{\partial R'}, \quad (4.33)$$

$$\text{Gr} = \frac{g \beta h^3 (T_0 - T_{liq})}{\nu^2}, \quad (4.34)$$

где Gr – число Грасгофа;  $\beta$  – коэффициент теплового расширения воды,  $1/^\circ\text{C}$ .

Поскольку плотность воды  $\rho_{liq}$  является функцией температуры, которая, в свою очередь, меняется в зависимости от радиальной координаты, число Gr отлично от нуля.

С учетом перехода к новой неизвестной функции  $\psi'$ , граничные условия (4.27) – (4.28) переписываются следующим образом:

$$\left. \frac{\partial \psi'}{\partial R'} \right|_{Z'=0} = \left. \frac{\partial \psi'}{\partial R'} \right|_{Z'=1} = 0, \quad (4.35)$$

$$\left. \frac{\partial \psi'}{\partial Z'} \right|_{R'=R'_{fb}} = \left. \frac{\partial \psi'}{\partial Z'} \right|_{R'=R'_{vr}} = 0. \quad (4.36)$$

Уравнения (4.33) – (4.36) позволяют определить функцию  $\psi'$  с точностью до аддитивной константы, поэтому помимо граничных условий (4.35) – (4.36) необходимо ввести дополнительное условие:

$$\psi' \Big|_{R'=R'_{vr}} = 0. \quad (4.37)$$

Для численного решения полученной системы уравнений тепломассопереноса в замораживаемом массиве использовался метод конечных разностей, центральная схема по пространству второго порядка и явная схема по времени первого порядка. Конечно-разностная сетка принималась неоднородной по радиальной координате со сгущением вблизи замораживающей колонки. Для расчета шага по времени использовалось условие Куранта для двумерного случая:

$$\Delta \text{Fo} = C \cdot \frac{1}{2} \frac{\Delta R_{\min}^2 \Delta Z^2}{\Delta R_{\min}^2 + \Delta Z^2}, \quad (4.38)$$

где  $\Delta R_{\min}$  – минимальный размер ячейки по радиальной координате, м;  $\Delta Z$  – размер ячейки по вертикальной координате, м;  $C$  – число Куранта, принимающее значения в интервале от 0 до 1.

Теплофизические и гидравлические параметры слоя горных пород, использованные при численном решении задачи, взяты также из данных инженерно-геологических изысканий для условий промплощадки строящегося калийного рудника в республике Беларусь (см. таблицу 4.4).

Таблица 4.4 — Размерные теплофизические параметры задачи, используемые для численного расчета

Параметр	Значение
Плотность обводненной породы, кг/м <sup>3</sup>	2640
Теплоемкость обводненной породы в зоне льда, Дж/(кг·°С)	911
Теплоемкость обводненной породы в зоне охлаждения, Дж/(кг·°С)	1266
Теплопроводность в зоне льда, Вт/(м·°С)	3,79
Теплопроводность в зоне охлаждения, Вт/(м·°С)	2,46
Температура непо потревоженного массива, °С	+4 ... +20
Температура хладоносителя, °С	-25
Температура начала кристаллизации поровой воды, °С	0
Температура конца кристаллизации поровой воды, °С	-0,5
Начальное объемное содержание воды в массиве, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	0,32
Коэффициент теплоотдачи, Вт/(м <sup>2</sup> ·°С)	85

Температура непо потревоженного массива в настоящей работе принимается как переменный параметр, изменяющийся в диапазоне от + 4 до + 20 °С. Температурная зависимость плотности поровой воды задавалась на основании имеющихся в литературе эмпирических данных для чистой воды при нормальных условиях. Данная зависимость в рассматриваемом диапазоне положительных температур (0 °С, +20 °С) имеет параболический вид (см. рисунок 4.12).

Параметры расчетной области, конечно-разностной сетки и численного метода сведены в таблице 4.5. Размер расчетной области по радиальной координате  $r$  определялся исходя из предварительного численного моделирования таким образом, чтобы граничное условие (4.16) не влияло на получаемое поле температур. Физические параметры задачи, сведенные в таблицы 4.3 — 4.5, соответствуют следующим значениям безразмерных комплексов задачи:  $Pr = 2,44$ ,  $Ste = 0,12$ ,  $Bi = 1,65$ ,  $Da = 6,8 \cdot 10^{-14}$ ,  $Gr = 20$ .

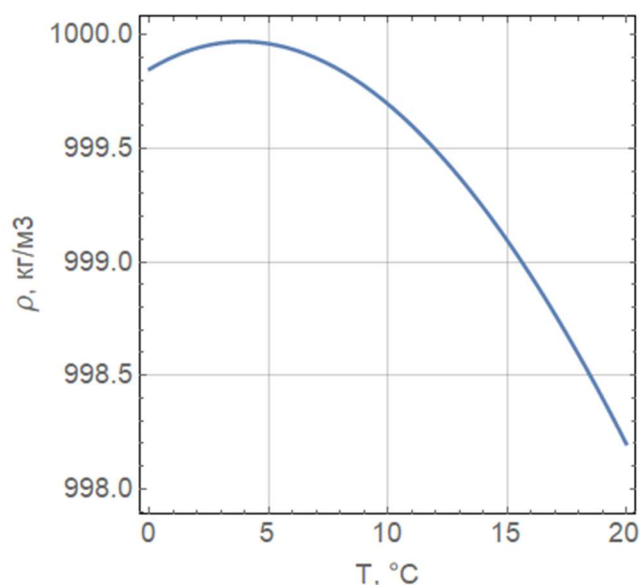


Рисунок 4.12 — Зависимость плотности поровой воды от температуры

Таблица 4.5 — Размерные параметры конечно-разностной сетки и численного метода

Параметр	Значение
Размер расчетной области по координате R, м	25
Размер расчетной области по координате Z, м	15
Количество узлов по координате R	350
Количество узлов по координате Z	40
Отношение размеров соседних ячеек по R	0,5 %
Величина шага по времени, сек	123,7
Общее время расчета, сут	100

Параметр  $\beta$  в (4.35) является функцией температуры и, следовательно, число Грасгофа (4.35) является функцией температуры, т. е. неоднородно распределено по расчётной области и меняется с течением времени. Вследствие этого, для удобства анализа зависимости численного решения задачи от числа Грасгофа было принято, что последнее будет рассчитываться в нулевой момент времени, когда температура всюду в расчетной области равна  $T_0$ . Само уравнение для поиска функции тока в этом случае будет иметь вид:

$$R' \frac{\partial}{\partial R'} \left( \frac{1}{k_r} \frac{1}{R'} \frac{\partial \psi'}{\partial R'} \right) + \frac{\partial}{\partial Z'} \left( \frac{1}{k_r} \frac{\partial \psi'}{\partial Z'} \right) = R' \cdot Gr \cdot Da \cdot \frac{\beta(T')}{\beta(1)} \cdot \frac{\partial T'}{\partial R'}. \quad (4.39)$$

Влияние фильтрации поровых вод на температурное поле породного массива определяется, прежде всего, числами Грасгофа и Дарси, присутствующими в (4.39), и числом Прандтля, связывающим поле скоростей Дарси подземных вод и локальную

производную энтальпии по времени в (4.13). Для характеристики их взаимного влияния удобно пользоваться числом, равным произведению чисел  $Gr$ ,  $Da$  и  $Pr$ :

$$Ra_p = Ra \cdot Da = Gr \cdot Da \cdot Pr. \quad (4.40)$$

Здесь  $Ra$  – число Рэлея. Для произведения чисел  $Ra$  и  $Da$  мы будем использовать обозначение  $Ra_p$  и понимать под ним аналог числа Рэлея для пористой среды. Этим параметром мы будем пользоваться при дальнейшем анализе результатов численного моделирования.

### Анализ влияния естественной конвекции на поле температуры

В результате численного моделирования получены следующие поля безразмерных температуры и функции тока, векторные поля скоростей Дарси в обводненном породном массиве (см. рисунки 4.13 — 4.14).

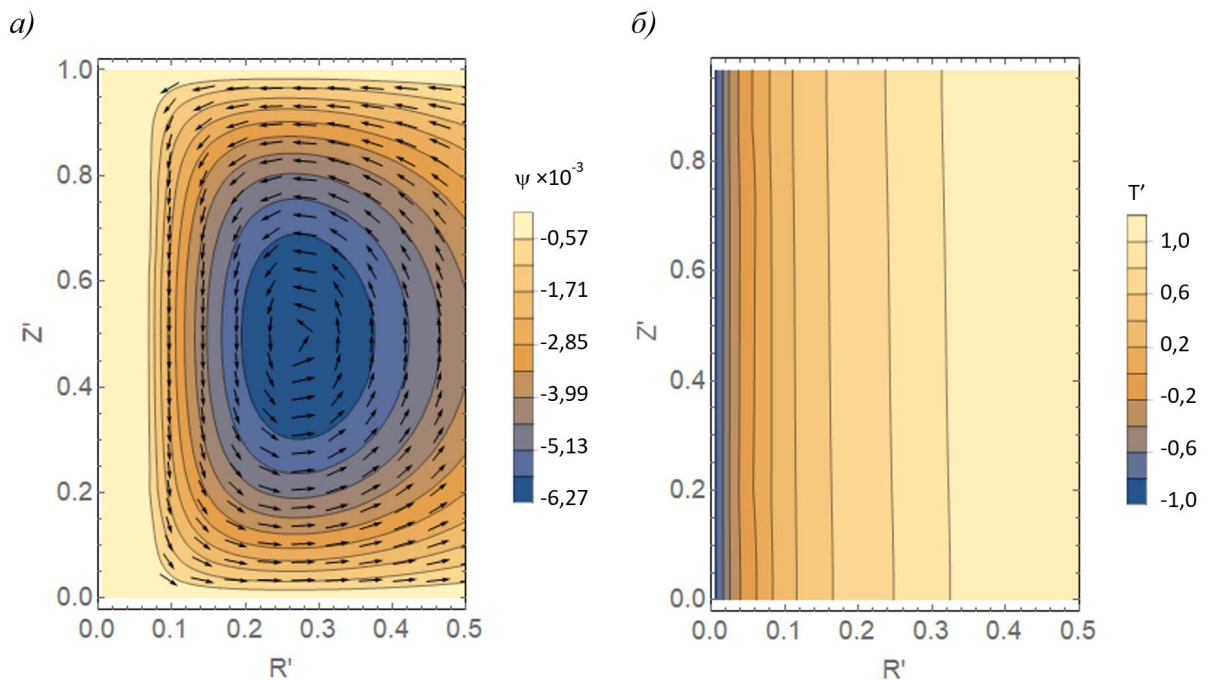


Рисунок 4.13 — Численное решение задачи для  $Ra_p = 7$ : а) – безразмерная функция тока и векторное поле скоростей Дарси, б) – безразмерная температура

Распределения безразмерных температуры и функции тока, представленные на рисунках 4.13 — 4.14 соответствуют моменту времени 100 суток ( $Fo = 0,028$ ). Из рисунков видно, что в обоих случаях ( $Ra_p = 7$  и  $Ra_p = 70$ ) в зоне охлаждения породного массива формируется единая конвективная ячейка с нисходящим потоком поровых вод вблизи границы фазового перехода и восходящим потоком на удалении от фронта фазового перехода. Вследствие цилиндричности задачи присутствует явная асимметрия конвективной ячейки. Изолинии температуры имеют довольно сложный вид с несколькими точками перегиба – аналогичный вид изолиний температуры получен в

работах других исследователей применительно к плоской задаче о конвекции в пористой среде в декартовых координатах.

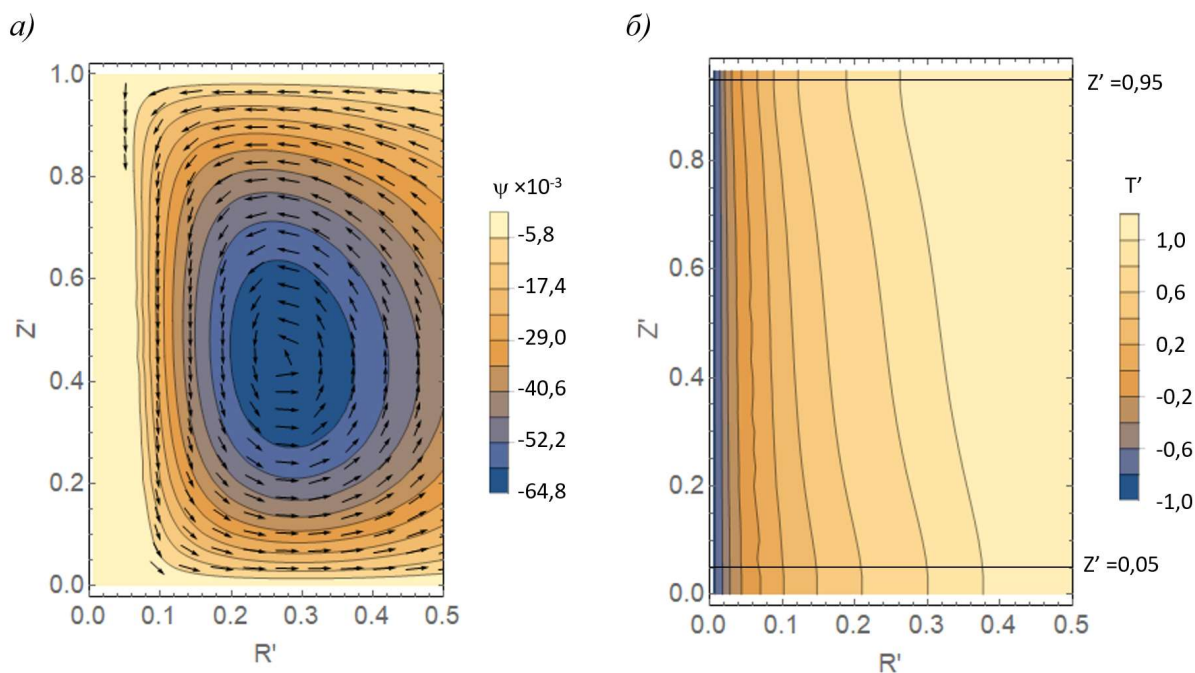


Рисунок 4.14 — Численное решение задачи для  $Ra_p = 70$ : а) – безразмерная функция тока и векторное поле скоростей Дарси, б) – безразмерная температура

Максимальное (по модулю) значение размерной скорости Дарси, полученное в результате численного решения задачи для  $Ra_p = 7$ , составляет 26,3 мм/сутки, а для  $Ra_p = 70$  – 256 мм/сутки. Эти величины скорости практически не меняются с течением времени.

### Расчет критических чисел Рэлея

С ростом числа  $Ra_p$  величины функции тока возрастают, а поле температур начинает искажаться вдоль вертикальной координаты  $z$  (см. рисунок 4.14б). Форма конвективной ячейки в этом случае также деформируется (см. рисунок 4.14а). Количественный анализ искажения поля температур для различных чисел  $Ra_p$  представлен на рисунке 4.15. На данном рисунке представлены радиальные распределения температур породного массива вдоль двух линий – вблизи подошвы ( $Z' = 0,05$ ) и вблизи кровли ( $Z' = 0,95$ ) моделируемого слоя породного массива (см. рисунок 4.14б). Мерой искажения поля температур, вызванного наличием естественной конвекции поровой воды, является промежуток между соответствующими друг другу кривыми температур у подошвы и у кровли слоя породного массива.

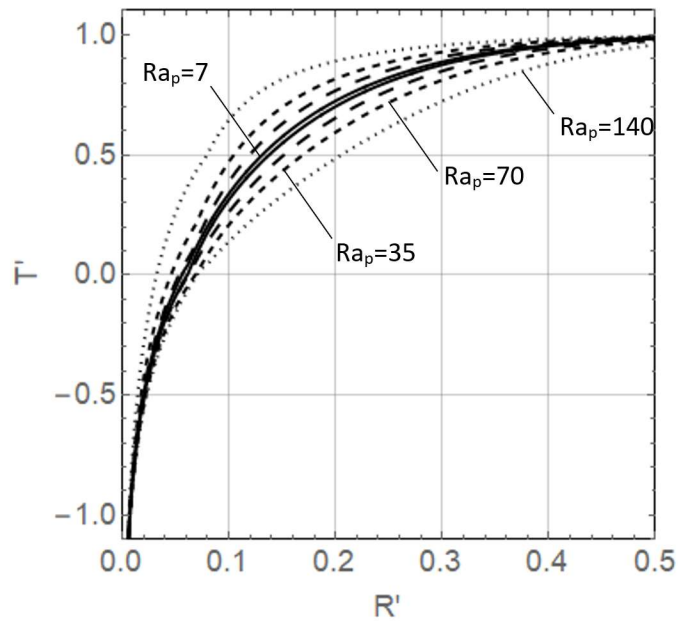


Рисунок 4.15 — Радиальные распределения безразмерной температуры породного массива вдоль линий ( $Z' = 0,05$  и  $Z' = 0,95$ ) при  $Fo = 0,028$  и различных числах  $Ra_p$

Как видно из рисунка 4.15, при относительно малых значениях числа  $Ra_p = 7$ , две эпюры безразмерной температуры практически совпадают. Несущественные рассогласования между ними (менее 0,05) наблюдаются в зоне охлаждения на некотором расстоянии от фронта фазового перехода. При увеличении числа  $Ra_p$  рассогласование безразмерных температур у кровли и подошвы слоя пород увеличивается и для  $Ra = 140$  превышает величину 0,5.

Кривые, представленные на рисунке 4.15, также позволяют оценить влияние естественной конвекции на вариацию фронта фазового перехода (или толщины ЛПО) по высоте относительно срединного горизонтального сечения слоя пород. Это можно сделать посредством анализа абсцисс точек пересечения кривых на рисунке 4.15 с горизонтальной линией  $T' = T'_{sol}$ . Расстояние между абсциссами точек пересечения этих кривых представляет собой разницу положений фронта фазового перехода у подошвы и кровли слоя пород. На рисунке 4.16 представлены зависимости безразмерной разницы положения фронта фазового перехода от числа  $Fo$  при различных числах  $Ra_p$ .

При анализе рисунка 4.16 важно учитывать, что безразмерная толщина ЛПО в данной ситуации изменяется по закону  $Fo^{0.5}$  и к моменту времени  $Fo = 0,028$  составляет приблизительно 0,06 (при  $Ra_p = 7$ ). При этом кривые, представленные на рисунке 4.16, увеличиваются с течением времени значительно быстрее – по закону  $Fo^{1.2}$ . Это означает, что с течением времени относительная вариация фронта фазового перехода по высоте растёт.

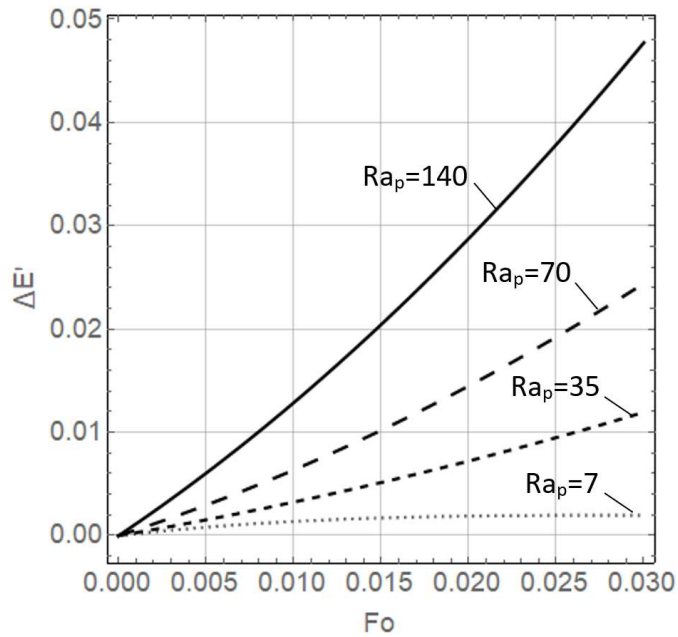


Рисунок 4.16 — Безразмерные координаты положений фронтов фазового перехода у подошвы и кровли слоя пород как функции числа  $Fo$  при различных значениях числа  $Ra_p$

Численные кривые относительных вариаций фронта фазового перехода по высоте как функции числа  $Ra_p$  в различные моменты времени  $Fo$  представлены на рисунке 4.17. Ось ординат на рисунке 4.17 имеет логарифмическую шкалу.

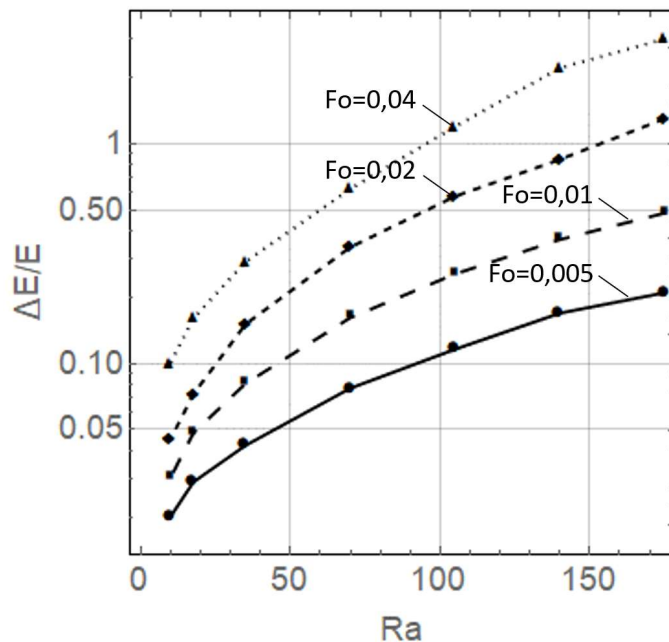


Рисунок 4.17 — Зависимость изменения фронта фазового перехода от  $Ra_p$

Будем называть критической относительной вариацией фронта фазового перехода поровой воды такую его вариацию  $\delta E = \Delta E/E$  вдоль вертикали, которая существенным



образом искажает вертикальный фронт фазового перехода и свидетельствует о необходимости учета естественной конвекции поровых вод при моделировании искусственного замораживания пород. Примем в качестве критической относительной вариации фронта фазового перехода, величину 0,1 (или 10 %). Из рисунка 4.17 видно, что при  $Ra_p = 92$  критическая относительная вариация достигается к моменту времени  $Fo = 0,005$  (это соответствует физическому моменту времени около 18 суток для случая песка с представленными ранее теплофизическими свойствами). При  $Ra_p = 45,5$  критическая относительная вариация достигается к моменту времени  $Fo = 0,01$ , а при  $Ra_p = 25$  – к моменту времени  $Fo = 0,02$ .

На основании результатов численного моделирования была предпринята попытка установить упрощенную эмпирическую зависимость между числом  $Ra_p$  и моментом времени  $Fo$  достижения критической величины относительной вариации фронта фазового перехода:

$$Fo = \frac{0,4}{Ra_p^{0,07}} - 0,3 = \frac{0,4}{(Ra \cdot Da)^{0,07}} - 0,3. \quad (4.41)$$

В зависимости (4.41), рассчитанной численно с помощью метода наименьших квадратов, можно сделать переход обратно к классическому числу Рэлея и выразить его через числа Дарси и Фурье.

Зависимость (4.41) получена с помощью метода наименьших квадратов и работает для диапазона чисел Рэлея  $Ra_p \in [2; 50]$ . Также в работе проведен расчет зависимости (4.41) для других чисел Стефана: 0,08 и 0,16. Получено, что при данных значениях числа  $Ste$  кривая  $Fo(Ra_p)$  слабо отличается от (4.41). На рисунке 4.18 представлены зависимости критического числа  $Fo$  (т.е. такого, при котором происходит критическая относительная вариация фронта фазового перехода) от числа  $Ra_p$  при различных значениях числа  $Ste$ .

Из рисунка 4.18 видно, что критическое число Фурье зависит от числа Стефана сложным образом и по имеющемуся набору эмпирических точек эту зависимость нельзя представить в упрощенном аналитическом виде, подобном (4.41).

### **Анализ различных режимов естественной конвекции**

В настоящей работе также проведено исследование влияния знакопеременности коэффициента теплового расширения поровой воды на получаемое распределение скоростей Дарси в замораживаемом породном массиве.

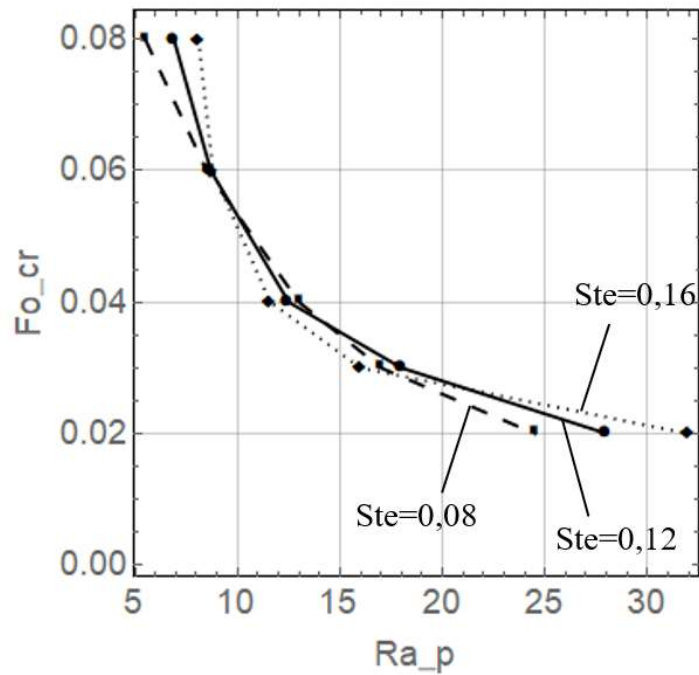


Рисунок 4.18 — Зависимость критического числа  $Fo$  от числа  $Ra_p$  при различных значениях числа  $Ste$

Результаты численного моделирования показали, что при уменьшении начальной температуры породного массива  $T_0$  с  $+20$  °C до  $+4$  °C происходит закономерное снижение скоростей Дарси во всей расчетной области. При температурах  $T_0$  около  $+6$  °C начинает происходить постепенное изменение структуры конвективной ячейки, вызванное усилением влияния немонотонности функции плотности поровой воды. При дальнейшем снижении температуры  $T_0$  вблизи границы фазового перехода образуется вторая конвективная ячейка с противоположно направленной циркуляцией поровых вод (см. рисунок 4.19а). При еще большем уменьшении температуры  $T_0$  ближняя к границе фазового перехода ячейка увеличивается в ширине, в то время как дальняя ячейка все сильнее сужается и смещается вправо. Величины скорости Дарси в ближней ячейке растут, а в дальней – уменьшаются. В результате при уменьшении температуры  $T_0$  до  $+4$  °C (что соответствует максимуму плотности воды) в расчетной области присутствует единая конвективная ячейка с восходящим потоком поровых вод вблизи границы фазового перехода и нисходящим потоком на удалении от фронта фазового перехода (см. рисунок 4.19б).

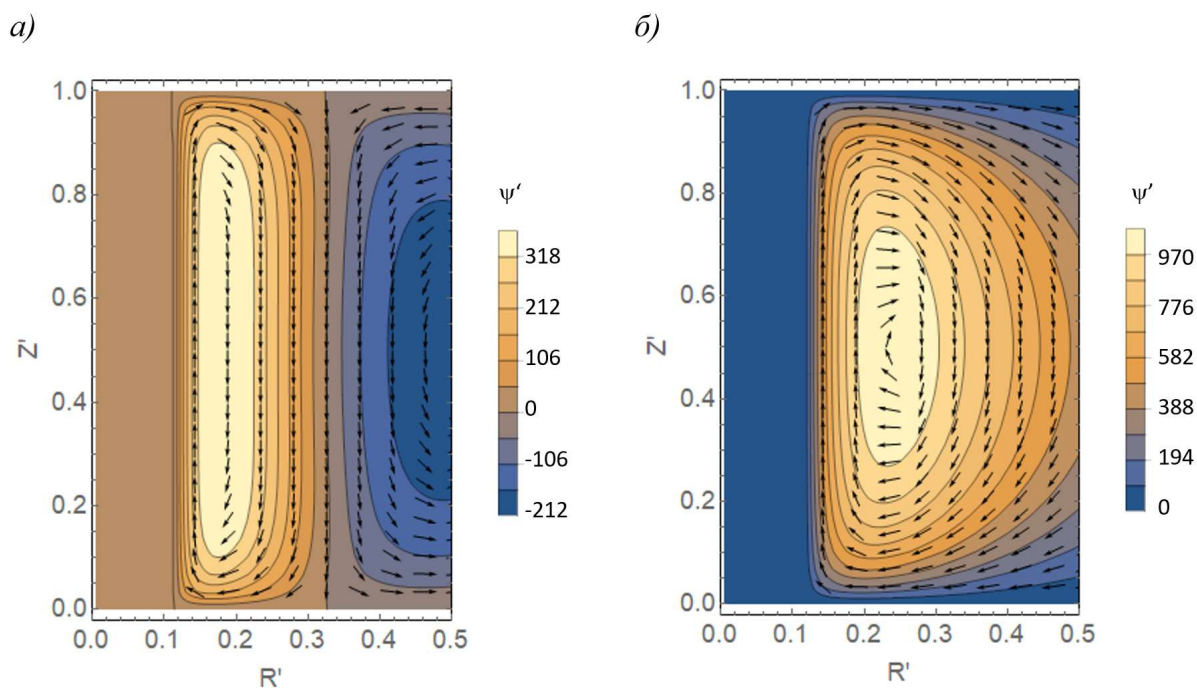


Рисунок 4.19 — Безразмерная функция тока и векторное поле скоростей Дарси: а) –  $Ra_p = 17,5$ ,  $T_0 = +5$  °C б) –  $Ra_p = 14$ ,  $T_0 = +4$  °C

В целом интенсивность фильтрации поровых вод в двух режимах конвекции, представленных на рисунке 4.19, существенно ниже, чем для основного режима конвекции (см. рисунки 4.13 — 4.14) – об этом можно судить о величинах безразмерной функции тока Стокса, представленной на этих рисунках. Меньшие скорости Дарси связаны как с меньшим градиентом температуры в породном массиве, так и с противоборствующим влиянием конвекции в двух зонах незамерзшего породного массива: с температурами выше  $+4$  °C и ниже  $+4$  °C [105].

### Пассивный режим замораживания

Дополнительно в данной работе исследована интенсивность естественной конвекции поровой воды в условиях длительного замораживания. Суммарное время моделирования составило 400 суток ( $Fo = 0,16$ ): 100 суток соответствуют активному замораживанию, а 300 — пассивному. Внешняя граница расчетной области по  $R$ , как и ранее, составляет 25 м. При переходе на стадию пассивного замораживания происходит повышение температуры хладоносителя с  $-25$  °C до  $-15$  °C, при этом скорость движения хладоносителя в колонке остается прежней. Повышение температуры происходит на коротком временном промежутке, величиной 5 суток (в интервале от 100 до 105 суток).

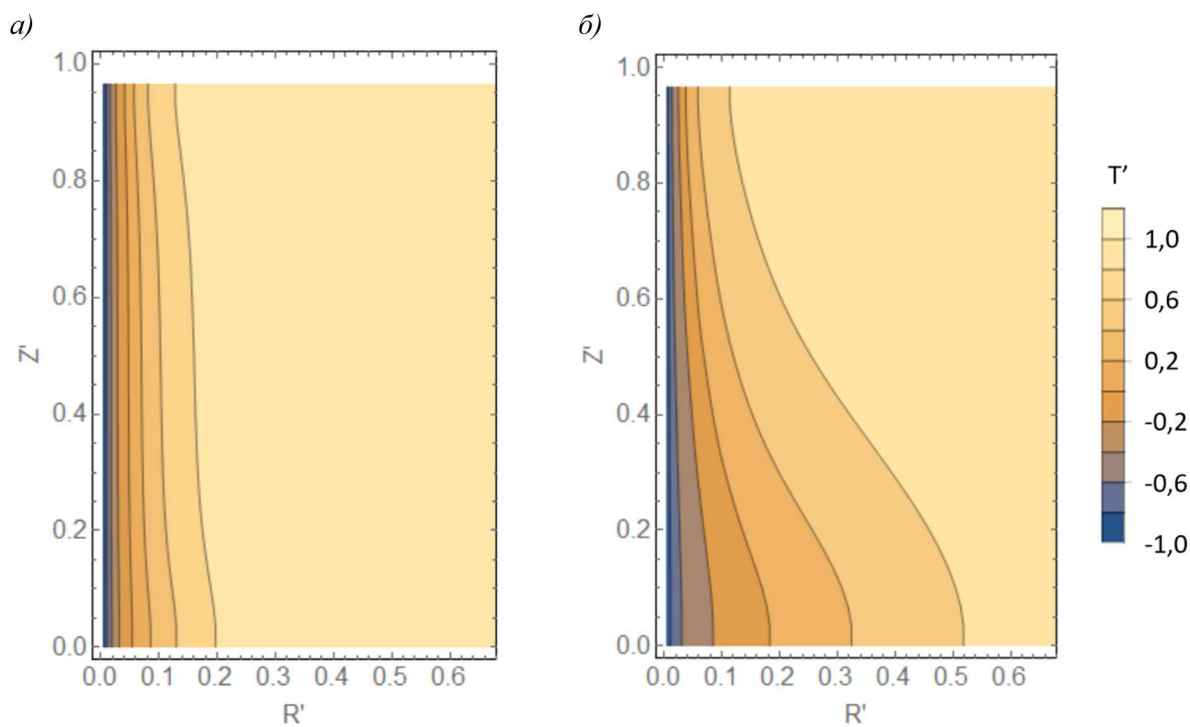


Рисунок 4.20 — Распределения безразмерных температур в вертикальном разрезе слоя породного массива в моменты времени  $Fo = 0,02$  (а) и  $Fo = 0,12$  (б)

На рисунке 4.20 представлены распределения безразмерных температур в вертикальном разрезе слоя породного массива в моменты времени 50 суток ( $Fo = 0,02$ ) и 300 суток ( $Fo = 0,12$ ). Несмотря на уменьшение интенсивности замораживания массива искажения изолиний температуры от горизонтального положения продолжают увеличиваться со временем.

Анализ интенсивности фильтрации поровой воды в фазе пассивного замораживания проводился в терминах максимального значения скорости фильтрации поровой воды (по магнитуде), максимального значения функции тока и максимальной разницы температур породного массива у кровли и почвы слоя для одной радиальной координаты  $r$ :

$$V_{\max}(t) = \max_{r,z} (|\mathbf{V}(r, z, t)|), \quad (4.42)$$

$$\psi_{\max}(t) = \max_{r,z} (\psi(r, z, t)), \quad (4.43)$$

$$\Delta T_{\max}(t) = \max_r (T(r, 0, t) - T(r, h, t)). \quad (4.44)$$

На рисунке 4.21 представлены временные зависимости критериев (4.42) и (4.43) для стадий пассивного и активного замораживания. Помимо базового варианта пассивного замораживания при температуре  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$  (синяя кривая) рассмотрен случай «условно» пассивного замораживания при таких же параметрах хладоносителя как на

стадии активного замораживания: температуре  $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$  и коэффициенте теплоотдачи  $85\text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot^{\circ}\text{C})$  (оранжевая кривая).

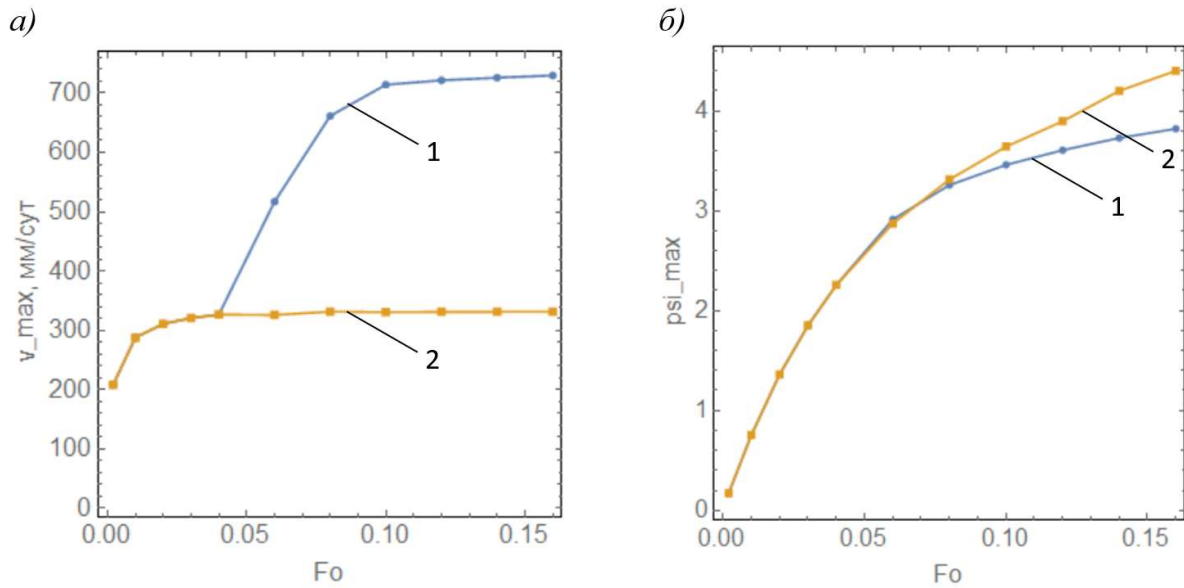


Рисунок 4.21 — Временная динамика максимального значения скорости Дарси (а) и максимального значения функции тока (б) для стадий пассивного и активного замораживания; 1 — переход на пассивное замораживание при температуре  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ , 2 — сохранение температуры активного замораживания  $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$

Из рисунка 4.21 видно, что при переходе на пассивный режим замораживания и повышении температуры хладоносителя до  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$  происходит резкий рост максимальной скорости фильтрации поровых вод, чего не наблюдается при сохранении температуры хладоносителя  $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ . При этом максимальное значение функции тока не «реагирует» на изменение температуры хладоносителя.

Быстрый рост максимальной скорости фильтрации поровых вод при переходе в фазу пассивного замораживания связывается с тем, что в этом случае граница фазового перехода в течение определенного интервала времени движется влево (к замораживающей колонке) и происходит уменьшение зоны льда. Появляется широкая область незамороженного массива с температурой, близкой к нулю, тем самым увеличивается ширина зоны нисходящей фильтрации поровой воды (от кровли слоя к его почве). Эквивалентное гидравлическое сопротивление этой зоны нисходящей фильтрации оказывается ниже вследствие большей ее ширины. Это, в свою очередь, интенсифицирует процесс фильтрации. В дальнейшем рост скорости фильтрации постепенно уменьшается и прекращается.

С течением времени максимальное значение скорости Дарси выходит на стационарное значение, в то время как максимальное значение функции тока продолжает расти с замедлением скорости роста. Результаты численного моделирования

показывают, что максимальное рассогласование температур (4.45) с течением времени также стремится к стационарному значению.

#### **4.4. Интерпретация результатов натуральных измерений уровня подземных вод в гидронаблюдательных скважинах**

Как известно, гидронаблюдательный способ контроля состояния ЛПО основан на физическом явлении увеличения объема замерзшей воды в поровом пространстве замораживаемого массива примерно на 9 % по сравнению с ее незамороженным состоянием. Как следствие, незамерзшая вода в поровом пространстве пород, находящихся внутри сомкнутого ЛПО, начинает вытесняться. Поскольку единственным стоком для поровой воды в объеме пород внутри контура замораживания является гидронаблюдательная скважина, уровень воды в последней начинает подниматься. Это свидетельствует о сплошности ЛПО в контролируемом водоносном горизонте.

В период с 27.01.2016 по 02.05.2016 проводились наблюдения за уровнем подземных вод на гидронаблюдательных скважинах ГН-1 и ГН-2 при строительстве ствола № 1 рудника Петриковского ГОКа с применением способа искусственного замораживания пород. Скважины ГН-1 и ГН-2 располагались внутри контура шахтного ствола. Схема конструкции гидронаблюдательных скважин ГН-1 и ГН-2 и места установки фильтровых частей, через которые подземные воды могли проникать в пространство скважин, представлены на рисунке 4.22.

Выбранный временной период наблюдений соответствовал активному замораживанию пород. Реакция на замораживание пород в обеих скважинах была отмечена практически одновременно, но в дальнейшем скважины реагировали на увеличение зоны замороженных пород по-разному. В определенный период (с 3 по 22 марта 2016 г.) по скважине ГН-1 уровень подземных вод поднимался значительно быстрее, чем по скважине ГН-2, что свидетельствовало о более интенсивной (быстрой) заморозке верхней части пород в интервале 40-80м в сравнение с более глубоким интервалом 140-200м. Этот вывод оказался нелогичным, поскольку при выбранной прямой схеме циркуляции хладоносителя в замораживающих колонках, нижние слои породного массива должны замораживаться лучше, чем верхние (см. главу 2).

Для выяснения причины такого поведения, прежде всего, была предложена наиболее простая гипотеза, связанная с различием в теплофизических свойствах горных пород верхней и нижней частей замораживаемого массива (вверху — более теплопроводные и менее влажные породы, внизу — менее теплопроводные

и более влажные породы). Однако анализ теплофизических свойств замораживаемых слоев пород не подтвердил эту гипотезу (см. рисунок 4.23).

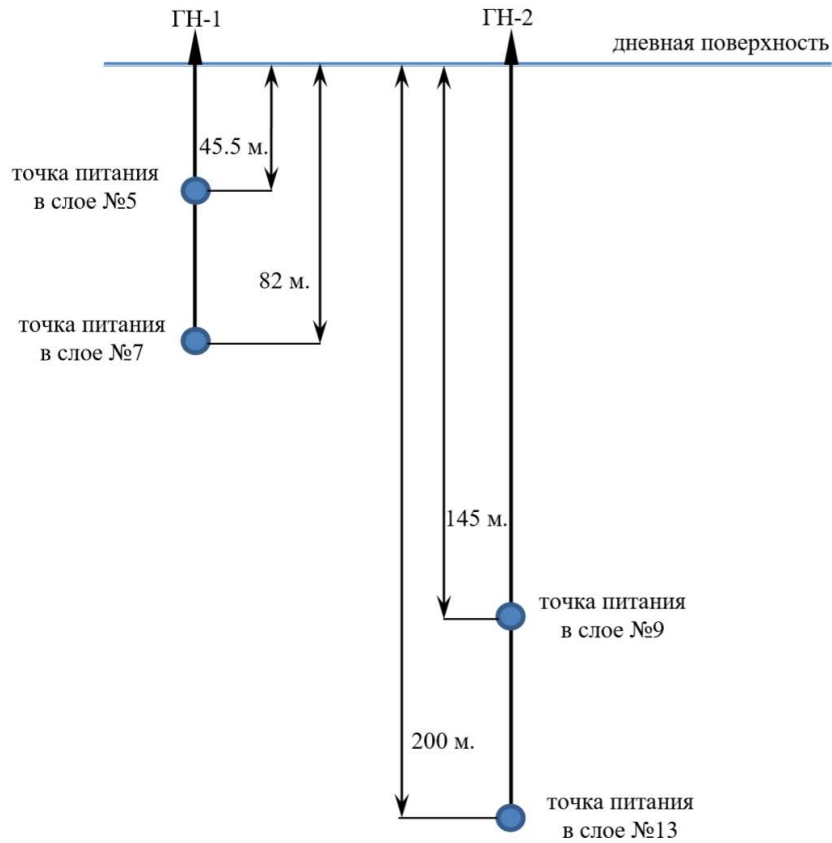


Рисунок 4.22 — Схема конструкции гидронаблюдательных скважин ГН-1 и ГН-2

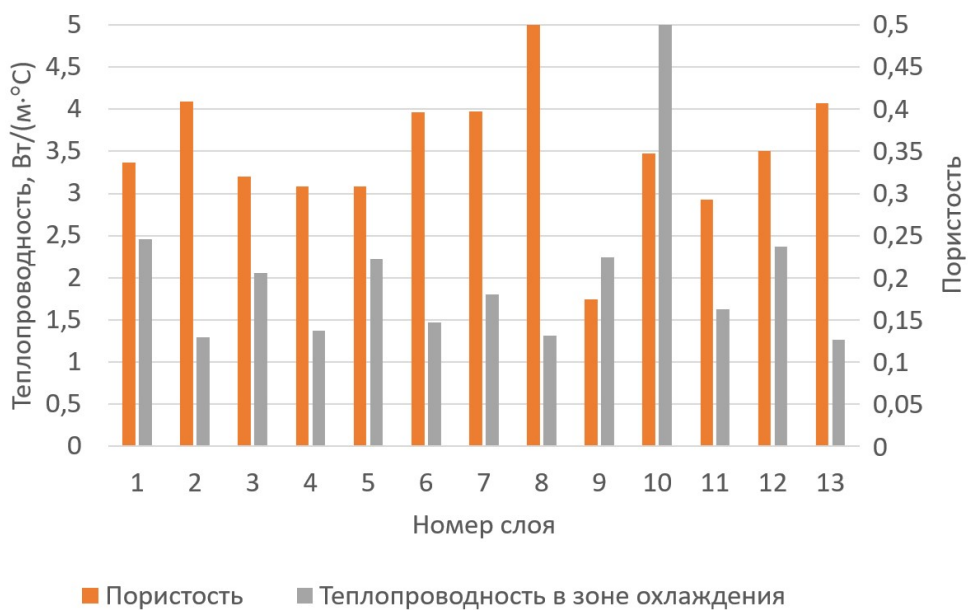


Рисунок 4.23 — Распределение теплофизических свойств по замораживаемым слоям породного массива

По этой причине было проведено численное моделирование процесса формирования ЛПО во внутренней его области в полной связанной термогидромеханической постановке задачи с целью определения характера нарастания порового давления в центральной части водоносных слоев, питающих скважины ГН-1 и ГН-2. Численное моделирование проводилось в двумерной постановке для двухмерной области, представляющей собой вертикальную плоскость, секущую все замораживаемые слои и проходящую через центры скважин ГН-1 и ГН-2. Расчеты проводились в предположении полной изоляции каждого слоя от соседних слоев. Расчетные области каждого из питающих слоев ограничены поверхностями замораживающих скважин, таким образом процесс формирования ЛПО моделировался заданием изменения температуры хладоносителя на боковых гранях расчетной области согласно графику работы замораживающей станции.

Основным результатом моделирования стал вывод о том, что в слое песчаника № 9 наблюдается аномальный рост порового давления, связанный с повышенными по сравнению с другими слоями физико-механическими свойствами данного слоя (см. рисунок 4.24). Аномальное поровое давление в слое песчаника № 9 приводило к появлению перетока воды из этого слоя в слой глины № 13 по скважине ГН-2 на начальном временном промежутке искусственного замораживания.

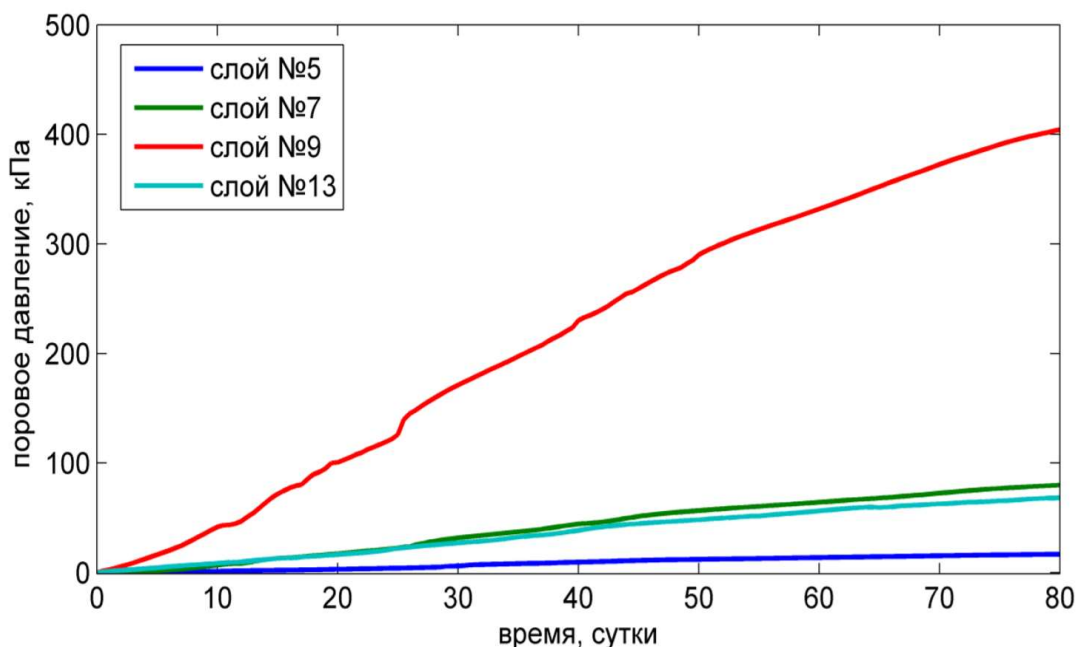


Рисунок 4.24 — Изменение порового давления в точках, соответствующих нижним границам фильтрационных блоков, «питающих» скважины ГН-1 и ГН-2, в процессе роста ЛПО

На основе численного решения гидравлической задачи установлено, что первые ~20 суток после начала активного замораживания (температура хладоносителя  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ )



скорость истечения подземных вод из скважины ГН-1 была выше на 10–15%, чем из скважины ГН-2, однако в дальнейшем ситуация изменилась и скорость истечения подземных вод из скважины ГН-2 стала на 20-30% выше, чем для скважины ГН-1. Этот факт позволил интерпретировать данные, полученные в результате наугурных наблюдений за уровнем подземных вод на гидронаблюдательных скважинах ГН-1 и ГН-2.

В рамках данного исследования автором также проводилась интерпретация аномалий измеренных температур по глубине контрольно-термических и гидронаблюдательной скважин в условиях строящегося скипового ствола Дарасинского рудника. Они не вошли в диссертационную работу, но с ними можно ознакомиться в [291].

#### 4.5. Выводы по главе

В работе проведено исследование влияния фильтрации подземных вод в замораживаемом породном массиве на формирование ЛПО при строительстве шахтных стволов. Основные результаты исследования:

- Предложено два критерия оценки влияния фильтрации подземных вод на состояние ЛПО. В качестве первого критерия выбрана минимальная толщина ЛПО по периметру. В качестве второго критерия — максимальное изменение температуры, вызванное наличием фильтрационного течения подземных вод.
- В ходе многопараметрического численного расчета тепломассопереноса в слое песчаника получено, что влияние течения подземных вод на толщину ЛПО начинается при скоростях фильтрации около 50 мм/сутки. При этом влияние течения подземных вод на поле температур породного массива начинается раньше, при скоростях фильтрации 10-25 мм/сутки.
- Определены механизмы динамики ЛПО при увеличивающейся скорости фильтрации подземных вод: смещение, формоизменение и потеря сплошности. При низких скоростях фильтрации (числа Пекле  $Pe < 0,5$ ) преобладающим является механизм смещения ЛПО вдоль по потоку подземных вод; толщина ЛПО при этом сохраняется. При средних скоростях фильтрации (числа Пекле  $0,5 < Pe < 1,5$ ) происходит ярко выраженное изменение формы ЛПО, толщина которого начинает зависеть от скорости фильтрации. При высоких скоростях фильтрации (числа Пекле  $Pe > 1,5$ ), как правило, происходит потеря сплошности (деконсолидация) ЛПО.

- Определены поправки на толщину ЛПО по фактору течения подземных вод для слоя песчаника для скоростей фильтрации от 50 до 150 мм/сутки. При больших скоростях фильтрации корректный расчет поправки на толщину ЛПО невозможен т. к. смыкание ЛПО может не произойти.
- Для условий гидравлически проницаемого ЛПО, имеющего относительно высокую среднюю температуру, получена формула, отражающая взаимосвязь бокового гидростатического давления на внешней границе ЛПО, средней температуры ЛПО и допустимого водопритока через ЛПО в строящийся ствол.
- Получено, что вследствие наличия естественной конвекции в замораживаемом породном массиве возникают отклонения изотерм температуры от идеально вертикального положения, а также искажение формы фронта фазового перехода. Такие искажения возрастают в течение всего рассмотренного промежутка времени моделирования.
- Определены значения безразмерных чисел Рэлея водонасыщенного породного массива, при которых происходит существенное изменение положения фронта фазового перехода по высоте вследствие влияния естественной конвекции подземных вод.
- Проведенные численные расчеты позволили выделить три различных режима естественной конвекции в обводненном породном массиве в условиях искусственного замораживания: режим одной конвективной ячейки с нисходящим потоком поровых вод вблизи границы фазового перехода и восходящим потоком на удалении от фронта фазового перехода (при начальной температуре породного массива более +6 °С); режим с двумя конвективными ячейками с противоположными направлениями циркуляции поровых вод (при начальной температуре породного массива от +4 до +6 °С); режим одной конвективной ячейки с восходящим потоком поровых вод вблизи границы фазового перехода и нисходящим потоком на удалении от фронта фазового перехода (при начальной температуре породного массива менее +4 °С).
- Разработанная термогидромеханическая модель замораживаемого породного массива успешно применена для интерпретации результатов натуральных измерений уровня подземных вод в гидронаблюдательных скважинах при строительстве ствола № 1 рудника Петриковского ГОКа с применением способа искусственного замораживания пород.

