

Министерство просвещения РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»
Физический факультет
Кафедра физики и технологии

На правах рукописи



Дьякова Вероника Вадимовна

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ
ЖИДКОСТИ И СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ
ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

*Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук*

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор Козлов В.Г.

Пермь – 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. ДИНАМИКА ТРЕХФАЗНОЙ СИСТЕМЫ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ.....	26
1.1. Экспериментальная установка и методика проведения эксперимента.....	28
1.2. Устойчивость свободной поверхности жидкости и границы раздела между жидкостью и сыпучей средой.....	31
1.3. Осредненное движение центрифугированного слоя жидкости.....	40
1.4. Волновые процессы на свободной поверхности.....	53
2. УСТОЙЧИВОСТЬ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЬ - СЫПУЧАЯ СРЕДА ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ТРЕХФАЗНОЙ СИСТЕМЕ.....	59
2.1. Квазистационарный рельеф на поверхности сыпучей среды.....	60
2.2. Пространственно-временная динамика рельефа.....	66
2.3. Анализ результатов.....	70
3. СЫПУЧАЯ СРЕДА В ЗАПОЛНЕННОМ ЖИДКОСТЬЮ ЦИЛИНДРЕ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ ВРАЩЕНИИ.....	74
3.1. Экспериментальная установка и методика проведения эксперимента.....	75
3.2. Влияние аспектного отношения кюветы на динамику жидкости при неравномерном вращении.....	80
3.3. Устойчивость осесимметричной границы раздела.....	85
3.4. Надкритическая динамика рельефа.....	89
3.5. Анализ результатов.....	102
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	104
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	107

ВВЕДЕНИЕ

Многофазные среды широко представлены в различных областях человеческой деятельности, природы и техники. Важной областью науки является динамика многофазных систем с границей раздела: жидкость со свободной поверхностью, несмешивающиеся жидкости, система жидкость - сыпучая среда. Динамике гетерогенных систем посвящены теоретические [1 – 3] и экспериментальные [4 – 6] исследования. При этом вращение является серьезным фактором, нередко играющим определяющую роль [7]. Другим важным фактором являются осциллирующие силовые поля, связанные, в частности, с вибрациями, которые вызывают колебания неоднородных систем и, как следствие, разнообразные осредненные эффекты: течения [8], структурообразование [9], разделение и перемешивание фаз [10 – 12]. Сказанное делает проблему вибрационной динамики многофазных систем при вращении актуальной.

Движение поверхностного слоя жидкости вблизи границы раздела фаз наряду с известными термо и концентрационно - капиллярным механизмами [3, 13 – 16] может генерироваться бегущими и стоячими волнами [8, 17, 18]. Стоячие волны могут существовать в жидкости как отдельный вид течения [19] или являться источником развития неустойчивости конвективного течения [16]. Потеря устойчивости поверхности жидкости при колебаниях впервые была обнаружена Фарадеем [20]. Рябь Фарадея представляет собой неподвижную систему стоячих волн на свободной поверхности жидкости в осциллирующей полости и на поверхности слоя жидкости на вибрирующей подложке. Такая неустойчивость носит параметрический характер, т.е. в простейшем случае возникает, когда частота колебаний сосуда с жидкостями вдвое превышает одну из собственных частот колебаний границы жидкостей, а амплитуда колебаний сосуда превышает пороговое значение. Квазистационарные волны Фарадея являются источником вихрей на свободной поверхности жидкости.

Взаимодействие поверхностных вихрей ведет к образованию крупномасштабных средних поверхностных потоков [21, 22].

Вибрационное воздействие на систему двух несмешивающихся жидкостей различной плотности провоцирует появление устойчивого квазистационарного рельефа на границе раздела [23]. Устойчивая деформация границы раздела двух жидкостей происходит вследствие развития неустойчивости Рэлея-Тейлора [24, 25], что подтверждается экспериментальными и теоретическими исследованиями [26, 27]. Горизонтальные вибрации границы раздела двух несмешивающихся жидкостей с малым коэффициентом поверхностного натяжения приводят к генерации квазистационарных волновых структур вследствие развития неустойчивости Кельвина-Гельмгольца [18, 28].