## **5. АЭРОЛОГИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРОХОДКЕ СТВОЛОВ ШАХТ СПОСОБОМ ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ**

Глава посвящена теоретическому исследованию динамики воздушных потоков в шахтном стволе, строящемся с применением специального способа замораживания. Особенностью задачи здесь является то, что температура крепи ствола ниже, чем температура воздуха, поступающего в ствол по вентиляционному трубопроводу. В первой части главы исследован вопрос теплопередачи на границе «воздух-крепь» в зависимости от величины температурного градиента и формирующегося режима течения воздуха в стволе. Во второй части главы проведено исследование массообмена в вертикальных шахтных стволах в условиях наличия горизонтального градиента температуры. В третьей части главы представлены теоретические исследования влияния теплового потока от воздуха, двигающегося по шахтному стволу, на положение фронта фазового перехода (границы ЛПО) в массиве горных пород.

### **5.1. Закономерности теплообмена между воздухом и крепью строящегося шахтного ствола**

#### **Расчетная модель**

Рассматривается вертикальный шахтный ствол с вентиляционным трубопроводом, проведенным к его забою (см. рисунок 5.1). Теплый воздух движется по трубопроводу вниз от устья ствола до конца трубопровода у забоя ствола под действием напора, создаваемого вентиляторной установкой на поверхности. Далее, омывая забой, воздух поднимается по стволу и постепенно охлаждается в результате контакта с более холодными стенками ствола (рисунок 5.1). В результате в поперечном сечении ствола наблюдается неоднородность распределения температуры: вблизи стенок ствола температура ниже, в то время как в ядре потока — выше. Кроме горизонтального градиента температуры присутствует также и вертикальный — по мере поднятия воздуха по стволу он в целом охлаждается. Это приводит к неоднородности плотности воздуха в стволе, что, в свою очередь, может являться причиной возникновения свободной конвекции, частично-возвратных нестационарных течений воздуха в стволе, неуправляемого проветривания ствола. Интенсивность воздухообмена и теплообмена в режиме смешанной конвекции может быть существенно выше, чем в режиме чисто вынужденной конвекции, что может приводить к более интенсивному теплообмену с замороженным породным массивом. Важно определить закономерности теплообмена замораживаемого породного массива с воздухом в режиме смешанной конвекции, чему и посвящен настоящий параграф.

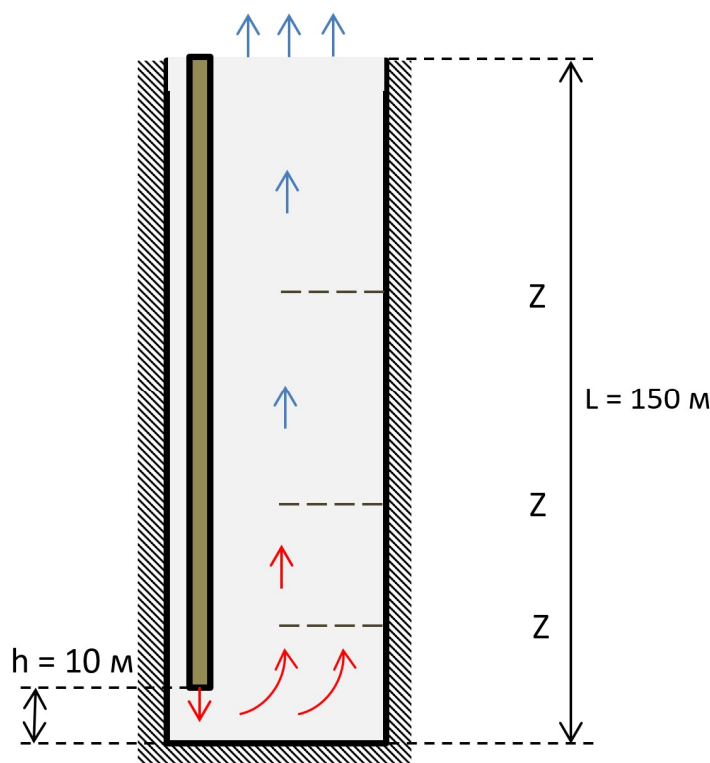


Рисунок 5.1 — Схематичный вид шахтного ствола и вентиляционного трубопровода, продольный разрез вдоль центральной оси ствола

Принимается, что движение воздуха всюду в ствола происходит в режиме развитой турбулентности. Присутствует поле силы тяжести, а плотность воздуха зависит от его температуры в рамках приближения Буссинеска:

$$\rho(T) = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)], \quad (5.1)$$

где  $\rho(T)$  — плотность воздуха при температуре  $T$ , кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_0$  — плотность воздуха при температуре  $T_0$ , кг/м<sup>3</sup>;  $\beta$  — коэффициент теплового расширения воздуха, 1/°C;  $T$  — переменная температура, °C;  $T_0$  — референтная температура, °C.

Еще одним важным фактором, влияющим на величину плотности воздуха, является абсолютное давление, меняющееся по высоте шахтного ствола. Этот фактор оказывает стабилизирующее воздействие на воздушный поток, поскольку внизу ствола в условиях более высокого абсолютного давления находится более сжатый воздух, а вверху ствола – более разреженный. Наряду с этим, уменьшение абсолютного давления по мере поднятия воздуха по стволу приводит также к дополнительному охлаждению воздуха ввиду взаимосвязанности трех основных термодинамических характеристик воздуха – температуры, давления и плотности.

Здесь мы пренебрегаем влиянием давления на плотность и на температуру воздушного потока. Основанием для такого пренебрежения является следующая

качественная оценка относительной доли влияния этого фактора. Изменение плотности  $\Delta\rho$  (кг/м<sup>3</sup>) в стволе высотой  $L$  (м) как функция перепадов температуры  $\Delta T$  (°C) и абсолютного давления  $\Delta p$  (Па) записывается следующим образом:

$$\Delta\rho = \frac{4\rho\alpha L \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)\Delta T + \rho c_v \left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)\Delta p}{\rho c_v - P \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)}. \quad (5.2)$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи на границе «воздух-крепь», Вт/(м<sup>2</sup>·°C);  $d$  — диаметр ствола, м;  $V$  — средняя по сечению скорость в стволе, м/с;  $c_v$  — теплоемкость воздуха при постоянном объеме, Дж/(кг·°C),  $\Delta T$  — разница температур крепи и воздуха на выходе из трубопровода, °C.

Если принять, что перепад температур между входящим воздухом и крепью составляет 10 °C, скорость воздуха в стволе 0,05 м/с, коэффициент теплоотдачи 0,6 Вт/(м<sup>2</sup>·°C), высота и диаметр строящегося ствола равны соответственно 50 м и 8 м, то изменение плотности, вызванное перепадом только абсолютных давлений ( $\approx 500$  Па), составит 0,38 %, а изменение плотности, вызванное только перепадом температур, составит 0,84 %. На основании этого вывода можно принять, что в рассматриваемой задаче зависимость плотности от температуры является ключевой, а использование формулы (5.1) для наиболее пессимистичной оценки рисков возникновения свободной конвекции воздушных потоков в стволе является обоснованным.

Если режим течения воздуха ствола является открытым вопросом, то нисходящее течение воздуха в вентиляционном трубопроводе происходит всюду в режиме вынужденной конвекции, а расход воздуха в вентиляционном трубопроводе принимается в задаче не зависящим от времени параметром. Величина расхода в трубопроводе определяется исходя из напорной характеристики вентиляторной установки и аэродинамической характеристики системы «трубопровод-ствол». С учетом того, что аэродинамическое сопротивление вентиляционного трубопровода, как правило, на несколько порядков выше аэродинамического сопротивления шахтного ствола, режим течения в стволе не сказывается существенным образом на рабочей точке вентиляторной установки и величине расхода воздуха в трубопроводе. Таким образом, задание фиксированного расхода воздуха, подаваемого в ствол через вентиляционный трубопровод, является приемлемым допущением при исследовании режимов конвекции в стволе.

## Численное моделирование

Численный расчет нестационарного и неизотермического течения воздуха в стволе в трехмерной постановке осуществляется с помощью методов вычислительной динамики жидкости и газа. Для расчета используется программный комплекс Ansys Fluent и метод конечных объемов (метод Simple). Для замыкания усредненных по Рейнольдсу уравнений баланса массы, импульса и энергии (2.40) — (2.42) используется двухпараметрическая модель турбулентности standard k-omega (2.43) — (2.44).

Модель турбулентности standard k-omega позволяет более точно моделировать температурный пограничный слой в нестационарных задачах. При этом, данная модель турбулентности является более требовательной к параметрам конечно-объемной сетки в пограничном слое вблизи стенки крепи: величина  $Y^+$  для крайней ячейки сетки должна иметь значение около 1, а скорость роста толщины призматических элементов по мере удаления от стенки должна быть не выше  $\approx 1,2$ .

При создании расчетной модели ствола использовались следующие граничные условия. На стенках шахтного ствола и вентиляционного трубопровода задавалось условие прилипания скорости воздуха и фиксированная температура (различная для ствола и трубопровода). На входе в расчетную область (конец трубопровода) задавалась скорость и температура воздушного потока, а также интенсивность турбулентности. На выходе из расчетной области (устье ствола) задавалось граничное условие свободной поверхности (outflow), подразумевающее нулевой диффузионный поток для всех искомых переменных задачи, коррекцию по общему балансу массы.

Основные численные параметры задачи, использованные при проведении расчетов, сведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1 — Параметры расчета

Параметр	Значение
Длина ствола, м	150
Диаметр ствола, м	8
Диаметр трубопровода, м	1
Отставание конца трубопровода от забоя, м	10
Расстояние трубопровода от крепи ствола, м	1
Величина скорости воздуха в стволе, м/с	0,05
Высота шероховатости стенок крепи ствола, м	0; 0,02
Коэффициент теплового расширения воздуха, $1/^\circ\text{C}$	0,0036
Теплопроводность воздуха, Вт/(м· $^\circ\text{C}$ );	0,026

Температура крепи, °С	0
Температура воздушной струи в трубопроводе, °С	+2,5; +5; +10; +15
Время физического моделирования, с	3000

Величина скорости воздуха в стволе принималась фиксированной, равной минимально-допустимой скорости для проветривания горной выработки согласно «Правилам безопасности при ведении горных работ и переработке твердых полезных ископаемых»:

$$V_{\min} = 0,1 \frac{P}{S}, \quad (5.3)$$

где  $P$  — периметр поперечного сечения ствола,  $S$  — площадь поперечного сечения ствола,  $\text{м}^2$ .

Высота шероховатости стенок крепи ствола являлась варьируемым параметром. В настоящей работе исследовано два значения высоты шероховатости: 0 и 2 см. Температура воздушной струи в трубопроводе также являлась варьируемым параметром задачи и принимала четыре значения, указанные в таблице 5.1.

Решение задачи осуществлялось в нестационарной постановке, поскольку в условиях свободной конвекции может не существовать установившегося решения задачи. Время физического моделирования задано исходя из условия совершения полного воздухообмена в рассматриваемом участке ствола длиной 150 м при средней скорости воздуха 0,05 м/с.

### **Методология исследования**

На первом этапе исследования проводился расчет течения воздуха в стволе без учета действия силы тяжести. Такой расчет необходим для того, чтобы исследовать, как меняется интенсивность теплообмена между крепью и воздухом по высоте и по периметру шахтного ствола, а также для того, чтобы в дальнейшем произвести количественную оценку разницы в распределении воздушных потоков без учета и с учетом свободной конвекции.

Далее проводилась серия расчетов течения воздуха в стволе с учетом действия силы тяжести для различных значений температуры воздушной струи в трубопроводе, различных значений высоты шероховатости стенок крепи ствола. Анализ результатов расчета проводился в терминах безразмерной температуры

$$T' = \frac{T - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}}, \quad (5.4)$$

безразмерной скорости

$$V' = \frac{V}{V_{\min}}, \quad (5.5)$$

безразмерного удельного теплового потока на границе «воздух-крепь»:

$$q' = \frac{qr}{\lambda(T_{\max} - T_{\min})}, \quad (5.6)$$

безразмерного коэффициента теплоотдачи на границе «воздух-крепь» (числа Нуссельта):

$$\text{Nu} = \frac{\alpha r}{\lambda} \quad (5.7)$$

и числа Рэлея:

$$\text{Ra} = \frac{g\beta(T_{\max} - T_{\min})r^3}{\nu\chi}, \quad (5.8)$$

где  $T$  — поле температуры, °C;  $T_{\max}$  — максимальная температура в расчетной области (температура воздуха на выходе из трубопровода в ствол), °C;  $T_{\min}$  — минимальная температура в расчетной области (температура стенки крепи ствола), °C;  $V$  — поле магнитуды скорости, м/с;  $q$  — размерный тепловой поток через стенку ствола, Вт/м<sup>2</sup>;  $\lambda$  — теплопроводность воздуха, Вт/(м·°C);  $r$  — радиус ствола, м;  $\nu$  — молекулярная кинематическая вязкость воздуха, м<sup>2</sup>/с;  $\chi$  — температуропроводность воздуха, м<sup>2</sup>/с;  $\alpha$  — размерный коэффициент теплоотдачи на границе «воздух-крепь», Вт/(м<sup>2</sup>·°C).

Далее проведено сравнение полученных в результате численного моделирования данных, определены зависимости безразмерной температуры (5.4), безразмерной скорости (5.5), числа Нуссельта (5.7) и безразмерного теплового потока (5.6) от числа Рэлея (5.8) и геометрических параметров шахтного ствола.

### Результаты численного моделирования

Прежде всего рассматривался случай без учета свободной конвекции ( $\beta = 0$ ). На рисунке 5.2 представлены радиальные профили безразмерных  $Z$ -компоненты скорости и температуры воздуха в трех поперечных сечениях — на удалении 25 м, 50 м и 100 м от забоя ствола. Линии, вдоль которых строились профили скорости, представлены на рисунке 5.1.

Из рисунка 5.2а видно, что вблизи забоя ( $Z = 25$  м) профиль скорости имеет сложный вид с локальным максимумом вблизи стенки ствола и возвратным течением в центральной части ствола, что обусловлено влиянием воздушной струи, выходящей из



трубопровода со скоростью 4,4 м/с. На удалении от забоя ( $Z = 50$  м и 100 м) поперечный профиль скорости существенно выравнивается, но по-прежнему отличен от классической степенной зависимости  $V(r) \sim r^n$  в установившемся турбулентном режиме течения. Полного выравнивания профиля скорости воздушного потока на рассматриваемом пространственном промежутке 150 м не происходит.

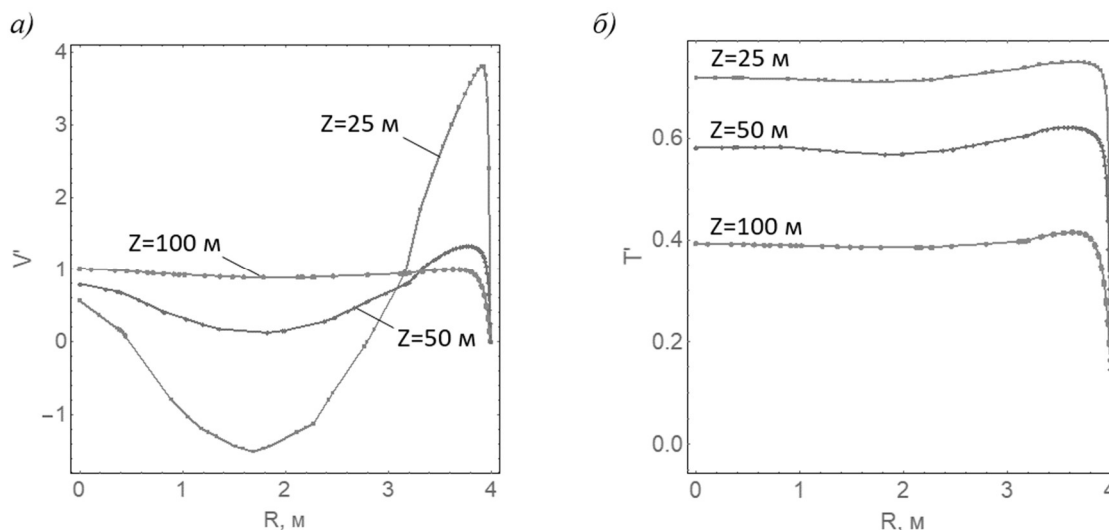


Рисунок 5.2 — Радиальные профили  $Z$ -компоненты безразмерной скорости (а) и безразмерной температуры воздуха (б) без учета свободной конвекции

Следует отметить, что распределение температуры в ядре потока, как это видно из рисунка 5.2б, также является неравномерным во всех трех представленных случаях. Максимальное значение температуры наблюдается вблизи стенки шахтного ствола на противоположной стороне от трубопровода. Тем не менее, полученные радиальные профили температуры существенно более пологие по сравнению с соответствующими профилями скоростей (для  $Z = 25$  м и 50 м), что связано с интенсивным теплопереносом посредством турбулентной диффузии.

На рисунке 5.3 представлены распределения чисел Нуссельта и безразмерного удельного теплового потока через боковую поверхность по высоте ствола без учета свободной конвекции. Распределения строились вдоль вертикальных линий  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ . Линия  $\Gamma_1$  расположена на боковой стенке ствола с противоположной стороны от вентиляционного трубопровода, а линия  $\Gamma_2$  — также на боковой стенке ствола, но диаметрально противоположно  $\Gamma_1$ .

Из рисунка 5.3а видно, что число Нуссельта сильно зависит от координаты  $Z$ , что связано с особенностями распределения скорости воздушного потока. Вариация числа Нуссельта по периметру ствола является незначительной за исключением граничных областей у забоя и устья ствола. Зависимость числа Нуссельта от координаты  $Z$  хорошо

коррелирует с аналогичной зависимостью безразмерного теплового потока  $q'$  (см. рисунок 5.3б).

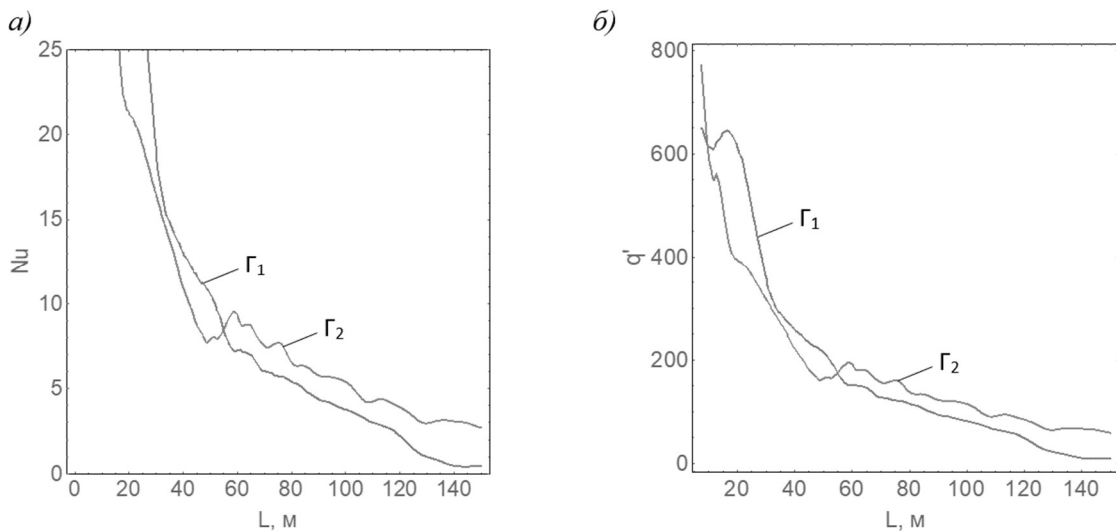


Рисунок 5.3 — Распределение числа Нуссельта (а) и безразмерного удельного теплового потока через боковую поверхность ствола (б) по высоте ствола без учета свободной конвекции

В целом результаты численного моделирования течения воздуха в шахтном стволе без учета свободной конвекции показывают, что важно учитывать неоднородность распределения характеристик теплообмена между воздухом и крепью по высоте ствола, при этом уместным является принятие гипотезы о равномерности распределения указанных характеристик по периметру ствола при фиксированном значении координаты  $Z$ .

В ходе дальнейшего исследования распределения воздушных потоков в условиях наличия свободной конвекции получены следующие радиальные профили безразмерных  $Z$ -компоненты скорости и температуры воздуха в трех различных поперечных сечениях — см. рисунок 5.4. Величина градиента температур принималась равной  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $Ra = 3,1 \cdot 10^{11}$ ). Для построения профилей были выбраны те же линии (см. рисунок 5.1).

Видно существенное изменение структуры течения в обоих поперечных сечениях ствола по сравнению с случаем без учета свободной конвекции. Возвратное течение воздушного потока теперь наблюдается вблизи стенок ствола. Это, по-видимому, связано с тем, что охлаждение воздуха происходит в первую очередь вблизи теплового стока (т.е. стенки ствола) и, как следствие, столб более холодного воздуха у стенки начинает опускаться вниз, замещая собой более теплый воздух, который начинает более интенсивно подниматься по центральной части ствола. Этот вывод хорошо согласуется с полученными в результате расчета профилями температуры (см. рисунок 5.4б),

которые имеют больший наклон в ядре турбулентного потока. Максимум температуры при этом теперь наблюдается в центральной части ствола.

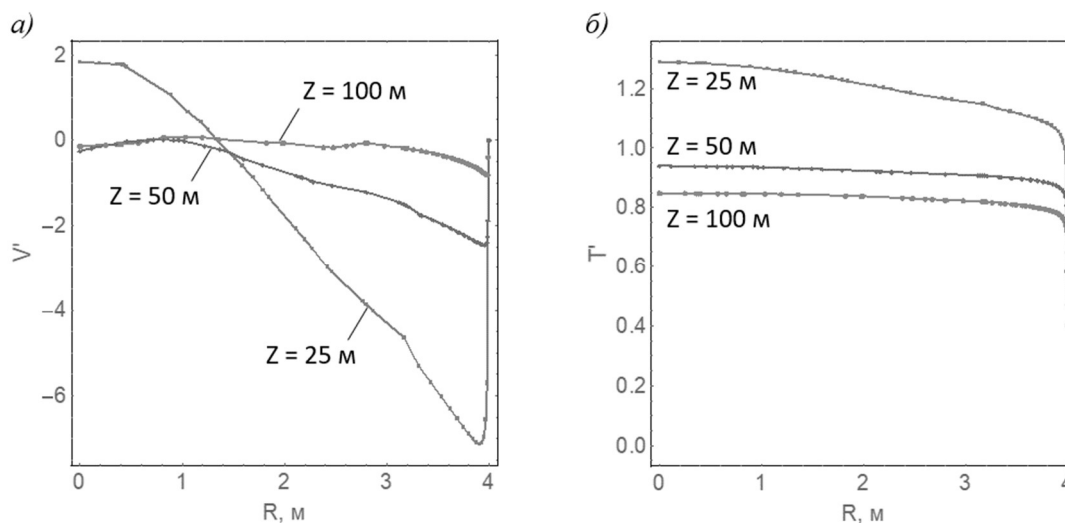


Рисунок 5.4 — Радиальные профили безразмерных  $Z$ -компоненты скорости (а) и температуры воздуха (б) в различные моменты времени при учете свободной конвекции ( $Ra = 3,9 \cdot 10^{10}$ )

На рисунке 5.5 представлены распределения чисел Нуссельта и безразмерного удельного теплового потока через боковую поверхность ствола по высоте ствола с учетом свободной конвекции при различных величинах температурного градиента:  $5^\circ\text{C}$  ( $Ra = 3,9 \cdot 10^{10}$ ) и  $15^\circ\text{C}$  ( $Ra = 1,16 \cdot 10^{10}$ ). Распределения строились вдоль тех же вертикальных линий  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ .

Зависимости числа Нуссельта от вертикальной координаты  $Z$  в случае наличия свободной конвекции в стволе являются более пологими по сравнению с ранее рассмотренным случаем чисто вынужденной конвекции (рисунок 5.3). При этом для большего температурного градиента числа Нуссельта оказываются выше. Факт роста числа Нуссельта с ростом температурного градиента качественно согласуется с существующими в литературе эмпирическими формулами для среднего числа Нуссельта как функции среднего числа Рэлея. Среднее число Нуссельта зависит от числа Рэлея, как правило, по степенному закону

$$Nu \sim Ra^n, \quad (5.9)$$

с показателем  $n$ , варьирующимся в зависимости от особенностей задачи, в диапазоне от 0,2 до 0,35.

При этом в силу специфики рассматриваемой задачи нет смысла говорить о количественном соответствии между описанными в литературе и полученными в рамках данного исследования величинами чисел Нуссельта. По этой причине в настоящей работе была предпринята попытка получить зависимость усредненного по вертикальной

координате  $Z$  числа Нуссельта от числа Рэлея для условий шахтного ствола, проветриваемого по нагнетательной схеме с помощью вентиляционного трубопровода.

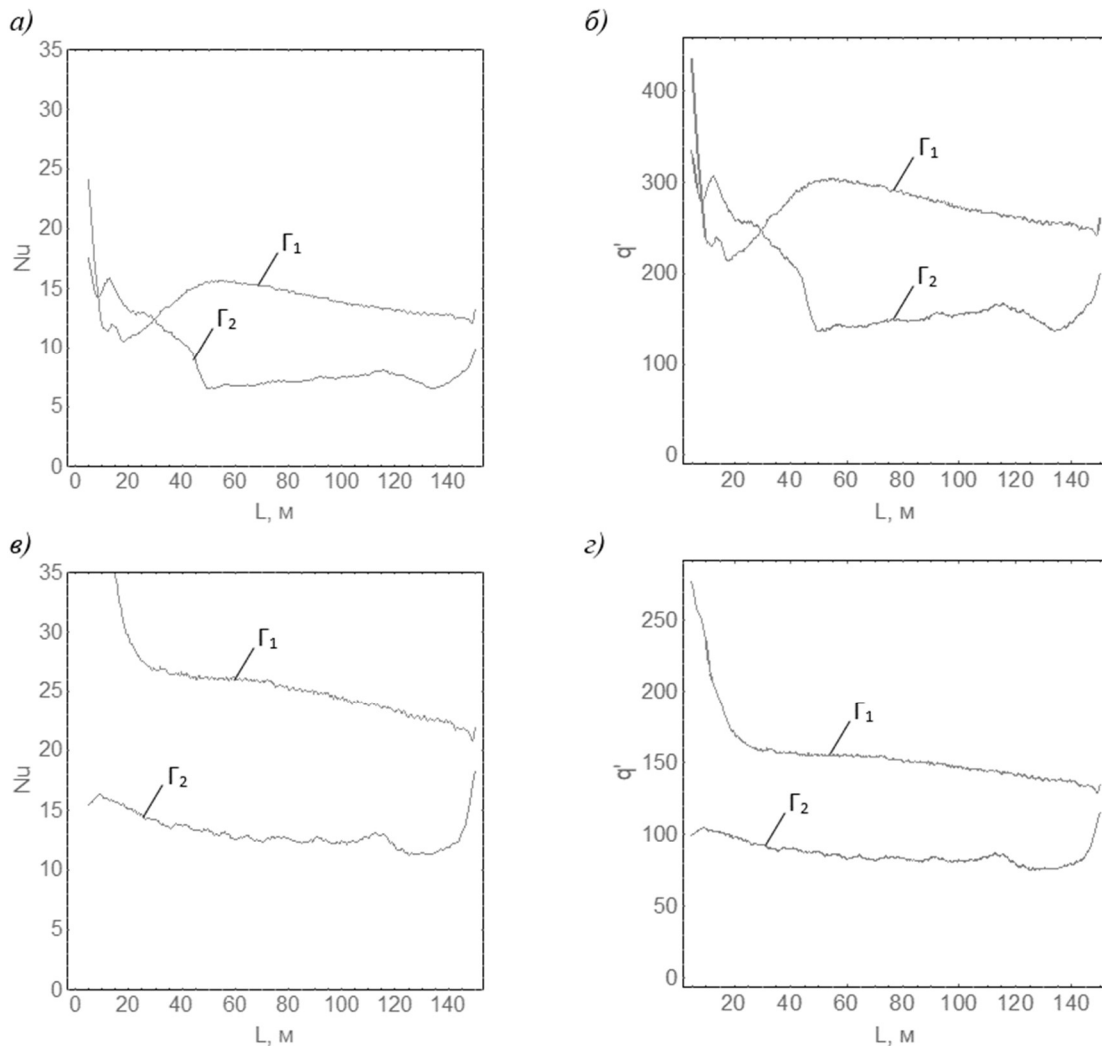


Рисунок 5.5 — Распределение чисел Нуссельта (а, в) и безразмерного удельного теплового потока через боковую поверхность ствола (б, г) по высоте ствола без учета свободной конвекции; графики (а, б) соответствуют  $Ra = 3,9 \cdot 10^{10}$ , графики (в, г) соответствуют  $Ra = 1,16 \cdot 10^{11}$

На рисунке 5.6 представлена рассчитанная зависимость усредненного по вертикальной координате  $Z$  числа Нуссельта от числа Рэлея для трех рассмотренных высот шероховатости стенок крепи ствола: 0 м, 0,02 м и 0,04 м. Точки соответствуют результатам отдельных численных расчетов, а непрерывные кривые — степенной аппроксимирующей функции, рассчитанной по этим точкам с помощью метода наименьших квадратов.

При течении воздуха в стволе в режиме свободной или смешанной конвекции имеется ярко выраженная зависимость числа Нуссельта от средней высоты шероховатости стенок выработок. В данном случае вследствие наложения на поступательное движение воздушных масс вверх по стволу (вынужденная конвекция)

дополнительной компоненты, связанной с циркуляцией воздуха в конвективных ячейках (свободная конвекция), величина средней по сечению ствола скорости воздуха увеличивается и начинает зависеть от градиента температуры и средней высоты шероховатости стенок крепи.

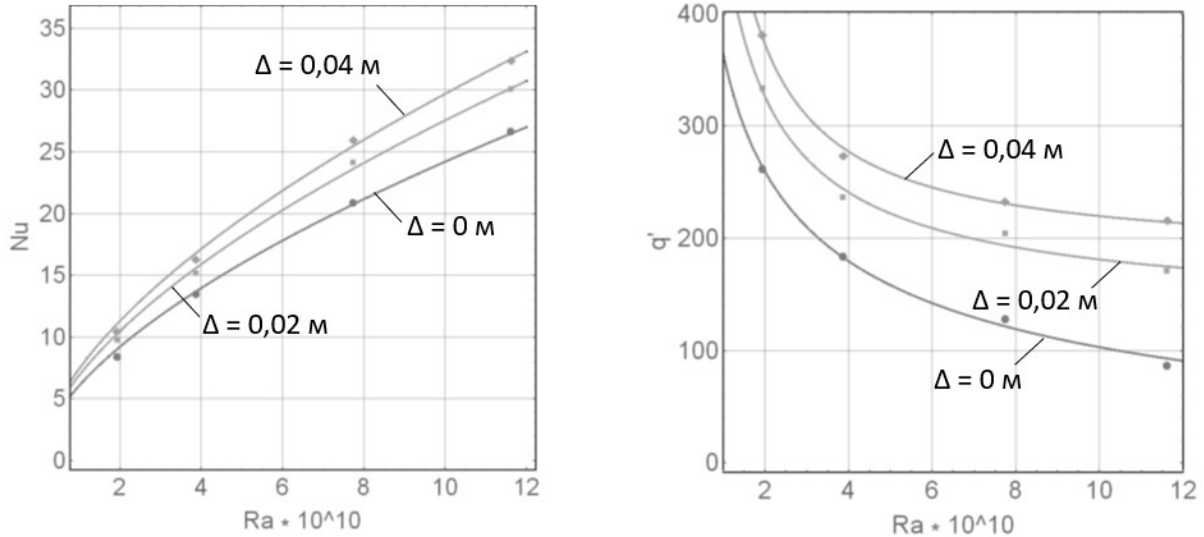


Рисунок 5.6 — Численная зависимость среднего числа Нуссельта от числа Рэлея (а) и численная зависимость безразмерного теплового потока от числа Рэлея (б) для различных значений высоты шероховатости  $\Delta$  стенки крепи ствола

Если число Нуссельта увеличивается с увеличением числа Рэлея, то безразмерный тепловой поток падает. Следует отметить, что соответствующий размерный тепловой поток растет с увеличением числа Рэлея. Это связано с особенностью способа задания безразмерного теплового потока. При расчете безразмерного теплового потока по формуле (5.6) осуществляется деление размерного теплового потока на разницу температур, что по сути означает деление на число Рэлея.

Общий вид степенной аппроксимирующей функции числа Нуссельта от числа Рэлея следующий:

$$Nu = 13,9 \cdot \varepsilon \cdot (Ra^*)^{0,6} = 13,9 \cdot \varepsilon \cdot \left( \frac{Ra}{10^{10}} \right)^{0,6}, \quad (5.10)$$

где  $\varepsilon$  — множитель, характеризующий влияние шероховатости стенок крепи ствола. При нулевой высоте шероховатости принимается, что  $\varepsilon = 1$ , при высоте шероховатости 0,02 м —  $\varepsilon = 1,14$ , а при высоте шероховатости 0,04 м —  $\varepsilon = 1,22$ .

Аналогичной простой зависимости безразмерного теплового потока от числа Рэлея при различных высотах шероховатости стенок крепи получить не удалось — показатель степени в аппроксимирующей функции  $q' = f(Ra, \Delta)$  меняется при изменении высоты шероховатости в диапазоне от  $-0,4$  до  $-1,0$ .

Наряду с естественной конвекцией важным физическим процессом, влияющим на теплообмен воздуха с крепью ствола, является вынужденная конвекция, характеризующаяся числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{V_0 r}{\nu} \quad (5.11)$$

Здесь  $V_0$  — средняя скорость воздушного потока в поперечном сечении ствола, которая ранее рассчитывалась по формуле (5.5).

На рисунке 5.7 представлены численно рассчитанные кривые для зависимостей числа Нуссельта и безразмерного теплового потока от числа Рейнольдса при двух различных температурных градиентах ( $Ra = 2,0 \cdot 10^{10}$  и  $Ra = 3,9 \cdot 10^{10}$ ).

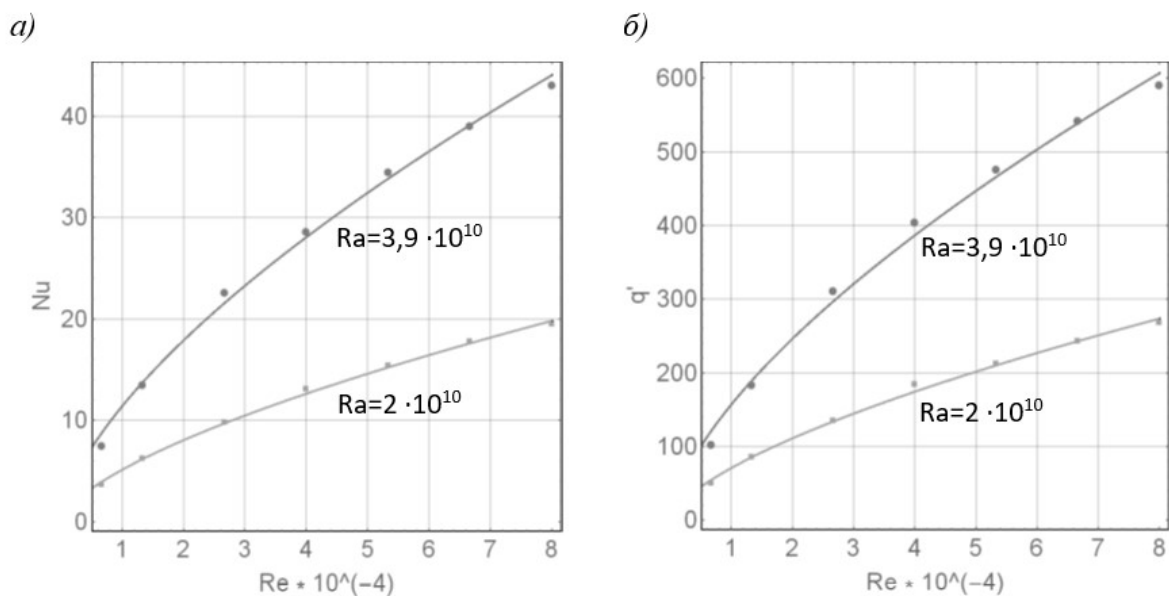


Рисунок 5.7 — Зависимости числа Нуссельта и безразмерного теплового потока от числа Рейнольдса при двух различных температурных градиентах: (а)  $Ra = 2,0 \cdot 10^{10}$  и (б)  $Ra = 3,9 \cdot 10^{10}$ .

Общий вид степенной аппроксимирующей функции числа Нуссельта от числа Рейнольдса следующий:

$$Nu = f(Ra) \cdot (Re^*)^{0,65} = f(Ra) \cdot \left( \frac{Re}{10^4} \right)^{0,65}, \quad (5.12)$$

где  $f(Ra)$  — функция числа Рэлея.

Из рисунка 5.7 следует, что для  $Ra = 2,0 \cdot 10^{10}$  функция  $f(Ra)$  равна 5,13, а для  $Ra = 3,9 \cdot 10^{10}$  она равна 11,4.

На основании (5.10) и (5.12) может быть определена формула для расчета размерного коэффициента теплоотдачи на границе «воздух-крепь» как функции средней

скорости воздуха в стволе  $V_0$ , перепада температур  $\Delta T$  между воздухом на выходе из воздуховода и крепью ствола и диаметра ствола  $d$ :

$$\alpha = 0,021 \cdot \varepsilon \cdot \Delta T^{0,6} \cdot d^{1,8} \cdot V_0^{0,65}. \quad (5.13)$$

Следует отметить, что полученный в работе показатель в степенной зависимости (5.10) примерно в 2 раза выше, чем в работах по свободной конвекции в вертикальных трубах и пластинах. Вероятнее всего такой результат связан с возмущающим воздействием граничного условия входа в расчетную область — воздушная струя на выходе из вентиляционного трубопровода приводит к искажению поперечного профиля скорости воздуха по всей длине рассматриваемого участка ствола. Скорее всего, при увеличении длины ствола, зависимость числа Нуссельта от числа Рэлея должна изменяться, а показатель в (5.10) — уменьшится [100].

Зависимость (5.13) может быть использована для расчета теплоотдачи между крепью ствола и воздухом в условиях низких температур окружающего породного массива при проходке стволов с применением способа искусственного замораживания.

## 5.2. Закономерности массопереноса в вертикальных выработках при наличии горизонтального градиента температур

Ранее в главе 1 отмечалось, что существующие работы, посвященные исследованию конвективного расслоения воздушных потоков в вертикальных или наклонных горных выработках, рассматривают, по большому счету, только ламинарные течения воздуха. Исследовались преимущественно вопросы конвективной устойчивости воздушного потока по отношению к малым вариациям его свойств. Так в работах А.В. Шалимова и Б.П. Казакова получено критическое число Рэлея, превышение которого в стволе означает начало развития внутривысотной конвекции:

$$Ra_{кр} = \frac{g\beta Ah^4}{\nu\chi} \approx 100. \quad (5.14)$$

Формула относится к случаю наличия только вертикального градиента температуры. Далее в работах этих же авторов к критическому числу Рэлея введена поправка, учитывающая гидростатическое сжатие воздуха по вертикальной координате вдоль оси шахтного ствола:

$$Ra_{кр} = \frac{g\beta Ah^4}{\nu\chi} \approx 100 + \frac{g^2 h^4}{\gamma\nu\chi R(T + 273,15)}. \quad (5.15)$$

Здесь  $g$  — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $\beta$  — коэффициент объемного расширения воздуха, 1/°С;  $A$  — продольный температурный градиент, °С/м;  $h$  —

характерный размер (радиус) ствола, м;  $\nu_l$  — ламинарная кинематическая вязкость воздуха, м<sup>2</sup>/с;  $\chi$  — температуропроводность воздуха, м<sup>2</sup>/с;  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $R$  — универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К);  $T$  — температура воздуха, °С.

Полученные в этих работах критические параметры воздушного потока (числа Рэлея), связанные с возникновением неустойчивости и последующего конвективного расслоения воздушных потоков в выработке, являются заниженными по причине неучета горизонтального градиента температуры, а также пренебрежения турбулентным характером движения воздушной струи.

Одним из ключевых отличий при моделировании течения воздуха в режиме развитой турбулентности от ламинарного режима течения является (эффективная) вязкость  $\nu_{eff}$  воздушного потока, которая неоднородно распределена по сечению исследуемой горной выработки, а по абсолютной величине существенно выше ламинарной вязкости  $\nu_l$ :

$$\nu_{eff} = \nu_l + \nu_t, \quad (5.16)$$

где  $\nu_t$  — турбулентная кинематическая вязкость, м<sup>2</sup>/с.

Формула (5.16) представляет собой принцип аналогии между молекулярным и турбулентным переносом импульса в воздушных и жидких средах, предложенный Буссинеском.

В этом параграфе исследуются особенности устойчивых течений воздушного потока в вертикальной горной выработке в режиме смешанной конвекции при наличии горизонтального градиента температуры. Данный вопрос ранее не освещался в литературе по рудничной аэрологии. Цель исследования заключается в определении таких параметров воздушного потока, при которых в вертикальном шахтном стволе впервые появляются частично-возвратные течения воздуха. Появление частично-возвратных течений воздуха, по сути, означает появление неконтролируемой рециркуляции и неустойчивого (в аэрологическом смысле) проветривания горной выработки. Здесь не рассматриваются вопросы, связанные с конвективной устойчивостью воздушных потоков. Предполагается, что появление устойчивых частично-возвратных течений воздуха в вертикальных горных выработках в условиях горизонтального градиента температур происходит при существенно меньших числах  $Ra$ , чем при критических числах  $Ra$  (5.14) — (5.15), приводящих к конвективной неустойчивости и существенной нестационарности задачи. Справедливость данного предположения следует, в частности, из работ А.В. Шалимова и Б.П. Казакова, в которых получена аналитическая формула для поперечного профиля скорости воздушного потока



в вертикальном шахтном стволе. Согласно данной формуле, возвратные течения воздуха в вертикальной горной выработке появляются при  $Ra \approx 31$ , что существенно ниже, чем критическое число  $Ra \approx 100$  (5.14).

### Численное моделирование

На первом этапе исследования проводилось численное моделирование течения воздуха в вертикальном шахтном стволе в нестационарной постановке в программном комплексе Ansys Fluent. Рассматривалось плоское течение в вертикальном плоском слое (см. рисунок 5.8).

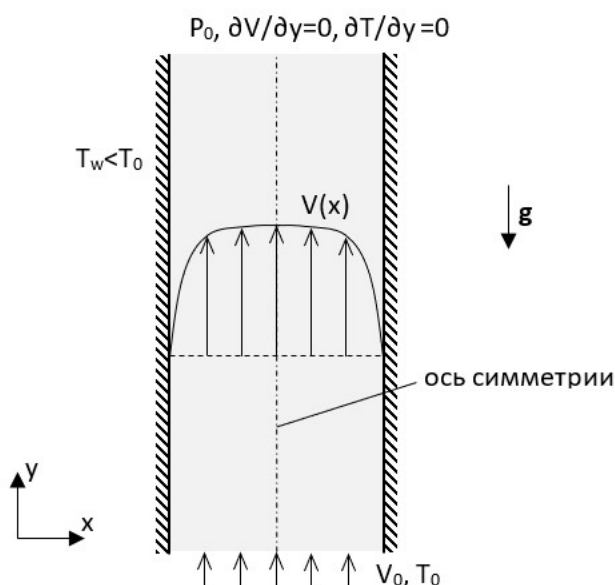


Рисунок 5.8 — Геометрия расчетной области

Из соображений симметрии рассматривалась только половина слоя, а на центральной оси слоя задавалось граничное условие симметрии. Система координат  $Oxy$  выбрана таким образом, что ось  $x$  направлена горизонтально, а ось  $y$  — вертикально. Начало координат соответствует нижнему левому углу слоя.

На входе в расчетную область внизу слоя ( $y = 0$ ) задавались однородно распределенная скорость  $V = V_0$  и температура воздуха  $T = T_0$ . На выходе из расчетной области вверху слоя ( $y = L$ ) — нулевое статическое давление и нулевые градиенты основных физических величин. На стенке ( $x = 0$ ) задавалось условие прилипания по скоростям и граничное условие I рода для температуры. Поскольку в данном случае тепло- и массоперенос в пограничном слое моделируется явно, отсутствует необходимость задавать граничное условие третьего рода.

Воздушный поток считался несжимаемым (плотность не зависит от давления), а расчет воздухораспределения осуществлялся с помощью модели турбулентности  $k$ - $\omega$ . Для расчета конвективной стратификации в вертикальном слое плотность задавалась как линейная функция температуры (5.1). Неучет давления, которое в общем случае существенно влияет на величину плотности воздушного потока, связан с тем, что в горизонтальном сечении ствола изменение давления пренебрежимо мало по сравнению с изменением температуры.

Численное решение задачи строилось на конечно-объемной сетке, размер элементов которой определялся на основании предварительного моделирования таким образом, чтобы избежать зависимости получаемого решения от способа дискретизации. В частности, количество ячеек в призматическом пограничном слое и высота ближайшей к стенке ячейки задавались исходя из требования  $Y^+ < 2$ , где  $Y^+$  – безразмерная высота ближайшей к стенке ячейки. В итоговом варианте конечно-объемной сетки, принятой для проведения расчетов, количество ячеек составило 85 тыс., а максимальное значение  $Y^+$  около 0,5.

Физическое время моделирования определялось на основании анализа сходимости поля скоростей. На рисунке 5.9 представлены зависимости средней скорости воздуха в продольном сечении ствола  $x = R$  (центральная ось ствола) для двух температурных градиентов. Из рисунка 5.9 видно, что в обоих случаях наблюдается сходимость поля скоростей к некоторому установившемуся виду.

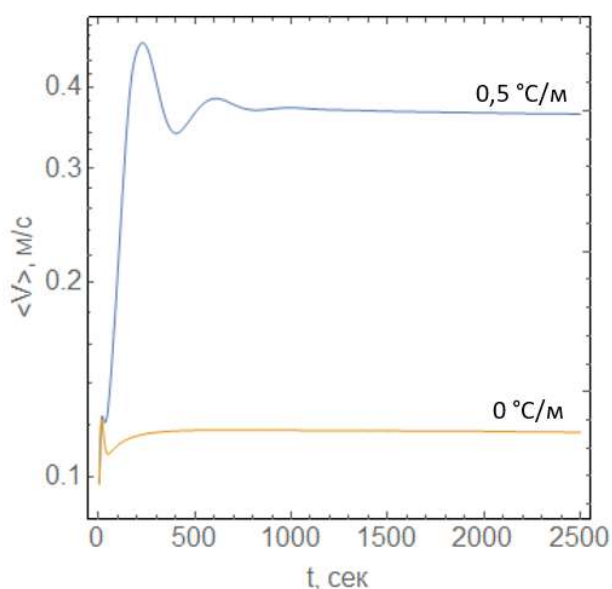


Рисунок 5.9 — Графики сходимости средней скорости воздуха в продольном сечении ствола для двух различных значений температурного градиента  $A$

Под температурным градиентом мы понимаем величину, равную:

$$A = \frac{T_0 - T_w}{h}, \quad (5.17)$$

где  $T_w$  — температура стенки ствола, °C;  $T_0$  — начальная температура воздуха, °C;  $h$  — радиус ствола.

Наименование данной величины температурным градиентом условно, поскольку фактически в расчетной области ствола такого градиента температуры может не быть. Тем не менее, величина (5.17) удобна при анализе зависимости решения задачи от ее входных параметров.

Прежде всего, был проведен расчет течения воздуха при нулевом градиенте температур ( $T_w = T_0$ ). На рисунке 5.10 представлены рассчитанные профили безразмерных скорости  $V' = V/V_0$  и эффективной вязкости воздуха  $\nu'_{eff} = \nu_{eff}/\nu_l$  в различных поперечных сечениях шахтного ствола на разном удалении  $L$  от входа в расчетную область. Здесь  $Re = 9500$ , что соответствует средней скорости воздуха на входе  $V_0 = 0,1$  м/с. По оси  $x$  отмечена безразмерная радиальная координата  $X' = x/h$ . Ось  $x$  выбрана таким образом, что ее начало находится на стенке ствола. Профили безразмерной турбулентной вязкости представлены в логарифмических осях, а профили безразмерной скорости — в обычных.

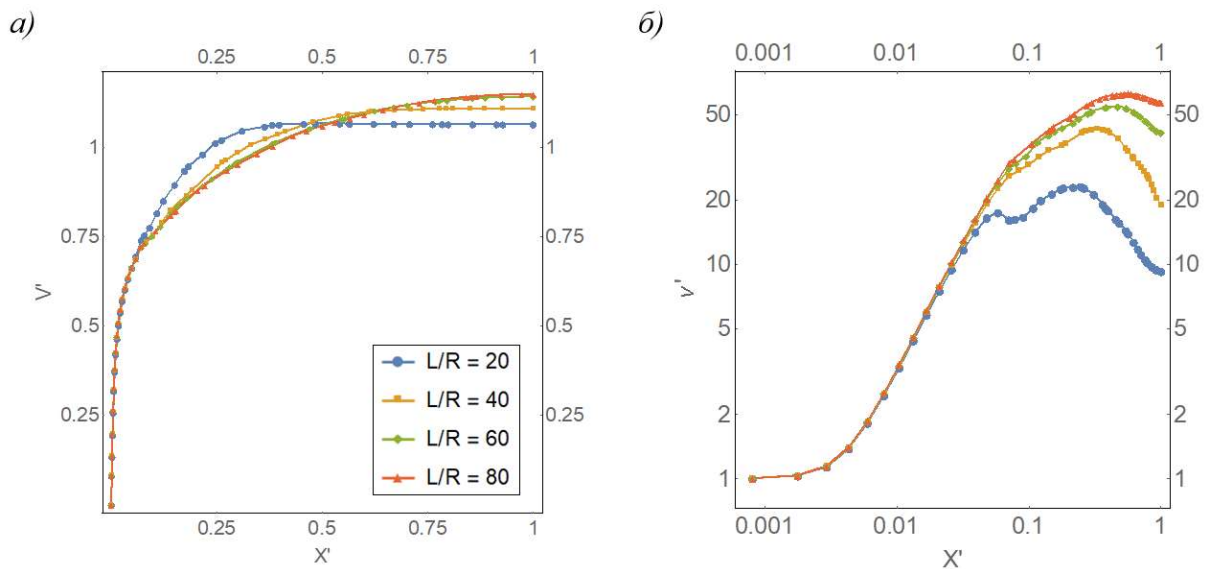


Рисунок 5.10 — Профили безразмерных скорости воздуха (а) и эффективной вязкости воздуха (б) в различных поперечных сечениях шахтного ствола при  $Re = 9500$ .

Изменение профиля скорости вдоль продольной координаты (см. рисунок 5.10а) обусловлено постепенным развитием возмущений в пограничном слое по мере продвижения потока от входа в расчетную область вверх. При  $L > 60R$  профиль

скорости изменяется несущественно, при этом профиль безразмерной эффективной вязкости в ядре потока меняется по-прежнему заметно (см. рисунок 5.10б). Однако получаемое поле скоростей определяется преимущественно характером изменения эффективной вязкости вблизи стенки ствола ( $X' < 0,05$ ), т.е. на том отрезке, где эффективная вязкость изменяется от значения, равного ламинарной вязкости, до значения порядка вязкости в турбулентном ядре потока.

Из рисунка 5.10 видно, что безразмерная эффективная вязкость воздуха сильно зависит как от поперечной координаты  $x$ , так и от продольной (вертикальной)  $y$ . Изменение вдоль поперечной координаты обусловлено способом задания турбулентной вязкости в модели SST  $k$ - $\omega$ :

$$v_t = \frac{k}{\omega}, \quad (5.18)$$

где  $k$  — удельная турбулентная кинетическая энергия,  $\text{м}^2/\text{с}^2$ ;  $\omega$  — удельная энергия турбулентной диссипации,  $1/\text{с}$ .

Турбулентные характеристики потока  $k$  и  $\omega$  являются переменными и определяются в результате численного решения дифференциальных уравнений конвективно-кондуктивного переноса (2.45) — (2.46).