Действие различных типов вибраций (линейные, круговые поступательные в горизонтальной плоскости, вращательные вокруг горизонтальной оси) на границу раздела двух взаимопроникающих сред различной плотности (сыпучая среда и жидкость) приводит к появлению динамического рельефа на границе раздела [29, 30].

Сами по себе сыпучие среды находят широкое применение в различных технологических приложениях [31]: добыча полезных ископаемых, металлургия, строительная промышленность, пищевая промышленность, фармацевтика, медицина и др. Этим объясняется большой научный интерес к поведению многофазных гидродинамических систем под воздействием внешних сил [8, 32]. В экспериментальных исследованиях динамики границы раздела между жидкостью и сыпучей средой при быстром равномерном и неравномерном вращении в поле силы тяжести [33, 34] обнаружен новый эффект – возникновение регулярного квазистационарного рельефа в форме вытянутых вдоль оси вращения холмов. Динамика кольцевого слоя жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре в поле силы тяжести подобна динамике жидкости в полости, совершающей неравномерное вращение. Во вращающемся и совершающем колебания вокруг горизонтальной оси вращения цилиндре жидкость участвует одновременно в двух видах движения: равномерном вращении и азимутальном

колебательном движении. Подобная суперпозиция течений наблюдается как при либрациях полости, так и в равномерно вращающемся горизонтальном цилиндре в поле силы тяжести [34].

Таким образом, несмотря на большое количество исследований, посвященных изучению динамики жидкости и сыпучей среды во вращающихся горизонтальных полостях, многие аспекты этой проблемы требуют решения. Это указывает на необходимость проведения систематических исследований по данной проблеме.

В настоящей работе экспериментально изучается динамика трехфазной системы газ – жидкость – тяжелая сыпучая среда в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре. В быстро вращающемся цилиндре под действием центробежной силы инерции жидкость и тяжелая сыпучая среда покрывают цилиндрическую стенку полости – такое состояние называют центрифугированным. На поднимающейся стенке цилиндра сила тяжести препятствует подъему жидкости, и ее скорость Ω_l меньше скорости вращения цилиндра Ω . На опускающейся стенке гравитационная сила увлекает жидкость вниз, так что $\Omega_l > \Omega$. В силу неразрывности течения устанавливается такое распределение жидкости, при котором на поднимающейся стенке кольцевой слой жидкости утолщается, а на опускающейся стенке становится тоньше с минимумом на дне цилиндра. Таким образом, во вращающемся против часовой стрелки горизонтальном цилиндре воздушный столб занимает стационарное положение, а его ось смещена вниз и влево от оси вращения. С точки зрения наблюдателя в системе отсчета, связанной с вращающимся цилиндром, расстояние от цилиндрической стенки до границы раздела между жидкостью и воздухом периодически изменяется. Неоднородный по толщине кольцевой слой можно рассматривать как слой жидкости, по свободной поверхности которого бежит азимутальная волна в направлении, противоположном вращению цилиндра со скоростью, равной скорости Ω . Известно [8], что бегущая волна генерирует осредненное течение в направлении своего распространения, так что

асимметричное распределение жидкости во вращающейся полости приводит к возникновению осредненного азимутального течения жидкости.

Интенсивность осредненного азимутального течения жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре в отсутствие сыпучей среды экспериментально изучена в [35]. Показано, что относительная скорость азимутального течения пропорциональна квадрату безразмерного гравитационного ускорения: $\Delta\Omega/\Omega \sim \Gamma^2$, здесь $\Gamma \equiv g/\Omega^2 a$, g – гравитационное ускорение; a – радиус свободной поверхности жидкости.

Помимо того, что сила тяжести является причиной стационарного отклонения свободной поверхности жидкости от невозмущенного положения, она также является источником колебательных возмущений во вращающейся жидкости. Согласно теоретическим расчетам [7] при совпадении частоты вынуждающей силы тяжести с одной из собственных частот колебаний кольцевого слоя в жидкости могут возбуждаться волны с различными осевыми и азимутальными волновыми числами. В экспериментах [36] обнаружены бегущие азимутальные волны с азимутальными волновыми числами $l = 1 - 5$. Согласно наблюдениям направление распространения волн совпадает с вращением цилиндра, однако фазовая скорость волн относительно лабораторной системы отсчета Ω_w всегда меньше скорости цилиндра Ω . Это означает, что относительно вращающегося цилиндра волна распространяется в направлении, противоположном его вращению. Следовательно, возникающее осредненное азимутальное течение жидкости имеет такое же направление, что и течение, вызванное асимметричным распределением жидкости вблизи цилиндрической стенки вращающегося цилиндра. Таким образом, два механизма генерации течения усиливают друг друга. В экспериментах [35] обнаружено, что в условиях резонансного возбуждения бегущих волн скорость азимутального движения жидкости увеличивается в несколько раз. Однако даже в условиях существования бегущих азимутальных волн, скорость азимутального движения жидкости невелика и не превышает нескольких процентов от скорости вращения цилиндра.

Анализ современного состояния проблемы:

Волновые процессы и осредненные течения в гидродинамических системах при вращении:

Интенсификация азимутального течения жидкости во вращающемся цилиндре так же может быть реализована при помощи вибрационного метода. Поперечные оси вращения вибрации резонансным образом возбуждают в жидкости бегущие азимутальные волны [5]. Такие волны обладают рядом особенностей по сравнению с гравитационными волнами. Во-первых, амплитуда колебаний для таких волн определяется безразмерным вибрационным ускорением $\Gamma_v = b\Omega_v^2 / \Omega^2 R$, здесь b и Ω_v – амплитуда и частота вибраций, R – внутренний радиус цилиндра. Изменяя независимо параметры вибраций, можно варьировать амплитуду колебаний жидкости и, следовательно, скорость осредненного движения. Согласно наблюдениям, скорость вибрационного азимутального течения может быть сравнима по величине со скоростью вращения цилиндра.

Во-вторых, можно управлять фазовой скоростью волны, которая определяется относительной частотой вибраций $n = \Omega_v / \Omega$. Измерения показывают, что при $n < 1$ в жидкости возбуждается бегущая волна, фазовая скорость которой меньше скорости цилиндра Ω , и наоборот. Когда $n < 1$ в жидкости генерируется азимутальное течение такого же направления, что и под действием гравитационной силы. Относительно лабораторной системы отсчета азимутальная скорость жидкости меньше скорости вращения цилиндра, в [5] авторы называют такое движение отстающим. Когда $n > 1$ волна вращается быстрее цилиндра и генерирует опережающее азимутальное течение. Если частота вибраций и скорость вращения цилиндра одинаковы, то вибрации не оказывают влияния на осредненное течение жидкости.

Помимо рассмотренных поверхностных азимутальных волн во вращающейся жидкости могут распространяться и внутренние – инерционные – волны, если колебания жидкости происходят с частотой, меньшей удвоенной скорости вращения [32]. Для генерации колебаний жидкости используют различные приемы, например, вибрирующее в жидкости тело [37], изменение

направления оси вращения цилиндра [38], варьирование скорости вращения (либрации) [39] или колебания цилиндра вдоль оси вращения [40]. В равномерно вращающемся цилиндре с жидкостью под действием переменной относительно вращающейся системы отсчета силы тяжести в углах цилиндра возбуждаются инерционные волны, которые распространяются вглубь жидкости вдоль конических поверхностей, образующих угол θ с осью вращения. Достигая свободной поверхности и твердой границы, волны отражаются [41]. В замкнутой полости с непараллельными границами траектория распространения инерционной волны после многократных отражений может стать замкнутой, образуя так называемый волновой аттрактор, в котором сосредоточена вся энергия волны [42].