Далее проведена серия расчетов течения воздуха при отличном от нуля градиенте температур  $A = (T_0 - T_w) / h > 0$ . На рисунке 5.11 представлены рассчитанные профили безразмерных скорости и эффективной вязкости воздуха в различных поперечных сечениях шахтного ствола на разных удалениях  $L$  от входа в расчетную область при  $T_0 = 5 \text{ }^\circ\text{C}$  и  $T_w = 0 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $A = 1,25 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

Из рисунка 5.11а видно, что профиль скорости воздуха существенно изменился — в области вблизи стенки ( $X' < 0,4$ ) появилось возвратное течение воздуха по всей длине шахтного ствола, что говорит о формировании одного или нескольких конвективных вихрей в стволе. Скорость воздуха также существенно возросла по magnitude (с  $1,27V_0$  до  $4V_0$ ).

Профиль эффективной вязкости (см. рисунок 5.11б) сильно отличается от случая с нулевым температурным градиентом — ее величина возросла на два порядка в турбулентном ядре потока. Возрастание эффективной вязкости связано с увеличением средней скорости воздуха в стволе за счет наложения на поступательное движение воздуха дополнительной компоненты скорости, связанной с циркуляцией воздуха в конвективных ячейках в стволе. При этом вариация профиля эффективной вязкости по высоте ствола стала ниже по сравнению со случаем без температурного градиента.

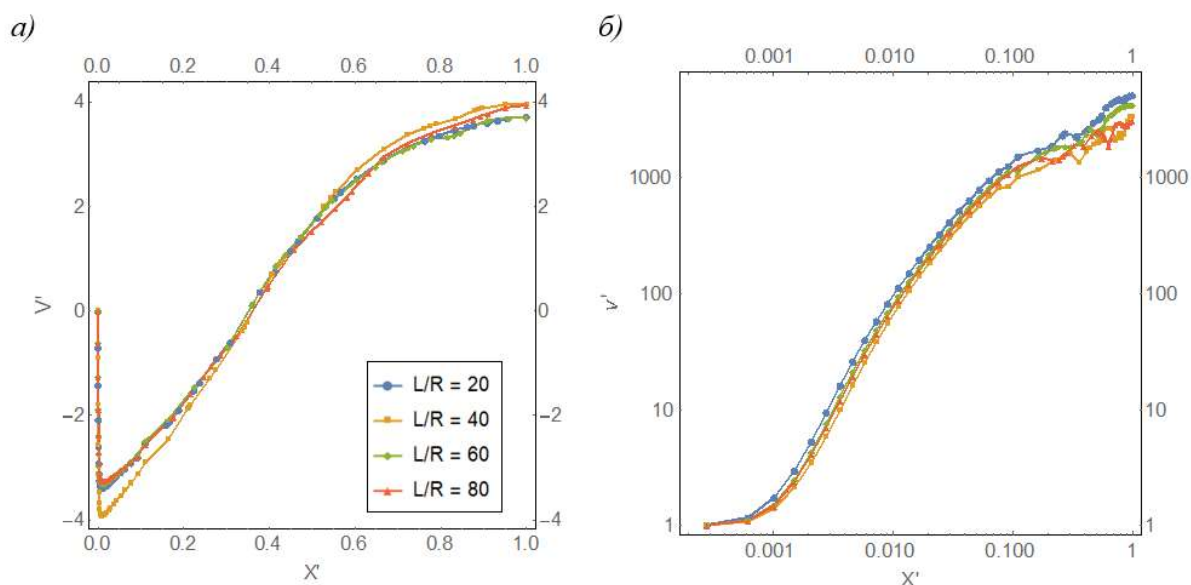


Рисунок 5.11 — Профили безразмерных скорости воздуха (а) и эффективной вязкости воздуха (б) в различных поперечных сечениях шахтного ствола при  $Re = 9500$  и температурном градиенте  $A=1,25$  °C/м

Еще одним важным теплофизическим параметром, фигурирующим в критерии (5.14) наряду с кинематической вязкостью воздуха, является температуропроводность воздуха, которая в режиме развитой турбулентности также сильно отличается от своего значения для ламинарного режима течения. На рисунке 5.12 представлены профили безразмерной эффективной температуропроводности  $\chi'_{eff} = \chi_{eff} / \chi_l$ , рассчитанные численно для двух различных температурных градиентов (а)  $A = 0$  °C/м и (б)  $A=1,25$  °C/м. Если при нулевом температурном градиенте безразмерная эффективная температуропроводность в турбулентном ядре потока находилась в диапазоне от 10 до 50 (как и безразмерная эффективная вязкость — см. рисунок 5.10б), то при увеличении температурного градиента происходит существенный рост эффективной температуропроводности и для  $A=1,25$  °C/м она имеет порядок 1000 (аналогичный рост был ранее получен для безразмерной эффективной вязкости — см. рисунок 5.11б).

Анализ численных кривых для эффективных вязкости и температуропроводности воздуха в вертикальном шахтном стволе в условиях наличия продольного температурного градиента показывает, что при исследовании конвекции воздушных потоков важно учитывать фактические значения этих параметров для турбулентного режима течения воздуха и их переменность при изменении величины температурного градиента.

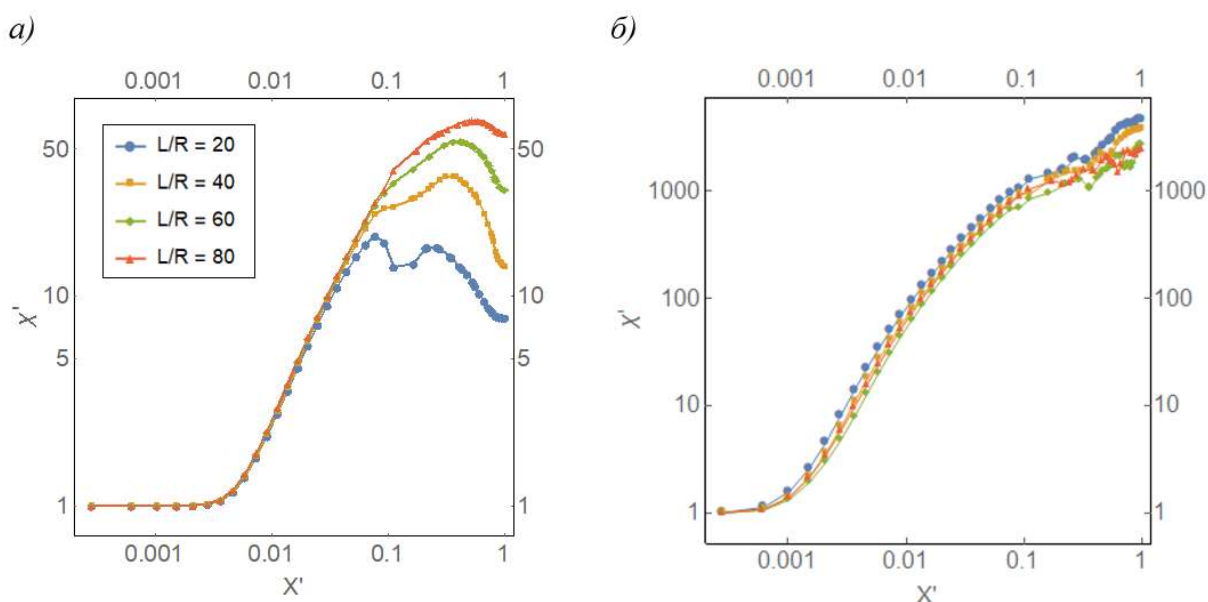


Рисунок 5.12 — Профили безразмерных температуропроводностей воздуха в различных поперечных сечениях шахтного ствола при  $Re = 9500$  и температурных градиентах (а)  $A = 0$  °C/м и (б)  $A = 1,25$  °C/м

Из рисунков 5.10а и 5.11а видно, что мерой интенсивности конвективного расслоения в стволе могут служить максимальная и минимальная скорости воздушного потока. При постепенном увеличении величины температурного градиента от нуля и выше, максимальная скорость воздушного потока в сечении должна увеличиваться, что можно трактовать как нарушение формы поперечного профиля скорости в стволе. При этом минимальная скорость воздушного потока, изначально равная нулю, в определенный момент должна начать уменьшаться, что будет указывать на возникновение возвратных течений воздуха в сечении ствола. Минимальное значение температурного градиента, при котором минимальная скорость воздушного потока становится отрицательной, следует расценивать как критическое, при котором происходит нарушение устойчивого проветривания (в аэрологическом смысле).

На рисунке 5.13 представлены зависимости максимальной и минимальной скоростей воздушного потока в стволе от величины числа Рэлея (5.14) – безразмерного температурного градиента. Значения минимальной скорости приведены по модулю для того, чтобы отобразить обе зависимости в логарифмических осях.

Расчитанное критическое значение безразмерного температурного градиента  $Ra_{кр}$ , при котором минимальная скорость воздушного потока становится отрицательной, равно приблизительно  $7,4 \cdot 10^9$ . При этом значение  $Ra$ , при котором начинается существенное (10 %) изменение поперечного профиля скорости воздушного потока, ниже  $Ra_{кр}$  и составляет приблизительно  $4,3 \cdot 10^9$ . По смыслу данное число Рэлея характеризует температурный градиент, который начинает существенно влиять и

вносить ощутимые возмущения в поле скоростей в стволе. Будем называть это число Рэлея возмущенного потока и обозначать  $Ra_{вп}$ .

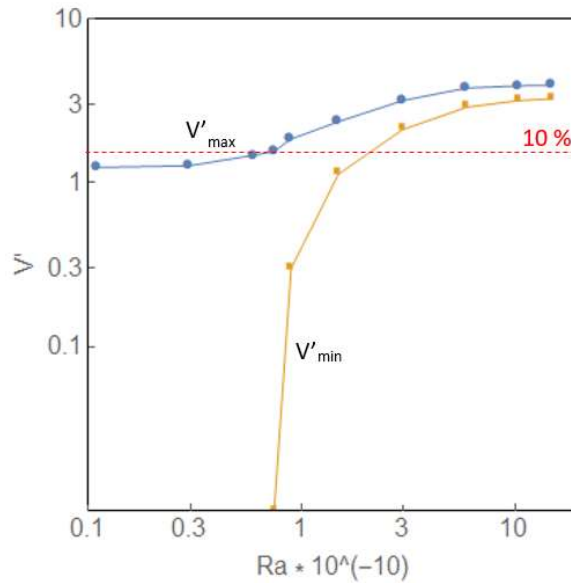


Рисунок 5.13 — Зависимости максимальной и минимальной скоростей воздушного потока в поперечном сечении ствола  $L=80 R$  от величины безразмерного температурного градиента  $Ra$  (принято, что  $Re = 9500$ )

Следует отметить, что полученные оценки чисел  $Ra_{кр}$  и  $Ra_{вп}$  зависят от скорости воздушного потока, задаваемой на входе в расчетную область. Кривые, представленные на рисунке 5.13, соответствуют скорости воздушного потока 0,1 м/с на входе в расчетную область, или числу  $Re$ , равному  $\approx 9500$ . На рисунке 5.14 представлены значения чисел  $Ra_{кр}$  и  $Ra_{вп}$  при других значениях числа  $Re = hV_0 / \nu_l$ .

Численные точки на рисунке 5.14 показывают закономерный результат: при увеличении числа  $Re$  вынужденная конвекция является более выраженной по сравнению со свободной конвекцией. Вынужденная конвекция оказывает стабилизирующее воздействие на поток, вследствие чего при росте средней по сечению скорости воздуха (числа  $Re$ ) значения чисел  $Ra_{кр}$  и  $Ra_{вп}$  возрастают. Также на рисунке 5.14 представлена аппроксимация численной кривой:

$$Ra_{cr}^* = \frac{Ra_{cr}}{10^{10}} = 0,19 Re^{1/4} - 1,19. \quad (5.19)$$

Если теперь перейти в (5.19) от безразмерных физических величин к размерным и выразить скорость воздуха в стволе, мы получим:

$$V_{min} = \frac{\nu_l}{R} \left( \frac{g \beta \Delta T R^3}{0,19 \nu_l \chi_l \cdot 10^{10}} + 6,26 \right)^4. \quad (5.20)$$

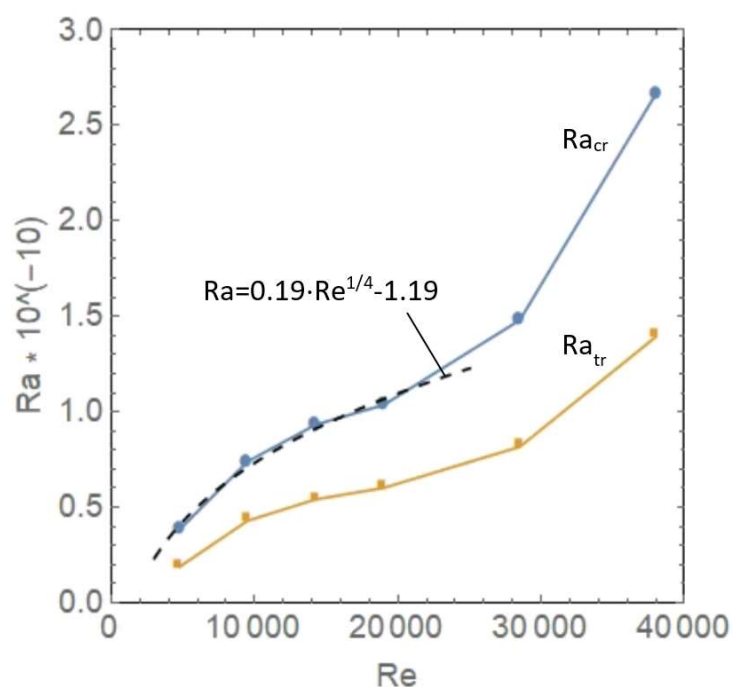


Рисунок 5.14 — Зависимость  $Ra_{кр}$  и  $Ra_{вп}$  чисел от числа  $Re$

Скорость  $V_{min}$  можно интерпретировать как минимально допустимую скорость воздуха в шахтных стволах, при которой исключаются возвратные потоки воздуха и неконтролируемая рециркуляция воздуха. Эта функция может использоваться при проектировании систем вентиляции шахт в случае низких скоростей воздуха и значительного перепада температур  $\Delta T$  между воздухом и окружающей массой горных пород [290].

### 5.3. Исследование положения фронта фазового перехода в замороженном породном массиве вблизи шахтного ствола

Ранее в этой главе исследовалось то, как замораживаемый породный массив влияет на теплоперенос в атмосфере строящейся горной выработки, в то время как в настоящем параграфе с учетом полученных ранее результатов исследуется вопрос влияния переноса воздушных масс в шахтном стволе (строящемся или эксплуатируемом) на тепловой режим окружающего породного массива, поддерживаемого в замороженном состоянии с помощью одного или нескольких контуров замораживания.

Рассматривается задача о влиянии теплопереноса в атмосфере шахтного ствола на теплоперенос в окружающем влажном породном массиве в условиях его частичной замороженности. Данная задача рассматривалась многими авторами ранее. С одним из последних достаточно полных обзоров по данной тематике можно ознакомиться в монографии [42]. Особенностью настоящего исследования является



рассмотрения источника (стока) теплоты в области породного массива на некотором удалении от стенки шахтного ствола – физически такой источник (сток) может быть обусловлен наличием замораживающих колонок и циркуляции по ним хладоносителя с определенными поддерживаемыми расходом и температурой.

Для простоты и наглядности анализа ищется решение сопряженной задачи тепломассопереноса (2.2) — (2.4), (2.6) — (2.8), (2.13), (2.14), (2.16), (2.18) — (2.23), (2.36) — (2.48) с учетом угловой и вертикальной симметрии, а также предположения о стационарности распределения температур в атмосфере шахтного ствола и в объеме породного массива между контуром замораживания и крепью ствола. В этом случае исходная система уравнений может быть сведена к следующему виду:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right] = 0, \quad (5.21)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right] = 0, \quad (5.22)$$

$$r = r_b : \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = \frac{\alpha_b P}{2d} (T_b - T_1), \quad (5.23)$$

$$r = r_s : \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} = \alpha_s (T_s - T_2), \quad (5.24)$$

$$r = \xi : \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r}, \quad (5.25)$$

$$r = \xi : \quad T_1 = T_2 = T_{ph}. \quad (5.26)$$

Здесь  $T$  – температура породного массива, °С;  $r$  – радиальная координата, м;  $r_b$  – радиус контура замораживающих колонок, м;  $r_s$  – радиус стенки шахтного ствола, м;  $\lambda$  – теплопроводность породного массива, Вт/(м·°С);  $P$  – периметр замораживающей колонки, м;  $d$  – расстояние между двумя соседними замораживающими колонками, м;  $T_b$  – температура хладоносителя в замораживающей колонке, °С;  $T_s$  – температура воздуха в стволе, °С;  $T_{ph}$  – температура фазового перехода, °С;  $\alpha_b$  – коэффициент теплоотдачи на границе «колонка-массив», Вт/(м<sup>2</sup>·°С);  $\alpha_s$  – коэффициент теплоотдачи на границе «массив-ствол», Вт/(м<sup>2</sup>·°С);  $\rho$  – плотность массива, кг/м<sup>3</sup>;  $L$  – удельная теплота фазового перехода поровой воды, Дж/кг;  $w$  – влажность массива, кг/кг;  $\xi$  – координата фронта фазового перехода, м. Индекс 1 соответствует зоне льда, в то время как индекс 2 – зоне охлаждения.

Система уравнений (5.21) – (5.26) имеет точное аналитическое решение. При упрощающем условии  $\lambda_1 = \lambda_2$  для уравнения (5.25) и только для него решение имеет

достаточно простой вид, делается возможным проведение теоретического анализа этого решения:

$$T_1 = T_2 = T = \frac{\text{Bi}_s T_s - \text{Bi}_b T_b + \text{Bi}_s \text{Bi}_b \left[ (T_b - T_s) \ln(r / r_s) + T_s \ln(r_b / r_s) \right]}{\text{Bi}_s - \text{Bi}_b + \text{Bi}_s \text{Bi}_b \ln(r_b / r_s)}, \quad (5.27)$$

$$\text{Bi}_b = \frac{\alpha_b r_b P}{2d \lambda_1}, \quad (5.28)$$

$$\text{Bi}_s = \frac{\alpha_2 r_2}{\lambda_2}. \quad (5.29)$$

Здесь  $\text{Bi}_s$  и  $\text{Bi}_b$  — числа Био, характеризующие соотношение процессов теплопередачи через соответствующие границы (крепь ствола и стенка замораживающей колонки) и теплопроводности в породном массиве. Расчет  $\text{Bi}_s$  должен осуществляться с учетом особенностей тепломассопереноса в стволе, описанных в параграфе 5.1.

Исходя из полученного решения (5.27) — (5.29) можно оценить положение фронта фазового перехода, приняв

$$T(\xi) = T_{ph}. \quad (5.30)$$

Решение этого уравнения относительно неизвестного  $\xi$  дает аналитическое решение:

$$\xi = r_s \exp(\Upsilon), \quad (5.31)$$

$$\Upsilon = \frac{\text{Bi}_b (T_{ph} - T_b) + \text{Bi}_s (T_s - T_{ph}) (1 + \text{Bi}_b \ln(r_b / r_s))}{\text{Bi}_s \text{Bi}_b (T_s - T_b)}. \quad (5.32)$$

Поскольку граница фазового перехода в породном массиве внутри контура замораживания может существовать не всегда (т. е. массив может быть полностью замороженный или полностью не замороженный), решение (5.31) — (5.32) имеет смысл только в некотором диапазоне чисел Био и температур на границах, при которых величина  $\xi$  находится в интервале от  $r_s$  до  $r_b$ .

Рассмотрим крайний случай, когда граница фазового перехода практически совпадает со стенкой шахтного ствола:  $\xi = r_s + \varepsilon \approx r_s$ , где  $\varepsilon$  — малое расстояния от стенки шахтного ствола до фронта фазового перехода, м. В этом случае из (5.31) — (5.32) следует:

$$-\text{Bi}_b T_b + \text{Bi}_s T_s (1 + \text{Bi}_b \ln(r_b / r_s)) = \frac{\varepsilon}{r_s} \text{Bi}_s \text{Bi}_b (T_s - T_b). \quad (5.33)$$

$$Bi_s = \frac{-Bi_b T_b}{T_s \left[ \frac{\varepsilon}{r_s} Bi_b (T_s - T_b) - Bi_b \ln \left( \frac{r_b}{r_s} \right) - 1 \right]}. \quad (5.34)$$

Условие (5.34) при фиксированном  $\varepsilon \sim 0,01r_s$  представляет собой условие пренебрежимо малого влияния тепломассообменных процессов в шахтном стволе на состояние ЛПО. Числитель (5.34) является положительным, поэтому (5.34) знаменатель также должен быть больше нуля. Это будет так при выполнении следующего условия:

$$\varepsilon > \frac{r_s}{T_s - T_b} \left[ \frac{1}{Bi_b} + \ln \left( \frac{r_b}{r_s} \right) \right]. \quad (5.35)$$

Величина справа в (5.35) для типовых параметров систем замораживания имеет порядок 0,1 м.

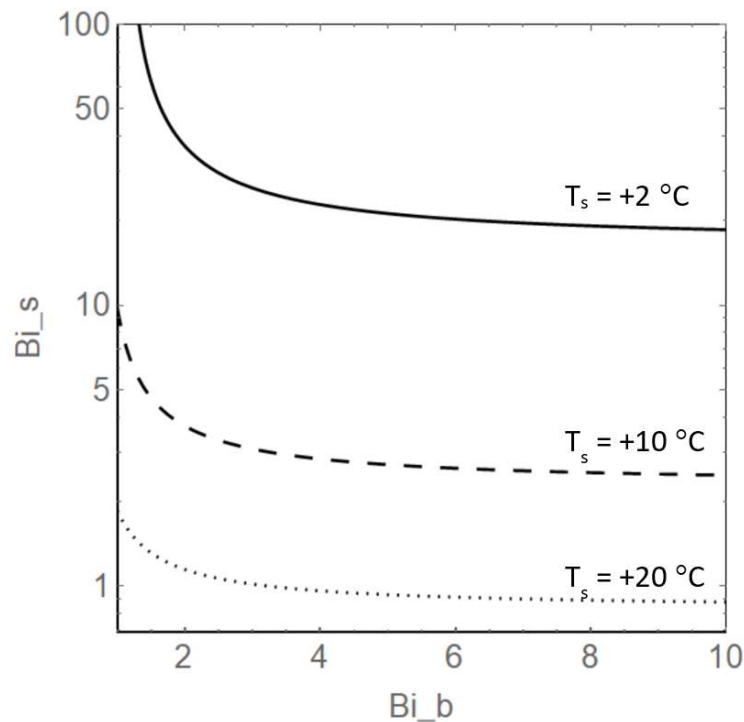


Рисунок 5.15 — Зависимость критического числа Био теплообмена через стенку ствола от числа Био теплообмена через стенку замораживающей колонки при разных температурах воздуха в стволе

Назовем критическим числом  $Bi_s^{(cr)}$  такое значение безразмерного комплекса  $Bi_s$ , при котором фронт фазового перехода отстоит от стенки шахтного ствола на расстояние  $\varepsilon$  не более 5 % от величины  $r_b - r_s$ , которая характеризует толщину замороженного породного массива между контуром замораживания и стенкой шахтного ствола (по сути — полутолщину ЛПО). Зависимость критического числа  $Bi_s^{(cr)}$  от числа  $Bi_b$  при разных

температурах воздуха в стволе представлена на рисунке 5.15 при следующих параметрах задачи ( $T_b = -30$  °С,  $r_b / r_s = 2$ ).

Из рисунка следует закономерный результат, что с ростом температуры воздуха в стволе величина критического числа  $Bi_s^{(cr)}$  падает. Поскольку число Био  $Bi_s$  характеризует интенсивность теплопередачи на границе со стенкой ствола по отношению к теплопроводности породного массива, а теплопередача, в свою очередь, сильно зависит от скорости воздуха в стволе, можно сделать такой достаточно логичный вывод: для более высоких температур воздуха в стволе существенное растепление изначально замороженного породного массива вблизи стенок шахтного ствола наступает при меньших скоростях воздуха в стволе.

Формула (5.34) и рисунок могут быть использованы при определении критической скорости воздуха в стволе, при которой не произойдет (или произойдет) существенное растепление окружающего замороженного породного массива. Также данная формула окажется полезной при обосновании технологических параметров систем термометрического мониторинга состояния ЛПО посредством измерений в шпурах, пробуренных из ствола в закрепное пространство. О мониторинге ЛПО будет сказано в главе 7.

#### 5.4. Выводы по главе

В результате проведенных исследований тепломассообменных процессов, происходящих при проветривании строящегося вертикального шахтного ствола в условиях отрицательных температур стенок горных выработок, получены следующие выводы:

- Определено, что коэффициент теплоотдачи на границе между крепью ствола и воздухом существенно изменяется по высоте ствола, что связано с вариацией поперечного профиля скорости воздушного потока вдоль вертикальной координаты (оси ствола) и затуханием вращательной компоненты вектора скорости по мере удаления от забоя ствола.
- Получено, что свободная конвекция оказывает существенное влияние на тепло- и массоперенос в воздушном пространстве ствола в случае, когда стенки крепи ствола имеют температуру, меньшую, чем температура воздуха, выходящего из вентиляционного трубопровода у забоя ствола. При этом происходит образование конвективных ячеек, что приводит к дополнительному увеличению величин скорости воздушного потока в стволе. Вследствие этого коэффициент

- теплоотдачи на границе между крепью ствола и воздухом оказывается существенно выше по сравнению с расчетом без учета свободной конвекции.
- Предложена эмпирическая формула для расчета безразмерного коэффициента теплоотдачи на границе между крепью ствола и воздухом в зависимости от перепада температур между воздухом и крепью ствола, шероховатости стенок горных выработок, средней скорости воздушного потока в стволе.
  - Исследованы закономерности массопереноса в вертикальном шахтном стволе в условиях отрицательных температур стенок горных выработок. В результате многопараметрического численного моделирования получено, что существенное изменение поперечного профиля скоростей воздушного потока и появление устойчивых частично-возвратных течений происходит при числах Рэлея, имеющих порядок  $10^9$ .
  - Для анализа влияния температурного градиента на поле скоростей в стволе предложено два критерия – критическое число Рэлея, характеризующее появление устойчивых частично-возвратных потоков в поперечном сечении ствола, и возмущающее число Рэлея, характеризующее температурный градиент, который начинает существенно ( $> 10\%$ ) влиять на устойчивый профиль скорости воздуха в стволе. Определены численные зависимости критических возмущающих чисел Рэлея от числа Рейнольдса воздушного потока на входе в ствол.
  - Получена формула для оценки влияния теплового потока со стороны воздушного потока в шахтном стволе на положение фронта фазового перехода в замораживаемом искусственном массиве внутри контура замораживания. Определена формула для расчета критического числа Био теплообмена через стенку ствола, при котором воздушный поток в шахтном стволе начинает существенно влиять на положение фронта фазового перехода в замораживаемом породном массиве.

## **6. ГЕОМЕХАНИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТРЕБУЕМЫХ ТОЛЩИН ЛЕДОПОРОДНОГО ОГРАЖДЕНИЯ**

Глава посвящена вопросам статического расчета ЛПО. В первом параграфе исследуется требуемая толщина ЛПО по условию предельных деформаций (условие ползучести), во втором параграфе — требуемая толщина ЛПО по условию предельных напряжений (условие прочности). В этих двух параграфах одним из ключевых моментов является рассмотрение неравномерного поля температур в объеме ЛПО, а также окружающих незамороженных пород. Далее, в третьем параграфе описываются некоторые возможные упрощения задачи об определении требуемой толщины ЛПО по условию прочности. В четвертом параграфе описывается пример практического применения полученных результатов при проектировании замораживания пород для условий Дарасинского рудника в респ. Беларусь.

### **6.1. Исследование ползучести ледопородного ограждения в условиях неоднородного поля температур**

Данный параграф посвящен исследованию перемещения внутренней стенки ЛПО под воздействием бокового давления со стороны незамороженного породного массива во время проходческих работ. Исследование проводится путем численного моделирования НДС ЛПО и окружающей незамороженной породы. Поскольку в замороженных породах, находящихся под нагрузкой, развиваются реологические процессы, при проведении расчетов учитывается ползучесть замороженной породы. Механические свойства промерзающей породы задаются в зависимости от температуры, что позволяет описать повышение жесткости и прочности ЛПО с увеличением количества льда.

Моделирование выполняется для слоев алеврита (39,7–50,1 м), супеси (83–90,8 м), мела (90,7–111,8 м) и глины (145,8–152 м), которые входят в осадочный чехол на территории Солигорского района респ. Беларусь. Рассмотрены геологические условия применительно к строящемуся Дарасинскому руднику. Прочностные свойства пород задавались по результатам механических испытаний на сдвиг, проведенных в Институте природопользования НАН Белоруси в рамках экспериментальной программы исследования физико-механических свойств kernого материала с участка строительства шахтных стволов. Определение реологических свойств пород в замороженном состоянии осуществляется путем моделирования одноосных испытаний на ползучесть, выполненных при различной температуре в рамках указанной экспериментальной

программы, и сравнения результатов моделирования с экспериментальными кривыми ползучести.

### Геометрическая модель

На рисунке 6.1 представлена схема расположения замораживающих скважин. Скважины расположены вдоль окружности радиусом 7,7 м. Радиус одной замораживающей скважины составляет 0,073 м. Проектный радиус шахтного ствола равен 5,1 м.



Рисунок 6.1 — Проектная схема расположения замораживающих скважин в горизонтальном сечении породного массива на участке Дарасинского месторождения (красными линиями ограничена рассматриваемая область)

Пренебрегая отклонениями замораживающих скважин от вертикального направления, численное моделирование формирования ЛПО может проводиться для расчетной области, представляющей собой сектор цилиндра, ограниченный двумя плоскостями. Первая плоскость проходит через ось одной из замораживающих скважин. Вторая плоскость — по середине между выбранной замораживающей скважиной и соседней к ней. Внутри замораживающей скважины расположен участок стальной трубы, по которой циркулирует хладоноситель (явно не моделируется). Толщина стенки трубы составляет 11 мм.

В соответствии с технологией строительства шахтных стволов способом искусственного замораживания, по достижении ЛПО проектной толщины начинаются проходческие работы. Исходя из инженерной документации, принятой на руднике, проходка шахтного ствола осуществляется заходками глубиной 5 метров с последующим подкреплением стенки выработки бетонной крепью, установкой чугунных тубингов. В связи с этим для расчета НДС ЛПО и окружающих незамороженных пород используется расчетная область без объема пород, извлеченного при проходческих работах. Геометрия области показана на рисунке 6.2.

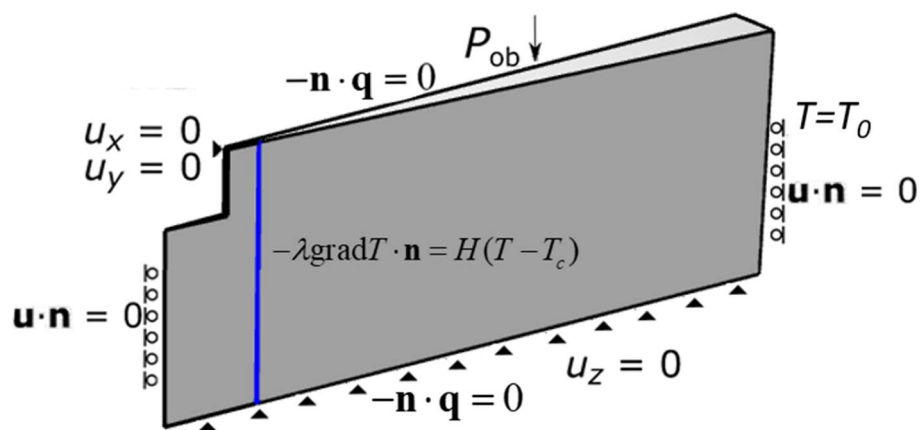


Рисунок 6.2 — Геометрия расчетной области и схема граничных условий

Расчет НДС ЛПО и окружающего незамороженного породного массива с учетом изменения механических свойств с температурой выполнялся в два этапа. На первом этапе определялось поля температур в породном слое, формируемое при искусственном замораживании. Для этого использовалась термодинамическая субмодель. При этом влияние криогенных процессов на НДС слоя не учитывалось. На втором этапе проводился расчет перемещения внутренней стенки ЛПО во время проходческих работ, вызванного давлением со стороны окружающего породного массива. Для этого использовалась механическая субмодель.

Граничные условия для решения уравнения равновесия (2.24) показаны на рисунке 6.2. На верхней границе задано давление вышележащих породных слоев  $P_{ob}$ . На нижней границе перемещение разрешено только в горизонтальном направлении. На внешней границе перемещение разрешено только в вертикальном направлении. На боковых границах задано условие симметрии. Вверху выработки задано защемление тубинговой крепью, поэтому перемещения допустимы только в вертикальном направлении. Боковые стороны и дно заходки свободны от нагрузки и ограничения перемещения.

### Численный метод и параметры расчета

Решение поставленной задачи выполнялось в пакете Comsol Multiphysics с использованием метода конечных элементов. Расчетная область разбивалась на элементы, имеющие вид треугольной призмы. Основания каждой призмы параллельны верхней и нижней границам расчетной области. Вблизи замораживающей скважины элементы расчетной сетки имеют в горизонтальном сечении минимальный размер. С увеличением расстояния размер элементов в горизонтальном сечении увеличивается и достигает максимальной величины вблизи внешней границы.



Лабораторные испытания кернового материала для рассмотренных четырех породных слоев (алеурит, супесь, мел и глина) были выполнены в Институте природопользования НАН Беларуси. В результате проведенных испытаний были определены теплофизические свойства горных пород, представленные в таблице 6.1. Индекс «s» соответствует сухому скелету породы.

Таблица 6.1 — Теплофизические свойства пород

Слой пород	$\lambda_s$ , [Вт/(м·°С)]	$\rho_s$ , [кг/м <sup>3</sup> ]	$c_s$ , [Дж/(кг·°С)]	$n$
Супесь	2,4	2630	737	0,387
Алеурит	1,3	2542	733	0,281
Мел	0,64	2710	805	0,46
Глина	0,17	2670	770	0,286

Идентификация упругих и реологических свойств горных пород выполнялась путем численного моделирования одноосных испытаний на ползучесть, входящих в указанную экспериментальную программу. Механические испытания горных пород на ползучесть проводились в соответствии с ГОСТ 12248-96. Диаметр образцов составлял 5 см, высота – 8 см. Нагрузка  $P_z$  прикладывалась к верхнему торцу образцов в течение 24 часов. Испытания проводились при постоянной отрицательной температуре  $T_{fr}$ .

Определение параметров выполнялась путем последовательной серии расчетов, исходя из условия согласования рассчитанных зависимостей изменения вертикальной деформации  $\varepsilon_z$  образцов со временем с экспериментальными данными. Экспериментальные данные рассматривались для различных уровней нагружения  $P_z$  и четырех температур  $T_{fr}$ , равных –2, –4, –10 и –20 °С. Уровни нагружения задавались, исходя из величины вертикального давления  $P_{ob}$  на глубине залегания слоя, которое определяется как:

$$P_{ob} = \gamma_{avr} H \quad (6.1)$$

где  $\gamma_{avr}$  — средний удельный вес вышележащих пород, кг/м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>;  $H$  — глубина, на которой находится кровля рассматриваемого породного слоя, м.

Полученные в результате расчетов параметры замороженных горных пород при различной температуре приведены в таблицах 6.2 — 6.5. Также в этих таблицах представлены параметры упругости для горных пород в незамороженном состоянии. Параметры пород в незамороженном состоянии подобраны по результатам экспериментальных исследований, проведенных в Институте природопользования, а также на основе данных, имеющих в открытой литературе.

Таблица 6.2 — Деформационные параметры алевроита

$T_{fr}$ , [°C]	$K$ , [МПа]	$G$ , [МПа]	$\xi$ , [МПа]	$\alpha$	$m$
+10	48	9,2	–	–	–
–2	462	309	4,75	0,07	0,50
–4	723	661	7,30	0,08	0,495
–10	981	869	11,93	0,132	0,468
–20	1739	1493	30,8	0,257	0,456

Таблица 6.3 — Деформационные параметры супеси

$T_{fr}$ , [°C]	$K$ , [МПа]	$G$ , [МПа]	$\xi$ , [МПа]	$\alpha$	$m$
+10	34	8,2	–	–	–
–2	308	202	8,9	0,11	0,473
–4	482	432	12,7	0,13	0,47
–10	654	568	27,0	0,20	0,467
–20	774	628	53,8	0,35	0,45

Таблица 6.4 — Деформационные параметры мела

$T_{fr}$ , [°C]	$K$ , [МПа]	$G$ , [МПа]	$\xi$ , [МПа]	$\alpha$	$m$
+10	28	9,6	–	–	–
–2	400	300	6,1	0,013	0,53
–4	570	490	7,5	0,014	0,45
–10	890	800	14,7	0,017	0,42
–20	970	910	16,0	0,020	0,34

Таблица 6.5 — Деформационные параметры глины

$T_{fr}$ , [°C]	$K$ , [МПа]	$G$ , [МПа]	$\xi$ , [МПа]	$\alpha$	$m$
+10	45	9,2	–	–	–
–2	430	380	5,5	0,065	0,65
–4	590	530	7,2	0,090	0,56
–10	950	860	14,5	0,089	0,40
–20	1070	917	20,8	0,098	0,39

На рисунке 6.3 представлены экспериментальные и рассчитанные графики вертикальной деформации  $\varepsilon_z$  от времени для супеси. В целом, сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными для всех четырех слоев

позволило заключить, что разработанная термомеханическая модель позволяет качественно и количественно описать процесс затухающей ползучести.

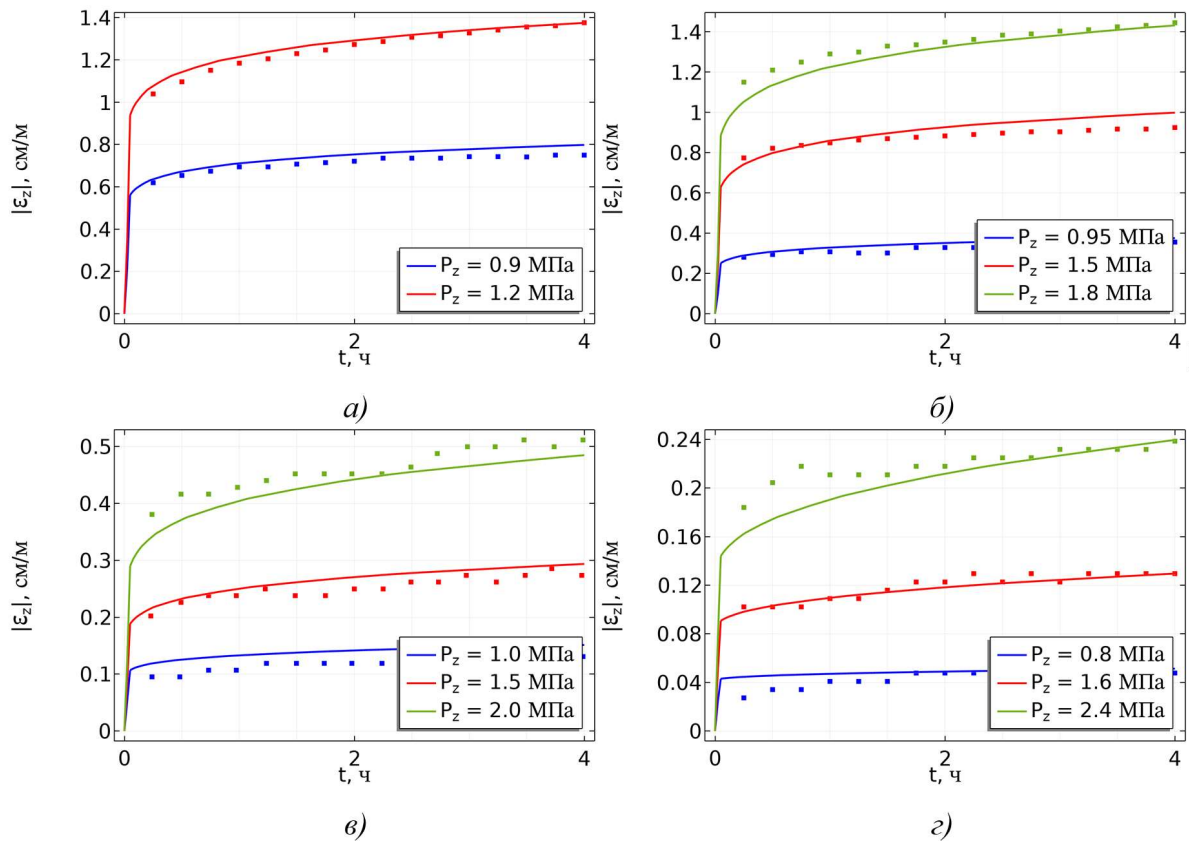


Рисунок 6.3 — Зарегистрированное при испытании (маркеры) и полученное в расчете (кривые) изменение осевой деформации  $\varepsilon_z$  со временем образцов супеси, замороженных при температуре  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ (а),  $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$ (б),  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ (в),  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ (г)

Для описания зависимостей деформации  $\varepsilon_z$  от времени, измеренных при различных уровнях нагружения  $P_z$  для образца горной породы, замороженного при температуре  $T_{fr}$ , используется единый набор деформационных параметров. С уменьшением температуры  $T_{fr}$  параметры монотонно изменяются. Объемный модуль упругости и модуль сдвига породы увеличиваются, что свидетельствует о повышении ее жесткости. Также возрастает коэффициент нелинейной деформации  $\zeta$ , поскольку с уменьшением температуры улучшаются прочностные характеристики льда, уменьшается количество незамороженной воды, а сцепление между кристаллами льда и частицами пород увеличивается. Показатель степени  $m$  уменьшается, что означает увеличение влияния интенсивности сдвиговой деформации на процесс ползучести. В свою очередь, показатель степени  $\alpha$  увеличивается. Откуда можно заключить, что с уменьшением температуры  $T_{fr}$  вклад вязкоупругой деформации в полную деформацию образца пород возрастает, вклад упругой деформации уменьшается, переход от неустановившейся стадии ползучести к установившейся происходит более плавно.

Из сравнения параметров упругости  $K$ ,  $G$  рассмотренных горных пород можно заключить, что жесткость алевроита с понижением температуры увеличивается наиболее быстро. При одинаковых отрицательных температурах объемный модуль упругости  $K$  и модуль сдвига  $G$  замороженного алевроита превосходят упругие характеристики других горных пород. В свою очередь, замороженная супесь имеет наиболее слабые упругие параметры. Замороженный мел и замороженная глина проявляют схожие упругие свойства.

В отличие от упругих свойств, замороженная супесь имеет наибольший коэффициент нелинейной деформации  $\zeta$  по сравнению с другими горными породами, замороженными при такой же температуре. В тоже время вертикальная деформация  $\varepsilon_z$ , возникающая в образце супеси при нагрузках близких к величине вертикального давления  $P_{ob}$  на глубине залегания слоя, меньше, чем в других горных породах. Откуда следует, что реологическое течение в образцах супеси, вызванное длительной нагрузкой с величиной близкой вертикальному давлению  $P_{ob}$  на глубине залегания слоя, выражено слабее, чем в других горных породах.

Замороженный мел и глина имеют схожие реологические свойства. Однако слой глины залегает более глубоко по сравнению со слоем мела (145,8–152 м и 90,7–111,8 м), вследствие чего механические испытания проводились при большей нагрузке, что привело к появлению более значительных вертикальных деформаций  $\varepsilon_z$ . Особенно большие деформации  $\varepsilon_z$  в образцах из глины и мела возникают в испытаниях при малых температурах замораживания до  $-10$  °С. В этих испытаниях величина  $\varepsilon_z$  в образцах глины достигает 10% при максимальной рассмотренной нагрузке, а в образцах мела — 6%.

Схожие с мелом и глиной реологические свойства проявляет алевроит. Слой из алевроита залегает в малом диапазоне глубин 39,7–50,1 м, однако механические испытания проводились с величиной нагрузки близкой к вертикальному давлению на глубине залегания слоев мела (90,7–111,8 м) и глины (145,8–152 м).

Теплофизические и упругие характеристики стали, из которой изготовлена труба, помещенная в замораживающую скважину, приведены в таблице 6.6. Из представленных данных видно, что упругие свойства стальной трубы на несколько порядков превосходят свойства замороженных горных пород. Вследствие чего она оказывает значительное влияние на механическое поведение ЛПО.

Таблица 6.6 — Теплофизические и упругие характеристики стали

$\lambda$ , [Вт/(м·°С)]	$\rho$ , [кг/м <sup>3</sup> ]	$c$ , [Дж/(кг·°С)]	$K$ , [МПа]	$G$ , [МПа]
44	7700	440	167000	77000

### Результаты численного моделирования

В таблицах 6.7 — 6.10 представлены рассчитанные толщины ЛПО в слоях алевролита, супеси, мела и глины для различных значений вертикального давления  $P_{ob}$ , для допустимого перемещения внутренней границы ЛПО  $\Delta=10$  см. Наименьшее значение  $P_{ob}$  соответствует глубине залегания породного слоя, а последующие значения превышают данное давление на 25%, 50% и 100%, что дает возможность оценить зависимость толщины ЛПО от величины давления (не только вертикального, но и бокового). В слое глины толщины ЛПО определены без учета порового давления воды, поскольку в соответствии с инженерно-геологическими изысканиями данная порода является водонепроницаемой. Величина  $E_{num,1}$  представляет собой толщину ЛПО, рассчитанную по изотерме  $-10$  °С, а величина  $E_{num,2}$  — толщину ЛПО, рассчитанную по средней температуре ЛПО  $-10$  °С (при этом величина изотермы температуры, соответствующей границе ЛПО, ниже нуля и подбиралась эмпирически). Помимо этого в таблицах 6.7 — 6.10 приведены расчетные толщины ЛПО по классической формуле Вялова (1.11). Поскольку в формуле (1.11) используется не вертикальное, а боковое давление пород, потребовалось перевести вертикальное давление в боковое по формуле:

$$P_{lat} = \left( \sum_{i=1}^N \gamma_i H_i \right) \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) + P_{hydr}, \quad (6.2)$$

где индекс  $i$  — порядковый номер вышележащего слоя породы, начиная с земной поверхности и до расчетного слоя  $N$ ,  $\gamma_i$  — вес вышележащего породного слоя с учетом взвешивающего действия воды,  $H_i$  — толщина вышележащего слоя,  $P_{hydr}$  — гидростатическое давление;  $c$  — сцепление незамороженных пород, Па;  $\varphi$  — угол внутреннего трения незамороженных пород, рад.

Таблица 6.7 — Проектные толщины ЛПО для алевролита (39,7–50,1м), определенные по изотерме  $-10$  °С путем численного моделирования

$P_{ob}$ [МПа]	0,793	0,991	1,19	1,59
$E_{an}$ [М]	2,15	2,74	3,35	4,64
$E_{num,1}$ [М]	0,79	0,88	1,29	2,06
$E_{num,2}$ [М]	0,94	1,03	1,45	2,23

Таблица 6.8 — Проектные толщины ЛПО для супеси (83-90.8м), определенные по изотерме  $-10$  °С путем численного моделирования

$P_{ob}$ , [МПа]	1,66	2,075	2,49	3,32
------------------	------	-------	------	------

$E_{an} [М]$	1,94	2,47	3,02	4,18
$E_{num,1} [М]$	1,46	2,02	2,40	3,27
$E_{num,2} [М]$	1,66	2,16	2,44	3,31

Таблица 6.9 — Проектные толщины ЛПО для мела (90.7-111.8м), определенные по изотерме  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  путем численного моделирования

$P_{ob}, [МПа]$	1,84	2,3	2,76	3,68
$E_{an} [М]$	3,32	4,3	5,2	7,3
$E_{num,1} [М]$	2,40	3,00	3,40	5,30
$E_{num,2} [М]$	2,54	3,10	3,52	5,47

Таблица 6.10 — Проектные толщины ЛПО для глины (145.8-152м), определенные по изотерме  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  путем численного моделирования

$P_{ob}, [МПа]$	2,93	3,663	4,395	5,86
$E_{an} [М]$	5,1	6,5	8,1	11,4
$E_{num,1} [М]$	2,20	2,65	3,27	5,60
$E_{num,2} [М]$	2,54	3,02	3,74	6,12

Из сравнения полученных численных толщин ЛПО с аналитическими можно заключить, что во всех случаях формула (1.11) дает завышенную оценку толщины по сравнению с результатами численного моделирования. Например, для вертикального давления, соответствующего глубине залегания слоя, оценка толщины ЛПО для слоя алевролита, полученная путем численного моделирования, на 63% меньше аналитической оценки, для слоя супеси — на 25 %, для слоя глины — на 57 %.

Из сравнения данных численного моделирования для двух разных способов задания изотерм ЛПО следует, что толщины ЛПО по средней температуре  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  толщину получают немного больше, чем по изотерме  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . В среднем значения проектной толщины увеличиваются на 10 %, что довольно несущественно и не приводит к значимому увеличению холодильной мощности замораживающей станции. В то же время, как было показано в главе 3, использование изотерм, соответствующих температуре, при которой делались лабораторные тесты пород на прочность и ползучесть, позволяет контролировать возможные уменьшения толщины ЛПО при переходе на пассивный режим замораживания.

На рисунке 6.4 представлено распределение радиальных перемещений  $u_r$  в рассматриваемых породных слоях с проектной толщиной ЛПО для вертикального давления, соответствующего глубине залегания слоя. Видно, что под воздействием

внешнего давления со стороны незамороженной породы и подземных вод стенка выработки смещается вовнутрь, а дно выработки поднимается. Вверху выработки перемещение равно нулю, поскольку порода сдерживается крепью. Максимальное перемещение достигается на стенке выработки в незамороженной породе внутри ЛПО и составляет 11,2 см в слое алеврита, 12,8 см в слое супеси, 12,2 см в слое мела, 13,1 см в слое глины. Таким образом, перемещение стенки выработки мало отличается от перемещения внутренней границы ЛПО, определенной по изотерме  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

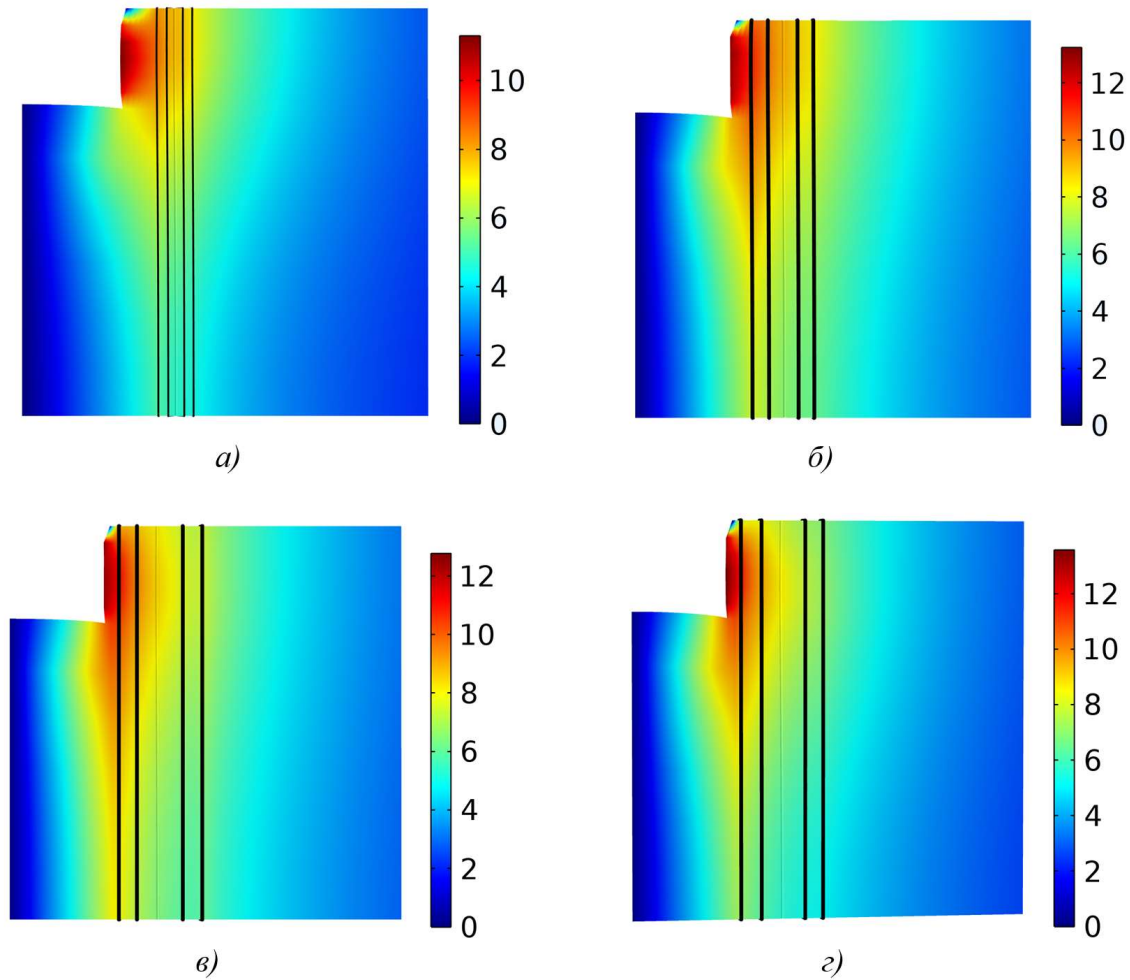


Рисунок 6.4 — Распределение радиального перемещения  $u_r$  (см) для (а) алеврита, (б) супеси, (в) мела, (г) глины. Черные линии соответствуют температуре фазового перехода и изотерме  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$

На рисунке 6.5 показано распределение радиальных перемещений  $u_r$  по отрезку, лежащему в главной плоскости на высоте половины заходки. Видно, что величина смещения породы монотонно увеличивается по мере приближения к стенке выработки. Распределение перемещений внутри замороженной зоны, заключенной между внутренним и внешним фронтами промерзания  $T=T_{ph}$ , отличается от незамороженной породы. Можно заметить, что в точке, находящейся вблизи внешнего фронта

промерзания на расстоянии 4 м от стенки выработки, характер зависимости изменяется и смещения породы замедляется. В замороженной породе, расположенной внутри контура замораживающих скважин, смещение пород начинает возрастать. Затем в точке, находящейся вблизи внутреннего фронта промерзания на расстоянии 1 м от стенки выработки, происходит второе изменение формы графика, после чего скорость смещения пород увеличивается. Следует отметить, что увеличение скорости смещения замороженной породы, расположенной внутри контура замораживающих скважин, свидетельствует о влиянии стальной трубы на несущую способность ЛПО.

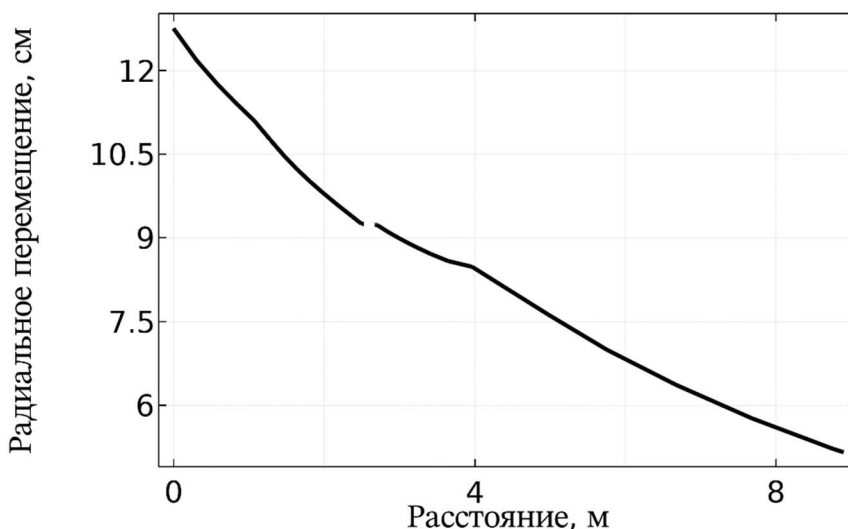


Рисунок 6.5 — Распределение радиального перемещения  $u_r$  (см) в супеси по отрезку, лежащему в главной плоскости на высоте половины заходки

Представленные толщины ЛПО и распределения перемещений в объеме пород соответствуют рассчитанным распределениям температур, которые частично представлены на рисунке 6.6. На этом рисунке изображены профили температуры  $T$  по отрезкам, лежащим в главной плоскости и замковой плоскости ЛПО на половине высоты заходки. Расчет проводился с учетом области незамороженных пород, имеющей протяженность, достаточную для исключения теплового влияния граничных условий I рода, заданных на внешней границе области. Профили представлены на момент достижения ЛПО проектной толщины, определенной по критерию предельного деформированного состояния, для коэффициента  $\chi$ , задающего увеличение природного вертикального давления на 0 %, 25 %, 50 % и 100 %.



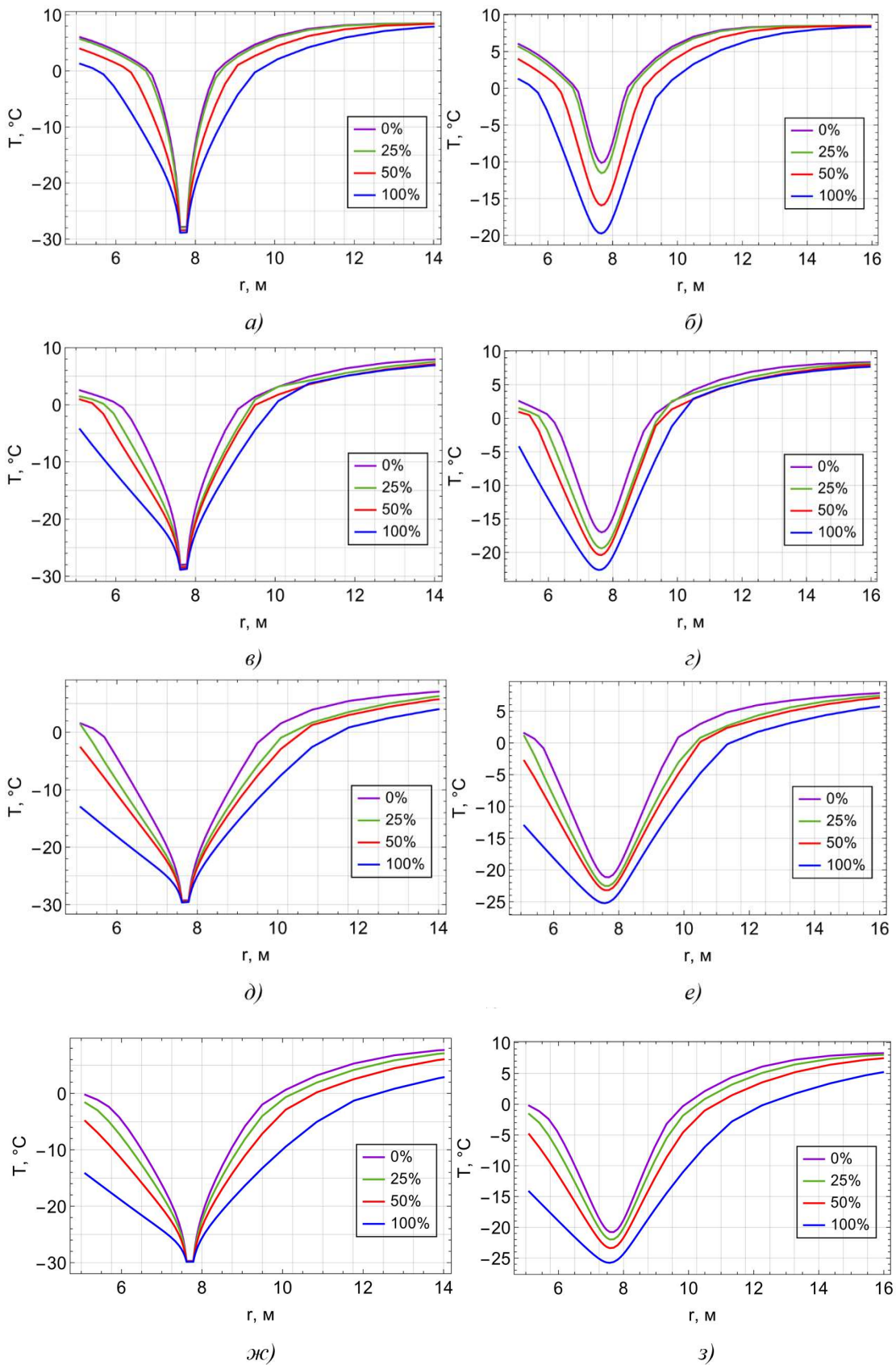


Рисунок 6.6 — Профили температуры  $T$  в момент достижения ЛПО проектной толщины в слое алеврита (а, б), супеси (в, г), мела (д, е) и глины (ж, з) по отрезкам, лежащим в главной плоскости (слева) и замковой плоскости (справа) на половине высоты заходки. Профили соответствуют коэффициенту  $\chi$ , задающему увеличение природного вертикального давления на 0 %, 25 %, 50 % и 100 %

Из представленных графиков видно, что температура пород уменьшается с увеличением  $\chi$ , поскольку для сдерживания большей нагрузки требуется большая проектная толщина ЛПО. В замковой плоскости минимальная температура значительно выше, чем в главной плоскости вследствие того, что ледопородный цилиндр нарастает вокруг замораживающей колонки. Однако, в силу высокой жесткости замороженной породы внутренняя стенка ЛПО равномерно деформируется в окружном направлении. Так из рисунка 6.5 видно, что максимальное радиальное перемещение ЛПО во всей расчетной области достигается на внутренней границе ЛПО.

### Модификация формулы Вялова

На основе проведенного анализа можно заключить, что формула Вялова (1.11) дает завышенную оценку толщины ЛПО по критерию предельного перемещения по сравнению с результатами численного моделирования. Для того чтобы получить формулу, позволяющую вычислить толщину ЛПО с меньшим отклонением от результатов численного моделирования, можно выполнить следующую модификацию формулы (1.11):

$$E_{app} = a \left[ \left( 1 + \xi \frac{(1-m)P_{lat} h^{1+m}}{A_{cr} (t_{pr}) \Delta^m a} \right)^{\frac{1}{1-m}} - 1 \right], \quad (6.3)$$

где  $\xi$  – коэффициент, зависящий от типа горной породы. Для рассмотренных горных пород значения коэффициента  $\xi$  приведены в таблице 6.11.

Таблица 6.11 — Значение коэффициента  $\xi$  в формуле (6.3) для высоты заходки 5 м

Горная порода	Алеврит (39,7–50,1 м)	Супесь (83–90,8 м)	Мел (90,7–111,8 м)	Глина (145,8–152 м)
$\xi$	0,37	0,81	0,74	0,47

На рисунке 6.7 показаны толщины ЛПО, полученные по формуле (6.3) и путем численного моделирования для случая границ ЛПО по изотерме  $-10$  °С. Видно, что при расчете толщины ЛПО в слоях супеси и мела формула (6.3) позволяет хорошо описать величины толщин ЛПО, определенных в моделировании, во всем рассмотренном диапазоне нагрузок. В слоях алеврита и глины формула (6.3) дает завышенную оценку толщины ЛПО до уровней нагружения, превышающих природное вертикальное давление на 50 %. При больших нагрузках аналитическая оценка становится заниженной. Как видно из рисунка 6.8, для всех породных слоев относительное отклонение  $\delta$  между оценками  $E_{num}$  и  $E_{app}$ , определенными в численном моделировании

и по модифицированной формуле, составляет менее 20 %. При этом до уровней нагружения, превышающих природное вертикальное давление не более, чем на 50 %, величина отклонения — менее 15 %.

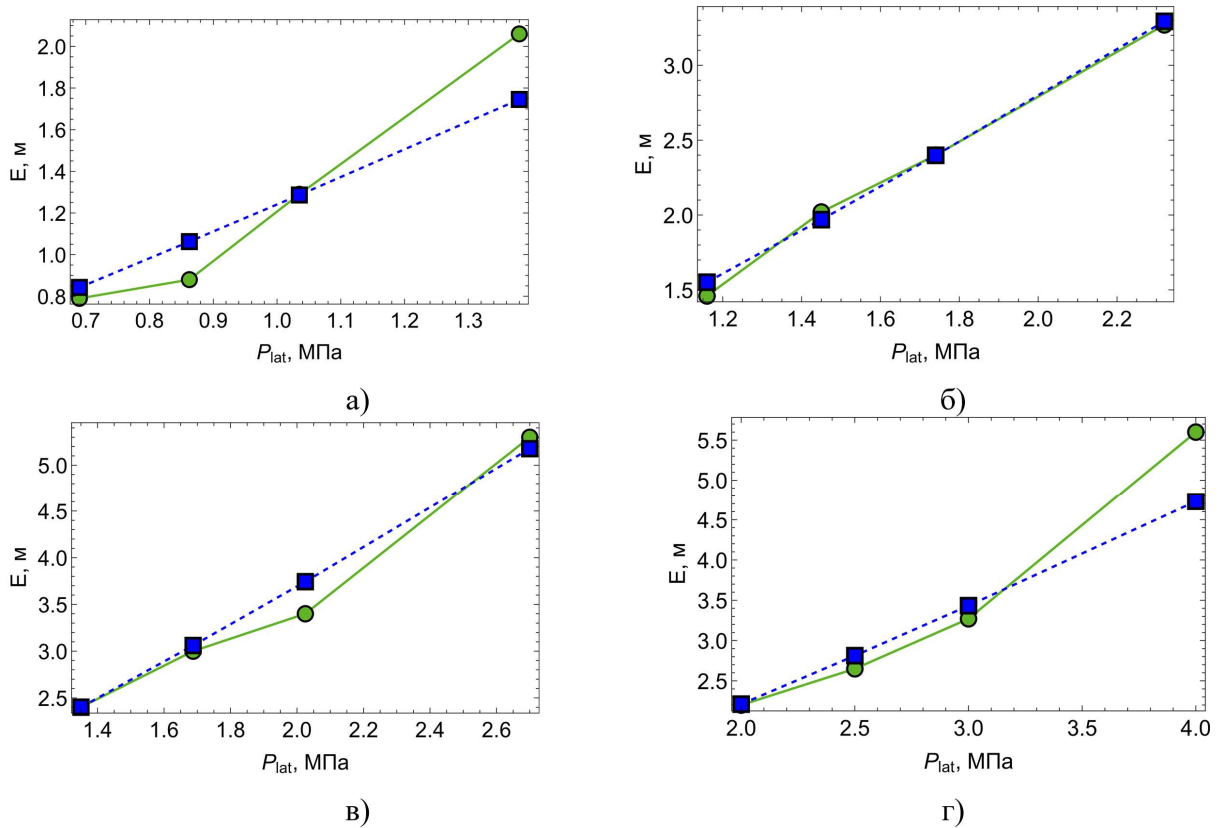


Рисунок 6.7 — Оценки проектной толщины ЛПО по предельному перемещению  $E_{app}$  и  $E_{num}$ , полученные по модифицированной формуле (6.3) (синяя кривая) и путем численного моделирования (зеленая кривая) для слоев алеурита (а), супеси (б), мела (в) и глины (г) с высотой заходки 5 м

Для более точного описания зависимости проектной толщины ЛПО от величины действующей нагрузки, полученной в численном моделировании, может быть использована еще одна модификация формулы Вялова (1.11):

$$E_{app} = a \left[ \left( 1 + g(P_{lat}) \frac{(1-m)P_{lat}h^{1+m}}{A_{cr}(t_{pr})\Delta^m a} \right)^{\frac{1}{1-m}} - 1 \right], \quad (6.4)$$

$$g(P_{lat}) = a_1 P_{lat}^2 + a_2 P_{lat} + a_3, \quad (6.5)$$

где  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  — параметры материала. Значения этих параметров для исследуемых горных пород приведены в таблице 6.12 для высоты заходки 5 м и в таблице 6.13 для высоты заходки 15 м.

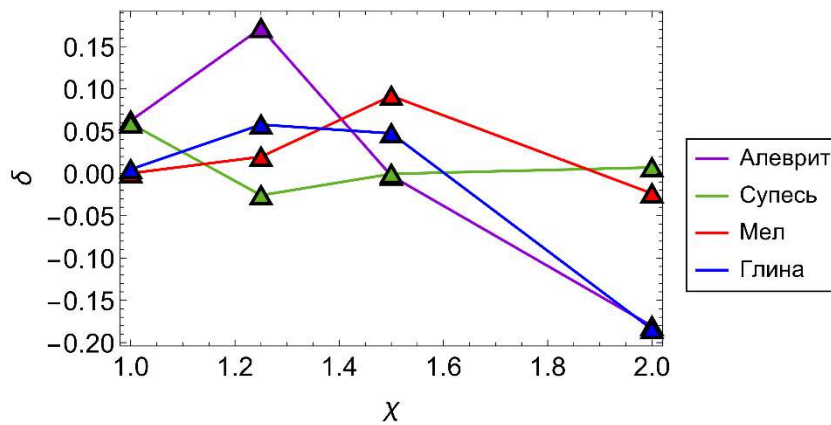


Рисунок 6.8 — Относительное отклонение  $\delta$  между оценками толщины ЛПО  $E_{app}$  и  $E_{num}$ , определенными по модифицированной формуле (6.3) и путем численного моделирования для высоты заходки 5 м, в зависимости от коэффициента  $\chi$ , задающего увеличение природного вертикального давления на 0%, 25%, 50% и 100%

Как и ранее, рассматривается случай границ ЛПО по изотерме  $-10\text{ }^\circ\text{C}$ . На рисунках 6.9 и 6.10 показаны результаты расчета проектной толщины ЛПО по модифицированной формуле (6.4). Видно, что модифицированная формула позволяет качественно и количественно описывать оценки толицины ЛПО, определенные по результатам численного моделирования.

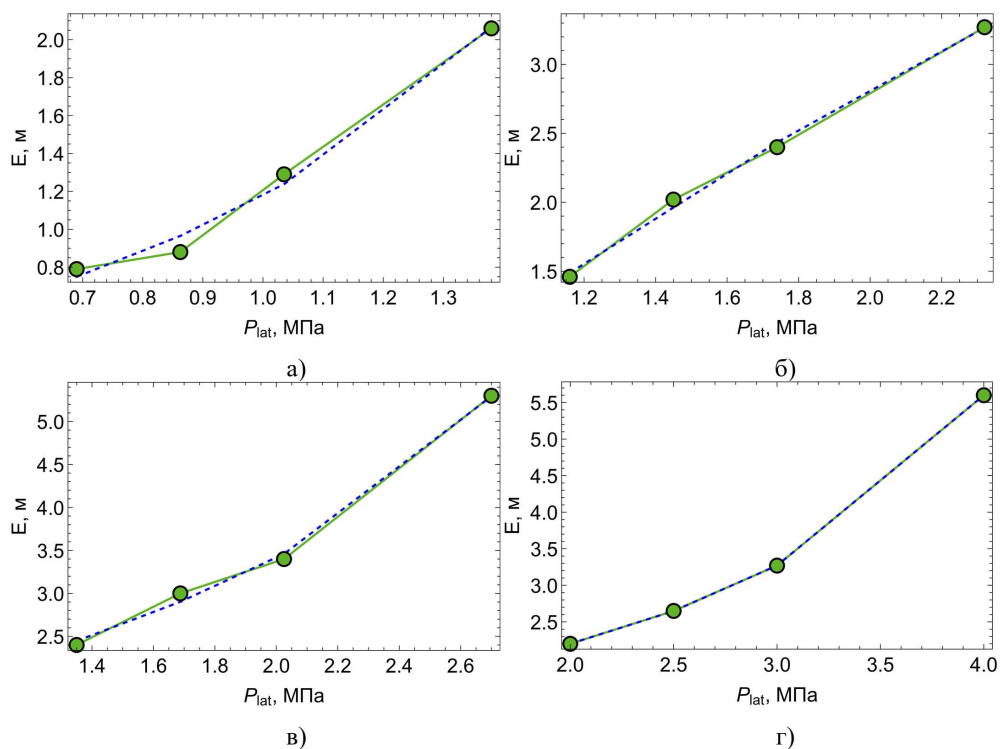


Рисунок 6.9 — Оценки проектной толщины ЛПО по предельному перемещению, полученные по модифицированной формуле (6.4) (синяя кривая) и путем численного моделирования (зеленая кривая) для слоев алеврита (а), супеси (б), мела (в) и глины (г) с высотой заходки 5 м

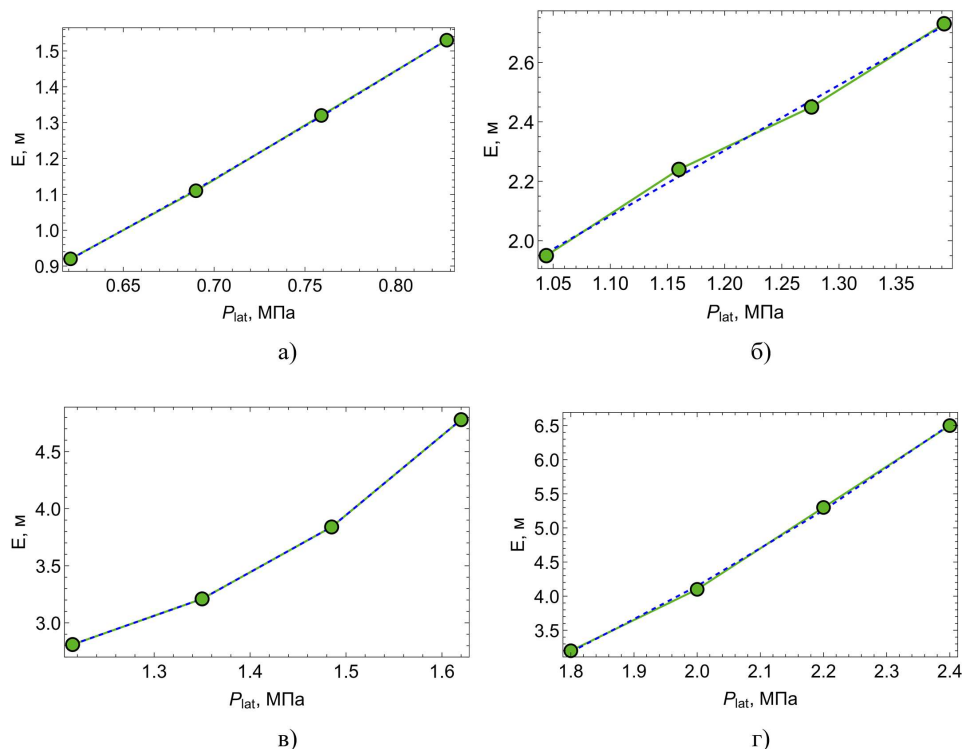


Рисунок 6.10 — Оценки проектной толщины ЛПО по предельному перемещению, полученные по модифицированной формуле (6.4) (синяя кривая) и путем численного моделирования (зеленая кривая) для слоев алеврита (а), супеси (б), мела (в) и глины (г) с высотой заходки 15 м

Таблица 6.12 — Значение коэффициентов  $a_i$  в формуле (6.5) для высоты заходки 5 м

Горная порода	$a_1 \cdot 10^{14}$	$a_2 \cdot 10^8$	$a_3$
Алеврит	2,10	-2,85	0,427
Супесь	-0,89	3,31	0,514
Мел	1,42	-5,73	1,269
Глина	0,57	-3,03	0,846

Таблица 6.13 — Значение коэффициентов  $a_i$  в формуле (6.5) для высоты заходки 15 м

Горная порода	$a_1 \cdot 10^{14}$	$a_2 \cdot 10^8$	$a_3$
Алеврит	-6,89	18,555	-0,008
Супесь	-2,55	-7,072	0,146
Мел	26,17	-64,996	0,581
Глина	-0,86	13,120	-0,072

Таким образом, предложенная формула (6.4) в большей степени применима для расчета проектных толщин ЛПО для различных типов пород по критерию предельно допустимых деформаций (расчет на ползучесть) в рассмотренных интервалах глубин и нагрузок. При этом, формула (6.3) может быть использована при проведении

оперативных оценок требуемой толщины ЛПО, а также для расчета толщин ЛПО в условиях величин внешних нагрузок, отличающихся от рассмотренного здесь диапазона.

В дополнение к этому в настоящей работе исследовалась зависимость толщины ЛПО по условию ползучести от двух факторов (вертикальной нагрузки на ЛПО и неоднородности поля температуры) по-отдельности. Подробное описание этого исследования в диссертации не проводится, однако с ним можно ознакомиться в монографии автора [99], в которой получено что пренебрежение вертикальной нагрузкой может привести к завышению требуемой толщины ЛПО более чем на 50 %. При этом неоднородность поля температур начинает существенно влиять на расчетное значение толщины ЛПО только когда максимальная разница температур в объеме ЛПО начинает превышать заданную критическую величину, зависящую от типа пород. Минимальное значение критической величины разницы температур в объеме ЛПО составляет 12 °С и получено для песка.

## **6.2. Анализ прочности ледопородного ограждения в условиях неоднородного поля температур**

В предыдущем параграфе был рассмотрен расчет толщины ЛПО по предельным деформациям, в то время как настоящий параграф посвящен расчету по предельному напряженному состоянию. Предполагается, что предельное равновесное состояния ЛПО достигается, когда зона пластического деформирования ЛПО впервые распространяется по всей его толщине. Идея исследования заключается в проведении прочностных расчетов ЛПО для толщин, определенных по критерию предельного деформированного состояния в предыдущем параграфе. При этом геометрическая модель, набор граничных условий и рассчитанные поля температур в объеме ЛПО для проведения прочностных расчетов принимались такими же, как и в параграфе 6.1 при исследовании НДС ЛПО в условиях выраженной ползучести.

Принципиальное отличие данного параграфа от предыдущего состоит в модельном подходе к анализу состояния ЛПО. Реологический закон (2.35) не используется, а деформации ползучести принимаются нулевыми. При этом используются условия (2.30) и (2.31).

Прочностные свойства горных пород, использованные при расчете, представлены в таблицах 6.14 — 6.17. Данные свойства измерялись в Институте природопользования НАН Беларуси путем проведения механических испытаний на сдвиг при различной температуре. Из представленных данных видно, что прочность горных пород увеличивается с понижением температуры. Наибольшую прочностью на сдвиг

проявляет супесь. Коэффициент сцепления  $c$  и угол внутреннего трения  $\varphi$  данной породы наибольший по сравнению с другими породами. Прочностные свойства алевроита и глины более низкие. Наименьший коэффициент сцепления имеет мел.

Таблица 6.14 — Прочностные параметры алевроита (39,7–50,1 м)

$T_{fr}$ , [°C]	0	–2	–4	–10	–20
$c$ , [МПа]	0,42	0,65	0,88	1,60	2,90
$\varphi$ , [°]	8,37	10	10	13	15

Таблица 6.15 — Прочностные параметры супеси (83–90,8 м)

$T_{fr}$ , [°C]	0	–2	–4	–10	–20
$c$ , [МПа]	0,46	0,86	1,3	1,86	3,00
$\varphi$ , [°]	15	17	18	20	22

Таблица 6.16 — Прочностные параметры мела (90,7–111,8 м)

$T_{fr}$ , [°C]	0	–2	–4	–10	–20
$c$ , [МПа]	0,57	0,84	1,12	1,7	2,5
$\varphi$ , [°]	4,60	5,14	5,71	11,86	14,04

Таблица 6.17 — Прочностные параметры глины (145,8–152 м)

$T_{fr}$ , [°C]	0	–2	–4	–10	–20
$c$ , [МПа]	0,65	0,72	0,94	1,60	2,75
$\varphi$ , [°]	4,27	4,58	5,73	9,11	12,95

На рисунках 6.11 — 6.13 приведены распределения параметра, характеризующего наличие или отсутствие пластической деформации в слое алевроита. Если отображаемый в цветовой гамме параметр принимает значение ноль (синий цвет), то пластической деформации нет. Значение переменной, равное единице (красный цвет), означает присутствие пластической деформации. Результаты расчетов приведены для двух наборов технологических параметров. Для первого случая высота заходки составила 5 м, а промежуток времени до крепления стенок горной выработки — одни сутки. Во втором случае рассматривалась высота заходки, равная 15 м, и промежуток времени до крепления, равный 5 суткам. Появление пластических деформаций оценивалось согласно критерию текучести Друкера-Прагера с учетом неоднородного распределения прочностных характеристик ЛПО по толщине. Зависимость угла внутреннего трения и

сцепления породы от температуры соответствовала данным, приведенным в таблицах 6.14 — 6.17. Толщина ЛПО во всех расчетах совпадала с толщиной, определенной по критерию предельного деформированного состояния из предыдущего параграфа (по изотерме  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

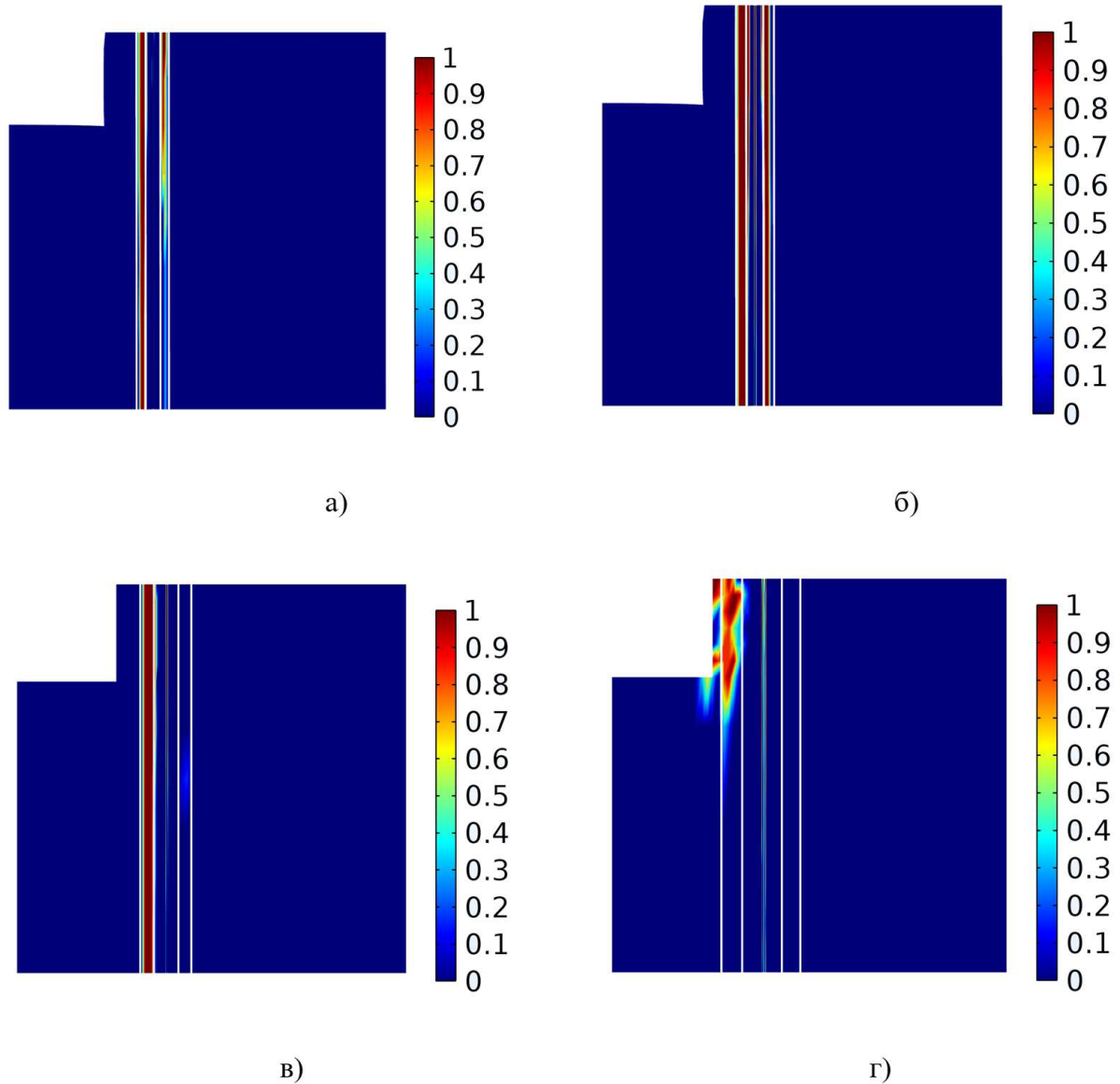


Рисунок 6.11 — Распределение параметра, характеризующего наличие или отсутствие пластической деформации в алевролите при нагрузке, превышающей глубину залегания слоя на (а) 0 %, (б) 25 %, (в) 50 %, (г) 100 %. Белые линии соответствуют температуре фазового перехода и изотерме  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Высота заходки составляет 5 м, а время расчета — одни сутки

Как показали расчеты в Comsol Multiphysics, ЛПО полностью переходит в пластическое состояние только в слое алевролита при высоте заходки в 5 м, и нагрузках, первая из которых соответствует глубине залегания слоя, а вторая превышает эту нагрузку на 25 %. Для слоев мела, супеси и глины для расчетной толщины ЛПО,



определенной из условия предельного деформированного состояния, потери равновесия ЛПО как конструкции в целом не возникает.

На рисунке 6.12 показано, что в замковой плоскости значение параметра, характеризующего наличие пластической деформации в породе, принимает значение, равное единице, во всем ЛПО.

При этом со стороны срединной плоскости в объеме породы, примыкающем к замораживающей скважине, наблюдаются упругие деформации (рисунки 6.11а и 6.11б), что обусловлено повышенными значениями прочностных характеристик, вследствие более низкой температуры в данной области. Наступление предельного случая связано с самыми низкими по сравнению со всеми остальными значениями толщин ЛПО (0,79 м и 0,88 м), и слабым промерзанием породы в замковой плоскости (рисунок 6.12). Для других толщин ЛПО, приведенных на рисунках 6.11в и 6.11г, предельное состояние не наступает в силу увеличения его несущей способности, что в свою очередь, вызвано более существенным промерзанием породного слоя. При увеличении высоты заходки для всех рассмотренных нагрузок предельный случай не наступает (рисунок 6.13).

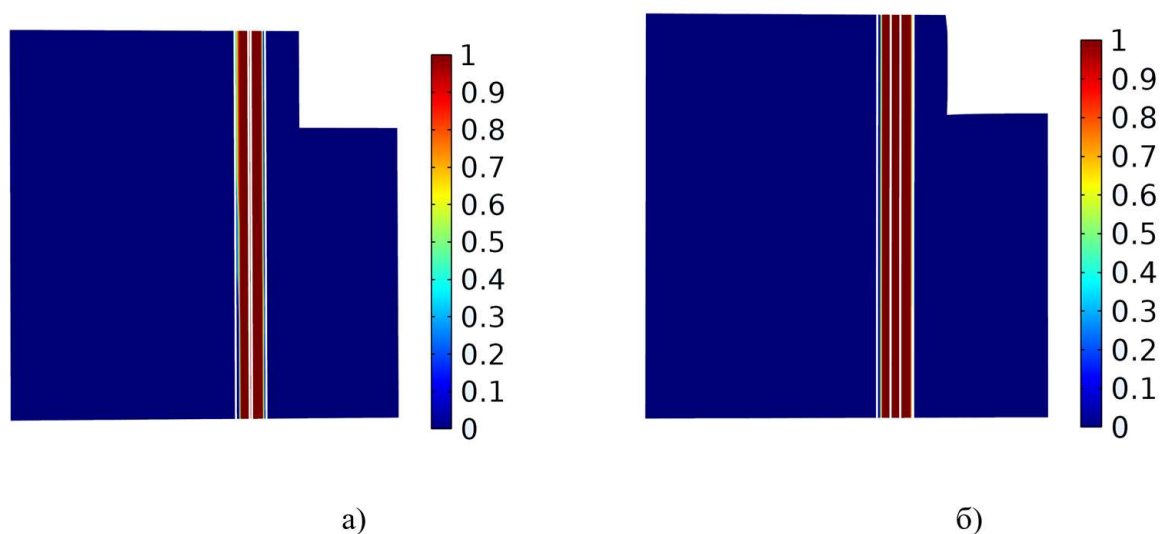


Рисунок 6.12 — Распределение параметра, характеризующего наличие или отсутствие пластической деформации в замковой плоскости алеврита при нагрузке, превышающей глубину залегания слоя на (а) 0%, (б) 25%. Белые линии соответствуют температуре фазового перехода и изотерме  $-10^{\circ}\text{C}$ . Высота заходки составляет 5 м, а время расчета – одни сутки

Результаты, полученные для супеси (рисунок 6.14), показывают наличие незначительных пластических деформаций в области, граничащей с закрепленным участком крепи или внутри ЛПО между изотермой  $-10^{\circ}\text{C}$  и изотермой, совпадающей с температурой фазового перехода. При увеличении высоты заходки пластические деформации появляются в объеме породы, расположенном слева от замораживающей

колонки и заключенном между изотермой  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  и изотермой, соответствующей температуре фазового перехода.

Для мела наблюдается увеличение объема породы, перешедшей в пластическое состояние по сравнению со слоем супеси. При нагрузке, соответствующей глубине залегания породного массива, пластические деформации также возникают в области, ограниченной изотермами  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  и температурой фазового перехода (рисунок 6.15). С увеличением нагрузки на ЛПО происходит дальнейшее распространение пластической деформации и ее появление в области, расположенной справа от замораживающей колонки.

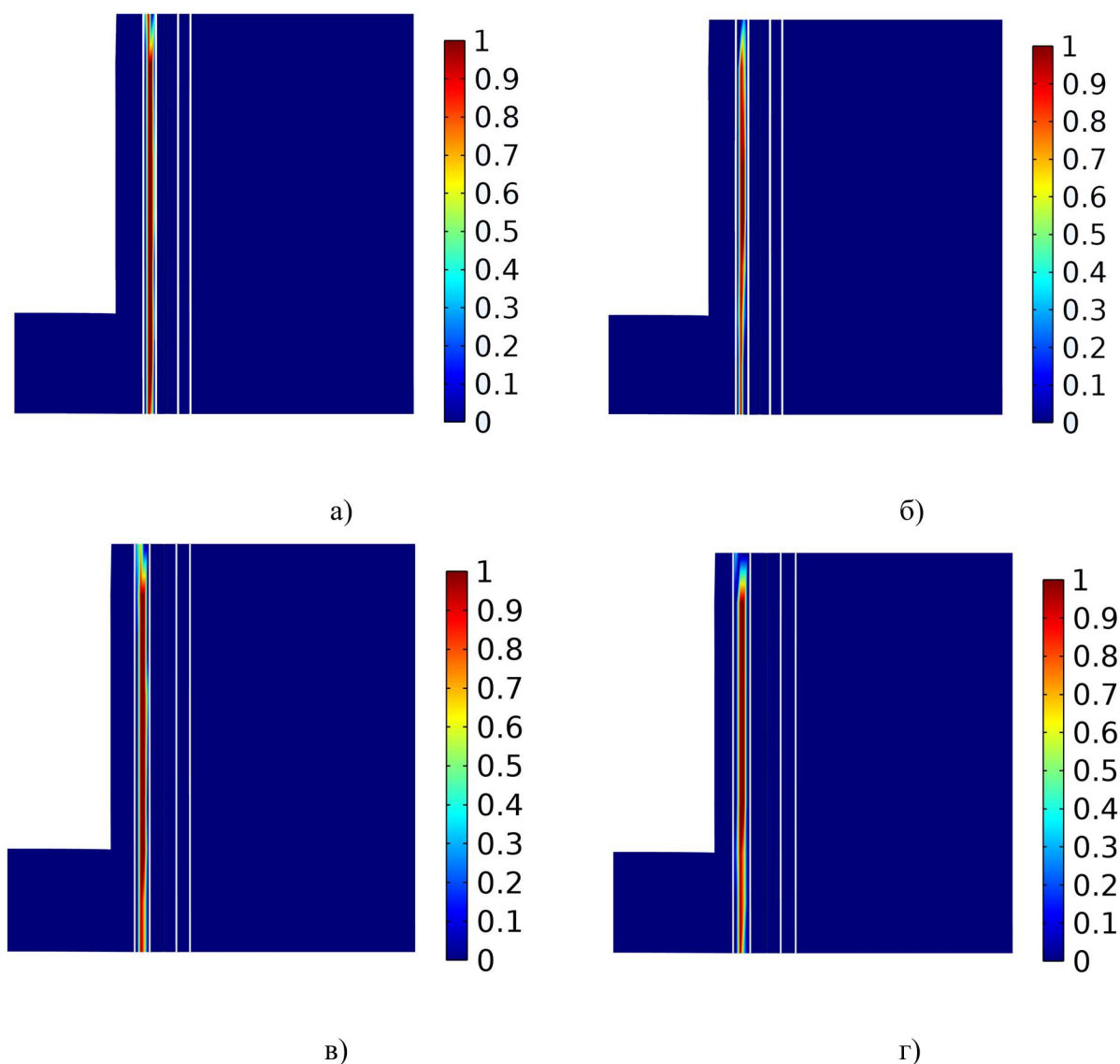


Рисунок 6.13 — Распределение параметра, характеризующего наличие или отсутствие пластической деформации в алевроите при нагрузке, отличающейся от глубины залегания слоя на (а) 0 % (б) -10 %, (в) +10 %, (г) +20 %. Белые линии соответствуют температуре фазового перехода и изотерме  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Высота заходки составляет 15 м, а время расчета – пять суток

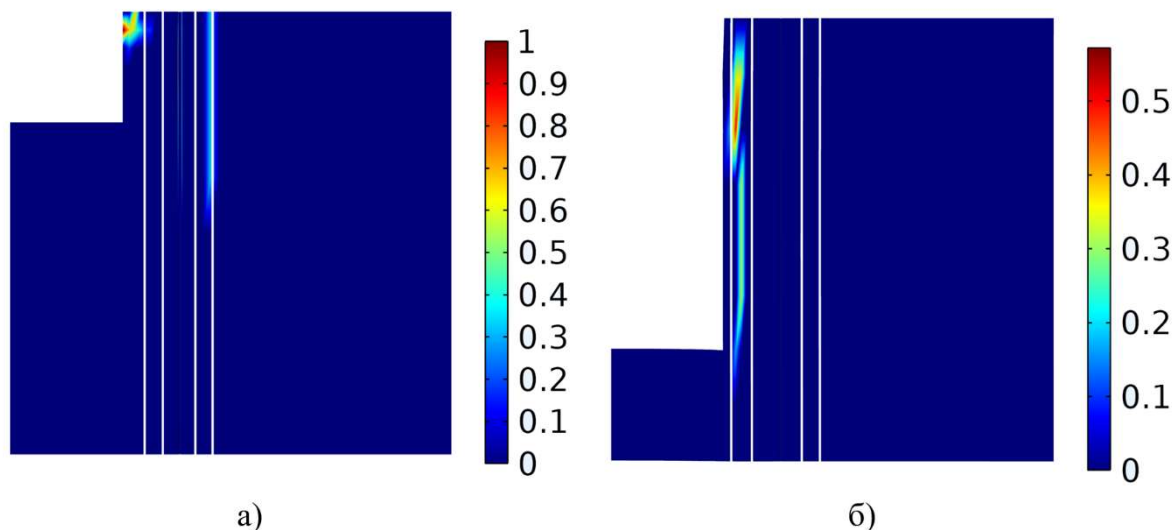


Рисунок 6.14 — Распределение параметра, характеризующего наличие или отсутствие пластической деформации в супеси при нагрузке, соответствующей глубине залегания слоя и высотах заходки 5 м (а) и 15 м (б). Белые линии соответствуют температуре фазового перехода и изотерме  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Время расчета – одни сутки

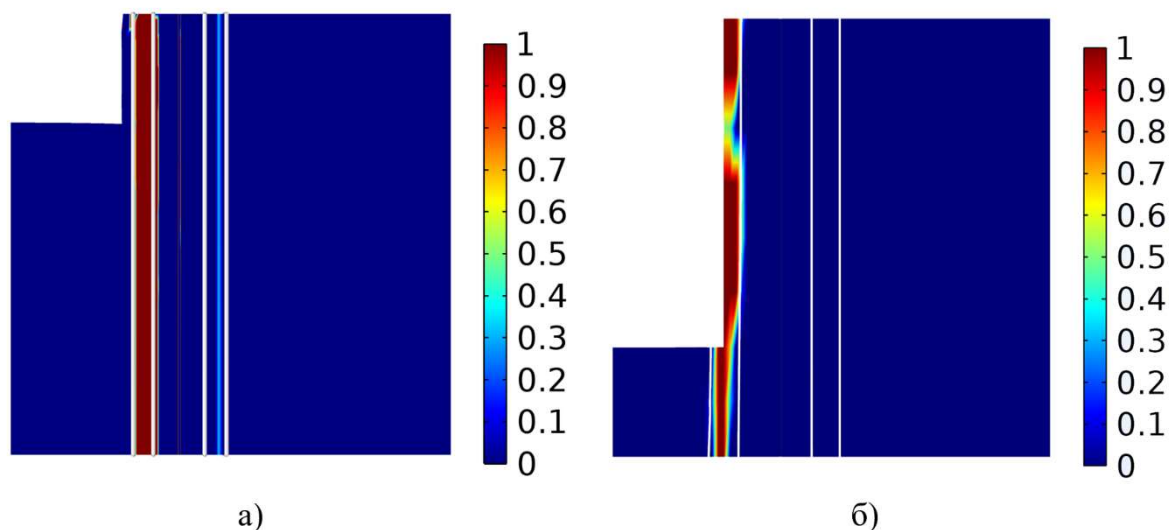


Рисунок 6.15 — Распределение параметра, характеризующего наличие или отсутствие пластической деформации в меле при нагрузке, соответствующей глубине залегания слоя и высотах заходки 5 м (а) и 15 м (б). Белые линии соответствуют температуре фазового перехода и изотерме  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Время расчета – одни сутки

Качественная картина распределения пластической деформации в глине при высоте заходки 5 м аналогична мелу. Наблюдается формирование зоны пластической деформации, ограниченной изотермой  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  и температурой фазового перехода, вблизи неподкрепленного крепью участка, расположенного слева от замораживающей колонки (рисунок 6.16). Увеличение нагрузки приводит к дальнейшему распространению пластической деформации и ее появлению справа от замораживающей колонки. Для высоты заходки, равной 15 м, распределение пластических зон является аналогичным,

однако занимает меньшую площадь, что связано с увеличением толщины ЛПО и его прочностных характеристик.

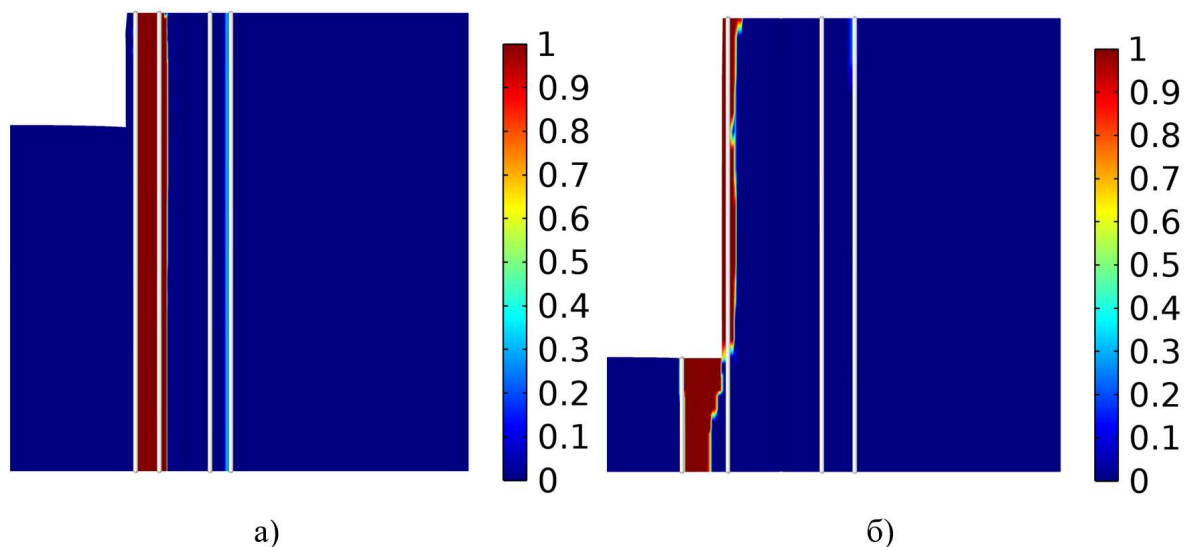


Рисунок 6.16 — Распределение параметра, характеризующего наличие или отсутствие пластической деформации в глине при нагрузке, соответствующей глубине залегания слоя и высотам заходки 5 м (а) и 15 м (б). Белые линии соответствуют температуре фазового перехода и изотерме  $-10^{\circ}\text{C}$ . Время расчета – одни сутки

В целом проведенное исследование толщины ЛПО, определенной по критерию предельного деформированного состояния, на предмет выполнения критерия предельного напряженного состояния, показало переход ЛПО в критическое состояние только для наименее глубокого слоя алеврита в замковой плоскости при нагрузке, соответствующей глубине залегания слоя, и превышающей ее на 25%. Это указывает на то, что для алеврита ключевым критерием сохранения несущей способности ЛПО является прочность, в то время как для относительно глубоких слоев супеси, мела и глины таким ключевым критерием является ползучесть.

Определение численной зависимости толщины ЛПО от технологических параметров проходки, внешней нагрузки и прочностных свойств пород оказывается трудноосуществимым в рамках исследованной здесь упругопластической постановки задачи по той причине, что при приближении к состоянию предельного равновесия сходимость расчетных методов сильно падает. Это связано с неограниченным ростом пластических деформаций в замороженных породах. По данной причине далее в настоящей главе вопрос о предельно-напряженном состоянии ЛПО исследуется отдельно, в более простой математической постановке.

### 6.3. Модификация формулы Вялова для расчета толщины ледопородного ограждения по условию прочности

Статический расчет ЛПО может быть проведен в рамках различных расчетных схем в зависимости от того, учитываются или нет различные физико-технические факторы. В таблице 6.18 представлены основные факторы, которые, по мнению автора, способны оказывать влияние на НДС замороженных пород. Также в таблице 6.18 приведены наиболее распространенные варианты учета данных факторов. Они условно поделены на первый и второй. Причем варианты упорядочены таким образом, что первый вариант соответствует более сложному сценарию с точки зрения анализа, а второй — более простому.

Таблица 6.18 — Факторы и варианты их учета

Фактор	Варианты учета факторов	
	1	2
Высота заходки	Конечная	Бесконечная
Частичное восприятие давления бокового распора окружающими породами	Учитывается	Не учитывается
Распределение температур	Неоднородно	Однородно
Угол внутреннего трения	Конечный	Нулевой
Деформации пород за счет расширения льда	Присутствует	Отсутствует

В таблице 6.18 не представлены такие факторы как упругое и пластическое деформирование замороженных пород, т. к. предполагается, что они учтены по умолчанию как наиболее важные. Также не рассмотрен фактор вертикальной нагрузки, так как он по умолчанию считается слабо влияющим на прочность ЛПО (но влияющим на ползучесть ЛПО, которая здесь не рассматривается). Это не противоречит предыдущему параграфу 6.2, поскольку ранее в параграфе 6.2 фактор вертикальной нагрузки обеспечивал появление горизонтального бокового давления на ЛПО. В то время как в большинстве расчетных формул для толщины ЛПО по прочности (см. параграф 1.1) вертикальная нагрузка отдельно не принимается в расчет.

Если рассматривать расчет ЛПО по условию предельного напряженного состояния, то наиболее популярными формулами для расчета НДС являются формула Домке (1.2), формулы Вялова (1.3) и (1.14) и формула Янга (1.5). Если рассмотреть эти

формулы с точки зрения классификации в таблице 6.18 и приписать им в рамках каждого из пяти факторов один из двух вариантов его учета, то формула (1.2) запишется так: «2-2-2-2-2», формула (1.3) будет записываться так: «2-2-2-1-2», формула (1.14) так: «1-2-2-2-2», а формула (1.5) так: «2-1-2-1-2».

Формула (1.2) является наиболее простой — в ней не учитывается ни один из представленных в таблице факторов. Формула (1.5) является наиболее полной с точки зрения учета различных физико-технических факторов, поскольку в ней учитывается 2 из 5 факторов. При этом важно отметить, что все указанные формулы являются достаточно простыми, удобными и понятными с точки зрения проведения инженерных расчетов. По данной причине представляет интерес разработка аналитической формулы, учитывающей конечность высоты заходки и неоднородность поля температур.