Динамика сыпучих сред в осциллирующей жидкости:

Бегущие и стоячие волны являются источниками осредненных потоков в жидкости. Для изучения интенсивности и структуры потоков в жидкость добавляют визуализаторы, например, алюминиевую пудру, мел или частицы полистирола. Однако такие частицы не только визуализируют потоки жидкости, но и могут стать причиной новых физических эффектов. Например, при изучении течений в жидком мостике, ограниченном сверху и снизу твердыми границами, поддерживаемыми при различных температурах, мелкие визуализирующие частицы не только следовали за жидкостью, но также взаимодействовали с потоком, образуя устойчивые паттерны [16]. Другой пример влияния частиц на динамику визуализируемого течения – изменение границ между различными режимами течений жидкости, частично заполняющей медленно вращающийся горизонтальный цилиндр [43].

Динамика гранулированных материалов представляет большой технологический и научный интерес [44]. Сыпучие среды находят широкое применение в фармацевтической, пищевой и строительной промышленности. Устройства, основанные на движении сыпучих материалов во вращающихся полостях, применяются для сушки и нагрева [45, 46], химических реакций [47 – 49], смешивания и сегрегации различных видов сыпучих материалов [10 – 12].

Движение частиц сыпучей среды в медленно вращающемся горизонтальном барабане сопровождается лавинообразованием. Если во вращающемся барабане находятся несколько гранулированных материалов, то лавинообразование сопровождается их радиальной и осевой сегрегацией [6]. Интенсивность сегрегации и перемешивания сыпучих материалов зависит от многих параметров, в том числе от размера частиц [50, 51] и их плотности [12, 52], скорости вращения цилиндра [53, 54], относительного заполнения сыпучими материалами [55] и т.д. В лабораторных условиях сегрегацию неоднородных гранулированных материалов можно обнаружить, наблюдая за поверхностью сыпучей среды или измеряя объемную концентрацию материалов с использованием магнитно-резонансной томографии [56]. При радиальной сегрегации частиц сыпучей среды одного типа, но разных размеров, происходит перераспределение более крупных частиц сыпучей среды ближе к оси вращения полости. Кроме радиальной сегрегации частиц также наблюдается осевая сегрегация: частицы сыпучей среды разделяются на концентрационные полосы, расположенные вдоль оси вращения полости, или осуществляется полная сегрегация [57]. Лабораторные эксперименты по исследованию динамики бинарной сыпучей среды показали, что сыпучая среда, находящаяся под воздействием сдвиговых горизонтальных колебаний, испытывает динамическую неустойчивость, вследствие чего наблюдается сегрегация частиц сыпучей среды по размеру. В [58] приведен численный расчет динамики бинарной гранулированной смеси при сдвиговых горизонтальных колебаниях: обнаружено, что движение слоев сыпучей среды друг относительно друга приводит к возникновению неустойчивости Кельвина – Гельмгольца, следствием чего является образование периодических структур вблизи границы раздела движущихся слоев.

В лабораторных экспериментах [59] исследована динамика монодисперсных частиц сыпучей среды полностью погруженных в жидкость в зависимости от различных чисел Фруда $Fr \equiv \Omega^2 R/g$, размеров гранул, плотности и вязкости жидкости. В случае, когда между частицами сыпучей среды находится жидкость, угол естественного откоса, как правило, больше, чем в экспериментах с сухой

сыпучей средой при одинаковых условиях. Примечательно, что сегрегация частиц сыпучей среды в жидкости происходит быстрее, чем в сухой сыпучей среде [60].

Квазистационарный рельеф на поверхности сыпучей среды:

Одним из важных эффектов, наблюдаемых при исследовании сыпучих материалов, является образование рельефа на границе с жидкостью или воздухом. В прибрежных зонах бегущие по поверхности воды гравитационные волны создают в жидкости колебания, которые, достигая песчаного дна, могут создавать на его поверхности холмы с гребнями, ориентированными перпендикулярно направлению распространения волны. Интерес к таким песчаным образованиям (в зарубежной литературе они называются ripples) обусловлен их влиянием на созданную человеком инфраструктуру на дне водоемов (интернет и электрические кабели, трубопроводы) и придонные экосистемы.