### Конечная высота заходки

В рамках классической постановки задачи о плоско-деформированном состоянии ЛПО неограниченной высоты заходки в [25] рассмотрено уравнение равновесия в виде:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (6.6)$$

Данное уравнение дополнялось условием пластического течения (критерий Мора-Кулона)

$$\sigma_\theta = \Lambda \sigma_r + \bar{\Lambda}, \quad (6.7)$$

выполняющегося всюду в объеме ЛПО в состоянии предельного равновесия, а также граничными условиями

$$\sigma_r(a) = 0, \quad \sigma_r(b) = P, \quad (6.8)$$

где  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  – радиальная и тангенциальная компоненты тензора напряжений, Па;  $r$  — радиальная координата, м;  $P$  — внешняя нагрузка, Па;  $b$  и  $a$  — внешняя и внутренняя границы ЛПО, м.

Наиболее простой способ учета конечной высоты заходки ЛПО состоит в модификации уравнения равновесия (5) посредством добавления слагаемого с касательным напряжением  $\tau_{rz}$  [99]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0. \quad (6.9)$$

Ранее  $\tau_{rz}$  принималось равным нулю, что позволяло рассматривать плоско-деформированную постановку задачи о прочности ЛПО. В случае, если  $\tau_{rz} \neq 0$ , симметрия задачи в вертикальном направлении теряется, а состояние ЛПО уже не может быть рассмотрено как плоско-деформированное. Это требует рассмотрения уравнения

равновесия не только в проекции на радиальную ось, но и на вертикальную. При этом все ненулевые компоненты тензора напряжений начинают существенно зависеть от вертикальной координаты  $z$  по сложному закону, в общем случае нелинейному и немонотонному.

В работе [25] при выводе формулы для толщин ЛПО по условию ползучести использовалась гипотеза о линейности зависимости  $\tau_{rz}(z)$ . Линейный вид зависимости  $\tau_{rz}(z) = Az + B$  является довольно простым, требует минимального количества дополнительных условий для определения неизвестных параметров  $A$  и  $B$ , а также в рамках такой зависимости производная  $\partial\tau_{rz}/\partial z$  становится не зависящей от  $z$ , а в уравнении (6.9) пропадает параметр  $z$ , что является крайне удобным для проведения теоретического анализа.

Если задаться граничными условиями на нижнем и верхнем торцах ЛПО:

$$z = 0: \quad \tau_{rz} = 0, \quad (6.10)$$

$$z = h: \quad u = -u^*(r) = -\frac{u_a a}{r}, \quad (6.11)$$

то линейная функция касательных напряжений от  $z$  может быть представлена в виде:

$$\tau_{rz} = -\frac{u_a a}{r} \frac{2Gz}{h^2}. \quad (6.12)$$

Здесь  $u_a \geq 0$  — заданное перемещение внутренней стенки ЛПО, м.

Выражение (6.12) дополнительно удовлетворяет уравнению равновесия в проекции на вертикальную ось (в предположении слабо меняющейся компоненты  $\sigma_z$ ):

$$\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0. \quad (6.13)$$

С учетом (6.12) уравнение (6.9) может быть записано в виде:

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} - \frac{2Gau_a}{rh^2} = 0. \quad (6.14)$$

Это уравнение может быть решено относительно напряжений для ситуации предельного состояния равновесия по методу [25]. Суть состоит в том, что в качестве величины окружного напряжения  $\sigma_\theta$  в (6.14) подставляется ее выражение из критерия (6.7), после чего полученное дифференциальное уравнение с одной неизвестной решается с учетом граничных условий (6.8). Однако в рассматриваемом здесь случае из-за ненулевого касательного напряжения  $\tau_{rz}$  вектора главных напряжений перестают быть сонаправленными с осями цилиндрической системы координат. Более того, в области вблизи верхнего торца ЛПО угловое напряжение перестает быть первым

(максимальным сжимающим) главным напряжением, в качестве которого выступает уже напряжение:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_r + \sigma_z}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_r - \sigma_z)^2}{4} + \tau_{rz}^2(h)}. \quad (6.15)$$

Угловое напряжение в области у верхнего торца является вторым главным напряжением, а значит оно отсутствует в общем законе Мора-Кулона:

$$\sigma_1 = \Lambda \sigma_3 + \bar{\Lambda}. \quad (6.16)$$

В этой ситуации простого решения для зоны вблизи верхнего торца ЛПО получить нельзя. При этом для нижнего торца, где касательное напряжение существенно ниже остальных ненулевых компонент тензора напряжений, угловое напряжение является первым главным напряжением, а уравнение (6.14) допускает аналитическое решение для радиального и углового напряжений в условиях предельного напряженного состояния. Радиальное напряжение равно:

$$\sigma_r = \frac{\bar{\Lambda}'}{\Lambda - 1} \left[ \left( \frac{r}{a} \right)^{\Lambda - 1} - 1 \right], \quad (6.17)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Lambda}' &= \bar{\Lambda} + \frac{2Gau_a}{h^2} = \bar{\Lambda} + \frac{P'(1-\nu)\xi}{2} \frac{a^2 b^2}{h^2(b^2 - a^2)} = \\ &= \bar{\Lambda} + \bar{\Lambda}(1-\nu)\xi \frac{a^2}{4h^2}. \end{aligned} \quad (6.18)$$

При получении выражения (6.18) использована зависимость для перемещения  $u_a$ , полученная из решения задачи о НДС в толстостенном ледопородном цилиндре неограниченной высоты:

$$u_a = \frac{P'ab^2}{2(b^2 - a^2)} \frac{1 - \nu^2}{E}, \quad (6.19)$$

где  $E$  — модуль Юнга замороженной породы, Па;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $P'$  — внешняя нагрузка, рассчитываемая по формуле для момента зарождения пластических деформаций:

$$P = \frac{\bar{\Lambda}}{2} \left( 1 - \frac{a^2}{b^2} \right), \quad (6.20)$$

Коэффициент  $\xi \geq 1$  представляет собой поправку на неучтенные пластические деформации. Он может быть принят в соответствии с данными численных расчетов или при проведении оценки сверху для требуемой толщины ЛПО его можно принять равным единице. Если положить, что при  $r=b$   $\sigma_r = P$ , то из (6.17)–(6.19) получается модифицированная формула для расчета толщины ЛПО по условию прочности с учетом конечной высоты заходки:



$$E = a \left\{ 1 + \frac{P(\Lambda - 1)}{\bar{\Lambda} \left[ 1 + \xi \frac{a^2(1-\nu)}{4h^2} \right]} \right\}^{\frac{1}{\Lambda-1}} - a. \quad (6.21)$$

Примечательно, что формула (6.21) при больших  $h$  переходит в классическую формулу С. С. Вялова (1.3). При некотором критическом значении высоты заходки  $h$  дополнительный член в (6.21) становится несущественен и приемлемо использовать формулу (1.3) для толщины ЛПО в предположении неограниченной высоты заходки. Определить критическое значение высоты заходки можно из анализа зависимости толщины ЛПО (6.21) от величины  $h$  для четырех слоев пород, исследованных ранее в параграфах 6.1 и 6.2. Результаты расчетов представлены на рисунке 6.17. Принято, что  $\xi=1$ ,  $\nu=0,35$ .

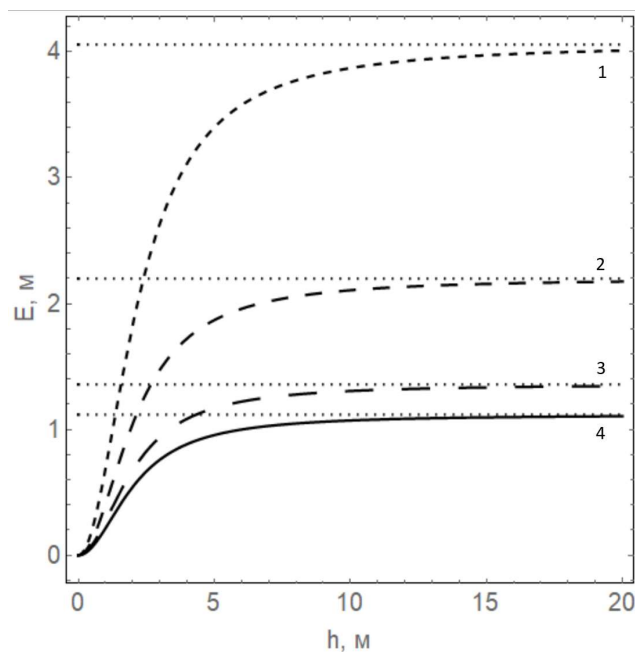


Рисунок 6.17 — Зависимости толщины ЛПО от высоты заходки для различных слоев:  
1— алевроит, 2— супесь, 3— мел, 4— глина

Точками обозначены соответствующие асимптоты при стремлении  $h$  к бесконечности – т. е. результаты расчета толщин ЛПО по формуле (1.3). Из рисунка видно, что уже при  $h=10$  м рассогласования между формулами (1.3) и (6.21) составляют менее 5%. Таким образом, данная величина может быть принята в качестве критической. При этом для  $h=4$  м рассогласования между формулами (1.3) и (6.21) лежат в диапазоне от 20 до 25%.

## Неоднородность поля температур

Рассмотрим задачу об упругопластическом деформировании ЛПО с неограниченной высотой заходки. Уравнение (6.6) и условие (6.7) в комбинации дают следующее уравнение:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r(1-\Lambda) - \bar{\Lambda}}{r} = 0. \quad (6.22)$$

Данное уравнение с граничными условиями (6.8) допускает точное аналитическое решение для напряжений для случая, когда  $\Lambda = \text{const}$ , а  $\bar{\Lambda}$  является произвольной функцией радиальной координаты  $r$ . Это решение имеет вид:

$$\sigma_r = r^{\Lambda-1} \int_a^r \frac{\bar{\Lambda}(\rho)}{\rho^\Lambda} d\rho, \quad (6.23)$$

где  $\rho$  — внутренняя переменная интегрирования, м.

В этом случае внешняя граница  $b$  ЛПО может быть найдена из интегрального уравнения:

$$P = b^{\Lambda-1} \int_a^b \frac{\bar{\Lambda}(\rho)}{\rho^\Lambda} d\rho. \quad (6.24)$$

Нетрудно видеть, что в случае  $\bar{\Lambda} = \text{const}$  из (6.24) получается известное решение Вялова (1.3).

Конкретный вид функции  $\bar{\Lambda}(r)$  от пространственной координаты  $r$  определяется функцией структурного сцепления  $c(r)$ , которая в свою очередь определяется двумя функциями — функцией  $c(T)$  от температуры и функцией  $T(r)$ . Реальный профиль температуры  $T(r)$  в ЛПО может сильно варьироваться в зависимости от стадии искусственного замораживания и размера ЛПО, а функция  $c(T)$  — от типа пород. В целом про функцию  $c(r)$  можно сказать то, что на границах ЛПО она принимает минимальное значение  $c_{min}$ , а в центральной области (вблизи контура замораживающих скважин) — максимальное значение  $c_{max}$ . При этом о характере ее изменения в других точках ЛПО заранее сказать ничего нельзя. С учетом такой неопределенности трудно провести анализ общих закономерностей изменения расчетной толщины ЛПО, вызванного неоднородностью его прочностных свойств.

Такой анализ возможен только при рассмотрении достаточно простых постановок задачи. В настоящей статье такой анализ проводится для ситуации, когда неоднородное распределение структурного сцепления задается в виде линейной аппроксимации между тремя точками, соответствующими внешней и внутренней границам ЛПО, а также контуру замораживающих скважин. Прочностные свойства замороженной породы в этих

крайних точках считаются известными, а соответствующие структурные сцепления равными  $c_{min}$  или  $c_{max}$ . В этом случае интеграл (6.24) представим в виде:

$$P = 2 \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) b^{\tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - 1} \int_a^b \frac{c_{max} + (c_{max} - c_{min}) \frac{|k - \rho|}{f(\gamma)(b-a)}}{\rho^{\tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}} d\rho, \quad (6.25)$$

$$f(\gamma) = \begin{cases} 1 - \gamma, & \rho < k \\ \gamma, & \rho > k \end{cases} \quad (6.26)$$

где  $k = a\gamma + b(1 - \gamma)$  — координата контура замораживающих скважин, м;  $\gamma$  — параметр, характеризующий положение контура замораживающих скважин в объеме ЛПО (он равен 0,5 в случае, когда контур скважин равноудален от границ ЛПО).

При проведении укрупненного анализа удобнее оперировать не минимальным  $c_{min}$  и максимальным  $c_{max}$  значениями структурного сцепления, а его средним значением  $c_{mean}$  и его максимальной вариацией  $\Delta_c$  в объеме замороженных пород:

$$c_{mean} = \frac{c_{min} + c_{max}}{2}, \quad (6.27)$$

$$\Delta_c = c_{max} - c_{min}. \quad (6.28)$$

Вообще говоря, выражение (6.27) для цилиндрического тела будет иметь смысл среднего по объему только в том случае, когда  $\gamma = 0,5$ . Во всех остальных случаях под ним следует понимать медиану. С учетом (6.27) — (6.28), интеграл (6.25) запишется в виде:

$$P = P_v + I\Delta_c, \quad (6.29)$$

$$I = 2 \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) b^{\tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - 1} \int_a^b \left[ \frac{1}{2} \frac{|k - \rho|}{f(\gamma)(b-a)} \right] \frac{d\rho}{\rho^{\tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}}. \quad (6.30)$$

где  $P_v$  — решение Вялова (т. е. если из (1.3) выразить давление  $P$ ).

Интеграл в правой части (6.30) может быть рассчитан аналитически, однако получаемое выражение оказывается очень громоздким и неудобным для анализа. Однако если предположить, что  $b < a$  и  $\gamma = 0,5$ , то можно разложить (6.30) в ряд Тейлора в окрестности точки  $b = a$  с удержанием первого ненулевого члена:

$$\begin{aligned} I &= -\frac{\Lambda(\Lambda + 1)}{96(\Lambda - 1)^3} \varepsilon^3 + O(\varepsilon^4) \approx \\ &\approx -\frac{\tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \left[ \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + 1 \right]}{96 \left[ \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - 1 \right]^3} \left[ \left(\frac{b}{a}\right)^{\Lambda - 1} - 1 \right]^3. \end{aligned} \quad (6.31)$$

После подстановки (6.31) в (6.29) и преобразования полученного выражения, получаются следующие выражения для  $b$  и  $\varepsilon$ :

$$P = \frac{\bar{\Lambda}_{mean}}{\Lambda - 1} \varepsilon - \frac{\Lambda(\Lambda + 1)}{96(\Lambda - 1)^3} \Delta_c \varepsilon^3, \quad (6.32)$$

$$b = a(1 + \varepsilon)^{\frac{1}{\Lambda - 1}}, \quad (6.33)$$

$$\bar{\Lambda}_{mean} = 2c_{mean} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \quad (6.34)$$

Кубическое уравнение (6.32) имеет три корня, но только один корень, не содержащий мнимой части. Однако у этого корня есть одно неудобное свойство: он стремится к бесконечности при  $\Delta_c \rightarrow 0$ . Для реальных мерзлых пород второе слагаемое справа в (6.32) обычно намного меньше первого, поэтому мы можем найти приближенное рекурсивное решение уравнения (6.32) в виде:

$$\varepsilon \approx \frac{P(\Lambda - 1)}{\bar{\Lambda}_{mean}} X_n, \quad X_i = 1 + \frac{\Lambda(\Lambda + 1)P^2 \Delta_c X_{i-1}^3}{96\bar{\Lambda}_{mean}^3}, \quad (6.35)$$

$$i = 1, \dots, n-1, \quad X_0 = 1.$$

Глубина рекурсии  $n$  в (6.35) может быть определена на основе желаемой точности решения.

Формулы (6.33) и (6.35) могут быть использованы для аппроксимации влияния неоднородности распределения структурного сцепления в объеме ЛПО на расчетную толщину ЛПО по условию прочности. Эти формулы получены с использованием следующих основных предположений: малость отношения  $b/a$ , кусочно-линейная функция сцепления  $c(r)$  по радиальной координате  $r$  с максимумом в точке, постоянный угол внутреннего трения  $\varphi$ . Более точный расчет эффекта неравномерности распределения сцепления в замороженной породе можно провести с помощью интегрального уравнения (6.24).

Результирующая формула для толщины ЛПО при глубине рекурсии  $n=l$  будет иметь вид [99]:

$$E = a \left[ 1 + \frac{P(\Lambda - 1)}{\bar{\Lambda}} \left( 1 + \frac{\Lambda(\Lambda + 1)P^2 \Delta_c}{96\bar{\Lambda}_{mean}^3} \right) \right]^{\frac{1}{\Lambda - 1}} - a. \quad (6.36)$$

Нетрудно видеть, что учет неоднородности сцепления, вызванного неоднородностью температуры, в (6.36), по сути, представляет собой использование формулы (1.3) с дополнительным множителем при внешней нагрузке  $P$ . Более того, данный множитель всегда больше единицы, а значит неоднородность сцепления (и поля температур) оказывает неблагоприятное влияние на несущую способность ЛПО.

## Комплексный анализ различных факторов

Проведенный анализ требуемых толщин ЛПО в условиях конечности высоты заходки и неравномерности поля температур, а также представленные в литературе сведения о влиянии НДС окружающих незамороженных пород на прочность ЛПО, позволяют определить единую формулу для расчета требуемой толщины ЛПО  $E$  с учетом неоднородности поля прочностных свойств в объеме ЛПО, деформирования окружающих незамороженных пород и конечной высоты заходки  $h$ :

$$E = a \left( 1 + \frac{P(\Lambda - 1)}{\bar{\Lambda}} K_h K_T K_u \right)^{\frac{1}{\Lambda - 1}} - a, \quad (6.37)$$

$$K_h = \frac{1}{1 + \xi \frac{(1 - \nu)a^2}{4h^2}}, \quad K_T = 1 + \frac{\Lambda(\Lambda + 1)P^2 \Delta_c}{96\bar{\Lambda}_{сред}^3}, \quad K_U = \frac{2 - \bar{\Upsilon}}{\Upsilon + 1}, \quad (6.38)$$

где  $\Lambda$  и  $\bar{\Lambda}$  — параметры критерия Мора-Кулона замороженной породы, записанного через главные напряжения;  $\Upsilon$  и  $\bar{\Upsilon}$  — параметры критерия Мора-Кулона незамороженной породы;  $a$  — внутренняя граница ЛПО, м;  $K_h$  — коэффициент, учитывающий конечность высоты заходки;  $K_T$  — коэффициент, учитывающий неоднородность поля температур;  $K_u$  — коэффициент, учитывающий НДС незамороженных пород;  $P$  — боковое давление, Па;  $\Delta_c = c_{max} - c_{min}$  — разница между максимальным и минимальным сцеплениями пород в объеме ЛПО, Па;  $\xi \geq 1$  — коэффициент, характеризующий влияние пластического течения.

При расчете требуемой толщины ЛПО по формуле (6.37) учет новых факторов можно производить независимо друг от друга. При невозможности или нецелесообразности учета какого-либо фактора, соответствующий коэффициент  $K_i$  может быть положен равным единице.

### 6.4. Практическое применение результатов исследования

Предложенные формулы (6.4) и (6.37) вошли в состав инструкции [46] и были применены на этапе разработки основных технических решений для проекта на замораживание горных пород при строительстве шахтных стволов Дарасинского рудника ОАО «Беларуськалий». В настоящем параграфе приводится некоторая информация о проведенных расчетах требуемых толщин ЛПО для условий одного из строящихся стволов этого рудника — ствола № 1 (скипового). Отметим, что

аналогичные исследования были проведены и для второго строящегося ствола — ствола № 2 (клетьевого).

Для определения физико-механических и теплофизических характеристик горных пород, присутствующих в расчетных формулах для толщины ЛПО, была отобрана серия образцов керна из гидрогеологической скважины 1в, контрольно-стволовой скважины 1к и гидронаблюдательной скважины 1гн, пробуренных на промплощадке строящегося рудника. Образцы керна горных пород из данных скважин выборочно испытывались в лабораторных условиях в ОАО «Белгорхимпром». В ходе лабораторных испытаний определялись структурное сцепление и угол внутреннего трения для различных пород в естественном (незамороженном) состоянии. Для пород из слоев, не подвергнутых испытаниям, в интервале глубин от 0 до 185 м в качестве сдвиговых характеристик (структурное сцепление и угол внутреннего трения) для расчета внешних нагрузок принимались характеристики испытанных пород из выше и ниже лежащих слоев аналогичных литологических разностей.

Физико-механические, гидравлические и теплофизические свойства замороженных горных пород определялись в Институте природопользования НАН республики Беларусь в результате выполнения комплекса лабораторных исследований кернового материала скважин №№ 1а, 1б, 1в, 1гн, 1к, 2к. Также исследовался химический состав подземных вод, поровых вод, водных вытяжек.

По результатам анализа гидрогеологических условий на промплощадке Дарасинского рудника с учетом прогнозных водопритоков в стволы, а также в соответствии с пунктом 101 «Правил по обеспечению промышленной безопасности при проходке горных выработок для строительства подземных сооружений» специалистами ОАО «Белгорхимпром» принято решение определить глубину бурения замораживающих скважин 185,0 м, а в интервале от 185,0 до 265,0 м проходку осуществлять без применения специального способа замораживания пород с водоотливом бадьями.

В результате исследования кернового материала геологической колонки скважины 1гн в разрезе ствола №1 выделено 46 слоев горных пород в интервале глубин 0,0–185,0 м (см. таблицу 6.19). Выявлено, что толща пород в интервале глубин 120,4–139,4 м (слои 28–36, таблица 6.19) требует повышенного внимания, поскольку представляет собой переслаивание песков глинистых, супесей и суглинков. Согласно данным лабораторных испытаний в мерзлом состоянии эти породы характеризуются повышенной ползучестью и, как следствие, способны вызвать большие величины

деформаций стенок ствола. Проходку ствола в данном интервале глубин следует выполнять малыми заходками высотой не более 3,8 м.

При расчете толщины ЛПО для проницаемых водонасыщенных пород горизонтальное (радиальное) давление определялось с учетом взвешивающего действия воды, в то время как для слабопроницаемых глинистых слоев — без учета взвешивающего действия воды. Максимальная величина полного горизонтального (радиального) давления на внешнюю стенку ЛПО в интервале замораживания пород 0,0–180,0 м составляет 1,91 МПа для слоя № 45 (глина аргиллитоподобная). Максимальное значение требуемой толщины ЛПО в интервалах замораживания пород 0,0–180,0 м составляет 2,82 м в слое № 36 (песок глинистый).

Таблица 6.19 — Расчетные значения минимально требуемой толщины ЛПО для ствола № 1

№	Литология	Интервал глубин, м	Минимально требуемая толщина ЛПО, м		
			По прочности	По ползучести	Итого
1	Песок	0,0-15,2	0,15	0,15	0,15
2	Суглинок	15,2-21,0	0,31	0,29	0,31
3	Песок	21,0-25,1	0,32	0,30	0,32
4	Суглинок тяжелый	25,1-27,4	0,41	0,39	0,41
5	Супесь	27,4-38,0	0,49	0,22	0,49
6	Суглинок	38,0-39,6	0,60	0,57	0,60
7	Супесь	39,6-44,4	0,58	0,63	0,63
8	Песок	44,4-49,6	0,62	0,78	0,78
9	Суглинок	49,6-58,2	0,86	0,83	0,86
10	Песок глинистый	58,2-62,2	0,72	0,76	0,76
11	Супесь	62,2-63,8	0,85	0,95	0,95
12	Песок глинистый	63,8-70,2	0,81	0,86	0,86
13	Суглинок	70,2-80,8	1,36	1,34	1,36
14	Супесь	80,8-82,2	1,11	1,26	1,26
15	Суглинок	82,2-83,0	1,39	1,38	1,39
16	Супесь с прослоями песка	83,0-88,1	0,87	1,36	1,36

17	Суглинок, переходящий в супесь	88,1-90,8	1,07	1,56	1,56
18	Супесь тяжелая	90,8-95,2	1,29	1,48	1,48
19	Мел писчий с песчано-глинистым материалом	95,2-97,0	1,15	0,91	1,15
20	Супесь тяжелая	97,0-102,0	1,38	1,60	1,60
21	Мел писчий	102,0-107,0	1,06	1,01	1,06
22	Песок глинистый	107,0-108,2	1,27	1,39	1,39
23	Супесь с включениями гальки и гравия	108,2-112,3	1,42	1,77	1,77
24	Песок серый с прослоями суглинка	112,3-115,3	1,41	1,76	1,76
25	Супесь	115,3-117,8	1,49	1,87	1,87
26	Песок	117,8-119,0	1,45	1,82	1,82
27	Супесь	119,0-120,4	1,52	1,91	1,91
28	Песок	120,4-122,0	1,10	2,41	2,41
29	Супесь	122,0-122,3	1,36	1,61	1,61
30	Песок	122,3-124,3	1,12	2,46	2,46
31	Суглинок	124,3-124,8	1,89	1,83	1,89
32	Песок	124,8-128,0	1,15	2,55	2,55
33	Суглинок с линзами песка	128,0-131,4	2,00	1,95	2,00
34	Песок глинистый с включениями гальки	131,4-136,5	1,23	2,75	2,75
35	Песок	136,5-137,4	1,24	2,77	2,77
36	Песок глинистый	137,4-139,4	1,26	2,82	2,82
37	Глина темно-серая с прослоями известняка и мергеля	139,4-145,8	0,49	0,17	0,49
38		145,8-152,0	0,36	0,53	0,53
39	Известняк	152,0-152,7	0,36	0,53	0,53
40	Глина темно-серая	152,7-155,0	0,95	1,45	1,45
41	Переслаивание глины и глины аргиллитоподобной	155,0-160,0	0,99	1,52	1,52



42	Глина аргиллитоподобная	160,0-164,5	1,24	1,59	1,59
43		164,5-171,6	1,32	1,70	1,70
44		171,6-176,4	1,37	1,77	1,77
45		176,4-180,0	1,41	1,82	1,82
46		180,0-185,0	1,80	2,12	2,12

Из анализа таблицы 6.19 следует интересный факт: в верхних слоях горных пород (слои 1–6) наибольшее значение толщины ЛПО достигается при расчете по предельно-допустимым напряжениям, в то время как для наиболее глубоких слоев горных пород (слои 38–46) — по предельно-допустимым деформациям. В целом по всему участку замораживания можно сказать, что формула (6.4) по предельно-допустимым деформациям дает наибольшее значение толщины ЛПО для большинства слоев горных пород.

### 6.5. Выводы по главе

В результате проведенных в главе исследований получены следующие основные результаты:

- Предложена новая схема расчета НДС ЛПО, учитывающая незамороженные породы вокруг ЛПО, частично замороженный породный массив под дном заходки и неполное защемление верхнего торца ледопородного цилиндра.
- Проведено численное моделирование НДС в ЛПО в вязкоупругой постановке для случая неоднородного, динамически меняющегося распределения температуры. Определены численные зависимости толщины ЛПО по условию ползучести от вертикального давления вышележащих горных пород для различных высот заходов и различных способов задания изотерм границ ЛПО. Рассмотрено четыре слоя пород для условий промплощадки Дарасинского рудника — супесь, алевроит, мел и глина. Проведен сравнительный анализ расчетных толщин ЛПО между собой, а также с результатами расчета по упрощенной аналитической формуле С.С. Вялова. Показано наличие существенных расхождений между формулой и численными расчетами. Также получено, что требуемая толщина ЛПО по изотермам  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  в среднем всего на 10 % меньше толщины ЛПО, определенной по средней температуре  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- На основании анализа расхождений предложено две модификации формулы Вялова для расчета требуемой толщины ЛПО по условию предельных

деформаций (ползучести). Первый вариант требует определения одной материальной константы и может быть использован для экспресс-оценки проектируемой толщины ЛПО с погрешностью не более 20 % для высоты заходки, равной 5 м, и погрешностью, не превышающей 22 % для величины заходки, равной 15 м. Второй вариант предполагает определение материальной функции и описывает зависимость изменения толщины ЛПО от нагрузки как качественно, так и количественно.

- Проведено численное моделирование НДС в ЛПО в упругопластической постановке для случая неоднородного, динамически меняющегося распределения температуры, четырех слоев пород и двух высот заходки. Определены зоны возникновения пластических деформаций. Определено, что при толщинах ЛПО, вычисленных по условию ползучести, предельное состояние равновесия наступает только для слоя алевролита в замковой плоскости ЛПО при нагрузке, соответствующей глубине залегания слоя, и, превышающей ее на 25 %. Во всех остальных рассмотренных случаях (глина, мел и супесь) появления пластических деформаций по всей толщине ЛПО не наблюдалось.
- Рассмотрена упрощенная постановка задачи об упругопластическом деформировании ЛПО. Предложена модификация формулы Вялова для расчета толщины ЛПО по условию прочности, учитывающая неоднородность распределения прочностных свойств, вызванную неоднородностью поля температур, конечность высоты заходки, влияние НДС незамороженных пород, окружающих ЛПО. Для четырех слоев пород (супесь, алевролит, мел и глина) и принятых на Дарасинском руднике технологических параметров проходки стволов определена критическая высота заходки, начиная с которой уместно использовать расчетную схему с неограниченной высотой заходки, предложенную Вяловым. Ее значение составило 10 м.
- Описан пример практического применения полученных в работе формул для разработки основных технических решений для проекта на замораживание горных пород при строительстве шахтных стволов Дарасинского рудника ОАО «Беларуськалий». Дана информация о предложенных технических рекомендациях для проекта на замораживание горных пород при строительстве шахтных стволов рудника, о рассчитанных минимально требуемых толщинах ледопородного ограждения для ствола №1 во всем интервале замораживания горных пород.

## **7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МОНИТОРИНГ СОСТОЯНИЯ ЛЕДОПОРОДНОГО ОГРАЖДЕНИЯ ПРИ ПРОХОДКЕ ШАХТНЫХ СТВолов КАЛИЙНЫХ РУДНИКОВ**

Ранее в главах 2 – 6 рассматривались вопросы, связанные с проектированием систем искусственного замораживания. В этой главе рассматриваются вопросы, связанные с проектированием систем мониторинга и контроля состояния замороженного массива. Как отмечалось ранее в главе 1, контроль за состоянием ЛПО является необходимым мероприятием при строительстве стволов с применением способа искусственного замораживания.

Ряд вопросов, связанных с контролем состояния ЛПО, является на сегодняшний день недостаточно проработанным. К ним относятся вопросы выбора мест расположения и количества контрольно-термических (КТ) скважин в условиях комплексного мониторинга с применением локальных и интегральных методов, интерпретации поля температур в породном массиве по несовместным данным измерений в КТ скважинах и показаний датчиков системы замораживания. Под КТ скважинами в данном случае понимаются скважины, которые в общем случае могут служить для выполнения мониторинговых исследований одного из множества различных параметров: температуры массива, уровня подземных вод, акустических и электропроводимых свойства массив и пр. Помимо этого, здесь будет рассмотрен вопрос погрешности показаний КТ скважин по причине естественной конвекции рассола в условиях вертикального градиента температуры.

### **7.1. Интерпретация поля температур в массиве по данным мониторинга**

#### **Параметризация математической модели**

Теплофизическая (или термодинамическая) модель породного массива содержит ряд теплофизических параметров, значения которых необходимо задать для получения какого-либо численного решения. Как правило, определение теплофизических параметров пород осуществляется в лабораторных условиях из анализа образцов керна, извлекаемых из геологоразведочных скважин. В ходе анализа определяются теплопроводности, плотности, удельные теплоемкости пород в замороженном и талом (охлажденном) состояниях, а также температуры начала замерзания поровой воды и начала плавления льда в порах.

По данным предыдущих исследований автора, определенные таким образом теплофизические параметры исследуемых пород не всегда имеют достаточную для модели точность. Это связано как с недостаточностью образцов керна для получения

статистически значимых результатов лабораторных исследований, так и с несовершенством экспериментальных методик определения теплофизических свойств. Особенно сильно это касается определения теплопроводностей породного массива. По нашим данным, относительная погрешность в определении теплопроводностей может превышать 30 %. В конечном счете это приводит к существенным погрешностям при математическом прогнозировании искусственного замораживания породного массива. Рассогласования температур в КТ скважинах могут превышать несколько градусов.

Таким образом, корректное использование теплофизических моделей породного массива для прогнозирования его искусственного замораживания при строительстве подземных сооружений возможно только при условии проведения калибровки параметров в таких моделях по дополнительным данным. В качестве таких дополнительных данных могут выступать измеренные температуры по глубине КТ скважин.

### **Постановка коэффициентной обратной задачи**

Калибровка теплофизических параметров модели породного массива по данным КТ скважин представляет собой решение обратной задачи Стефана (ОЗС). Для формулировки ОЗС необходимо переопределить прямую задачу посредством введения заданных измеренных температур  $T_i^{(c)}(t)$  в месте расположения  $(r_i, \varphi_i)$  каждой КТ скважины №  $i$ .

$$T(t, r, \varphi) = T_i^{(c)}(t), \quad i = 1, \dots, N_C. \quad (7.1)$$

Здесь  $N_C$  — количество КТ скважин.

Таким образом, решение ОЗС в данном случае состоит в определении поля температур  $T(t, r, \varphi)$  и значений теплофизических свойств массива  $p_j$  ( $j = 1, \dots, N_P$ ), удовлетворяющих системе уравнений прямой задачи (2.2) – (2.4), (2.6) – (2.9) и условию (7.1). Здесь  $N_P$  — количество калибруемых теплофизических свойств.

### **Алгоритм решения коэффициентной обратной задачи**

Численное решение поставленной коэффициентной ОЗС осуществляется с помощью метода регуляризации А.Н. Тихонова [114]. Вводится регуляризирующий функционал вида:

$$\Omega = \sqrt{\frac{1}{N_P} \sum_{j=1}^{N_P} \left( \frac{p_j - p_j^*}{p_j^*} \right)^2}, \quad (7.2)$$

где  $p_j^*$  — фиксированные значения теплофизических свойств породного массива. Условие минимума функционала  $\Omega$  говорит о том, что откалиброванные теплофизические свойства породного массива  $p_j$ , являющиеся решением ОЗС, должны как можно меньше отличаться от значений  $p_j^*$ , по которыми в этом случае можно понимать наиболее вероятные или типовые значения теплофизических свойств рассматриваемого слоя пород.

Решение ОЗС сводится к минимизации сглаживающего функционала, имеющего вид:

$$I = E(T, T_i^{(c)}) + \alpha \Omega = \sqrt{\frac{1}{N_C} \frac{1}{\Delta T^2} \sum_{i=1}^{N_C} (T_i - T_i^{(c)})^2} + \alpha \Omega, \quad (7.3)$$

где  $E(T, T_i^{(c)})$  — функционал рассогласований температуры,  $\alpha$  — скалярный безразмерный параметр,  $\Delta T$  — характерная разница температур в рассматриваемой задаче, °С. В качестве  $\Delta T$  может быть взята разница между начальной температурой породного массива и температурой хладоносителя, циркулирующего в замораживающих колонках.

Оба слагаемых в функционале  $I$  являются безразмерными: именно с целью обезразмеривания в (7.3) введена характерная температура  $\Delta T$ . Первое слагаемое в функционале  $I$  по смыслу представляет собой относительную среднеквадратическую ошибку модельного предсказания температур в местах расположения КТ скважин.

При поиске минимума функционала  $I$  используется принцип итерационной минимизации, согласно которому производится последовательное уточнение решения в соответствии со следующей формулой:

$$p_j^{(k+1)} = p_j^{(k)} + \Delta p_j^{(k)}, \quad (7.4)$$

где  $k$  — номер итерации,  $\Delta p_j^{(k)}$  — поправка для  $j$ -го калибруемого параметра задачи, обеспечивающая убывание целевого функционала  $I$ . Расчет поправки  $\Delta p_j^k$  осуществляется на базе модифицированного метода градиентного спуска. Следует отметить, что использование метода градиентного спуска, а не метода Н.Л. Гольдман, связано с тем, что последний оказывается менее эффективным применительно к задаче формирования ЛПО [41].

Алгоритм минимизации функционала с использованием модифицированного метода градиентного спуска представлен ниже:

1. Определение параметров минимизации  $p_j$ , их начальных значений  $p_j^{(0)}$ , максимального количества итераций алгоритма  $N_{Iter}$ , фиксированных значений теплофизических свойств пород  $p_j^*$ , начального значения параметра  $\omega$ , который определяет скорость градиентного спуска.
2. Начало итерации №  $k$ . Решение прямой задачи Стефана при текущих значениях теплофизических свойств породного массива  $p_j^{(k)}$ . Расчет текущего значения сглаживающего функционала  $I^{(k)}$  и ошибки  $E^{(k)}(T, T_i^{(c)})$ . Если текущее значение ошибки  $E^{(k)}(T, T_i^{(c)})$  ниже некоторой заданной допустимой ошибки  $1 \gg \varepsilon > 0$ , завершение работы алгоритма; иначе — переход к следующей итерации.
3. Расчет частных производных сглаживающего функционала  $I^{(k)}$  по параметрам калибровки  $p_j^{(k)}$  с использованием конечно-разностных формул:

$$\frac{\Delta I}{\Delta p_j}(p_j^{(k)}) = \frac{I(p_j^{(k)} + \beta \cdot \delta p_j \cdot p_j^{(k)}) - I(p_j^{(k)})}{\beta \cdot \delta p_j \cdot p_j^{(k)}}. \quad (7.5)$$

Здесь  $\beta$  — параметр, принимающий значения +1 или -1,  $\delta p_j$  — относительная вариация параметра  $p_j^{(k)}$ , имеющая порядок не выше  $10^{-2}$ .

В случае, если частная производная (7.5) по параметру  $p_j^{(k)}$  больше нуля (т.е. изменение параметра  $p_j^{(k)}$  на величину  $\beta \cdot \delta p_j \cdot p_j^{(k)}$  влечет за собой увеличение минимизируемого функционала), необходимо изменить знак  $\beta$  и пересчитать производную (7.5). В случае, если частная производная (7.5) по параметру  $p_j^{(k)}$  снова больше нуля, частная производная (7.5) принимается равной нулю (достигнут локальный экстремум по переменной минимизации  $p_j^{(k)}$ ).

4. После определения всех частных производных производится вычисление величины:

$$D = \sum_{j=1}^{N_p} \left| \frac{\Delta I}{\Delta p_j}(p_j^{(k)}) \right|, \quad (7.6)$$

и с ее помощью рассчитываются поправки для каждого  $j$ -го калибруемого параметра задачи:

$$G^{(k)} = -\omega \frac{I(p_j^{(k)})}{D} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta p_j}(p_j^{(k)}), \quad (7.7)$$

$$\Delta p_j^{(k)} = (1 - \mu) G^{(k)} + \mu G^{(k-1)}, \quad (7.8)$$

$$p_j^{(k+1)} = p_j^{(k)} + \Delta p_j^{(k)}. \quad (7.9)$$

Здесь  $\mu \in [0; 1)$  — фактор предыстории;  $G^{(k)}$  — рассчитанное значение поправки на итерации №  $k$ ;

5. Завершение итерации №  $k$ . Переход на новую итерацию — возврат к шагу 2.

По сути, предложенный выше алгоритм является методом градиентного спуска, в котором специфическим образом выбирается скорость градиентного спуска:

$$\hat{\lambda} = -\omega \frac{I(p_j^{(k)})}{D} \quad (7.10)$$

и дополнительно вводится фактор предыстории.

### Численное моделирование

Алгоритм решения прямой задачи Стефана реализован численно на полярной сетке с использованием метода конечных разностей. В качестве начала координат принимался центр кругового контура замораживающих колонок. Для обеспечения требуемой высокой детализации сетки вблизи замораживающих колонок было решено использовать составную сетку из нескольких кольцевидных блоков (см. рисунок 7.1а). Внутри каждого блока задавалась неоднородная по радиальной координате и однородная по угловой координате полярная сетка. Выбор густоты сетки, размера ячеек вблизи замораживающих колонок, а также удаленности внешней границы расчетной области  $\Omega_{\text{уд}}$  от контура замораживающих колонок осуществлялся на этапе предварительного моделирования исходя из условия независимости получаемого численного решения от способа дискретизации расчетной области.

Для дискретизации уравнений использовались явная схема Эйлера по времени первого порядка точности и центральная схема по пространству второго порядка точности. Шаг по времени определялся из условия Куранта-Фридрихса-Леви для уравнения тепловой диффузии:

$$\Delta t < \frac{1}{2 \cdot \max_{i,j} \left( \frac{1}{\Delta r_i^2} + \frac{1}{r_i^2 \Delta \varphi_j^2} \right) \cdot \max \left( \frac{\lambda_{lq}}{\rho_{lq} c_{lq}}; \frac{\lambda_{sd}}{\rho_{sd} c_{sd}} \right)}, \quad (7.11)$$

где  $\Delta r_i$  — шаг по радиальной координате, м;  $\Delta \varphi_j$  — шаг по угловой координате, рад;  $r_i$  — радиальная координата узла №  $i$ , м; индекс  $i$  нумерует узлы по радиальной координате, индекс  $j$  — по угловой координате.

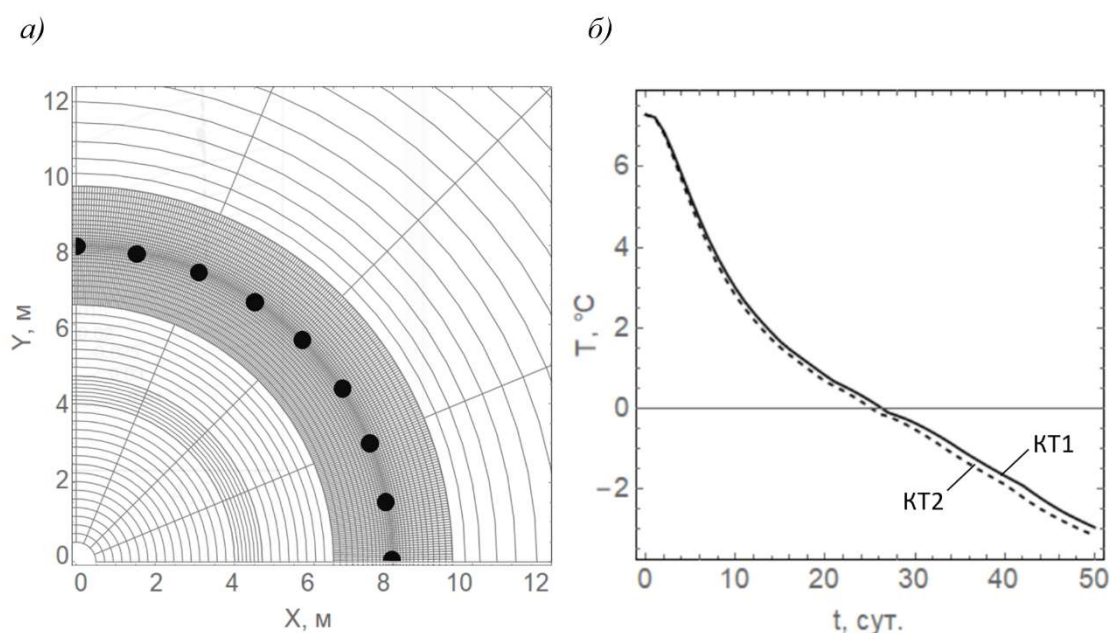


Рисунок 7.1 — Конечно-разностная полярная сетка (а) и временные диаграммы температуры на КТ скважинах (б)

Геометрические параметры расчетной области и теплофизические свойства исследуемого модельного слоя песка представлены соответственно в таблицах 7.1 и 7.2. Теплофизические свойства соответствуют слою песка, залегающему в интервале глубин 0-14,7 м, в условиях промплощадки калийного рудника Петриковского ГОКа, расположенного в республике Беларусь.

Таблица 7.1 — Геометрические параметры расчетной области

Параметр	Значение
Внешний радиус замораживающей колонки, м	0,073
Радиус контура замораживающих колонок, м	8
Количество замораживающих колонок	40
Радиус внешней границы расчетной области, м	40

Таблица 7.2 — Теплофизические свойства обводненного слоя песка

Параметр	Значение
Теплопроводность в зоне льда, Вт/(м·°С)	3,79
Теплопроводность в зоне охлаждения, Вт/(м·°С)	2,46



Теплоемкость в зоне льда, Дж/(кг·°С)	910
Теплоемкость в зоне охлаждения, Дж/(кг·°С)	1266
Начальная температура массива, °С	7,3
Температура ликвидуса (начала замерзания воды в порах) , °С	-0,05
Температура солидуса (начала плавления льда в порах) , °С	-3,05
Плотность, кг/м <sup>3</sup>	2640
Начальное влагосодержание, кг/кг	0,127
Удельная теплота кристаллизации воды, Дж/кг	330 000

В модели принималось, что в слое породного массива пройдены две вертикальные КТ скважины. Первая скважина имеет декартовы координаты  $(8м; 4м)$ , а вторая —  $(-8м; -4м)$ . Центр декартовой системы координат находится также в центре кругового контура замораживающих колонок. Две выбранные КТ скважины находятся диаметрально противоположно по отношению друг к другу. Выбор количества и мест расположения модельных КТ скважин отличается от реальных условий, которые имели место при строительстве стволов на промплощадке рассматриваемого рудника. Это сделано, прежде всего, для удобства анализа решения обратной задачи.

Для численного решения ОЗС необходимо было задаться временными диаграммами температуры на КТ скважинах. Для первой скважины временная диаграмма температуры получена в результате решения прямой задачи Стефана для параметров задачи, представленных в таблице 7.2. Для второй скважины параметры задачи также брались из таблицы 7.2, за исключением теплопроводностей  $\lambda_{lq}, \lambda_{sd}$ , которые взяты на 7 % выше, чем представленные в таблице 7.2 значения. Это сделано для того, чтобы учесть возможную несовместность показаний различных КТ скважин, которая чаще всего имеет место на практике. Несовместность может быть связана как с погрешностью измерительной аппаратуры, так и с неучтенными в модели отклонениями положений скважин от проектных значений, неоднородностью и анизотропией свойств реального породного массива.

На рисунке 7.1б представлены временные диаграммы температуры, рассчитанные для обеих КТ скважин. Разница температур обусловлена отличием в значениях теплопроводностей. Данные диаграммы в дальнейшем использовались для численного решения коэффициентной ОЗС.

Алгоритм решения ОЗС также реализован численно на языке C# в среде Microsoft Visual Studio. Принималось, что неизвестными параметрами, подлежащими

определению в ходе решения ОЗС, являются теплопроводности породного массива в зонах льда и охлаждения.

На рисунке 7.2 представлены рассчитанные изолинии сглаживающего функционала (7.3) в фазовом пространстве теплопроводностей для времен моделирования 15 и 50 суток, величины  $\alpha = 0,05$ , параметров  $\delta p_i = 0,05$ ,  $\mu = 0,3$  и  $\omega = 3$ .

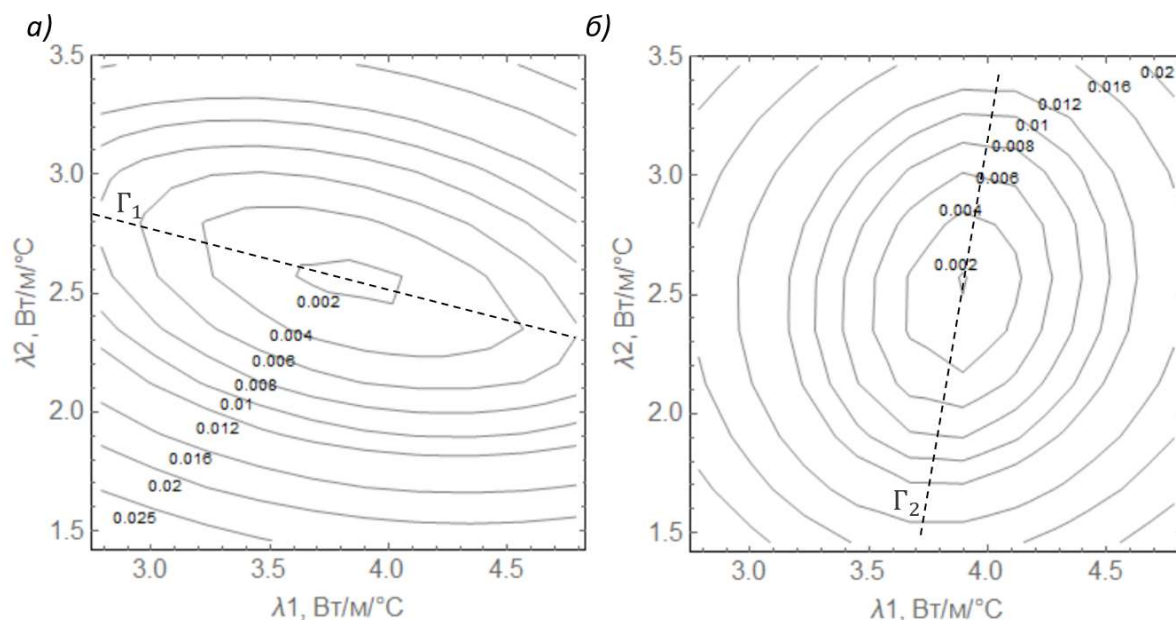


Рисунок 7.2 — Сглаживающий функционал в фазовом пространстве теплопроводностей породного массива

Из рисунка 7.2 видно, что функционал в данном случае имеет единственный минимум. Форма функционала меняется с течением времени. Если на ранних стадиях замораживания (когда зона льда еще не достигла КТ скважин) функционал имеет вытянутую форму вдоль достаточно пологой оси  $\Gamma_1$ , то при большем времени замораживания функционал вытянут вдоль оси  $\Gamma_2$ , наклоненной значительно сильнее и практически параллельной оси  $Oy$ . Физически это означает, что на начальном временном отрезке (менее 30 суток) решение в большей степени зависит от теплопроводности в зоне охлаждения, в то время как при длительных временах замораживания (в данном случае — более 30 суток) — от теплопроводности в зоне льда. В обоих случаях в точке минимума функционал (7.3) не обращается в нуль — его минимальное значение равно около 0,002. Это связано с несовместностью показаний КТ скважин.

На рисунке 7.3 представлены кривые изменения теплопроводностей породного массива в процессе выполнения итерационной процедуры, описанной выше. Рассмотрен случай  $\alpha = 0,05$  и два начальных отклонения теплопроводностей породного массива от истинных значений из таблицы 7.2. Первое начальное отклонение ( $H_1$ ) — обе

теплопроводности увеличены на 20 %, второе начальное отклонение ( $H_2$ ) — теплопроводность в зоне льда уменьшена на 20 %, а теплопроводность в зоне охлаждения уменьшена на 60 %. Для каждого из начальных отклонений представлены контурные линии сглаживающего функционала (7.3). Количество итераций в обоих случаях равно 15, время моделирования — 30 суток, в качестве  $p_j^*$  принимались начальные значения теплопроводностей (точки  $H_1$  и  $H_2$  соответственно).

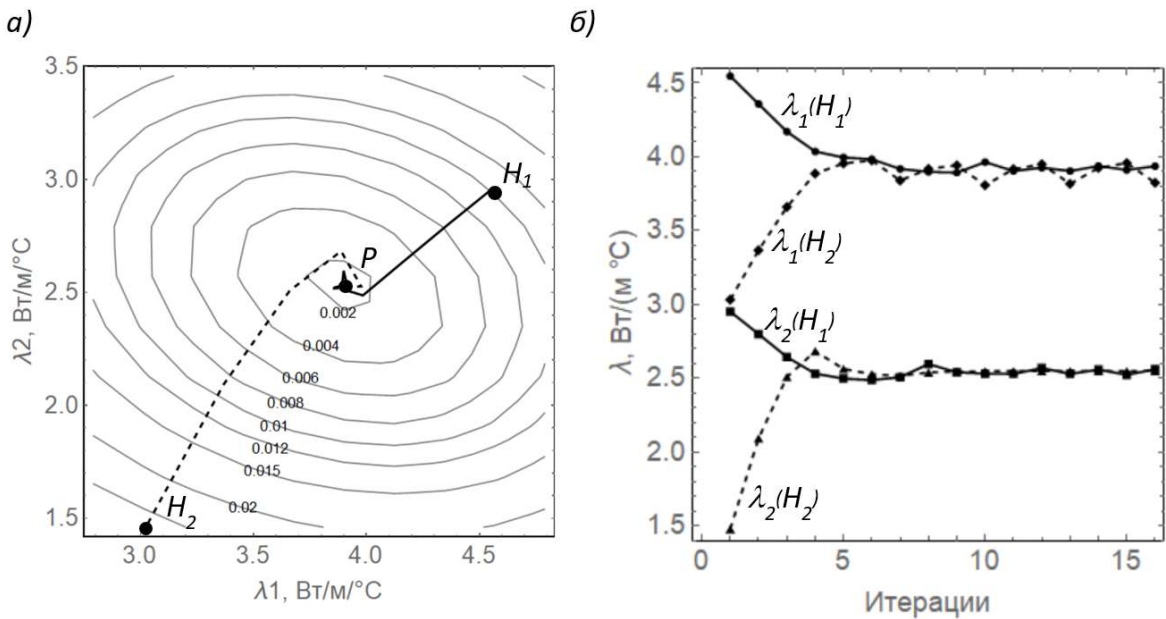


Рисунок 7.3 — Итерационная процедура решения обратной задачи Стефана: кривые поиска минимума функционала в фазовом пространстве теплопроводностей (а), динамика теплопроводностей породного массива в процессе итерационной процедуры

Из рисунка 7.3а видно, что в обоих случаях в результате итерационной процедуры полученное решение (точка Р) совпадает с минимумами функционалов. Для кривой поиска минимума, проложенной от точки  $H_2$ , можно видеть, что вблизи минимума присутствует колебательный процесс решения в окрестности минимума (см. рисунок 7.3б), особенно ярко проявляющийся для теплопроводности  $\lambda_1$ . Колебания могут быть устранены надлежащим выбором фактора предыстории  $\mu$ .

Более сложная ситуация возникает в случае, когда к параметрам оптимизации добавляется влажность массива  $w$ . В этом случае минимум функционала (7.3) может достигаться не в одной точке, а на множестве точек вдоль некоторой линии  $\Gamma_m$  в фазовом пространстве оптимизируемых параметров. Это может приводить к тому, что получаемое решение обратной задачи будет сильно зависеть от начальных условий и от выбранного метода минимизации функционала (см. рисунок 7.4а). При надлежащем выборе параметра  $\alpha$  в (7.3) можно добиться появления ярко выраженного единственного

минимума функционала и единственного решения обратной задачи (см. рисунок 7.4б). В определенном диапазоне параметров  $\alpha$  — когда второе слагаемое в (7.3) не будет оказывать доминирующего влияния на величину сглаживающего функционала — данный минимум будет устойчив относительно малых вариаций  $\alpha$ .

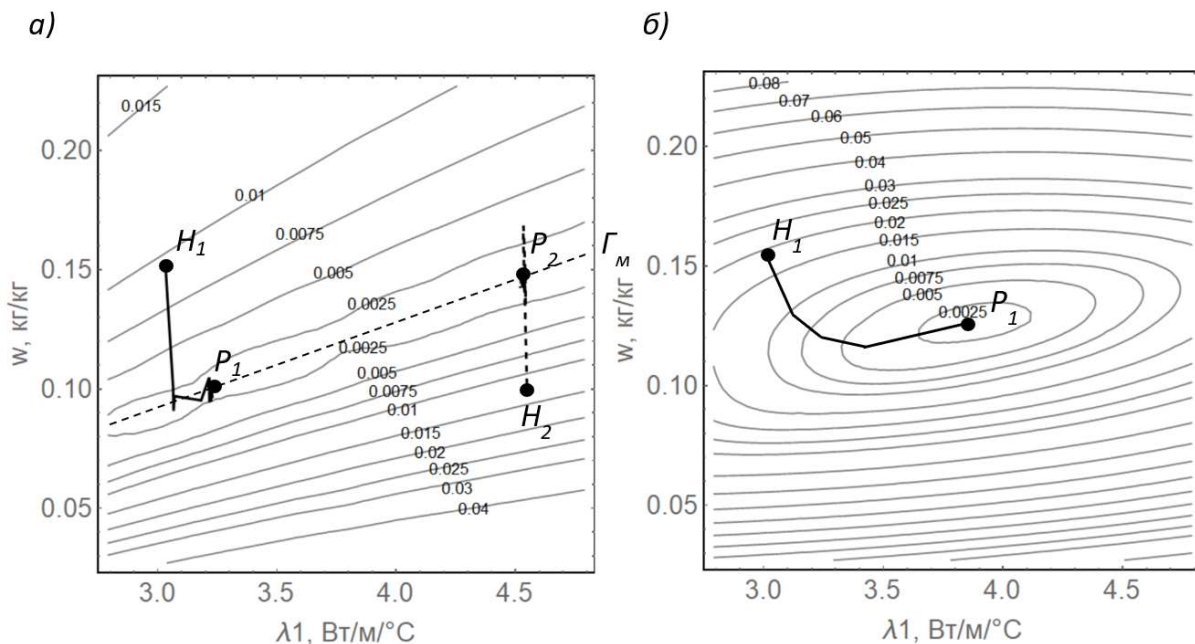


Рисунок 7.4 — Кривые поиска минимума функционала в фазовом пространстве калибруемых параметров: теплопроводности в зоне льда и влагосодержания породного массива:  $\alpha = 0$  (а) и  $\alpha = 0,1$  (б)

Однако положение минимума сглаживающего функционала в любом случае будет сильно зависеть от выбранных значений  $p_j^*$ , т.к. в данном случае мы дополнительно требуем, чтобы получаемое решение находилось как можно ближе к значениям  $p_j^*$ . По этой причине требуется особенно тщательно подходить к выбору значений  $p_j^*$ . Наиболее разумным решением здесь является принятие в качестве  $p_j^*$  типовых значений теплофизических свойств рассматриваемого слоя породного массива — в этом случае получаемое решение не будет зависеть от начальных параметров задачи  $p_j^{(0)}$ .

## 7.2. Определение мест расположения контрольно-термических скважин

Рассмотрим вопрос выбора мест расположения КТ скважин исходя из критерия наиболее быстрой и достоверной калибровки теплофизических свойств замораживаемого породного массива по измеренным температурам в КТ скважинах. Для решения этого вопроса в работе проведено теоретическое исследование

чувствительности поля температур, получаемого в результате решения прямой задачи Стефана, к вариации теплофизических свойств породного массива. Исходя из определенных зон наибольшей чувствительности решения сделано заключение о выборе мест расположения КТ скважин. Полученные выводы подкрепляются данными численного решения ОЗС.

Для исследования чувствительности поля температур в замораживаемом породном массиве к вариации его теплофизических свойств использовалась сформулированная выше прямая задача Стефана. В качестве варьируемых параметров выбраны теплопроводности пород в зонах льда и охлаждения, а также влажность пород. В работе подробно рассмотрены результаты исследований для слоя мела в условиях строящихся стволов калийного рудника Петриковского ГОКа. Аналогичные исследования проводились для слоя песчаника, но поскольку они принципиально не отличаются от случая мела, здесь они не приводятся. Основные теплофизические свойства мела, определенные в ходе инженерно-геологических изысканий, сведены в таблицу 7.3. Прочие параметры задачи приведены в таблице 7.4.

Таблица 7.3 — Теплофизические свойства обводненного слоя мела

Свойство	Значение	Свойство	Значение
$\lambda_{sd}$ , Вт/(м·°С)	2,18	$w$ , кг/кг	0,32
$\lambda_{lq}$ , Вт/(м·°С)	1.31	$T_{sd}$ , °С	-1
$\rho_{sd}$ , кг/м <sup>3</sup>	1771	$T_{lq}$ , °С	0
$\rho_{lq}$ , кг/м <sup>3</sup>	1816	$L$ , Дж/кг	330000
$c_{sd}$ , Дж/(кг·°С)	1126	$T_0$ , °С	6,5
$c_{lq}$ , Дж/(кг·°С)	1767		

Таблица 7.4 — Геометрические и физические параметры задачи

Параметр	Значение
Радиус кругового сектора (расчетной области), м	16,25
Расстояния от центра кругового сектора до центра замораживающей колонки, м	8,25
Радиус замораживающей колонки, м	0,073
Угол между ограничивающими сектор радиусами, °	8,78

$t_{end}, \text{с}$	$3 \cdot 10^7$
---------------------	----------------

Температура на границах замораживающих колонок задается в виде временной функции, представленной на рисунке 7.5. Данная функция соответствует реальной временной динамике температуры рассола, циркулировавшего в замораживающих колонках при строительстве стволов калийного рудника Петриковского ГОКа.

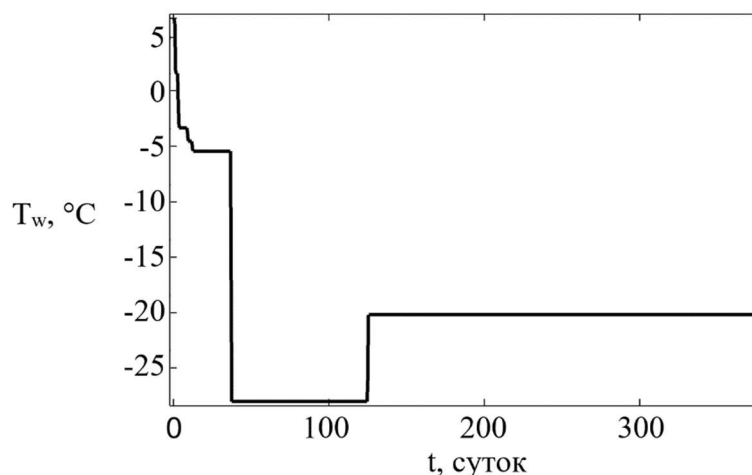


Рисунок 7.5 — Временная динамика температуры на границах породного массива с замораживающими колонками

Прежде всего исследовано относительное влияние вариаций теплофизических свойств породного массива на поле температуры при различных удалениях от контура замораживания — 1 м, 3 м и 5 м. На соответствующих удалениях от контура замораживания вдоль оси X установлены модельные контрольно-термические скважины КТ<sub>1</sub>, КТ<sub>2</sub> и КТ<sub>3</sub>. Рассмотрено два модельных времени:

- время окончания фазы активного замораживания и достижения требуемой по проекту толщины ЛПО: 110,4 суток ( $9,54 \cdot 10^6$  с),
- время окончания фазы пассивного замораживания: 347,2 суток ( $3 \cdot 10^7$  с).

Рассчитаны усредненные по времени квадратичные отклонения  $E$  температур породного массива в скважинах КТ<sub>*i*</sub> в результате относительного увеличения каждого из трех исследуемых теплофизических параметров  $p_k$  на 50 %:

$$E(KT_i, t_j, p_k) = \int_{t_0}^{t_j} [T(x_i, y_i, t; p'_k) - T(x_i, y_i, t; p_k)]^2 dt, \quad (7.12)$$

$$p'_k = 1,5 \cdot p_k$$

$$(i = 1, 2, 3; j = 1, 2; k = 1, 2, 3),$$

где  $t_j$  — рассматриваемые времена моделирования, с;  $t_0 = 3$  суток — момент времени, при котором начинается замораживание (т.е. когда температура замораживающего рассола становится отрицательной).

Значения функционала  $E$  представлены в таблицах 7.5 и 7.6.

Таблица 7.5 — Значения  $E$  для времени моделирования 110,4 сут.

Контрольно-термическая скважина	$p_1(\lambda_{sd})$	$p_2(\lambda_{lq})$	$p_3(w)$
$KT_1$	12870,3	374,5	1218,0
$KT_2$	50,5	623,7	13,4
$KT_3$	0,8	122,2	0,3

Таблица 7.6 — Значения  $E$  для времени моделирования 347,2 сут.

Контрольно-термическая скважина	$p_1(\lambda_{sd})$	$p_2(\lambda_{lq})$	$p_3(w)$
$KT_1$	43917,9	710,6	37384,6
$KT_2$	3675,0	1578,3	1536,9
$KT_3$	584,6	1328,3	219,6

В ближайшей к контуру замораживания скважине  $KT_1$  теплопроводность  $\lambda_{sd}$  оказывает наиболее сильное влияние на поле температур в массиве (об этом свидетельствует наибольшее значение функционала  $E$ ), а теплопроводность  $\lambda_{lq}$  — наиболее слабое. Если в момент времени 110,4 суток влияние влажности  $w$  на решение на порядок ниже, чем влияние теплопроводности  $\lambda_{sd}$ , то в момент времени 347,2 суток ситуация меняется и влажность начинает влиять на решение сопоставимо с теплопроводностью в зоне льда.

В более удаленных от контура скважинах  $KT_2$  и  $KT_3$  для времени 110,4 суток влияние теплопроводности  $\lambda_{lq}$  существенно превосходит влияние остальных двух параметров. Для времени 347,2 суток в средней скважине  $KT_2$  доминирующее влияние на решение по-прежнему оказывает теплопроводность  $\lambda_{sd}$ , но для более дальней скважины  $KT_3$  влияние  $\lambda_{sd}$  на поле температур примерно в 2,5 раза ниже, чем для  $\lambda_{lq}$ .

Возмущение влажности  $w$  оказывает промежуточное влияние на поле температуры независимо от продолжительности наблюдений — значения функционала  $E$  для

вариации параметра  $w$  меньше, чем соответствующие значения либо для вариации  $\lambda_{sd}$ , либо для вариации  $\lambda_{lq}$ . Характер изменения влияния возмущения влажности  $w$  на поле температуры с увеличением расстояния скважины от контура замораживания и увеличением продолжительности наблюдений качественно совпадает с изменением влияния теплопроводности  $\lambda_{sd}$ . По этой причине далее рассматривались вариации только двух теплофизических параметров породного массива — теплопроводностей  $\lambda_{sd}$  и  $\lambda_{lq}$ .

На следующем этапе работы определялись распределения чувствительности поля температур при вариации каждого из рассматриваемых теплофизических параметров породного массива. В качестве меры чувствительности принимался следующий скалярный критерий:

$$\Phi(x, y, t) = -\ln \left[ \frac{1}{(t-t_0)} \int_{t_0}^t \left( \frac{\partial T(x, y, \tau)}{\partial p_i} \right)^2 d\tau \right], \quad (7.13)$$

$$i = 1, 2, 3.$$

Здесь  $\tau$  — время, используемое как внутренняя переменная интегрирования, с.

Критерий  $\Phi$  по форме аналогичен известному в литературе D-критерию оптимальности экспериментального плана, используемому при планировании экспериментов и анализе получаемых в результате статистических данных [37].

Оптимальные местоположения КТ скважин в расчетной области ищутся по критерию наибольшей чувствительности решения к вариации теплофизических свойств массива. Для этого решается задача поиска минимума критерия  $\Phi$  с помощью метода сопряженных градиентов. Расчет частных производных температуры  $\partial T / \partial p_i$  выполняется численно с использованием метода конечных элементов. Численные расчеты для определения распределения критерия  $\Phi$  при вариациях каждого из трех рассматриваемых теплофизических свойств выполнялись для ранее рассмотренного слоя мела. На рисунке 7.6 представлены распределения критерия  $\Phi$  в расчетной области  $\Omega$  для теплопроводности в зоне охлаждения при различных временах  $t$  моделирования. В качестве конечных времен  $t$  моделирования рассмотрены моменты времени:

- до смыкания отдельных ледопородных цилиндров,  $t = 25$  суток,
- смыкание ледопородных цилиндров,  $t = 50$  суток,
- достижение проектной толщины ЛПО  $t = 110,4$  суток,
- окончание пассивного замораживания:  $t = 347,2$  суток.

Из рисунка 7.6 видно, что критерий  $\Phi$  достигает своих максимальных значений в зоне охлаждения. Критерий  $\Phi$  является гладкой функцией, без резких перепадов и скачков.



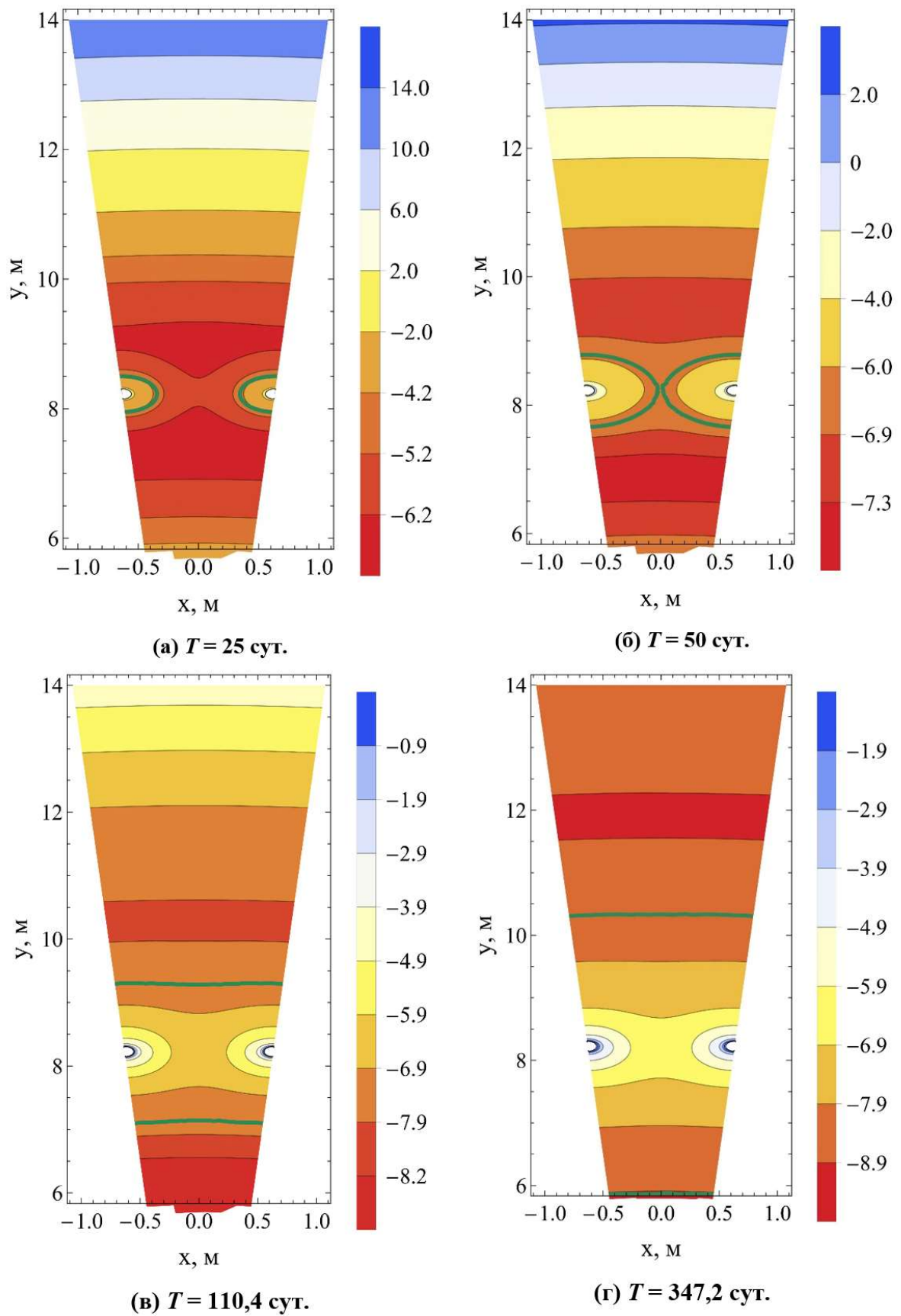
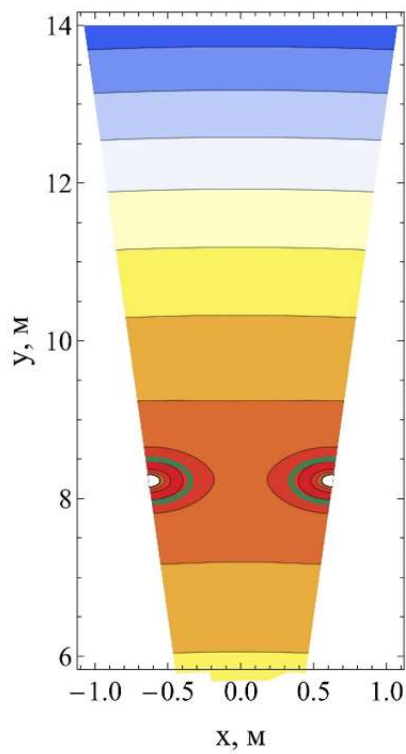
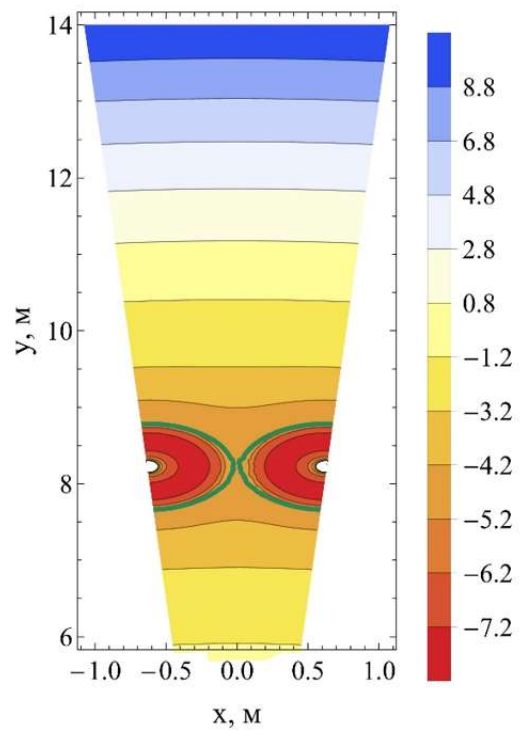


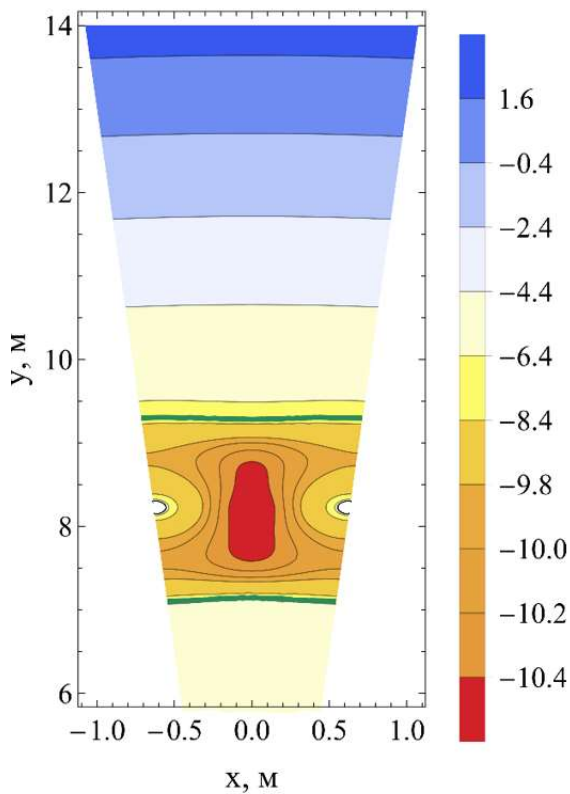
Рисунок 7.6 — Распределение критерия  $\Phi$  для теплопроводности в зоне охлаждения для различных времен моделирования; зеленая линия обозначает фронт фазового перехода



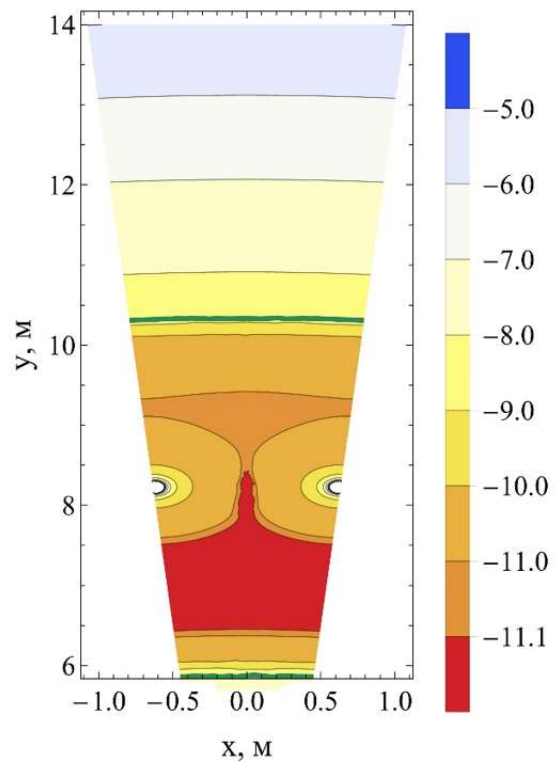
**(a)  $T = 25$  сут.**



**(б)  $T = 50$  сут.**



**(в)  $T = 110,4$  сут.**



**(г)  $T = 347,2$  сут.**

Рисунок 7.7 — Распределение критерия  $\Phi$  для теплопроводности в зоне льда для различных времен моделирования; зеленая линия обозначает фронт фазового перехода

Рассматривая значения критерия  $\Phi$  на замковой плоскости ЛПО, можно сказать, что он имеет немонотонный характер распределения по расчетной области и два локальных минимума. Один минимум расположен внутри контура замораживания, а второй — вовне. При этом значение локального минимума, расположенного внутри контура замораживания, меньше, чем расположенного вовне. До смыкания отдельных ледопородных цилиндров (25 суток) локальные минимумы находятся вблизи контура замораживания на расстояниях соответственно 0,85 м и 0,65 м от этого контура. С увеличением времени моделирования локальные минимумы смещаются вслед за границей фазового перехода, удаляясь от контура замораживания. Так при временах моделирования 50, 110,4 и 347,2 суток внешний локальный минимум расположен на расстояниях от контура замораживания, равных соответственно 1,15 м, 1,95 м и 3,65 м.

Таким образом, для решения коэффициентной обратной задачи Стефана относительно теплопроводности в зоне охлаждения  $\lambda_{lq}$  оптимальное положение КТ скважины зависит от длительности измерений температуры и конечного положения границы фазового перехода. В целом в этом случае оптимальное положение КТ скважины находится в зоне охлаждения, при этом нет существенной разницы в размещении КТ скважины в замковой или главной плоскостях ЛПО. Если в качестве наиболее значимого времени моделирования принять время достижения проектной толщины ЛПО, то на основании рисунка 7.6в КТ скважину следует размещать вовне контура замораживания на расстоянии 2–2,5 м от него.

На рисунке 7.7 представлены распределения критерия  $\Phi$  в расчетной области для теплопроводности в зоне льда для различных времен моделирования. Из распределений видно, что критерий  $\Phi$  достигает своих минимальных значений в зоне льда. Значения  $\Phi$  изменяются от точки к точке сильнее по сравнению с более пологим распределением критерия  $\Phi$  для теплопроводности в зоне охлаждения (рисунок 7.6). При проведении наблюдений вплоть до момента смыкания отдельных ледопородных цилиндров (50 суток), минимумы  $\Phi$  расположены вблизи замораживающих скважин. На момент достижения проектной толщины ЛПО (110,2 суток) критерий  $\Phi$  имеет единственный минимум, расположенный примерно на пересечении контура замораживания с замковой плоскостью ЛПО. При дальнейшем увеличении продолжительности наблюдений у критерия  $\Phi$  возникают два локальных минимума, один вовне контура замораживания (на расстоянии 0,85 м от него) и один внутри контура замораживания (на расстоянии 1,1 м от него).

Для решения коэффициентной ОЗС относительно теплопроводности в зоне льда  $\lambda_{sd}$  оптимальное расположение КТ скважины также зависит от продолжительности

наблюдений, но находится в зоне льда. С учетом ограничений технического плана расстояние между двумя ближайшими скважинами не может быть меньше некоторой величины  $a$ , зависящей от глубины бурения. Величина  $a$  зачастую сопоставима или равна расстоянию между замораживающими колонками. С учетом этого ограничения и полученных расчетных данных (рисунок 7.7) следует принять, что КТ скважину следует размещать в замковой плоскости ЛПО на минимальном расстоянии от контура замораживания.

### **Исследование решения обратной задачи Стефана**

Полученные выводы о чувствительности решения прямой задачи Стефана к вариации теплофизических свойств массива были проведены посредством численного решения коэффициентной ОЗС. Решения строились при различных местоположениях КТ скважин для возможности проведения сравнения результатов решений на предмет единственности и наискорейшей сходимости численной итерационной процедуры решения. Численное решение поставленной коэффициентной ОЗС осуществляется с помощью метода регуляризации А.Н. Тихонова, в рамках которого жесткое условие (7.1) заменяется на условие минимума сглаживающего функционала (7.3). Принималось  $\alpha = 0$ .

Количество КТ скважин принято равным единице. Рассмотрено 4 варианта положений КТ скважины — на расстояниях 0,25, 1,25, 2,5 и 3,75 м от контура замораживания. Во всех случаях КТ скважина располагалась на замковой плоскости ЛПО. Рассмотрено время моделирования 110,4 суток (окончание фазы активного замораживания).

На рисунке 7.8 представлены изолинии функционала рассогласований температур в фазовом пространстве параметров минимизации — теплопроводностей в зонах льда и охлаждения. Четыре поля изолиний соответствуют четырем различным местам размещения КТ скважин. Также на рисунках 7.8 а и б представлены кривые, соответствующие итерационной процедуре минимизации функционала (7.3) из двух разных начальных точек  $H_1$  и  $H_2$ . На рисунке 7.9 представлены зависимости функционала рассогласований температур от отдельных параметров минимизации, построенные вдоль штриховых линий, указанных на рисунке 7.8.

Из рисунка 7.8 следует, что форма функционала рассогласования в фазовом пространстве теплопроводностей сильно меняется с изменением положения КТ скважины, что согласуется с результатами, полученными в [3]. Если для скважин вблизи контура замораживания изолинии расположены практически вдоль оси ординат, то при

постепенном удалении скважины от контура замораживания изолинии функционала постепенно перестраиваются и вытягиваются вдоль оси абсцисс.

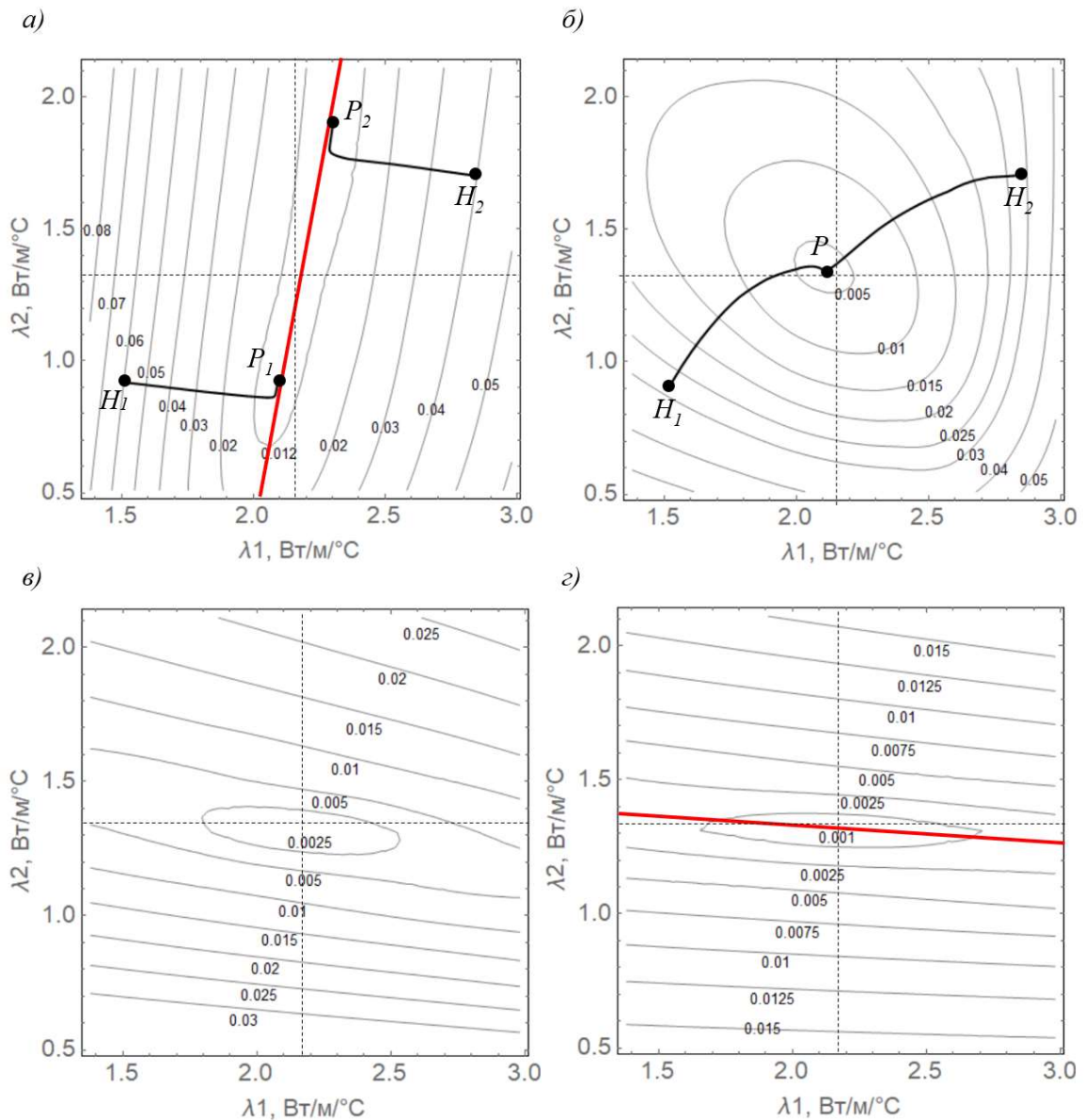


Рисунок 7.8 — Изолинии функционала рассогласований температур в фазовом пространстве параметров минимизации при различных расстояниях КТ скважины от контура замораживания: а) – 0,25 м, б) – 1,25 м, в) – 2,5 м, г) – 3,75 м

В целом случай а) слишком близкого расположения КТ скважины к контуру замораживания одинаково плох, как и случай г) слишком дальнего расположения КТ скважины к контуру замораживания — в обоих этих случаях на графиках можно выделить линию (см. рисунок 7.8 а, г, красный цвет), вдоль которой значения функционала рассогласования меняются очень слабо. Это, по сути, означает, что при минимизации функционала  $I$  есть риск оказаться в любой из точек на этих прямых — т.е. любая из этих точек окажется решением ОЗС. Этот факт подтвержден при численном

решении ОЗС — при разных начальных значениях теплопроводностей массива на рисунке 7.8а получаются различные решения ОЗС — точки  $P_1$  и  $P_2$ . При этом, на рисунке 7.8б в аналогичной ситуации достигается единственное решение задачи — точка  $P$ .

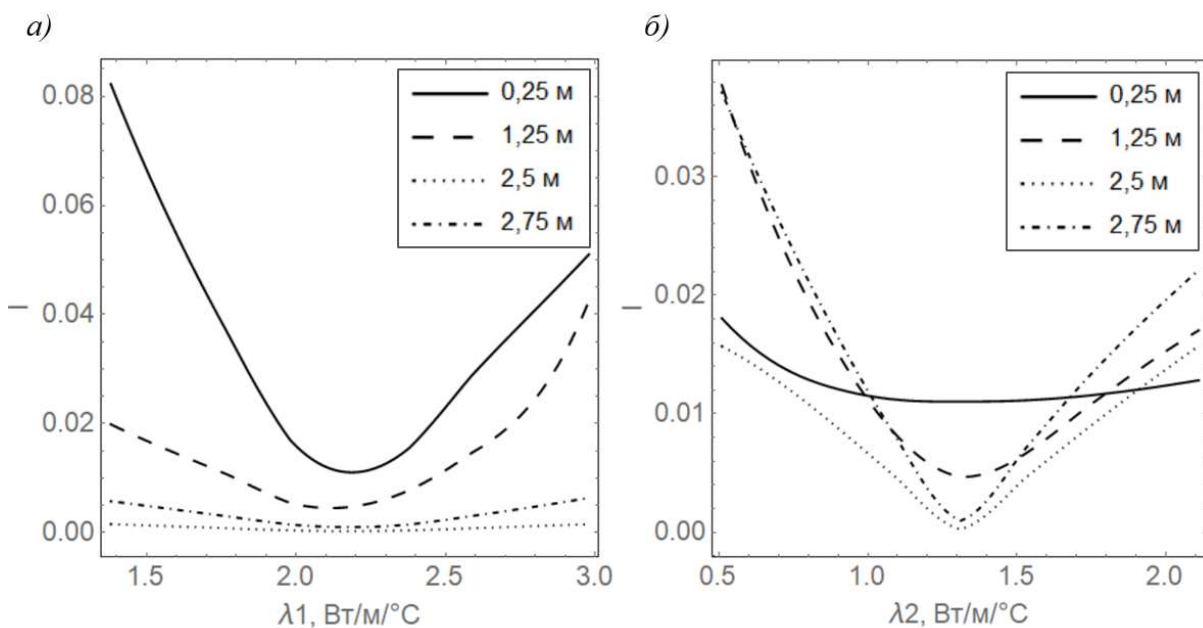


Рисунок 7.9 — Зависимости функционала рассогласований температур от различных параметров минимизации: а) – теплопроводности в зоне льда, б) – теплопроводности в зоне охлаждения

При этом, если рассматривать минимизацию функционала  $I$  по каждой из теплопроводностей в отдельности (см. рисунок 7.9), то видно, что наиболее характерный минимум по теплопроводности в зоне льда достигается для самого близкого расположения КТ скважины к контуру замораживания 0,25 м (рисунок 7.9а), а наиболее характерный минимум по теплопроводности в зоне охлаждения достигается примерно на расстоянии 2,5 м от контура замораживания (рисунок 7.9б). Судить о характерности минимумов можно исходя из степени наклона кривых на рисунке 7.9 — чем больше средний угол наклона кривой, тем выраженнее ее минимум. Эти выводы находятся в полном соответствии с результатами, полученными в предыдущем параграфе этой главы.

Таким образом, наиболее благоприятные места расположения КТ скважин по фактору наиболее быстрого и однозначного решения ОЗС для отдельных искомых параметров (теплопроводностей породного массива в зонах льда или охлаждения) могут не обеспечивать скорость и однозначность решения той же ОЗС для этих параметров в совокупности. Это означает, что выбор оптимальных мест размещения КТ скважин по фактору наиболее точного решения ОЗС, должен производиться из комплексного рассмотрения всех калибруемых параметров модели. Для рассмотренного случая

калибровки теплопроводностей породного массива в зонах льда и охлаждения полученное оптимальное расположение скважины находится на расстоянии примерно 1,25 м от контура замораживания. В этом случае изолинии функционала I близки к окружностям.

### **7.3. Определение количества контрольно-термических скважин**

Как описывалось ранее в главе 1, экспериментальный контроль состояния ЛПО с помощью только КТ скважин сопряжен со сложностями, связанными с локальностью данного способа контроля. Для обеспечения надежного ЛПО, обладающего требуемой толщиной по всему контуру замораживания, потребовалось бы создать густую сеть КТ скважин по всему периметру контура замораживания. Однако это сопряжено с дополнительными финансовыми и временными затратами, которые нежелательны.

В настоящей работе для определения количества КТ скважин предлагается руководствоваться следующим принципом: нет смысла осуществлять проходку множества КТ скважин (30 % от числа замораживающих скважин и более), чтобы локально контролировать температуру по всему контуру ЛПО. Вместо этого вкупе с локальным, термометрическим контролем ЛПО необходимо использовать данные наблюдений интегральных способов мониторинга (измерения уровня воды/изливаний воды из гидронаблюдательных скважин, измерения температуры хладоносителя, циркулирующего в системе замораживания).

КТ скважины необходимо размещать в количестве, равном 4 шт., на различных удалениях от контура замораживания. Места расположения КТ скважин следующие:

1. В замковой плоскости ЛПО на минимально допустимом расстоянии от контура замораживания (скважина необходима для контроля момента смыкания ЛПО и калибровки теплопроводности породного массива в зоне льда).
2. На линии, соответствующей внешней границе ЛПО согласно проекту замораживания для наиболее теплопроводного слоя пород (скважина необходима для калибровки обеих теплопроводностей наиболее перемороженных слоев породного массива).
3. На линии, соответствующей внешней границе ЛПО согласно проекту замораживания для наименее теплопроводного слоя пород (скважина необходима для калибровки обеих теплопроводностей наименее перемороженных слоев породного массива).
4. На расстоянии, превышающем внешние границы ЛПО для всех замораживаемых слоев пород согласно проекту замораживания (скважина необходима для

калибровки теплопроводности в зоне охлаждения, а также для калибровки обеих теплопроводностей при пассивном замораживании).

Проходка гидрогеологических скважин должна осуществляться в соответствии с действующей в настоящее время нормативной литературой по искусственному замораживанию пород (см. главу 1).

При контроле момента смыкания ЛПО несколькими методами (термометрический, гидронаблюдательный, измерение параметров рассола, циркулирующего по замораживающим колонкам), становится возможным сравнительный анализ показаний этих методов и их рассогласований с целью определения возможных локальных изменений параметров ЛПО.

#### **7.4. Анализ влияния естественной конвекции рассола в контрольно-термической скважине на точность измерения температуры**

Как отмечалось ранее в главе 1, в вертикальных скважинах, заполненных жидкостью, в условиях наличия температурного градиента возникает естественная конвекция жидкости. Этот нестационарный процесс является неблагоприятным в условиях КТ скважин, когда необходимо производить измерение температуры по глубине скважины. По оценкам разных авторов [30, 167, 282], среднеквадратическое отклонение значения температуры в точке, обусловленное нестационарными колебательными процессами в вертикальной скважине, составляет приблизительно от  $6 \cdot Gr$  до  $13 \cdot Gr$ , где  $Gr$  — число Грасгофа. Временная динамика температурных помех, вызываемых естественной конвекцией рассола в каждой точке вертикальной скважины, по сути, представляет собой стохастический процесс и не поддается анализу. Спектр кратковременных колебаний подобен спектру белого шума.

Температурные помехи оказывают кратковременное влияние на измеряемую в скважине температуру, а также долговременный тепловой эффект. Если влияние кратковременных температурных помех может быть устранено посредством тщательного выполнения процедуры усреднения температуры по времени, то долговременный эффект устранить невозможно. Поэтому необходимо оценить его влияние, определить ограничения разрешающей способности распределенных измерений температуры в КТ скважинах по фактору влияния возмущений от естественной конвекции в условиях вертикального градиента температуры. Влияние долговременного эффекта было оценено в работе [30] для чисел Рэлея до  $10^5$ , — в этой работе получено, что искажение среднего градиента температуры достигает 7,5 %. Наибольшие искажения поля температур, усредненного по времени, происходят в устье



и забое скважины, в то время как в срединной части скважины естественная конвекция не приводит к искажению усредненных по времени температур.

С учетом того, что описанные в литературе исследования проводились для ограниченного диапазона чисел Рэлея, в настоящей работе предпринята попытка расширить этот анализ на случай чисел Рэлея до величин порядка  $10^6$ . Рассматривалась модельная задача о нестационарном конвективном движении рассола в КТ скважине в условиях градиента температуры на стенках скважины. Для моделирования естественной конвекции использовался подход Буссинеска, описанный ранее в главе 4. Коэффициент теплового расширения рассола брался на основании имеющихся в литературе данных по плотностям растворов с различным содержанием хлористого кальция  $\text{CaCl}_2$ : для 20 % содержания  $\text{CaCl}_2$  он равен  $3,06 \cdot 10^{-4} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ , для 25 % содержания  $\text{CaCl}_2$  —  $3,72 \cdot 10^{-4} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ , для 30 % содержания  $\text{CaCl}_2$  —  $3,90 \cdot 10^{-4} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ .

Теплопроводность рассола принималась равной  $0,5 \text{ Вт/(м}\cdot^\circ\text{C)}$ , удельная теплоемкость —  $2860 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ , а динамическая вязкость —  $0,0042 \text{ Па}\cdot\text{с}$ . Градиент температуры варьировался в диапазоне от 0 до  $0,5 \text{ }^\circ\text{C/м}$ . Данные величины приняты на основании анализа распределений температуры по глубине контрольно-термических скважин КТ1 — КТ4 для условий промплощадки рудника Петриковского ГОКа. Диаметр КТ скважины принимался равным  $0,2 \text{ м}$ . Длина модельного участка скважины —  $10 \text{ м}$ . Числа Рэлея для конвективного движения рассола в данном случае принимают значения до  $3 \cdot 10^6$ , что указывает на возможность существенного искажения полей скоростей и температур вследствие конвективного перемешивания разнонагретых масс рассола. Как было ранее показано в работах Г. З. Гершуни [26] и Б. П. Казакова [210] (см. главу 1), при числах Рэлея более 100 имеет место конвективная неустойчивость потока в вертикальном канале.

Рассматривался случай неустановившегося ламинарного движения рассола на участке КТ скважины длиной  $10 \text{ м}$ . Математическая постановка задачи в данном случае аналогична описанной ранее в главе 5. Исследовалось распределение температуры вдоль срединной вертикальной линии скважины. Полученное распределение сравнивалось с эталонным распределением, заданным на стенке скважины:

$$T_w(z) = -Az, \quad (7.14)$$

где  $A$  — величина температурного градиента,  $^\circ\text{C/м}$ ;  $z$  — вертикальная координата,  $\text{м}$ .

На рисунке 7.10 представлены результаты численного моделирования для 25 % раствора хлористого кальция и для двух чисел Рэлея —  $6 \cdot 10^5$  и  $3 \cdot 10^6$ . Показано

распределение ошибки температуры, вычисляемой как разница температуры на срединной вертикальной линии скважины и температуры (7.14) на стенке.

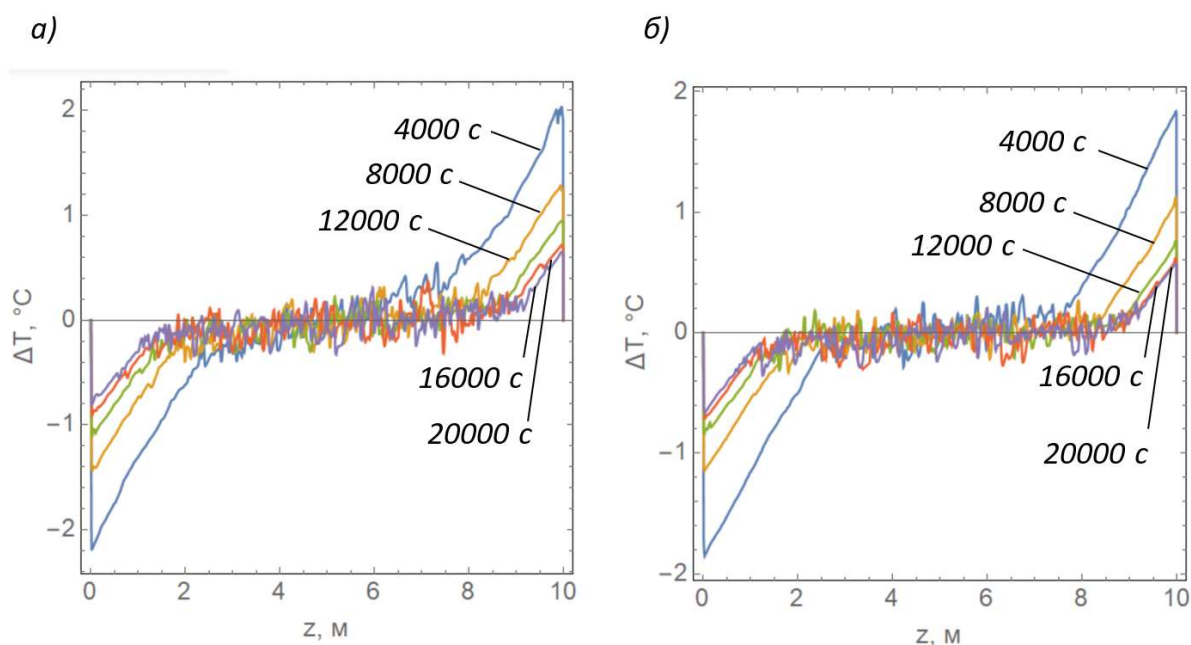


Рисунок 7.10 — Распределения ошибки температуры вдоль срединной вертикальной линии скважины в различные моменты времени для двух чисел Рэлея: а)  $6 \cdot 10^5$  и б)  $3 \cdot 10^6$

Из рисунка видно, что процесс является существенно нестационарным. В центральной части скважины происходят кратковременные колебания температуры около среднего невозмущенного состояния. На границах скважины колебательный процесс практически отсутствует, а распределения ошибки температуры с течением времени стремятся к стационарному виду. Максимальные ошибки в данном случае на обоих концах скважины не превышают  $1^\circ\text{C}$ . Длина участков с существенным искажением температуры в долгосрочном периоде времени в обоих случаях составляет около 2 м. Аналогичная длина получается при решении задачи для других длин рассматриваемого участка скважины, других содержаний хлористого кальция. Принципиальных отличий в характере свободной конвекции рассола в скважине при увеличении чисел Рэлея до величин порядка  $10^6$  не выявлено.

На основании проведенного теоретического анализа можно заключить, что при надлежащем временном усреднении показаний температуры в КТ скважинах, эффект тепловой конвекции полностью устраняется практически на всей длине скважины, за исключением устья и забоя скважины. Ошибки по измерению температуры в данном случае на обоих концах скважины могут достигать  $1^\circ\text{C}$ , но не превышают этого значения. Для повышения надежности измерений температуры наиболее глубокого слоя пород, подверженного искусственному замораживанию, необходимо, чтобы отметка

башмака колонны КТ скважины была на 2-3 метра глубже почвы наиболее глубокого слоя пород, подверженного искусственному замораживанию.

#### **7.5. Практическое применение разработанного метода при мониторинге состояния ледопородного ограждения строящихся стволов калийного рудника**

В 2018-2020 гг. коллективом отдела Аэрологии и Теплофизики при непосредственном участии автора настоящей работы проводились исследования в рамках договорной работы по контролю формирования, проверке целостности и достижения расчетной толщины ЛПО вокруг шахтных стволов рудника Нежинского ГОК на основе интеграции математической модели и данных термометрии скважин. Нежинский (восточная часть) участок расположен в северо-западной части Припятского прогиба и является восточным продолжением Старобинского месторождения калийных солей. В связи со сложными гидрогеологическими условиями в верхней части геологического разреза и наличием сильно обводненных водоносных горизонтов строительство стволов производилось специальным способом с искусственным замораживанием пород до глубины около 160 м.

Для образования ЛПО было предусмотрено бурение замораживающих скважин по диаметру 16 метров, расстояние между осями двух соседних скважин принято равным 1,255 м. Количество замораживающих скважин на каждом (из двух) стволе рудника Нежинского ГОК составляло 40 шт. Проектная глубина замораживающих скважин скипового ствола — 159,46 м, клетевое ствола — 155,66 м. Для осуществления замораживания пород в пробуренных скважинах монтировались замораживающие колонки. Проектом предусматривалась установка замораживающих колонок с учетом их заглубления в водоупорные породы на 5 метров.

На рисунке 7.11 представлены графики температуры подачи хладоносителя в замораживающие колонки Скипового ствола рудника Нежинского ГОКа. Суммарная мощность первичного контура замораживающей станции составила 3,24 МВт (1 620 кВт на скиповой ствол, 1 620 кВт на клетевой ствол). В качестве хладагента замораживающей станции использовался жидкий аммиак  $\text{NH}_3$  (ГОСТ 6221-90). Максимальная заправка хладагентом одной замораживающей установки 500 кг, итого на 6 установок 3 000 кг. Замораживание пород осуществлялось хладоносителем — водным раствором  $\text{CaCl}_2$ . Плотность хладоносителя 1,28 г/см<sup>3</sup>, содержание соли 29,7 %, температура замерзания  $-50,1$  °С, рабочая температура  $-35$  °С. Общий объем хладоносителя, находящегося в трубопроводах замораживающей станции,

магистральных трубопроводах, кольцевых трубопроводах, замораживающих и КТ скважинах скипового и клетового стволов — 249,28 м<sup>3</sup>.