Песчаные холмы активно изучаются в полевых [61 – 63] и в лабораторных [64, 65] условиях. Известно, что геометрические размеры (длина и высота) холмов зависят от амплитуды и частоты колебаний жидкости вблизи песчаного дна, плотности и вязкости жидкости, плотности и размеров частиц сыпучей среды. Эти характеристики входят в состав безразмерных параметров, таких как критерий мобильности (mobility number), число Шильдса (Shields number) и др.

Критерий мобильности ψ характеризует отношение подъемной силы, стремящейся поднять частицу с поверхности сыпучей среды, и веса частицы. Подъемная сила возникает вследствие действия принципа Бернулли: в непосредственной близости от поверхности сыпучей среды – вблизи нижнего края частицы – скорость жидкости равна нулю, а над частицей амплитуда скорости колебательного движения жидкости v_{osc} отлична от нуля. Наличие градиента скорости приводит к возникновению подъемной силы $F_{lift} \sim \rho_l v_{osc}^2 d^2$ (ρ_l – плотность жидкости, d – диаметр частиц сыпучей среды) в направлении от межфазной границы. Кроме подъемной силы на частицы сыпучей среды оказывают действие прижимная сила $F_{gravity} \sim (\rho_s - \rho_l)gd^3$ (ρ_s – плотность частиц, g – ускорение свободного падения). Тогда критерий мобильности можно представить в виде:

$$\psi = \rho_l v_{osc}^2 / [(\rho_s - \rho_l)gd].$$

Помимо указанных сил частица на поверхности сыпучей среды также испытывает действие вязкой сдвиговой силы. Величина такой силы характеризуется числом Шильдса Θ . Когда диаметр частицы меньше толщины вязкого пограничного слоя число Шильдса определяется следующим образом:

$$\Theta = \nu v_{osc} / [(\rho_s / \rho_l - 1)gd\delta],$$

здесь ν – кинематическая вязкость жидкости, δ – толщина вязкого пограничного слоя Стокса. Критическое значение числа Шильдса, при котором частицы сыпучей среды становятся подвижными, зависит от числа Рейнольдса $Re = v_{osc}d/\nu$ (v_{osc} – амплитуда скорости колебательного движения жидкости, ν – кинематическая вязкость жидкости) и составляет $\Theta_c = 0.03 - 0.1$ [66 – 68].

В зависимости от геометрических характеристик песчаные структуры делят на три группы: орбитальные (orbital ripples), неорбитальные (anorbital ripples) и суборбитальные (suborbital ripples) холмы [69]. К первому типу относятся песчаные образования, длина которых определяется только амплитудой колебаний жидкости. Холмы второго типа возникают, когда амплитуда колебаний жидкости становится больше диаметра частиц примерно в 2×10^3 . Размер таких холмов зависит только от диаметра частиц. Наконец, suborbital ripples представляют собой промежуточную форму между первыми двумя типами холмов. Длина таких холмов меньше, чем у орбитальных холмов, но больше, чем у неорбитальных.

Когда жидкость участвует только в колебательном движении, песчаные холмы имеют симметричные склоны. В природных водоемах бегущие волны создают не только колебательное движение жидкости, но и осредненное течение в направлении своего распространения [8]. Совместное влияние колебательного движения и осредненного течения жидкости вызывает асимметрию склонов: крутые склоны ориентированы в направлении осредненного течения. Однонаправленное течение жидкости также создает условия для миграции песчаных холмов [70].

В естественных условиях амплитуда, направление и скорость движения волн на поверхности водоемов нерегулярные, так что и донные песчаные дюны отличаются от холмов, наблюдаемых в лабораторных условиях, в которых частота и амплитуда колебаний жидкости контролируются. В [9] показано, что крутизна холмов (отношение высоты холма η к его длине λ) является функцией угла естественного откоса и числа Шильдса (Shields number), который определяется отношением вязкой сдвиговой силы к весу жидкости и сыпучей среды. В лабораторных экспериментах зависимость крутизны холмов от числа Шильдса определяется из условия:

$$\eta/\lambda = 0.182 - 0.24\Theta^{1.5}. \quad (1)$$

В полевых условиях:

$$\eta/\lambda = 0.342 - 0.34\Theta^{0.25}. \quad (2)$$

Уменьшение крутизны холмов с увеличением числа Шильдса объясняется тем, что при интенсивных колебаниях (Θ велико) жидкость подхватывает частицы поверхностного слоя сыпучей среды и переводит их во взвешенное состояние. На основании лабораторных данных различных исследований Nielsen [9] также определил эмпирическую связь между относительной длиной холмов и критерием мобильности в широком интервале значений ψ :

$$\lambda/b = 2.2 - 0.345 \psi^{0.34}. \quad (3)$$

В области значений $\psi < 20$, когда интенсивность колебательного движения жидкости относительно невелика, наблюдаются орбитальные холмы с пространственным периодом λ , который пропорционален амплитуде колебаний жидкости b , т. е. $\lambda/b = \text{const}$ (например, [71 – 73]).

Сравнение приведенных в [9] экспериментальных данных с уравнением (3) показывает, с одной стороны, что отклонение результатов отдельных исследований от эмпирической зависимости (3) может составлять десятки процентов в диапазоне $0 < \psi < 50$ и сотни процентов при $\psi > 50$. С другой стороны, уравнение (3) подтверждается недавними лабораторными исследованиями [74 – 78], проведенными при $\psi < 50$.

В естественных условиях, когда частота и амплитуда колебаний жидкости могут изменяться с течением времени, пространственный период рельефа определяется из условия [9]:

$$\lambda/b = \exp\left(\frac{693 - 0.37 \ln^7 \psi}{1000 + 0.75 \ln^8 \psi}\right). \quad (4)$$

Как и в случае лабораторных измерений, отклонение данных в некоторых полевых исследованиях от уравнения (4) составляет десятки процентов, в других (например, [79, 80]) хорошо согласуется с эмпирическим уравнением.

Интересным с фундаментальной точки зрения и важным с практической стороны является миграция песчаных образований под действием течения жидкости. В [81] исследуется процесс возникновения холмов на песчаной подложке под действием бегущих по свободной поверхности волн. Особое внимание уделяется изучению временной динамики формы холмов. Обнаружено, что и в течение начальной фазы роста холмов, и в квазистационарном состоянии песчаные холмы перемещаются в направлении распространения волны. Показано, что скорость распространения холмов определяется числами Рейнольдса:

$$\text{Re}_d = \frac{v_{osc} d}{\nu} \text{ и } \text{Re}_\delta = \frac{v_{osc} \delta}{\nu},$$

где v_{osc} – скорость колебательного движения жидкости, d – диаметр частиц сыпучей среды, ν – коэффициент кинематической вязкости, δ – толщина вязкого пограничного слоя Стокса. Полученные результаты качественно согласуются с теоретическими предсказаниями [70].

Отметим, что в рассмотренных работах появление песчаных холмов на поверхности сыпучей среды происходит на фоне совершающей поступательные колебания жидкости (или воздуха) в отсутствие вращения. Однако рельеф на межфазной границе может возникать и во вращающихся полостях. Например, в [82] экспериментально изучается динамика легкой сыпучей среды в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре с жидкостью под действием поперечных оси вращения вибраций. Под действием центробежной силы инерции тяжелая жидкость образует кольцевой слой вокруг цилиндрического слоя сыпучей среды.

Под действием продольных колебаний изначально цилиндрический столб сыпучей среды становится неоднородным по толщине вдоль оси вращения. Кроме того, круговое сечение столба меняется на сечение в виде многогранника с числом сторон $N = 4$ или 5 .