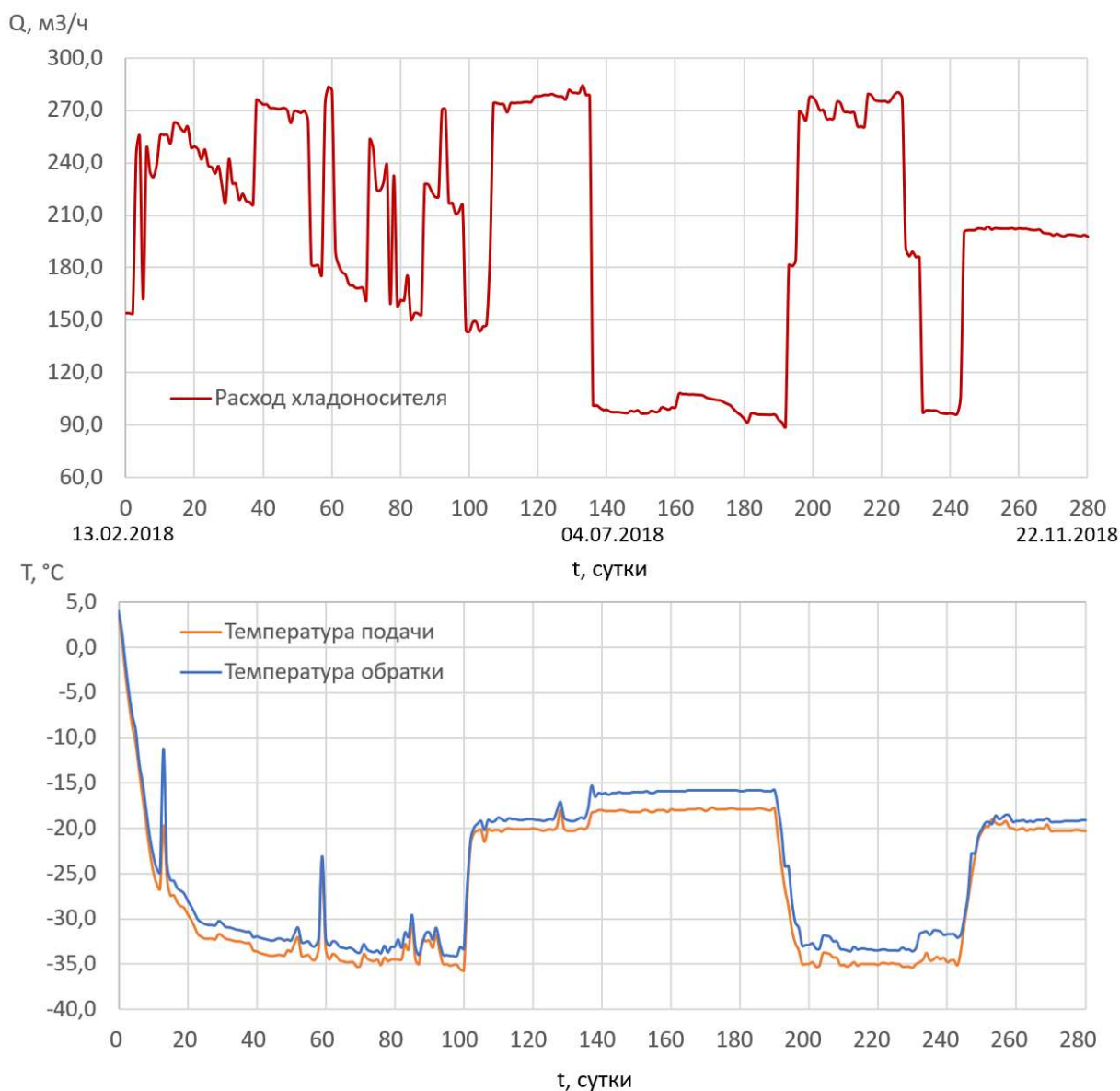


Рисунок 7.11 — Параметры хладоносителя системы замораживания для Скипового ствола рудника Нежинского ГОКа

Для создания первичной модели теплофизических процессов, протекающих в породном массиве, и прогнозирования формирования ЛПО строящихся стволов рудника Нежинского ГОКа использовались исходные данные, представленные в [85, 86]. Основные свойства замораживаемых слоев представлены в таблицах 7.7 — 7.8.

Таблица 7.7 — Физические свойства слоев горных пород (часть 1)

№	Литология	Глубина, м		Естественная температура, °С	Требуемая толщина ЛПО, м	Температура кристаллизации, °С
		Кровли	Кровли			
1	Песок	0,0	42,0	10,40	0,51	-0,30
2	Глина	42,0	44,7	10,40	0,48	-0,26
3	Песок	44,7	49,5	10,30	1,04	-0,17
4	Песок глинистый	49,5	60	10,00	1,04	-0,98
5	Глина алевритистая	60,0	67	10,05	0,81	-0,26
6	Песок	67,0	77,5	10,10	1,49	-0,35
7	Алеврит	77,5	87,0	10,10	1,40	-0,13
8	Мел	87,0	113,0	10,30	0,88	-0,08
9	Песчаник	113,0	116,2	10,50	1,92	-0,07
10	Песок	116,2	128,0	10,55	1,87	-0,35
11	Глина	128,0	138,9	10,60	3,58	-0,40
12	Песок	138,9	157,0	10,80	1,06	-0,14
13	Глина аргиллитоподобная	157,0	166,2	11,00	1,10	-0,96

Таблица 7.8 — Физические свойства слоев горных пород (часть 2)

№	Литология	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·°С)		Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°С)		Влажность, кг/кг	Плотность, кг/м³
		Мерзлой породы	Талой породы	Мерзлой породы	Талой породы		
1	Песок	896	1160	3,8	2,4	0,15	2020
2	Глина	1229	1632	1,98	1,34	0,35	1850
3	Песок	843	1025	4,03	3,02	0,1	2180
4	Песок глинистый	912	1154	3,95	2,77	0,15	2150
5	Глина алевритистая	1229	1632	1,98	1,34	0,35	1850

6	Песок	1000	1379	3,4	2,07	0,24	1930
7	Алеврит	1064	1410	3,03	2,05	0,25	2050
8	Мел	1164	1720	2,11	1,32	0,38	1870
9	Песчаник	1019	1366	2,53	1,64	0,22	2080
10	Песок	1000	1379	3,4	2,07	0,24	1930
11	Глина	1358	1712	1,4	1,06	0,36	1840
12	Песок	1090	1374	1,91	1,43	0,22	2000
13	Глина аргиллитоподобная	1170	1470	1,41	1,11	0,26	1980

Экспериментальный контроль за состоянием ЛПО строящихся стволов на руднике осуществлялся с помощью ряда методов — термометрического, гидронаблюдательного, акустического. В настоящем параграфе рассмотрен только термометрический метод. В рамках данного метода для каждого из строящихся стволов в окрестности контура замораживания размещались по 4 КТ скважины. На рисунке 7.12 представлено взаимное расположение замораживающих и КТ скважин для скипового ствола. Также представлены смещения забоев скважин в плане. Для случая клетьевого ствола расположение КТ скважин схожее по удаленности от контура замораживания, однако распределение КТ скважин по угловой координате для клетьевого ствола несколько отличается.

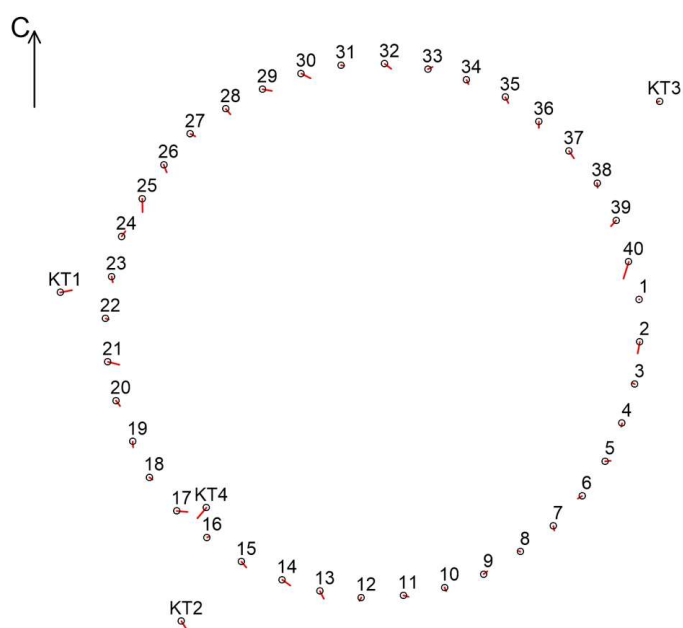


Рисунок 7.12 — Взаимное расположение замораживающих и контрольно-термических скважин скипового ствола

На рисунке 7.13 представлены пространственные распределения температуры, измеренные в КТ скважинах скипового ствола в различные моменты времени после начала замораживания. Из рисунка 7.13а видно, что охлаждение и замораживание массива происходит достаточно неравномерно. Неравномерность возрастает с течением времени (в особенности после перехода через изотерму замерзания поровой воды). По местам наибольшего изменения кривой  $T(z)$  можно судить о переходах между слоями горных пород. Также можно выявить, что принятый при разработке проекта по замораживанию набор из 13 однородных слоев горных пород не соответствует в полной мере наблюдаемым разностям температур — например, для слоя мела в диапазоне глубин 87-113 м имеется сильная вариация температуры, в то время как модельный подход, очевидно, этого не учитывает. В модели для всего диапазона глубин 87-113 м использовались наиболее неблагоприятные свойства мела из подинтервала 100-113 м.

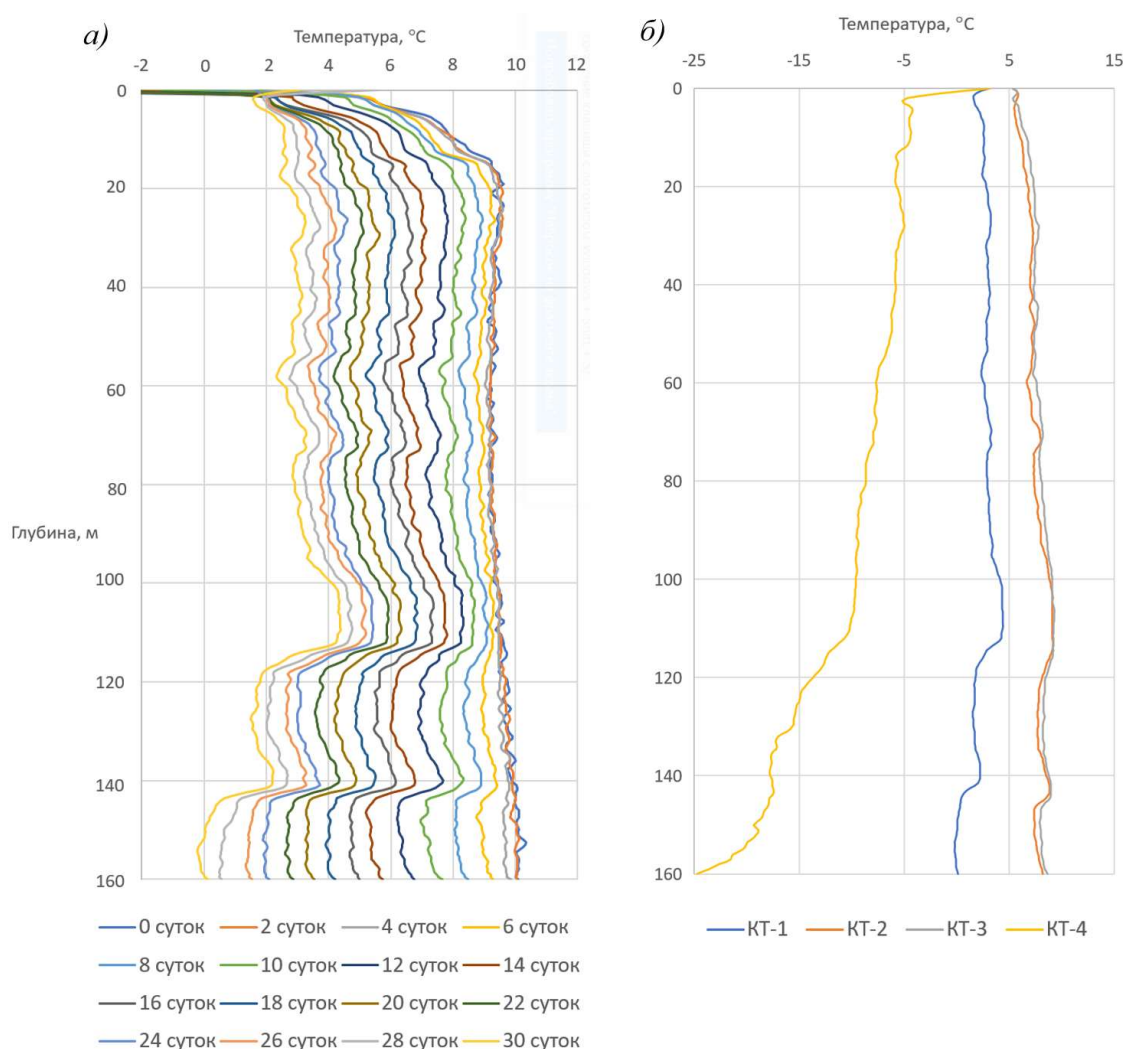


Рисунок 7.13 — Распределение температуры по глубине замораживаемого массива: а) — в скважине КТ-1 с течением времени, б) — в скважинах КТ-1 – КТ-4 на 30 суток с момента начала замораживания

Из рисунка 7.13б следует, что наиболее быстрое промораживание происходит в ближайшей к контуру замораживания скважине КТ-4, в то время как в скважинах КТ-2 и КТ-3, расположенных примерно на одинаковом расстоянии от контура замораживания, равном около 2,5 м, процесс замораживания наиболее медленный. По схожести распределения температуры по глубинам скважин КТ-2 и КТ-3 можно судить о степени однородности теплофизических свойств массива. Рассогласования между показаниями температуры в КТ-2 и КТ-3 на 30 суток достигают 0,66 °С — т.е. около 30 % от общего изменения температуры с момента начала замораживания. Это указывает на достаточно неоднородное замораживание по периметру ЛПО, в то время как используемая модель подразумевает однородность породного массива. При последующем численном расчете формирования ЛПО строящихся стволов рудника выявлено, что вычисленные температуры в КТ скважинах существенно расходятся с измеренными (абсолютные расхождения для большинства слоев пород превышали 2 °С). Поэтому потребовалось произвести калибровку теплофизических параметров слоев горных пород по методу, описанному в параграфе 7.1. На рисунках 7.14 — 7.15 показан результат калибровки теплофизических параметров слоев горных пород (или решения ОЗС) с использованием разработанного метода.

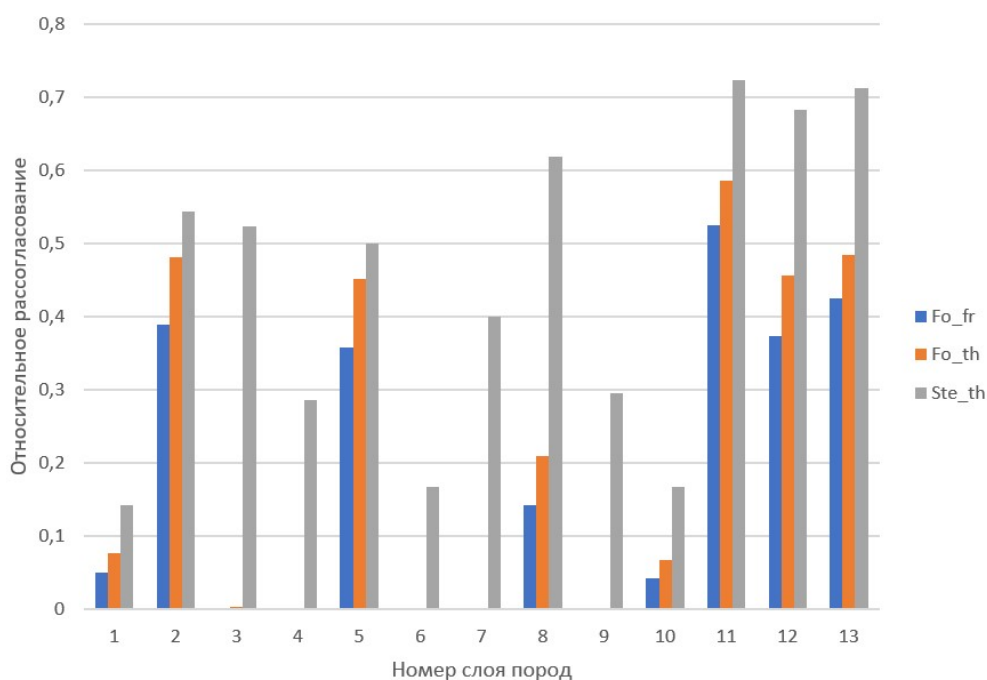


Рисунок 7.14 — Относительные рассогласования теплофизических свойств слоев горных пород для условий промплощадки рудника Нежинского ГОКа:  $Fo_{fr}$  — число Фурье для замороженных пород,  $Fo_{th}$  — число Фурье для незамороженных пород,  $Ste_{th}$  — число Стефана для незамороженных пород



На рисунке 7.14 представлены относительные изменения безразмерных комплексов теплофизической задачи — чисел Фурье и Стефана, рассчитанных по формуле:

$$\delta A = \frac{|A_{cal} - A_{mit}|}{\max(A_{cal}, A_{mit})}. \quad (7.15)$$

Здесь  $A_{mit}$  — начальное значение безразмерного комплекса,  $A_{cal}$  — значение безразмерного комплекса, полученное в результате решения ОЗС.

По относительным изменениям безразмерных комплексов задачи рассчитаны относительные изменения реальных теплофизических свойств горных пород. Относительные изменения (рассогласования) свойств горных пород после калибровки представлены на рисунке 7.15.

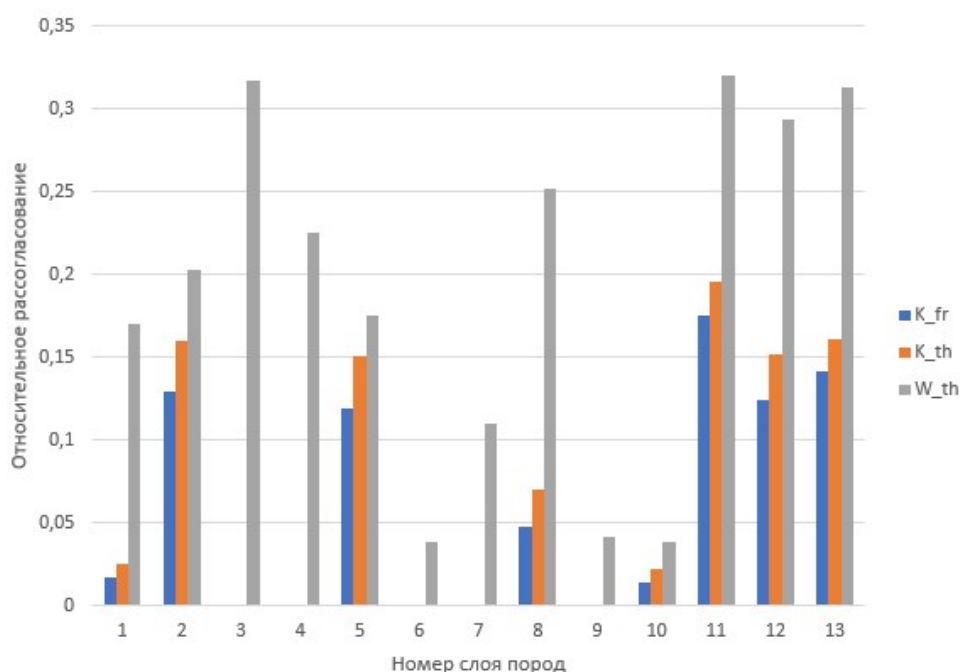


Рисунок 7.15 — Относительные рассогласования теплофизических свойств слоев горных пород для условий промплощадки рудника Нежинского ГОКа:  $K_{fr}$  — теплопроводность замороженного массива,  $K_{th}$  — теплопроводность незамороженного массива,  $W_{th}$  — влажность незамороженного массива

Из расчетов следует, что откалиброванные теплопроводности отличаются от начальных не более чем на 20 %, а влажность массива отличается не более чем на 33 %. Откалиброванные теплопроводности, в основном, выше начальных, взятых из инженерно-геологических изысканий, в то время как откалиброванные влажности в основном ниже начальных. Таким образом, замораживание породного массива по начальным данным, принятым из инженерно-геологических изысканий, происходит

существенно медленнее, чем это следует из данных термометрии, проведенной с помощью КТ скважин.

В таблице 7.9 представлены откалиброванные теплофизические параметры слоев горных пород. Первоначальные значения соответствующих теплофизических параметров слоев горных пород можно увидеть в таблице 7.8. Откалиброванная математическая модель породного массива и реализующий ее численный алгоритм, описанный в параграфе 7.1, реализованы программно в среде Visual Studio и вошли в качестве компоненты системы мониторинга и контроля процессов формирования и состояния ЛПО шахтных стволов рудника (рисунок 7.16).

Таблица 7.9 — Откалиброванные теплофизические параметры слоев горных пород

№	Литология	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·°C)		Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°C)		Влажность, кг/кг	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
		Мерзлой породы	Талой породы	Мерзлой породы	Талой породы		
1	Песок	881	1141	3,86	2,46	0,12	1676
2	Глина	1070	1420	2,24	1,55	0,28	1475
3	Песок	843	1025	4,03	3,02	0,07	1489
4	Песок глинистый	912	1154	3,95	2,77	0,12	1666
5	Глина алевритистая	1083	1438	2,22	1,54	0,29	1526
6	Песок	1000	1379	3,40	2,07	0,23	1856
7	Алеврит	1064	1410	3,03	2,05	0,22	1825
8	Мел	1109	1638	2,21	1,41	0,28	1399
9	Песчаник	1019	1366	2,53	1,64	0,21	1993
10	Песок	986	1360	3,45	2,12	0,23	1856
11	Глина	1120	1412	1,65	1,27	0,25	1252
12	Песок	875	1207	2,15	1,65	0,16	1364
13	Глина аргиллитоподобная	1004	1262	1,61	1,29	0,18	1361

Структурные элементы предложенной и разработанной системы мониторинга состояния ЛПО позволили объединить все имеющиеся данные по геологическим и теплофизическим свойствам пород, технические параметры работы замораживающих

станций шахтных стволов, а также в режиме реального времени обрабатывать данные экспериментальных измерений температуры горных пород по глубине КТ скважин. Далее по собранным экспериментальным данным производилось восстановление поля температур во всем замораживаемом породном массиве с учетом переменного времени посредством решения ОЗС.

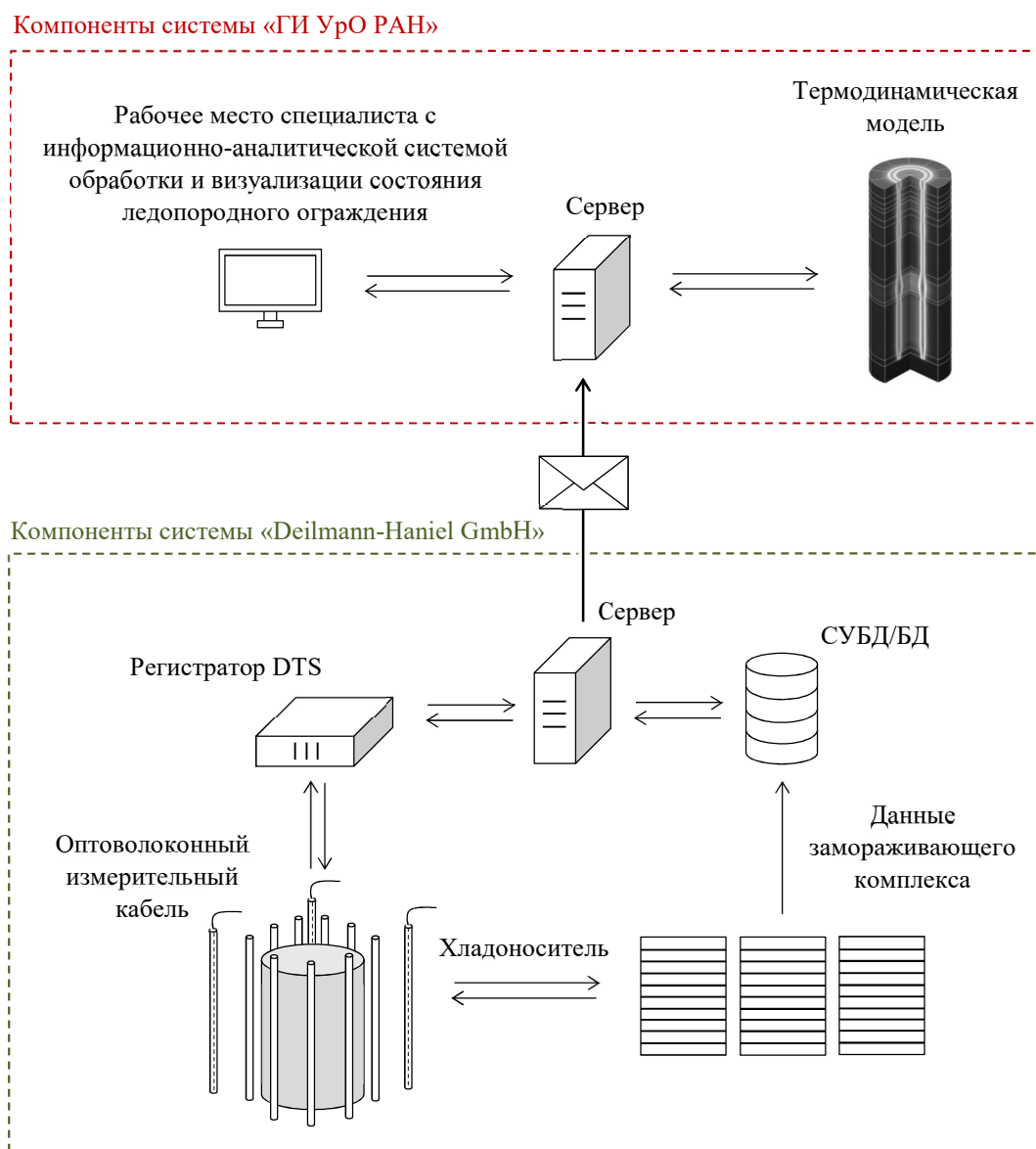


Рисунок 7.16 — Обобщенная структурная схема системы контроля ЛПО

Структурные элементы системы взаимодействуют следующим образом. Экспериментальные данные о температуре горных пород вдоль оптоволоконного кабеля, расположенного по всей глубине КТ скважин шахтных стволов, непрерывно считываются при помощи волоконно-оптического регистратора. Эти данные вместе с данными о параметрах работы замораживающего комплекса — температуры прямого и обратного потоков хладоносителя и расход хладоносителя, циркулирующего в

замораживающих колонках, ежедневно передаются компанией «Deilmann-Haniel GmbH» посредством электронной почты на сервер «ГИ УрО РАН». На сервере установлен программный модуль расчета термодинамических процессов по фактическим данным о геологических и теплофизических свойствах замораживаемого породного массива. В результате решения ОЗС по измеренным температурам в КТ скважинах восстанавливается поле температур во всем массиве горных пород.

В дальнейшем при помощи системы обработки и визуализации состояния ЛПО прогнозируется состояние ЛПО всего замораживаемого объема породного массива участков проходки шахтных стволов рудника Нежинского ГОКа. Помимо этого, программный комплекс позволяет визуализировать результаты расчетов как по отдельно исследуемым слоям породного массива, так и по всей глубине замораживания. Функциональные возможности разработанной и внедренной системы мониторинга ЛПО существенно повышают надежность и точность определения температуры массива горных пород, позволяют вывести на качественно новый уровень контроль процессов формирования и состояния ЛПО строящихся шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях, обеспечивающий безопасность ведения горных работ.

#### **7.6. Выводы по главе**

- Предложен и реализован численный алгоритм решения обратной задачи Стефана применительно к проблеме калибровки теплофизических параметров замораживаемого породного массива. Численный алгоритм основан на минимизации сглаживающего функционала рассогласований измеренных и вычисленных температур в контрольно-термических скважинах.
- Исследованы свойства сглаживающего функционала в фазовом пространстве калибруемых параметров задачи. Показано, что при определенном выборе калибруемых параметров задачи минимум сглаживающего функционала может достигаться не в одной точке, а на множестве точек вдоль некоторой линии в фазовом пространстве калибруемых параметров. Показана необходимость введения регуляризирующего функционала для получения единственного решения обратной задачи, не зависящего от выбранных начальных значений калибруемых параметров. При введении регуляризирующего функционала требуется особенно тщательно подходить к выбору его параметров, поскольку получаемое решение может быть чувствительно к ним. Наиболее разумным решением здесь является принятие в качестве параметров регуляризирующего функционала типовых значений теплофизических свойств рассматриваемого слоя породного массива.

- Определены оптимальные места размещения контрольно-термических скважин по критерию скорости и однозначности решения обратной задачи Стефана. Для наилучшей калибровки теплопроводности породного массива в зоне охлаждения контрольно-термическую скважину следует размещать ввне контура замораживания на расстоянии 2–2,5 м от него. Это обеспечит наиболее точное решение обратной задачи Стефана на момент достижения ЛПО проектной толщины. Для наилучшей калибровки теплопроводности породного массива в зоне льда, а также влажности породного массива контрольно-термическую скважину следует размещать в замковой плоскости ЛПО на минимальном расстоянии от контура замораживания.
- При рассмотрении комплексной задачи калибровки множества теплофизических параметров массива выбор положений контрольно-термических скважин должен производиться исходя из комплексного рассмотрения калибруемых теплофизических свойств породного массива. Полученное таким образом оптимальное расположение отдельной контрольно-термической скважины может существенно не совпасть с ее расположениями при рассмотрении параметров калибровки по-отдельности. Неоптимальный выбор мест расположения контрольно-термических скважин может привести к существованию множества решений обратной задачи Стефана.
- Исследован вопрос влияния свободной конвекции рассола в контрольно-термических скважинах на погрешности измерения температуры. Получено, что при надлежащем временном усреднении показаний температуры в контрольно-термических скважинах (интервал усреднения определяется опытным путем), эффект тепловой конвекции устраняется практически на всей длине скважины, за исключением устья и забоя, в окрестности которых ошибка может достигать 1 °С. Для повышения надежности измерений температуры наиболее глубокого замораживаемого слоя пород необходимо, чтобы отметка башмака колонны контрольно-термической скважины была на 2-3 метра глубже почвы данного слоя пород.
- Представлены данные экспериментального мониторинга температуры, выполнявшегося коллективом Горного института УрО РАН при участии автора данной работы, при формировании ЛПО на строящемся калийном руднике Нежинского ГОКа. В ходе работы выполнен анализ геологических, гидрогеологических условий на участке проходки стволов, физико-механических и теплофизических свойств горных пород и параметров заморозки. Разработана

математическая модель термодинамических процессов в массиве горных пород при формировании ЛПО вокруг клетового и скипового стволов рудника Нежинского ГОКа с возможностью калибровки на основании данных термометрии скважин. Проведен анализ данных термометрии скважин и результатов калибровки теплофизических свойств слоев породного массива по измеренным температурам в скважинах. Разработана и реализована система контроля процессов формирования и состояния ЛПО на основе интеграции математической модели и данных термометрии скважин.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации, представляющей законченную научно-квалификационную работу, на основании выполненных автором исследований разработаны научные основы расчета искусственного замораживания породного массива с применением рассольной схемы при строительстве шахтных стволов. Совокупность результатов диссертационной работы можно квалифицировать как решение крупной научной проблемы по обеспечению безопасных условий ведения горных работ на начальном этапе разработки месторождения твердых полезных ископаемых, что имеет важное хозяйственное значение для экономики страны.

Основные научные и практические результаты исследований заключаются в следующем:

1. Разработаны и развиты методы математического моделирования термогидромеханических процессов в замораживаемом породном массиве и аэрологических процессов в строящейся горной выработке; определены условия, при которых допустимо использование упрощенных математических моделей для анализа отдельных физических процессов в замораживаемом массиве.
2. Проведен анализ теплофизических процессов в породном массиве при искусственном замораживании; определены основные проектные параметры систем замораживания породного массива: количество и глубина замораживающих колонок, время активного замораживания и выбор граничных изотерм для расчета фактической толщины ледопородного ограждения, энергоэффективные стратегии повышения температуры хладоносителя в колонках при переходе на пассивное замораживание.
3. Определены условия, при которых возможно формирование ледопородного ограждения проектных параметров в породном массиве с выраженной фильтрацией подземных вод; определен запас, который необходимо накладывать на проектное значение толщины ледопородного ограждения при различных скоростях фильтрации подземных вод.
4. Проведено исследование вентиляционных процессов в строящейся горной выработке в условиях отрицательных температур крепи и окружающего замороженного породного массива; определены условия появления неблагоприятных частично-возвратных течений воздуха в шахтном стволе при наличии градиента температуры; определены характеристики теплообмена шахтного воздуха с крепью ствола с учетом тепловой конвекции воздуха в стволе.

5. Исследовано напряженно-деформированное состояние ледопородных ограждений шахтных стволов; в результате многопараметрического численного моделирования получены формулы для расчета толщины ледопородного ограждения по условиям прочности и ползучести пород при задании различных внешних нагрузок.
6. Разработаны научно-обоснованные математические методы интерпретации данных скважинной термометрии; обоснованы технологические параметры систем мониторинга искусственного замораживания пород: места расположения и количество контрольно-термических скважин, погрешности измерения температуры по фактору тепловой конвекции рассола.
7. На основании результатов исследований разработан проект по замораживанию породного массива для строящихся стволов Дарасинского рудника в республике Беларусь, разработаны и внедрены системы непрерывного мониторинга за состоянием ледопородного ограждения при строительстве стволов рудников Петриковского ГОКа, Нежинского ГОКа и Талицкого ГОКа; исследованы закономерности замораживания пород в условиях рудника Гремячинского ГОКа.



## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена. — М.: Машиностроение, 1988. — 280 с.
2. Алифанов О.М., Егоров Ю.В. Алгоритмы и результаты решения граничной обратной задачи теплопроводности в двумерной постановке // Инженерно-физический журнал. — 1985. — Т. 48, № 4. — С. 658.
3. Амосов П.В., Лукичев С.В., Наговицын О.В. Влияние пористости породного массива и температуры хладоносителя на скорость создания сплошного ледопородного ограждения // Вестник Кольского научного центра РАН. — 2016. — № 4 (27). — С. 43-50.
4. Баклашов И.В., Картозия Б.А. Расчет ледопородного ограждения с учетом переменного поля температуры. В кн.: Научные труды: Сооружение горных выработок. Сб. № 7. — М.: МГИ, 1973. — С.30-37.
5. Балк П. И., Долгаль А. С., Христенко Л. А. Синтез линейной и нелинейной постановок обратной задачи в гравirazведке и магниторазведке // Геофизический журнал. — 2011. — Т 33, № 5. — С. 51-65.
6. Бахолдин Б.В. Теплоприток к ледогрунтовым цилиндрам мерзлотных завес при значительных скоростях фильтрации грунтовых вод. В кн.: Искусственные основания. — Москва, 1961. — № 45. — С. 77-87.
7. Бахолдин Б.В. Выбор оптимального режима замораживания грунтов в строительных целях. — М.: Госстройиздат, 1963. — 71 с.
8. Белолипецкий В.М., Генова С.Н. Численная модель динамики вечной мерзлоты в болотно-озерных ландшафтах. В книге: Новые методы и результаты исследований ландшафтов в Европе, Центральной Азии и Сибири Монография. В 5-ти томах. Под редакцией В.Г. Сычева, Л. Мюллера. — Москва, 2018. — С. 311-314.
9. Бельферман М.У. Оптимальное проектирование технологии замораживания пород при проходке вертикальных стволов шахт: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Тула, 1984. — 373 с.
10. Болотских Н.С., Докукин О.С. Строительство стволов шахт и рудников. — М.: Недра, 1991. — 516 с.
11. Бровка Г.П. Тепло- и массоперенос в природных дисперсных системах при промерзании. — Минск: Навука і тэхніка, 1991. — 191 с.

12. Бровка Г.П. Преобразование структуры, тепломассоперенос и фазовые переходы в органогенных дисперсных системах: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. — Минск, 2001. — 42 с.
13. Будаков Б.М., Васильев Ф.П., Егорова А.Т. Об одном варианте неявной разностной схемы с ловлей фронта в узел сетки для решения задач типа Стефана // Вычислительные методы и программирование. — 1967. — № 6. — С. 231–241.
14. Будаков Б.М., Васильев Ф.П., Успенский А.Б. Разностные методы решения некоторых краевых задач типа Стефана // Численные методы в газовой динамике. — 1965. — № 4. — С. 139-183.
15. Будаков Б.М., Соболева В.Н., Успенский А.Б. Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задач Стефана // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1965. — Т. 5, № 5. — С. 828–840.
16. Будаков Б.М., Васильева В.Н. О решении обратной задачи Стефана // ДАН СССР. — 1972. — Т. 204, № 6. — С. 1292-1295.
17. Бучко Н.А. Искусственное замораживание грунтов. — М.: Информэнерго, 1978. — 65 с.
18. Васильев Ф.П. О методике конечных разностей для решения однофазной задачи Стефана // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1963. — Т.3, № 5. — С. 861-873.
19. Васильев В.И. Численное интегрирование дифференциальных уравнений с нелокальными граничными условиями. — Якутск: Изд-во ЯФ СО АН СССР, 1985. — 159 с.
20. Васильев В.И., Максимов А.М., Петров Е.Е., Цыпкин Г.Г. Тепломассоперенос в промерзающих и протаивающих грунтах. — М.: Наука, Физматлит, 1996. — 224 с.
21. Венгеров И.Р. Теплофизика шахт и рудников. Математические модели. Том 1. Анализ парадигмы. — Донецк: Норд-Пресс, 2008. — 631 с.
22. Венгеров И.Р. Теплофизика шахт и рудников. Математические модели. Том 2. Анализ парадигмы. — Донецк: Норд-Пресс, 2012. — 684 с.
23. Временное руководство по проектированию процесса замораживания пород для проходки вертикальных стволов шахт. — Харьков: ВНИИОМШС. 1971 г. — 102 с.
24. ВСН 189-78. Инструкция по проектированию и производству работ по искусственному замораживанию грунтов при строительстве метрополитенов и тоннелей. — М.: Минтрансстрой, 1978. — 117 с.
25. Вялов С.С. Прочность и ползучесть мерзлых грунтов, и расчеты ледогрунтовых ограждений. — М.: Изд-во Академии наук СССР, 1962. — 253 с.

26. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. — М.: Наука, 1989. — 320 с.
27. Глоговский В. М., Лангман С. Л. Свойства решения обратной кинематической задачи сейсморазведки // *Seismic Technology*. — 2009. — Т. 6, № 1. — С. 10-17.
28. Гольдман Н.Л. Обратные задачи Стефана. Теория и методы решения. — М.: Изд-во МГУ, 1999. — 294 с.
29. Гольдман Н.Л. Теория и методы решения обратных задач Стефана: дисс. ... д-ра физ.-мат. наук. — Москва, 2000. — 316 с.
30. Демежко Д. Ю., Миндубаев М. Г., Хацкевич Б. Д. Температурные эффекты свободной тепловой конвекции в буровых скважинах // *Геология и геофизика*. — 2017. — Т. 58, № 10. — С. 1602-1610.
31. Демежко Д. Ю., Хацкевич Б. Д., Миндубаев М. Г. Исследование свободной тепловой конвекции в вертикальном водонаполненном цилиндре методом инфракрасной термографии // *Геология и геофизика*. — 2019. — Т. 60, № 7. — С. 1028-1035.
32. Дмитриев А.П., Гончаров С.А. Термодинамические процессы в горных породах. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Недра. 1990. — 360 с.
33. Долгаль А. С. Использование метода конечных элементов при интерпретации данных гравиразведки и магниторазведки // *Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о Земле*. — 2012. — № 1. — С. 108-127.
34. Долгов О.А. Методика расчета процесса замораживания горных пород при проходке стволов шахт способом замораживания на большую глубину // *Замораживание горных пород при проходке стволов шахт*. — М.: Изд-во Академии наук СССР, 1961. — С. 9-64.
35. Дорман Я.А. Искусственное замораживание грунтов при строительстве метрополитенов, — М.: Транспорт, 1971. — 302 с.
36. Дорман Я.А. Специальные способы работ при строительстве метрополитенов. — М.: Транспорт, 1981. — 302 с.
37. Ермаков С. М. Математическая теория планирования эксперимента. — М.: Изд. Наука, 1983. — 392 с.
38. Ефимова А.М. Вычислительная идентификация граничного условия в задачах теплопереноса // *Математические заметки СВФУ*. — 2017. — Т. 24, № 2. — С. 63-74.
39. Желнин М.С. Моделирование гидромеханического поведения грунтов при искусственном замораживании. дисс. канд. физ.-мат. наук. — Пермь, 2021. — 211 с.

40. Желнин М.С., Костина А.А., Прохоров А.Е., Плехов О.А., Агутин К.А., Семин М.А. Верификация термогидромеханической модели промерзания влагонасыщенного грунта на основе лабораторных экспериментов // Выч. мех. сплош. сред. — 2021. — Т. 14, № 2. — С. 144-158.
41. Желнин М.С., Плехов О.А., Семин М.А., Левин Л.Ю. Численное решение обратной задачи определения объемной теплоемкости породного массива в процессе искусственного замораживания // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2017. — № 4. — С. 56–75.
42. Зайцев А.В. Научные основы расчета и управления тепловым режимом подземных рудников. дисс. д-ра техн. наук. — Пермь, 2019. — 247 с.
43. Заровняев Б.Н., Шубин Г.В., Курилко А.С., Хохолов Ю.А. Прогноз температурно-влажностного состояния предохранительной подушки при отработке подкарьерных запасов руды в условиях криолитозоны // Горный журнал. — 2016. — № 9. — С. 33-36.
44. Иванов В.К., Королюк Т.И. Об оценке погрешности при решении линейных некорректно поставленных задач // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1969. — Т. 9. № 1. — С. 30-41.
45. Иванов В.К., Васин В.В., Танана В.П. Теория линейных некорректных задач и ее приложения. — М. : Наука, 1978. — 208 с.
46. Инструкция по расчету параметров, контролю и управлению искусственным замораживанием горных пород при строительстве шахтных стволов на территории Республики Беларусь. — ОАО «Беларуськалий», Минск-Солигорск, 2019. — 67 с.
47. Каймонов М.В., Хохолов Ю.А., Курилко А.С., Необутов Г.П. Методика расчета послойного намораживания пород при формировании льдопородного массива в горных выработках // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2003. — № 9. — С. 47-49.
48. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. — М.: Наука, 1964. — 488 с.
49. Кашников Ю.А., Ашихмин С.Г. Механика горных пород при разработке месторождений углеводородного сырья. — М.: Недра. — 2007. — 467 с.
50. Коваленко В.И. Применение программы Frost 3D для трёхмерного моделирования распределения температур в вечномёрзлом грунте при его термостабилизации // Журнал нефтегазового строительства. — 2013. — № 3. — С. 14-18.
51. Коздоба Л.А., Черняк В.П. Физическая характеристика и математическое описание системы "массив-выработка" в связи с проблемой прогноза и регулирования

- теплового режима глубоких шахт. В кн.: Тепловой режим глубоких шахт и металлических рудников // Материалы международного симпозиума «Градиент — 77». — Киев: Наукова думка, 1977. — С. 40-49.
52. Котова Т.Г., Коченов В.И., Цыбусов С.Н. Применение метода Годунова для решения задач Стефана с формулировкой расчета энтальпии // Успехи современной науки и образования. — 2016. — Т. 3, № 4. — С. 59-65.
53. Крылова Е.А. Численное решение обратной задачи Стефана методом введения распределенного источника теплоты // Математические заметки СВФУ. — 2014. — Т. 21, № 1. — С. 29-37.
54. Кудрин В.Д., Махоткин О.А. Задача Стефана для вещества, помещенного в контейнер конечной длины // Математические проблемы химии. — Новосибирск: Наука, 1970. — С. 57–74.
55. Курилко А.С., Киселев В.В., Хохолов Ю.А., Романова Е.К. Регулирование теплового режима подземных сооружений складского и специального назначения в условиях Севера. — Якутск, 2011. — 246 с.
56. Лаврентьев М.М. Условно корректные задачи для дифференциальных уравнений. — Новосибирск: Изд - во НГУ, 1973. — 71 с.
57. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математической физики и анализа. — М.: Наука, 1980. — 288 с.
58. Лаврентьев М.М., Савельев Л.Я. Теория операторов и некорректные задачи. — Новосибирск.: Издательство института математики, 1999. — 702 с.
59. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. — М.: Наука, 1967. — 736 с.
60. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Теория поля. 7-е изд., испр. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. — 512 с.
61. Левин Л.Ю., Колесов Е.В., Семин М.А. Исследование динамики ледопородного ограждения в условиях повреждения замораживающих колонок при проходке шахтных стволов // ГИАБ. — 2016. — № 11. — С. 257-265.
62. Левин Л. Ю., Семин М. А., Богомягков А. В., Паршаков О. С. Применение программного комплекса «FROZENWALL» для расчета искусственного замораживания пород // Изв. ТулГУ. Науки о Земле. — 2019. — № 4. — С. 269-283
63. Левин Л.Ю., Семин М.А., Зайцев А.В. Калибровка теплофизических свойств породного массива при моделировании формирования ледопородного ограждения строящихся шахтных стволов // ФТПРПИ. — 2019. — № 1. — С. 172-184.

64. Левин Л.Ю., Семин М.А., Зайцев А.В. Разработка математических методов прогнозирования микроклиматических условий в сети горных выработок произвольной топологии // ФТПРПИ. — 2014. — №. 2. — С. 154-161.
65. Левин Л. Ю., Семин М. А., Зайцев А. В. Решение обратной задачи Стефана при анализе замораживания грунтовых вод в породном массиве // ИФЖ. — 2018. — Т. 91, №. 3. — С. 655-663.
66. Левин Л.Ю. Исследование аэро- и термодинамических процессов, протекающих на начальном этапе организации сквозного проветривания рудника / Л.Ю. Левин, М.А. Семин, Ю.А. Ключкин, Е.В. Накаряков // Вестник ПНИПУ. Геология. Нефтегазовое и горное дело. — 2016. — Т.15, №21. — С.367–377.
67. Левин Л.Ю., Семин М.А., Паршаков О.С. Математическое прогнозирование толщины ледопородного ограждения при проходке стволов // ФТПРПИ. — 2017. — №. 5. — С. 154-161.
68. Левин Л. Ю., Семин М. А., Паршаков О. С. Совершенствование методов прогнозирования состояния ледопородного ограждения строящихся шахтных стволов с использованием распределенных измерений температуры в контрольных скважинах // Записки Горного института. — 2019. — Т. 237. — С. 268-274.
69. Левин Л. Ю. Метод решения обратной задачи Стефана для контроля состояния ледопородного ограждения при проходке шахтных стволов / Л.Ю. Левин, М.А. Семин, О.С. Паршаков, Е.В. Колесов // Вестник ПНИПУ. Геология, нефтегазовое и горное дело. — 2017. — Т. 16, № 3. — С.255-267.
70. Левин Л. Ю., Семин М. А., Плехов О. А. Сравнительный анализ существующих методов расчета толщины ледопородного ограждения строящихся шахтных стволов // Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. — 2018. — Т. 9, №. 4. — С. 93-103.
71. Лейбензон Л.С. К вопросу о затвердевании земного шара из первоначального расплавленного состояния // Изв. АН СССР. Серия географ, и геофиз.наук. — 1939. — № 6. — С. 625-661.
72. Литвин А.З., Поляков Н.М., Проходка стволов шахт специальными способами. — М.: Недра, 1974. — 326 с.
73. Лыков А.В. Явления переноса в капиллярно-пористых телах. — М.: ГИТТЛ, 1954. — 298 с.
74. Лыков А.В. Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1967. — 600 с.
75. Маньковский Г.И. Подоляко Л.Г. Проходка стволов шахт специальными способами в ФРГ и Голландии. — М.: Госгортехиздат, 1961. — 206 с.

76. Маньковский Г.И. Специальные способы проходки горных выработок. — М.: Углетехиздат, 1958. — 452 с.
77. Маньковский Г.И. Теоретические исследования процесса замораживания горных пород. — М.: Углетехиздат, 1959. — 27 с.
78. Мирасов В.Ф., Сидикова А.И. Приближенное решение обратной граничной задачи теплообмена методом регуляризации А.Н. Тихонова // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. — 2014. — Т. 6, № 2. — С. 5-11.
79. Михеев М.А. Основы теплопередачи. — М.-Л.: ГЭИ, 1956. — 390 с.
80. Морозов В.А., Гольдмал Н.Л., Самарин М.К. Метод дескриптивной регуляризации и качество приближенных решений // ИФЖ. — 1977. — Т. 33, № 6. — С. 1117-1124.
81. Насонов И.Д. Замораживание фильтрующих горных пород. — М.: Недра, 1968. — 188 с.
82. Насонов И.Д., Тютюнник П.М., Коновалихин В.Е. Патент. Акустический способ контроля качества ледопородных ограждений при сооружении подземных объектов. Заявитель: МГИ. — авторское свидетельство СССР № 476502, опубликовано 05.07.1975. — 5 с.
83. Новиков Е.А., Шкуратник В.Л., Ошкин Р.О., Кормнов А.А. Патент. Акустический способ контроля качества и процесса формирования ледопородных ограждений при сооружении подземных объектов. Патентообладатель: МИСиС. — патент № 2581188, опубликовано 20.04.2016. — 6 с.
84. Новиков Ф.Я. Температурный режим мерзлых горных пород за крепью шахтных стволов. — М.: Изд-во АН СССР, 1959. — 78 с.
85. Отчет о НИР «Разработка исходных данных для проектирования скипового и клетьевого шахтных стволов (научно-методическое сопровождение при бурении скважин, лабораторные работы и исходные данные) по договору № 66-12, этап 5.4 — Минск: ОАО «Белгорхимпром», 2014. — 235 с.
86. Отчет о НИР «Проанализировать результаты теплофизических исследований образцов горных пород и обобщить данные для расчета и обоснования оптимальной толщины ледогрунтового ограждения при строительстве шахтных стволов способом замораживания на Нежинском (восточная часть) участке Старобинского месторождения калийных солей» по договору №66-12 этап 5.4, по договору № 20-13, этап 3. — Минск: Институт природопользования НАН Беларуси, 2013. — 177 с.

87. Отчет о НИР. Разработка исходных данных для проекта проходки шахтных стволов, в т.ч. исходные данные по скиповому стволу. В 2-х кн. Книга 1. — Минск, 2013. — 192 с.
88. Паланкоев И.М. Обоснование параметров технологии проходки шахтных стволов в искусственно замороженных породах: дисс. ... канд. техн. наук. — Москва, 2015. — 192 с.
89. Паршаков О.С. Разработка автоматизированной системы термометрического контроля ледопородных ограждений: дисс. ... канд. техн. наук. — Пермь, 2020. — 140 с.
90. ПБ 03-428-02 «Правила безопасности при строительстве подземных сооружений». 2009. — 407 с.
91. Рубинштейн Л.И. О решении задачи Стефана // Известия АН СССР. Серия: География и геофизика. — 1947. — № 1. — С. 37–54.
92. Рубинштейн Л.И. Температурные поля в нефтяных пластах. — М.: Недра, 1972. — 276 с.
93. Самарский А.А., Моисеенко Б.Д. Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1965. — Т. 5, № 5. — С. 816-827.
94. Семин М.А. Богомягков А.В., Левин Л.Ю. Теоретический анализ динамики ледопородного ограждения при переходе на пассивный режим замораживания // Записки горного института. — 2020. — Т. 243. — С. 319-328.
95. Семин М.А., Богомягков А.В., Левин Л.Ю. Определение технологических параметров систем замораживания пород из условия поддержания проектной толщины ледопородного ограждения // Горные науки и технологии. — 2021. — Т. 6, № 3. — С. 192-202.
96. Семин М.А., Бровка Г.П., Пугин А.В., Бублик С.А., Желнин М.С. Исследование влияния неоднородности поля температур на прочность ледопородных ограждений стволов шахт // ГИАБ. — 2021. — № 9. — С. 79-93.
97. Семин М.А., Зайцев А.В., Левин Л.Ю. Численное решение обратной задачи Стефана при анализе искусственного замораживания породного массива // Мат. мод. — 2021. — Т.33, № 2. — С. 93-108.
98. Семин М.А., Зайцев А.В., Паршаков О.С., Желнин М.С. Обоснование технологических параметров термометрического контроля состояния ледопородного ограждения // Изв. ТПУ. Инж. георес. — 2020. — Т. 331, № 9. — С. 215-228.



99. Семин М.А., Левин Л.Ю. Методы расчета искусственного замораживания пород при строительстве шахтных стволов. — М.: Научный мир, 2021. — 152 с.
100. Семин М.А., Левин Л.Ю. Теоретическое исследование теплообмена между воздушным потоком и крепью шахтного ствола при наличии тепловой конвекции // ГИАБ. — 2020. — № 6. — С. 46-57.
101. Семин М.А., Левин Л.Ю., Богомяков А.В., Пугин А.В. О неоднозначности интерпретации поля температур замораживаемого породного массива с помощью скважинной термометрии // Изв. ТПУ. Инж. георес. — 2021. — Т. 332, № 6. — С. 7-18.
102. Семин М.А., Левин Л.Ю., Паршаков О.С. Выбор параметров и обоснование режима работы замораживающих колонок для поддержания толщины ледопородного ограждения // ФТПРПИ. — 2020. — № 5. — С. 194-205.
103. Семин М.А., Левин Л.Ю., Паршаков О.С. Исследование влияния фильтрационного потока грунтовых вод на искусственное замораживание породного массива // ИФЗ — 2021. — Т. 94, № 1. — С. 51-61.
104. Семин М.А., Левин Л.Ю., Пугин А.В. Расчет земных теплопритоков при искусственном замораживании породного массива // ФТПРПИ. — 2020. — № 1. — С. 162-171.
105. Семин М.А., Левин Л.Ю., Желнин М.С., Плехов О.А. Исследование естественной конвекции в обводненном породном массиве в условиях искусственного замораживания // ФТПРПИ. — 2020. — № 2. — С. 151-163.
106. Семин М.А., Левин Л.Ю., Желнин М.С., Плехов О.А. Определение мест расположения контрольно-термических скважин при искусственном замораживании породного массива // ПММ. — 2021. — Т. 85, № 2. — С. 257-272.
107. Слепцов С.Д., Рубцов Н.А., Саввинова Н.А. Однофазная задача Стефана в селективно-поглощающей среде // Теплофизика и аэромеханика. — 2016. — Т. 23, № 1. — С. 115–124.
108. СП 45.13330.2012 Земляные сооружения, основания и фундаменты. Актуализированная редакция СНиП 3.02.01-87.
109. СП 103.13330.2012 Защита горных выработок от подземных и поверхностных вод.
110. Старостин Е.Г., Лебедев М.П. Свойства связанной воды в дисперсных породах. Часть II. Теплота кристаллизации // Криосфера земли. — 2014. — Т. 38, № 4. — С. 39 – 46.
111. Степанов Ю. И. Изучение многолетнего льда при помощи георадара и минералогических исследований на примере пещеры Медео (Северный Урал) / Ю.И.

- Степанов, А.А. Тайницкий, А.В. Кичигин, О.И. Кадебская //Проблемы региональной экологии. — 2014. — №. 1. — С. 30-35.
112. Тайницкий А. А. Анализ традиционного и альтернативного подходов к решению обратной задачи ВЭЗ //Геология и полезные ископаемые Западного Урала. — 2019. — №. 2. — С. 231-235.
113. Тихонов А.Н. Теорема единственности для уравнения теплопроводности // Математический сборник. — 1935. — № 2. — С. 199-216.
114. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректно поставленных задач. — М.: Наука, 1974. — 223 с.
115. Трупак Н.Г. Замораживание горных пород при проходке стволов. — М.: Углетехиздат, 1954. — 896 с.
116. Федеральные нормы и правила в области промышленной безопасности «Правила безопасности при ведении горных работ и переработке твердых полезных ископаемых». — 2020. — 523 с.
117. Хакимов Х.Р. Замораживание грунтов в строительных целях. — М.: Госстройиздат, 1962. — 188 с.
118. Хохолов Ю.А., Соловьев Д.Е. Математическое моделирование тепловых процессов в горных выработках шахт и рудников Севера. — Новосибирск: Гео, 2013. — 185 с.
119. Цытович Н. А. Механика мерзлых грунтов: учебн. пособие. — М., «Высш.: школа», 1973. — 448 с.
120. Чарный И.А. Расчет скорости замораживания грунтов. Советский метрополитен. М.: — 1940. — 118 с.
121. Чувилин Е.М., Гребенкин С.И., Сакле М. Влияние влагосодержания на газопроницаемость песчаных пород в мерзлом и талом состояниях // Криосфера Земли. — 2016. — Т. 20, № 3. — С. 71 — 78.
122. Чугунов В.А. Термогидродинамические процессы с фазовыми переходами при проходке горных выработок: автореф. ... дисс. д-ра физ.-мат. наук. — Казань, 1992. — 36 с.
123. Шардаков И.Н., Созонов Н.С., Цветков Р.В. Экспериментально-теоретические основы автоматизированных систем деформационного мониторинга с использованием волоконно-оптических элементов // Вестник Пермского научного центра УрО РАН. — 2016. — № 4. — С. 91-95.
124. Шувалов Ю.В., Энкашев М.М. Решение двухфазной задачи Стефана для плоско-параллельного потока. — В кн.: Физические процессы горного производства.

- Теплофизические процессы в горной технологии. / Сб-к научн. трудов. — Л.: Изд-во ЛГИ, 1983. — С. 19-25.
125. Aguirre-Puente, J., Fremond, M. Frost and water propagation in porous media. In book: Applications of Methods of Functional Analysis to Problems in Mechanics. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2006. – С. 137-147.
126. Akagawa S. Artificially frozen ground and related engineering technology in Japan // Sciences in Cold and Arid Regions. – 2021. – Т. 13, №. 2. – С. 77-86.
127. Aksenov B.G. Numerical solution of unidimensional multiple-front Stefan problems // Izvestia Sibirskogo otdelenia Akademii nauk SSSR. Seria tehniceskikh nauk. – 1987. – Т. 18. – С. 120-123.
128. Aksenov B.G., Karyakin Y.E., Karyakina S.V. A Multifront Problem of Freezing-Thawing Moist Soil // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Т. 463, № 2. – статья № 022024.
129. Alkire B. D., Andersland O.B. The effect of confining pressure on the mechanical properties of sand-ice materials // Glaciol. – 1973. – Т. 12, № 66. – С. 469-481.
130. Allen D.N.D.G., Severn R.T. The application of relaxation methods to the solution of non-elliptic partial differential equations: III. Heat conduction, with change of state, in two space dimensions // Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. – 1962. – Т. 15, № 1. – С. 53-62.
131. Alzoubi M. A., Xu M., Hassani F. P., Poncet S., Sasmito A. P. Artificial ground freezing: A review of thermal and hydraulic aspects // Tunnelling and Underground Space Technology. – 2020. – Т. 104. – статья № 103534.
132. Alzoubi M. A., Nie-Rouquette A., Sasmito A. P. Conjugate heat transfer in artificial ground freezing using enthalpy-porosity method: Experiments and model validation // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2018. – Т. 126. – С. 740-752.
133. Andersland O.B., Alnouri I. Time dependent strength behavior of frozen soils // Soil Mech. Found. Div. – 1970. – Т. 96, № SM 4. – С. 1249-1265.
134. Andersland O. B., Douglas A. G. Soil deformation rates and activation energies // Geotechnique. – 1970. – Т. 20, № 1. – С. 1-16.
135. Andersland O. B., Ladanyi B. An introduction to frozen ground engineering, Springer Science & Business Media, 1994. – 352 с.
136. Anderson D.M., Morgenstern N.R. Physics, chemistry and mechanics of frozen ground // 2nd International Conference on Permafrost. – 1973. – С. 257–288.
137. Asaithambi N. S. A Galerkin method for Stefan problems // Applied Mathematics and Computation. – 1992. – Т. 52, № 2-3. – С. 239–250.

138. Atluri S.N., Shen S. The meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) method. – Tech Science Press, 2002. – 440 c.
139. Azaiez M., Jelass, F, Mint Brahim M., Shen J. Two-phase Stefan problem with smoothed enthalpy // *Communications in Mathematical Sciences*. – 2016. – T. 14, № 6. – C. 1625-1641.
140. Azmatch T. F., Segoo D. C., Arenson L. U., Biggar K. W. Using soil freezing characteristic curve to estimate the hydraulic conductivity function of partially frozen soils // *Cold Regions Science and Technology*. – 2012. – T. 83-84. – C. 103–109.
141. Baldwin B. S., Lomax H. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows // *AIAA Paper*. – 1978. – C. 78-257.
142. Basu B, Date A. Numerical modelling of melting and solidification problems – a review // *Sadhana*. – 1988. – T. 13, № 3. – C. 169-213.
143. Beck J. V., Blackwell B., St. Clair C. R. jr. *Inverse Heat Conduction. Ill-Posed Problems*, New York etc., J. Wiley & Sons, 1985. – 308 c.
144. Berg R.L., Ingersoll J., Guymon G.L. Frost heave in an instrumented soil column // *Cold Regions Science and Technology*. – 1980. – T. 3, № 2-3. – C. 211-221.
145. Black P. B., Miller R. D. Hydraulic conductivity and unfrozen water content of air-free frozen silt // *Water Resources Research*. – 1990. – T. 26, № 2. – C. 323-329.
146. Bonacina C., Comini G., Fasano A., Primicerio M. Numerical solutions of phase change problems // *International Journal of Heat Mass Transfer*. – 1973. – T. 16. – C. 1825-1832.
147. Bonnerot, R., Jamet, P. Numerical computation of the free boundary for the two-dimensional Stefan problem by space-time finite elements // *Journal of Computational Physics*. – 1977. – T. 25, № 2. – C. 163-18.
148. Bragg R.A., Andersland O. B. Strain rate, temperature, and sample size effects on compression and tensile properties of frozen sand // *Engineering Geology*. – 1981. – T. 18, № 1-4. – C. 35-46.
149. Cebeci T., Smith A. M. O. *Analysis of turbulent boundary layer*, New York; London: Academic Press, 1974.
150. Chamberlain E. J., Gow, A. J. Effect of freezing and thawing on the permeability and structure of soils // *Engineering Geology*. – 1979. – T. 13, № 1-4. – C. 73–92.
151. Chamberlain E., Groves C., Perham R. The mechanical behavior of frozen earth materials under high pressure triaxial test conditions // *Geotechnique*. – 1972. – T. 22, № 3. – C. 469-483.
152. Chen S., Merriman B., Osher S., Smereka P. A Simple Level Set Method for Solving Stefan Problems // *Journal of Computational Physics*. – 1997. – T. 135, № 1. – C. 8-29.

153. Chernous'ko F. L. Solution of non-linear heat conduction problems in media with phase changes // *Int. Chem. Engng.* – 1970. – T. 10. – C. 42-48.
154. Chessa J., Smolinski P., Belytschko T. The extended finite element method for solidification problems // *International Journal for Numerical Methods in Engineering.* – 2002. – T. 53. – C. 1959–1977.
155. Choi H. J., Won J., Lee D., Lee H., Choi H. Effect of Ground Freezing with Liquid Nitrogen on Freezing Rate and Mechanical Properties of Coastal Clayey Silt // *Journal of Engineering Mechanics.* – 2021. – T. 147, № 9. – статья № 04021057.
156. Chugaev A.V., Pugin A.V., Lisin V.P., Tarakanov S.A. Particular Features of Wave-Field Forming in the Process of Ice Wall Fencing Study at the Mine Shaft by the Borehole Seismic Methods // *Engineering and Mining Geophysics 2019, 15th Conference and Exhibition, European Association of Geoscientists & Engineers.* – 2019. – T. 2019, № 1. – C. 1-11.
157. Ciavaldini, J.F. Numerical Analysis of a Two-Phase Stefan Problem by the Finite Element Method // *SIAM Journal on Numerical Analysis.* – 1975. – T. 12, № 3. – C. 464-487.
158. Colburn A. P., A method of correlating forced convection heat transfer data and a comparison with fluid friction // *Transactions of American Institute of Chemical Engineers.* – 1933. – T. 29. – C. 174-210.
159. Colmenares L. B., Zoback M. D. A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences.* – 2002. – T. 39, № 6. – C. 695-729.
160. Comini G., Del Giudice S., Lewis R.W., Zienkiewicz O.C. Finite element solution of non-linear heat conduction problems with special reference to phase change // *Int. J. Numer. Methods. Eng.* – 1974. – T. 8, № 3. – C. 613-624.
161. Coussy O. Poromechanics of freezing materials // *J. Mech. Phys. Solids.* – 2005. – T. 53, № 8. – C. 1689–1718.
162. Crank J. *Free and Moving Boundary Problems.* – Clarendon Press, Oxford, 1984. – 425 c.
163. Crank J, Gupta R.S. Isotherm Migration Method in two dimensions // *International Journal of Heat and Mass Transfer.* – 1975. – T. 18, № 9. – C. 1101-1107.
164. Crowley A.B. Numerical solution of Stefan problems // *International Journal of Heat and Mass Transfer.* – 1978. – T. 21, № 2. – C. 215-219.
165. Di Benedetto E., Elliott C. M. Existence for a problem in ground freezing // *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications.* – 1985. – T. 9, № 9. – C. 953–967.
166. Diligenskaya A. N. Method of Parametric Optimization in Problems of Identification of Boundary Conditions of Convective Heat Transfer in Processes of Non-Stationary Heat

- Conduction // 2018 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon). – 2018. – 14 с.
167. Diment W. H. Thermal regime of a large diameter borehole: instability of the water column and comparison of air-and water-filled conditions // *Geophysics*. – 1967. – Т. 32, № 4. – С. 720-726.
168. Dix R. C., Cizek J. The isotherm migration method for transient heat conduction analysis // *Proc. Fourth Int. Heat Transfer Conference, Paris, A.S.M.E., New York*. – 1971. – Т. 1.
169. Douglas J., Gallie T. M. On the numerical integration of a parabolic differential equation subject to a moving boundary condition // *Duke Mathematical Journal*. – 1955. – Т. 22, № 4. – С. 557-571.
170. Dowding K. J., Beck J. V. A Sequential Gradient Method for the Inverse Heat Conduction Problem (IHCP) // *Journal of Heat Transfer*. – 1999. – Т. 121, № 2. – С. 300–306.
171. Dupuit J. Mouvement de l'eau a travers le terrains permeables // *C. R. Hebd. Seances Acad. Sci.* – 1857. – Т. 45. – С. 92–96.
172. Dyachuk R.P., Furman A.V. Quasi-stationary Stefan problem for a "hot" pipeline in a frozen mass // *Power Eng.* – 1977. – Т. 15, № 5. – С. 139–146.
173. Evirgen B. Comparison of individual and sequential copper piping systems in an experimental artificial ground freezing model // *Arabian Journal of Geosciences*. – 2021. – Т. 14, №. 11. – С. 1-12.
174. Fabbri M., Voller V.R. Numerical solution of plane-front solidification with kinetic undercooling // *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*. – 1995. – Т. 27, № 4. – С. 467–486.
175. Feulvarch E., Roux J.-C., Bergheau J.-M. An enriched finite element algorithm for the implicit simulation of the Stefan problem // *Comptes Rendus – Mecanique*. – 2011. – Т. 339, № 10. – С. 649–654.
176. Fish A.M. Strength of frozen soil under a combined stress state // *Proceedings of 6th International Symposium on Ground Freezing*. – 1991. – Т. 1. – С. 135–145.
177. Fowler A. C. Secondary Frost Heave in Freezing Soils // *SIAM Journal on Applied Mathematics*. – 1989. – Т. 49, № 4. – С. 991–1008.
178. Frisch U., d'Humieres D., Hasslacher B., Lallemand P., Pomeau Y., Rivet J-P. Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions // *Complex Syst.* – 1987. – Т. 1. – С. 649–707.
179. Fu Y., Hu J., Wu Y. Finite element study on temperature field of subway connection aisle construction via artificial ground freezing method // *Cold Regions Science and Technology*. – 2021. – Т. 189. – статья № 103327.

180. Fukao T. Convergence of Cahn-Hilliard systems to the Stefan problem with dynamic boundary conditions // *Asymptotic Analysis*. – 2016. – T. 99, № 1-2. – C. 1–21.
181. Fukusako S, Seki N. Fundamental aspects of analytical and numerical methods on freezing and melting heat-transfer problems // *Annual review of heat transfer*. – 1987. – T. 1. – C. 351–402.
182. Furzeland R. M. A comparative study of numerical methods for moving boundary problems // *Inst. Maths Applies*. – 1980. – T. 26. – C. 411–429.
183. Gnielinski V. Heat Transfer Coefficients for Turbulent Flow in Concentric Annular Ducts // *Heat Transfer Engineering*. – 2009. – T. 30, № 6. – C. 431–436.
184. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. *Deep learning*. – MIT press, 2016. – 800 c.
185. Goughnour R.R., Andersland O.B. Mechanical properties of a sand-ice system // *Soil Mech. Found. Div.* – 1968. – T. 94, № SM 4. – C. 923-950.
186. Guymon G.L., Hromadka T.V., Berg R.L. A one dimensional frost heave model based upon simulation of simultaneous heat and water flux // *Cold Regions Science and Technology*. – 1980. – T. 3, № 2-3. – C. 253–262.
187. Guymon G. L., Hromadka T. V., Berg R. L. Two-Dimensional Model of Coupled Heat and Moisture Transport in Frost-Heaving Soils // *Journal of Energy Resources Technology*. – 1984. – T. 106, № 3. – C. 336–343.
188. Hadamard J. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique // *Princet University Bulletin*. – 1902. – C. 49–52.
189. Harlan R.L. Analysis of Coupled Heat-Fluid Transport in Partially Frozen Soil // *Water resources research*. – 1973. – T. 9, № 5. – C. 1314–1323.
190. Haynes F.D., Karalius J. A., Kalafut J. Strain Rate Effect on the Strength of Frozen Silt, U.S. Army Cold Reg. Res. Eng. Lab. Res. Rep. RR 350. – 1975. – 29 c.
191. Haynes F.D. Strength and deformation of frozen silt // *Proc. 3rd Int. Conf. on Permafrost*. – 1978. – T. 1. – C. 656-661.
192. Hillel D. *Applications of Soil Physics*. – New York: Academic Press, 1980. — 440 c.
193. Hirt C., Nichols B. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *J. Comput. Phys*. – 1981. – T. 39, № 1. – C. 201–225.
194. Hohmann M. Soil freezing — the concept of soil water potential. State of the art // *Cold Regions Science and Technology*. – 1997. – T. 25, № 2. – C. 101–110.
195. Holden J.T., Jones R.H., Dudek S.J.M. Heat and mass flow associated with a freezing front // *Engineering Geology*. – 1981. – T. 18, № 1–4. – C. 153–164.

- 196.Hon Y-C, Sarler B., Fang Yun D. Local radial basis function collocation method for solving thermo-driven fluid-flow problems with free surface // *Eng Analysis Bound Elem.* – 2015. – T. 57. — C. 2–8.
- 197.Hooke R. L., Dahlin B. B., Kauper M. T. Creep of ice containing dispersed fine sand // *J. Glaciol.* – 1972. – T. 11, № 63. – C. 327-336.
- 198.Hożejowski L., Hożejowska, S. Trefftz method in an inverse problem of two-phase flow boiling in a minichannel // *Engineering Analysis with Boundary Elements.* – 2019. – T. 98. – CP. 27–34.
- 199.Hrubesova E., Mohyla, M. Back Analysis Methods in Geotechnical Engineering // *Advanced Materials Research.* – 2014. – T. 1020. – C. 423–428.
- 200.Hu R., Liu Q., Xing Y. Case study of heat transfer during artificial ground freezing with groundwater flow // *Water (Switzerland).* – 2018. – T. 10, № 10. – C. 1322–1339.
- 201.Huang S.-B., Liu Q.-S., Cheng A.-P., Liu Y.-Z. A coupled hydro-thermal model of fractured rock mass under low temperature and its numerical analysis // *Yantu Lixue/Rock and Soil Mechanics.* – 2018. – T. 39, № 2. – C. 735–744.
- 202.Jahangir M.H., Sadrnejad S.A. A new coupled heat, moisture and air transfer model in unsaturated soil // *Journal of Mechanical Science and Technology.* – 2012. – T. 26, № 11. – C. 3661–3672.
- 203.Jame Y., Norum D. Heat and Mass Transfer in a Freezing Unsaturated Porous Medium // *Water resources research.* – 1980. – T. 16, № 4. – C. 811–819.
- 204.Jerome J.W. Nonlinear equations of evolution and a generalized Stefan problem // *Journal of Differential Equations.* – 1977. – T. 26, № 2. – C. 240–261.
- 205.Ji Y., Zhou G., Vandeginste V., Zhou Y. Thermal-hydraulic-mechanical coupling behavior and frost heave mitigation in freezing soil // *Bulletin of Engineering Geology and the Environment.* – 2021. – T. 80, № 3. – статья № 2701-2713.
- 206.Jones S. J., Parameswaran V.R. Deformation behavior of frozen sand-ice materials under triaxial compression // *In Proc. 4th Int. Conf. on Permafrost, Fairbanks, Alaska. Washington – D.C.: National Academy Press.* – 1983. – T. 1. – C. 560-565.
- 207.Juric D., Tryggvason G. A front-tracking method for dendritic solidification. *J. Comput. Phys.* – 1996. – T. 123. – C. 127–148.
- 208.Kang H.H., Kaya M., Hajimirza S. A data driven artificial neural network model for predicting radiative properties of metallic packed beds // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer.* – 2019. – T. 226. – C. 66–72.



209. Kang Y., Hou C., Li K., Liu B., Sang H. Evolution of temperature field and frozen wall in sandy cobble stratum using LN2 freezing method // *Applied Thermal Engineering*. – 2021. – Т. 185. – статья № 116334.
210. Kazakov B.P., Shalimov A.V., Semin M.A. Stability of natural ventilation mode after main fan stoppage. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2015. – Т. 86. – С. 288-293.
211. Kim J., Lee J.-S., Arnold C., Kim S.Y. Evaluation of Thawing and Stress Restoration Method for Artificial Frozen Sandy Soils Using Sensors // *Sensors*. – 2021. – Т. 21, №. 5. – статья № 1916.
212. König-Haagen A., Franquet E., Pernot E., Brüggemann D. A comprehensive benchmark of fixed-grid methods for the modeling of melting // *International Journal of Thermal Sciences*. – 2017. – Т. 118. – С. 69–103.
213. Konrad J.M. Procedure for determining the segregation potential of freezing soils // *Geotechnical Testing Journal*. – 1987. – Т. 10, № 2. – С. 51–58.
214. Konrad J.-M., Morgenstern N.R. The segregation potential of a freezing soil // *Can. Geotech. J.* – 1981. – Т. 18. – С. 482–491.
215. Koopmans R. W. R., Miller R. D. Soil Freezing and Soil Water Characteristic Curves // *Soil Science Society of America Journal*. – 1966. – Т. 30, № 6. – С. 680–685.
216. Kostina A., Zhelnin M., Plekhov O., Pantelev I., Levin L., Semin M. An Applicability of Vyalov's equations to ice wall strength estimation // *Frat. ed Integrita Strutt.* — 2020. — Т. 14, №. 53. — С. 394-405.
217. Kudryashov N.A., Shilnikov K.E. Numerical simulation of cryosurgeries and optimization of probe placement // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. – 2015. – Т. 55, № 9. – С. 1579–1589.
218. Kurylyk B.L., Watanabe K. The mathematical representation of freezing and thawing processes in variably-saturated, non-deformable soils // *Advances in Water Resources*. – 2013. – Т. 60. – С. 160–177.
219. Ladanyi B. Mechanical behavior of frozen soils // *In Proc. Int. Symp. on Mechanical Behavior of Structured Media, Carleton Univ., Ottawa, May 18-21, 1981*. – New York: Elsevier. – 1981. – Т. B. – С. 205-245.
220. Ladanyi B., Morel J.-F. 1990. Effect of internal confinement on compression strength of frozen sand // *Can. Geotech. J.* – 1990. – Т. 27, № 1. – С. 8-18.
221. Lamé G., Clapeyron B.P. Memoire sur la solidification par refroidissement d'un globe liquid // *Annales Chimie Physique*. – 1831. – Т. 47. – С. 250–256.

- 222.Lamm P. K. Future-Sequential Regularization Methods for Ill-Posed Volterra Equations: Applications to the Inverse Heat Conduction Problem // *J. Math. Analysis and Applications*. – 1995. – Т. 195. – С. 469–494.
- 223.Lazaridis A. A numerical solution of the multidimensional solidification (or melting) problem // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 1970. – Т. 13, № 9. – С. 1459–1477.
- 224.Levin L., Golovaty I., Zaitsev A., Pugin A., Semin M. Thermal monitoring of frozen wall thawing after artificial ground freezing: Case study of Petrikov Potash Mine // *Tunnelling and Underground Space Technology*. – 2021. – Т. 107. – статья № 103685.
- 225.Lewis W.K. The rate of drying of solid materials // *The journal of industrial and engineering chemistry*. – 1921. – Т. 13, № 5. – С. 427–432.
- 226.Li D., Zhang C., Ding G., Zhang H., Chen J., Cui H., Pei W., Wang S., An L., Li P., Yuan C. Fractional derivative-based creep constitutive model of deep artificial frozen soil // *Cold Regions Science and Technology*. – 2020. – Т. 170. – статья № 102942.
- 227.Li J. C., Andersland O. B. Creep behavior of frozen sand under cyclic loading conditions // *Preprint 2nd Int. Symp. on Ground Freezing, Trondheim, Norway*. – 1980. – Т. 1. – С. 223-234.
- 228.Li M., Ma Q., Luo X., Jiang H., Li Y. The coupled moisture-heat process of a water-conveyance tunnel constructed by artificial ground freezing method // *Cold Regions Science and Technology*. – 2021. – Т. 182. – статья № 103197.
- 229.Li P., Xie X., Ji Q. Dynamic evolution analysis on frozen wall temperature of cross passage of Shanghai Yangtze River tunnel // *Journal of Tongji University*. – 2013. – Т. 41, № 4. – С. 515–521.
- 230.Lorenzo-Trueba, J., Voller, V.R. Analytical and numerical solution of a generalized Stefan problem exhibiting two moving boundaries with application to ocean delta formation. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. – 2010. – Т. 366, № 2. – С. 538–549.
- 231.Lu X., Zhang Q., Sun W., Yan S., Zhang J. Refined Calculation of Temperature Field in Cross-passage by Artificial Ground Freezing // *Journal of Physics: Conference Series*. – IOP Publishing, 2021. – Т. 1972, № 1. – статья № 012081.
- 232.Ma G.-Y., Du M.-J., Li D. Numerical calculation for temperature coupled with moisture and stress of soil around buried pipeline in permafrost regions // *Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science)*. – 2011. – Т. 35, № 3. – С. 108-114.
- 233.Ma J., Wang X. Natural convection and its fractal for liquid freezing in a vertical cavity filled with porous medium // *Heat Transfer—Asian Research: Co-sponsored by the Society*

- of Chemical Engineers of Japan and the Heat Transfer Division of ASME. – 1999. – T. 28, № 3. – C. 165-171.
- 234.Ma W., Wu Z., Chang X. Effect of confining pressure on strength behavior of frozen soil // Chinese Journal of Geotechnical Engineering. – 1995. – T. 17, № 5. – C. 7–11.
- 235.Mallick A., Ranjan R., Prasad D. K. Inverse estimation of variable thermal parameters in a functionally graded annular fin using dragon fly optimization // Inverse Problems in Science and Engineering. – 2019. – T. 27, № 7. – C. 969-986.
- 236.Markov S.I. A discontinuous Galerkin method for mathematical modeling of ice melting at the interaction with the environment // IOP Conference Series Earth and Environmental Science. – 2018. – T. 193, № 1. – статья № 012043.
- 237.Massarotti N., Mauro A., Trombetta V. Sparse Subspace Learning and Characteristic Based Split for Modelling Artificial Ground Freezing // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2021. – T. 180. – статья № 121789.
- 238.Mauro A., Normino G., Cavuoto F., Marotta P., Massarotti N. Modeling artificial ground freezing for construction of two tunnels of a metro station in Napoli (Italy) // Energies. – 2020. – T. 13, № 5. – статья № 1272.
- 239.McCauley, C.A., White, D.M., Lilly, M.R., Nyman, D.M. A comparison of hydraulic conductivities, permeabilities and infiltration rates in frozen and unfrozen soils // Cold Regions Science and Technology. – 2002. – T. 34. – C. 117–125.
- 240.McNamee J. Seepage into a Sheeted Excavation // Géotechnique.1949. Vol. 1, no. 4. P. 229–241.
- 241.Mellor M. Mechanical properties of polycrystalline ice. In book: Physics and Mechanics of Ice. – Berlin: Springer-Verlag, 1979. – C. 217-245.
- 242.Meyer G.H. On a free interface problem for linear ordinary differential equations and the one-phase Stefan problem // Numerische Mathematik. – 1970. – T. 16. – C. 248–267.
- 243.Meyer G.H. Multidimensional Stefan problems // SIAM Journal on Numerical Analysis. – 1973. – T. 10. – C. 522–538.
- 244.Meyer G.H. The numerical solution of Stefan problems with front-tracking and smoothing methods // Applied Mathematics and Computation. – 1978. – T. 4, № 4. – C. 283–306.
- 245.Miller R. D., Koslow E. E. Computation of rate of heave versus load under quasi-steady state // Cold Regions Science and Technology. – 1980. – T. 3, № 2-3. – C. 243–251.
- 246.Ming F., Zhang S., Niu F., Zhou Z.A study on crack damage stress and the damage constitutive model of frozen sandstone // Bulletin of Engineering Geology and the Environment. – 2021. – T. 80, № 9. – C. 1-16.

247. Moës N., Dolbow J., Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. – 1999. – T. 46, № 1. – С. 131–150.
248. Mori M. Stability and Convergence of a Finite Element Method for Solving the Stefan Problem // *Publications of the Research Institute for Mathematical Sciences*. – 1976. – Т. 12, № 2. – С. 539–563.
249. Mottaghy D., Rath V. Latent heat effects in subsurface heat transport modeling and their impact on palaeotemperature reconstructions // *Geophys. J. Intern.* – 2006. – Т. 164. – С. 236–245.
250. Murray W.D., Landis F. Numerical and machine solutions of transient heat-conduction problems involving melting or freezing // *Journal of Heat Transfer*. – 1959. – Т. 81. – С. 106–112.
251. Muskat M. The seepage of water through porous media under the action of gravity // *Eos, Transactions American Geophysical Union*. – 1936. – Т. 17, № 2. – С. 391–395.
252. Nicotera M. V., Russo G. Monitoring a deep excavation in pyroclastic soil and soft rock // *Tunnelling and Underground Space Technology*. – 2021. – Т. 117. – статья № 104130.
253. Nie B.S., Peng B., Guo J.H., Liu X.F., Liu X.T., Shen J.S. Research on Characteristics of Air Flow Disorder in Inlet Shafts // *Journal of Mining Science*. – 2018. – Т. 54, № 3. – С. 444-457.
254. Nikolaev A.V., Alymenko N.I., Kamenskikh A.A., Alymenko D.N., Nikolaev V.A., Petrov A.I. Factors defining value and direction of thermal pressure between the mine shafts and impact of the general mine natural draught on ventilation process of underground mining companies // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. – 2017. – Т. 87, № 5. – статья № 052020.
255. Nishimura S., Gens A., Olivella S., Jardine R. THM-coupled finite element analysis of frozen soil: formulation and applications // *Geotechnique*. – 2009. – Т. 59, № 3. – С. 159–171.
256. Oñate E., Idelsohn S., Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. A Finite Point Method for analysis of fluid mechanics problems. Applications to convective transport and fluid flow // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. – 1996. – Т. 39, № 2. – С. 3839–3866.
257. O’Neill K., Miller R.D. Exploration of a rigid ice model of frost heave // *Water Resour. Res.* – 1985. – Т. 21. – С. 281–296.

258. Onyejekwe, O.O., Onyejekwe, O.N. Numerical solutions of the one-phase classical Stefan problem using an enthalpy green element formulation // *Advances in Engineering Software*. – 2011. – T. 42, № 10. – C. 743–749.
259. Osman A. M., Beck J. V. Investigation of Transient Heat Transfer Coefficients in Quenching Experiments // *ASME journal of heat transfer*. – 1990. – T. 112. – C. 843–848.
260. Osman A. M., Beck J. V. Nonlinear Inverse Problem for the Estimation of Time-and-Space Dependent Heat Transfer Coefficients // *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. – 1989. – T. 3, № 2. – C. 146–152.
261. Padilla, F., Villeneuve, J.P., Leclerc, M. Finite-Element Analysis of the Transport of Water, Heat and Solutes in Frozen Saturated-Unsaturated Soils with Self-Imposed Boundary Conditions // *Developments in Water Science*. – 1988. – T. 35. – C. 121-126.
262. Painter S.L. Three-phase numerical model of water migration in partially frozen geological media: model formulation, validation, and applications // *Comput. Geosci*. – 2011. – T. 15, № 1. – C. 69–85.
263. Panteleev I. Kostina A., Zhelnin M., Plekhov O., Levin L. Intellectual monitoring of artificial ground freezing in the fluid-saturated rock mass // *Procedia Structural Integrity*. – 2017. – T. 5. – C. 492-499.
264. Panteleev I. A., Kostina A. A., Plekhov O. A., Levin L. Yu. Numerical simulation of artificial ground freezing in a fluid-saturated rock mass with account for filtration and mechanical processes // *Sciences in cold and arid regions*. – 2017. – T. 9, № 4. – C. 363–377.
265. Panteleev I., Kostina A., Zhelnin M., Plekhov O., Levin L. Numerical model of fluid-saturated rock mass with phase transitions as a theoretical basis for artificial ground freezing control system // *Geomechanics and Geodynamics of Rock Masses: Proceedings of the 2018 European Rock Mechanics Symposium*. – 2018. – T. 1. – C. 1273–1279.
266. Parameswaran V.R. Deformation behavior and strength of frozen sand // *Can. Geotech. J.* – 1980. – T. 17, № 1. – C. 74-88.
267. Penner E. Ice-grain structure and crystal orientation in an ice lens from Leda clay // *Geol. Soc. Am. Bull.* – 1961. – T. 72. – C. 1575-1578.
268. Perkins T. K., Ruedrich R. A. The mechanical behavior of synthetic permafrost // *Society of Petroleum Engineers Journal*. – 1973. – T. 13, № 4. – C. 211-220.
269. Petukhov B.S., Kirillov V.V. On heat exchange at turbulent flow of liquids in pipes // *Teploenergetika*. – 1958. – T. 4. – C. 63–68.
270. Philip J. R., deVries D. A. Moisture movement in porous media under temperature gradients // *Trans. Am. Geophys Union*. – 1957. – T. 38, № 2. – C. 222–232.

271. Phillips M., Fadhel H., Raafat I., El-Kelesh A. Use of artificial ground freezing in construction of cross passages under Suez Canal // *Geomechanics and Tunnelling*. – 2021. – T. 14, № 3. – C. 298-307.
272. Pierce M.E., Detournay C., Lager H. Numerical modeling of ground freezing for sub-surface construction // *American Rock Mechanics Association - 40th US Rock Mechanics Symposium, ALASKA ROCKS 2005: Rock Mechanics for Energy, Mineral and Infrastructure Development in the Northern Regions*. – 2005.
273. Pimentel, E., Papakonstantinou, S., & Anagnostou, G. Numerical interpretation of temperature distributions from three ground freezing applications in urban tunnelling // *Tunnelling and Underground Space Technology*. – 2012. – T. 28. – C. 57–69.
274. Pimentel E., Sres A., Anagnostou G. Large-scale laboratory tests on artificial ground freezing under seepage-flow conditions // *Geotechnique*. – 2012. – T. 62, № 3. – C. 227-241.
275. Poots, G. An approximate treatment of a heat conduction problem involving a two-dimensional solidification front // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 1962. – T. 5, № 5. – C. 339–348.
276. Qiu P., Li P., Hu J., Liu Y. Modeling Seepage Flow and Spatial Variability of Soil Thermal Conductivity during Artificial Ground Freezing for Tunnel Excavation // *Applied Sciences*. – 2021. – T. 11, № 14. – статья № 6275.
277. Redozubov, D.V. Analytical representation of soil freezing with moisture exchange and heaving // *Heat Transfer Sov Res*. – 1975. – T. 7, № 6. – C. 66–73.
278. Reinhardt H. J., Hao N. H. A Sequential Conjugate Gradient Method for the Stable Numerical Solution to Inverse Heat Conduction Problems // *Inverse Problems*. – 1996. – T. 2. – C. 263–272.
279. Richards L.A. Capillary conduction of liquids through porous mediums // *Physics*. – 1931. – T. 1. – C. 318–333.
280. Rodrigues J.F., Urbano J.M. On a Darcy-Stefan problem arising in freezing and thawing of saturated porous media // *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. – 1999. – T. 11, № 3. – C. 181–191.
281. Rouabhi A., Jahangir E., Tounsi H. Modeling heat and mass transfer during ground freezing taking into account the salinity of the saturating fluid // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2018. – T. 120. – C. 523–533.
282. Sammel E. A. Convective flow and its effect on temperature logging in small-diameter wells // *Geophysics*. – 1968. – T. 33. – № 6. – C. 1004-1012.

283. Sanger F.J., Sayles F.H. Thermal and rheological computations for artificially frozen ground construction // *Engineering Geology*. – 1979. – T. 13. – С. 311-337.
284. Sazhenkov S.A. Studying the Darcy-Stefan problem on phase transition in a saturated porous soil // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. – 2008. – T. 49, № 4. – С. 587–597.
285. Sayles F.H. Triaxial and creep tests on frozen Ottawa sand // In *North Am. Contrib., 2nd Int. Conf. on Penafrost, Yakutsk, U.S.S.R. – Washington, D.C.: National Academy of Sciences*. – 1973. – С. 384-391.
286. Sayles F. H. Stress-strain behavior of frozen soil in tension // In *Proc. Seminar on Gas Pipelines, Oil Pipelines and Civil Engineering in Arctic Climates, Caen, France*. – Ottawa: Carleton Univ. Press. – 1991. – С. 61-72.
287. Segal G., Vuik C., Vermolen F. A conserving discretization for the free boundary in a two-dimensional Stefan problem // *J. Comput. Phys*. – 1998. – T. 141. – С. 1–21.
288. Semin M., Levin L. Free convection of pore water in saturated permeable rock mass during artificial freezing // *Int. Multidiscip. Sci. GeoConference Surv. Geol. Min. Ecol. Manag. SGEM*. — 2020. — T. 20, №. 1.1. — С. 507-518.
289. Semin M., Levin L. Numerical simulation of frozen wall formation in water-saturated rock mass by solving the Darcy-Stefan problem // *Frat. ed Integrita Strutt.* — 2019. — T. 13, №. 49. — С. 167-176.
290. Semin M., Levin L. Theoretical study of partially return air flows in vertical mine shafts // *Therm. Sci. Eng. Prog.* — 2021. — T. 23. — статья № 100884.
291. Semin M., Golovaty I., Pugin A. Analysis of Temperature Anomalies during Thermal Monitoring of Frozen Wall Formation // *Fluids*. — 2021. — T. 6. — статья № 297.
292. Shamsundar, N., Sparrow, E.M. Analysis of multidimensional conduction phase change via the enthalpy model // *Journal of Heat Transfer*. – 1975. – T. 97, № 3. – С. 333–340.
293. Simonsen E.R., Jones A.H., Green S.J. High pressure mechanical properties of three frozen materials // In *Proc. 4th Int. Conf. on High Pressure, Kyoto, Japan*. – 1974. – T. 1. – С. 115-121.
294. Siraj-ul-Islam, Šarler B., Vertnik R., Koseca G. Radial basis function collocation method for the numerical solution of the two-dimensional transient nonlinear coupled Burgers' equations // *Applied Mathematical Modelling*. – 2012. – T. 36, № 3. – С. 1148–1160.
295. Smith W.O. Thermal transfer of moisture in soils // *Trans. Am. Geophys. Union*. – 1943. – T. 24. – С. 511–523.
296. Spalart P., Allmaras S. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // *30th aerospace sciences meeting and exhibit*. – 1992. – № 1. – С. 439.

297. Stefan J. Uber die Theorie der Eisbildung, insbesondere uber die Eisbildung im Polarmeere // *Annalen der Physik und Chemie*. – 1891. – Т. 42. – С. 269–286.
298. Sweidan A. H., Niggemann K., Heider Y., Ziegler M., Markert B. Experimental study and numerical modeling of the thermo-hydro-mechanical processes in soil freezing with different frost penetration directions // *Acta Geotechnica*. – 2021. – С. 1-25.
299. Takashi T.T. Influence of seepage stream on the joining of frozen soil zones in artificial soil freezing // *Highway Research Board Special Report*. – 1969. – № 103. – С. 273-286.
300. Taler D. A new heat transfer correlation for transition and turbulent fluid flow in tubes. *International Journal of Thermal Sciences*. – 2016. – Т. 108 – С. 108-122.
301. Taler D., Taler J. Simple heat transfer correlations for turbulent tube flow // *E3S Web of Conferences*. – 2017. – Т. 13. – статья № 02008.
302. Tan Y., Lu Y., Wang D. Catastrophic failure of Shanghai Metro Line 4 in July, 2003: occurrence, emergency response, and disaster relief // *Journal of performance of constructed facilities*. – 2021. – Т. 35, №. 1. – статья № 04020125.
303. Tarwidi D. Godunov method for multiprobe cryosurgery simulation with complex-shaped tumors // *AIP Conference Proceedings*. – 2016. – Т. 1707. – статья № 060002.
304. Ting J.M. The Creep of Frozen Sands: Qualitative and Quantitative Models // *Res. Rep. R81-5*. Cambridge, Mass.: Dept. of Civil Engineering, M.L.T – 1981. – 441 с.
305. Ting J.M., Martin R. T., Ladd C. C. Mechanisms of strength for frozen sand // *J. Geotech. Eng.* – 1983. – Т. 109, № 10. – С. 1286-1302.
306. Tounsi H., Rouabhi A., Jahangir E. Thermo-hydro-mechanical modeling of artificial ground freezing taking into account the salinity of the saturating fluid // *Computers and Geotechnics*. – 2020. – Т. 119. – статья № 103382.
307. Vasilyeva M., Stepanov S., Spiridonov D., Vasil'ev V. Multiscale Finite Element Method for heat transfer problem during artificial ground freezing // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 2020. – Т. 371. – статья № 112605.
308. Vitel M., Rouabhi A., Tijani M., Guérin F. Modeling heat and mass transfer during ground freezing subjected to high seepage velocities // *Computers and Geotechnics*. – 2016. – Т. 73. – С. 1–15.
309. Vuik C. Some historical notes about the Stefan problem // *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 4e serie. – 1993. – Т. 11, № 2. – С. 157–167.
310. Voller V. R., Cross M., Walton P. Assessment of the weak solution technique for solving Stefan problems. In *Numerical Methods in Thermal Problems* (Lewis, R. W. & Morgan, K., Eds). Swansea: Pineridge Pres. 1979.



311. Voller V. R., Cross M. Accurate solutions of moving boundary problems using the enthalpy method // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 1981. – Т. 24, № 3. – С. 545–556.
312. Voller V. R. Interpretation of the enthalpy in a discretized multi-dimensional region undergoing a phase change // *Int. Commun. Heat Mass Transfer*. – 1983. – Т. 10. – С. 323–328.
313. Voller V. R., Swaminathan C. R. Generalized Source-Based Method for Solidification Phase Change // *Numer. Heat Transfer B*. – 1991. – Т. 19, № 2. – С. 175–189.
314. Wang B., Rong C.-X., Lin J., Cheng H., Cai H.-B., Liu S. Study on the Formation Law of the Freezing Temperature Field of Freezing Shaft Sinking under the Action of Large-Flow-Rate Groundwater // *Advances in Materials Science and Engineering*. – 2019. – Т. 2019. – статья № 1670820.
315. Wang H., Tong M. Properties and field application of the grouting material for water blocking during thawing of frozen wall of deep sand layer // *Arabian Journal of Geosciences*. – 2021. – Т. 14. – № 15. – С. 1-12.
316. Wang K., Wang G., Chen H., Wan S., Lv C. Quantitative identification of three-dimensional subsurface defect based on the fuzzy inference of thermal process // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2019. – Т. 133. – С. 903–911.
317. Wang R., Li D. Research on hydro-thermal coupling numerical simulation with artificial multi-freezing-tube cycles // *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*. – 2007. – Т. 26, № 2. – С. 355–359.
318. Wang T., Liu Y., Zhou G., Wang D. Effect of uncertain hydrothermal properties and freezing temperature on the thermal process of frozen soil around a single freezing pipe // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. – 2021. – Т. 124. – статья № 105267.
319. Wang T., Zhou G., Xu D., Wang D., Wang J. Field experiment and stochastic model of uncertain thermal processes of artificial frozen wall around multi-circle freezing pipe // *International Journal of Thermal Sciences*. – 2021. – Т. 160. – статья № 106658.
320. Wang Y.S., Yang Z., Yang W. Viscoelastic analysis of interaction between freezing wall and outer shaft wall in freeze sinking // *The 6th International Conference on Mining Science & Technology*. – 2009. – С. 612-620.
321. Watanabe K., Osada Y. Comparison of Hydraulic Conductivity in Frozen Saturated and Unfrozen Unsaturated Soils // *Vadose Zone Journal*. – 2016. – Т. 15, № 5. – С. 1–7.
322. Weber H. Die partiellen Differential-Gleichungen der mathematischen Physik: Nach Riemann's Vorlesungen. – Braunschweig: Vieweg, 1901. – 548 С.

323. Wei Y. Temperature field distribution of a freeze sinking shaft under seepage conditions in cretaceous formation of Western China // *International Journal of Heat and Technology*. – 2018. – Т. 36, № 3. – С. 1055–1060.
324. White R.E. Nonlinear parallel algorithm with application to the Stefan problem. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. – 1986. – Т. 23, № 3. – С. 639–652.
325. Wolanski E.J. Convection in a vertical porous slab // *Phys. Fluids*. – 1973. – Т. 16, № 11. – С. 2014–2016.
326. Wood A.S. A note on the use of the isotherm migration method. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 1991. – Т. 36, № 3. – С. 371–384.
327. Wu T., Zhou X., Zhang L., Zhang X., He X., Xu Y. Theory and technology of real-time temperature field monitoring of vertical shaft frozen wall under high-velocity groundwater conditions // *Cold Regions Science and Technology*. – 2021. – Т. 189. – статья № 103337.
328. Wu W., Yan Q., Zhang C., Yang K., Xu Y. A Novel Method to Study the Energy Conversion and Utilization in Artificial Ground Freezing // *Energy*. – 2021. – статья № 121066.
329. Wyckoff R.D., Reed D.W. Electrical conduction models for the solution of water seepage problems // *Journal of Applied Physics*. – 1935. – Т. 6, № 12. – С. 395-401.
330. Xie, Z., Song, L., Feng, X. A moving boundary problem derived from heat and water transfer processes in frozen and thawed soils and its numerical simulation // *Science in China, Series A: Mathematics*. – 2008. – Т. 51, № 8. – С. 1510–1521.
331. Xu G., Peng C., Wu W., Qi J. Combined constitutive model for creep and steady flow rate of frozen soil in an unconfined condition // *Canadian Geotechnical Journal*. – 2017. – Т. 54, № 7. – С. 907-914.
332. Xu M., Akhtar S., Zueter A. F., Auger V., Alzoubi M. A., Sasmito A. P. Development of analytical solution for a two-phase stefan problem in artificial ground freezing using singular perturbation theory // *Journal of Heat Transfer*. – 2020. – Т. 142, №. 12. – статья № 122401.
333. Yang P., Zhao J., Li L. An Artificial Freezing Technique to Facilitate Shield Tail Brush Replacement under High Pore-Water Pressure Using Liquid Nitrogen // *KSCE Journal of Civil Engineering*. – 2021. – Т. 25, №. 4. – С. 1504-1514.
334. Yang W.-H. Plastic design theory of frozen soil wall based on interaction between frozen soil wall and surrounding rock / W.-H. Yang, Z.-B. Du, Z.-J. Yang, D.-L. Bo // *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*. – 2013. – Т. 35, № 10. – С. 1857–1862.

335. Yang X., Ji Z., Zhang P., Qi J. Model test and numerical simulation on the development of artificially freezing wall in sandy layers considering water seepage // *Transportation Geotechnics*. – 2019. – Т. 21. – статья № 100293.
336. Yong R.N., Warkentin B.P. *Soil properties and Behavior*. – Amsterdam: Elsevier, 1975 – 449 p.
337. Yuanming L., Yugui Y., Xiaoxiao C., Shuangyang L. Strength criterion and elastoplastic constitutive model of frozen silt in generalized plastic mechanics // *International Journal of Plasticity*. – 2010. – Т. 26, №. 10. – С. 1461-1484.
338. Zabaras N., Yang G. Inverse Design and Control of Microstructural Development in Solidification Processes with Natural Convection // *Proceedings of the 31st National Heat Transfer Conference*. – 1996. – Т. 1. – С. 1–8.
339. Zeng Y., Wang H., Zhang S., Cai Y., Li E. A novel adaptive approximate Bayesian computation method for inverse heat conduction problem // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2019. – Т. 134. – С. 185–197.
340. Zhang B., Yang W., Wang B. Plastic Design Theory of Frozen Wall Thickness in an Ultradeep Soil Layer Considering Large Deformation Characteristics // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2018. – Т. 2018. – статья № 8513413.
341. Zhang G., Xia C., Sun M., Zou Y., Zhao F. Temperature fields analysis of absorbing section of tunnel heating system using heat pump in cold region // *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*. – 2012. – Т. 31. – С. 3795–3802.
342. Zhang J., Murton J., Liu S. J., Sui L. L., Zhang S. Detection of the freezing state and frozen section thickness of fine sand by ultrasonic testing // *Permafrost and Periglacial Processes*. – 2021. – Т. 32, №. 1. – С. 76-91.
343. Zhang M., Wen Z., Xue K., Chen L., Li D. A coupled model for liquid water, water vapor and heat transport of saturated–unsaturated soil in cold regions: model formulation and verification // *Environmental Earth Sciences*. – 2016. – Т. 75, № 8. – С. 700–718.
344. Zhang S., Yue Z., Sun T., Zhang J., Huang B. Analytical determination of the soil temperature distribution and freezing front position for linear arrangement of freezing pipes using the undetermined coefficient method // *Cold Regions Science and Technology*. – 2021. – Т. 185. – статья № 103253.
345. Zhang Y., Zhang W. FEM analyses for THM coupling in dual-pore-fracture rock mass considering strength anisotropy // *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*. – 2015. – Т. 34. – С. 2759–2766.

346. Zhao J. Applicability of Mohr–Coulomb and Hoek–Brown strength criteria to the dynamic strength of brittle rock // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2000. – Т. 37. – С. 1115–1121.
347. Zhao J., Yang P., Li L. Investigating Influence of Metro Jet System Hydration Heat on Artificial Ground Freezing Using Numerical Analysis // *KSCE Journal of Civil Engineering*. – 2021. – Т. 25, №. 2. – С. 724-734.
348. Zhao J., Ye F. Where ThermoMesh meets ThermoNet: A machine learning based sensor for heat source localization and peak temperature estimation // *Sensors and Actuators, A: Physical*. – 2019. – Т. 292. – С. 30–38.
349. Zhao Y., Zhao C.Y., Xu Z.G. Numerical study of solid-liquid phase change by phase field method // *Computers and Fluids*. – 2018. – Т. 164. – С. 94–101.
350. Zhelnin M. S., Kostina A.A., Prokhorov A.E., Plekhov O.A., Semin M.A., Agutin K.A. Numerical simulation of vertical shaft sinking using artificial ground freezing // *E3S Web of Conferences*. – EDP Sciences, 2021. – Т. 266. – статья № 03008.
351. Zheng L., Gao Y., Zhou Y., Liu T., Tian S. A practical method for predicting ground surface deformation induced by the artificial ground freezing method // *Computers and Geotechnics*. – 2021. – Т. 130. – статья № 103925.
352. Zhou J., Zhao W., Tang Y. Practical prediction method on frost heave of soft clay in artificial ground freezing with field experiment // *Tunnelling and Underground Space Technology*. – 2021. – Т. 107. – статья № 103647.
353. Zhou X.-M. FEM simulation on artificial freezing of seepage ground // *Journal of China University of Mining and Technology*. – 2005. – Т. 15, № 4. – С. 370-375.
354. Zhou M.M., Meschke G. A three-phase thermo-hydro-mechanical finite element model for freezing soils // *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*. – 2013. – Т. 37. – С. 3173-3193.
355. Zhou X., Pan J. L., Liu Y., Yu C. C. Analysis of Ground Movement during Large-Scale Pipe Roof Installation and Artificial Ground Freezing of Gongbei Tunnel // *Advances in Civil Engineering*. – 2021. – Т. 2021. – статья № 8891600.
356. Zhu Y., Carbee D. L. Uniaxial compressive strength of frozen silt under constant deformation rates // *Cold Reg. Sci. Technol.* – 1984. – Т. 9. – С. 3-15.
357. Zhu Y., Carbee D. L. Tensile Strength of Frozen Silt // *U.S. Army Cold Reg. Res. Eng. Lab. CRREL Rep.* – 1987. – С. 87-15.
358. Zueter A. F., Newman G., Sasmito A. P. Numerical study on the cooling characteristics of hybrid thermosyphons: Case study of the Giant Mine, Canada // *Cold Regions Science and Technology*. – 2021. – Т. 189. – статья № 103313.

359. Zueter A., Nie-Rouquette A., Alzoubi M. A., Sasmito A. P. Thermal and hydraulic analysis of selective artificial ground freezing using air insulation: Experiment and modeling // Computers and Geotechnics. – 2020. – Т. 120. – статья № 103416.
360. Zueter A. F., Xu M., Alzoubi M.A., Sasmito, A.P. Development of conjugate reduced-order models for selective artificial ground freezing: Thermal and computational analysis // Applied Thermal Engineering. – 2021. – Т. 190. – С. 116782.