В настоящей работе внимание уделяется изучению динамики тяжелой сыпучей среды в равномерно и неравномерно вращающемся цилиндре. Когда вращающийся горизонтальный цилиндр частично заполнен жидкостью и сыпучей средой, динамика жидкости и частиц определяется совместным действием силы тяжести и центробежной силы инерции. В быстро вращающемся цилиндре безразмерное гравитационное ускорение $\Gamma \equiv g/\Omega^2 a$ относительно невелико, и жидкость и сыпучая среда образуют кольцевые слои вблизи цилиндрической стенки полости. В рамках диссертационного исследования обнаружено, что под действием силы тяжести жидкость совершает азимутальные колебания вблизи поверхности сыпучей среды, обеспечивая тем самым условия для возникновения холмов с гребнями, вытянутыми вдоль оси вращения [33]. Создаваемые силой тяжести колебания принимают форму бегущей по свободной поверхности волны, фазовая скорость которой во вращающейся системе отсчета а) равна угловой скорости вращения цилиндра и противоположна ей по направлению или б) зависит от скорости вращения цилиндра и количества жидкости. Измерения скорости движения жидкости относительно вращающейся системы показывают, что помимо колебательного движения жидкость также участвует в осредненном азимутальном движении в направлении, противоположном вращению цилиндра [34]. Предположительно, это осредненное течение является ответственным за возникновение миграции дюн в направлении осредненного движения жидкости.

Неравномерное вращение полости (либрации):

Кроме волнового способа создания колебаний во вращающейся полости в диссертационном исследовании также изучается структурообразование в неравномерно вращающемся (либрирующем) цилиндре, полностью заполненном жидкостью и сыпучей средой, скорость которого изменяется по закону:

$$f = f_r [1 + \varepsilon \cos(2\pi f_L t)],$$

здесь f_r – средняя скорость вращения полости, f_L – частота модуляции скорости вращения, ε – амплитуда модуляции скорости вращения, t – время.

Либрации представляют большой интерес при изучении астрономических объектов, так как некоторые планеты и их спутники в нашей солнечной системе совершают либрации. Предположительно, либрации астрономических объектов могут свидетельствовать о наличии у них расплавленного ядра или внутренних океанов [83 – 85]).

Вязкое взаимодействие между жидкостью и твердыми стенками в либрирующей полости (например, внутри планеты) может вызывать осредненные потоки в жидкости, которые активно исследуются теоретически и экспериментально [86 – 90]. Из теории известно, что в сферических [90] и цилиндрических [91] полостях в вязком слое Экмана вблизи либрирующих стенок генерируется осредненное отстающее азимутальное течение (zonal flow), скорость которого за пределами слоя Экмана пропорциональна квадрату амплитуды модуляции скорости вращения: $v_{mean} \sim \varepsilon^2$. Аналогичный результат получен в лабораторных условиях при изучении осредненного азимутального течения в сферической [92] и цилиндрической [89] полостях.

Генерация осредненных течений в либрирующих полостях также может быть связана с возбуждением в жидкости инерционных волн [32]. Инерционные волны существуют в узком диапазоне частоты колебаний жидкости, а именно, когда частота f_L меньше удвоенной скорости вращения f_r . В ограниченной области пространства инерционные волны отражаются от границ и могут распространяться по замкнутым траекториям – волновым аттракторам [93]. Возбуждение инерционных волн происходит не только в либрирующих полостях, но также в равномерно вращающихся полостях, в которых колебания жидкости возникают вследствие действия силы тяжести [41] или неоднородности температуры жидкости [94].

При достаточной интенсивности либраций колебательное движение жидкости вблизи вогнутой вращающейся стенки провоцирует центробежную

неустойчивость в вязком пограничном слое и появление вихрей Тейлора – Гертлера [89, 95, 96].

При быстром вращении сыпучая среда образует кольцевой слой вблизи цилиндрической стенки и совершает твердотельное вращение вместе с жидкостью и цилиндром. При включении либраций жидкость совершает колебания с частотой f_L относительно сыпучего слоя и вызывает перемещение частиц на межфазной границе с последующим образованием рельефа в виде холмов с гребнями, вытянутыми вдоль оси вращения цилиндра. В [97] показано, что порог возникновения рельефа определяется модифицированным числом Шильдса, в котором роль прижимной силы играет не сила тяжести, а центробежная сила инерции. Пространственный период рельефа зависит только от амплитуды колебаний жидкости вблизи межфазной границы и не зависит от частоты колебаний, вязкости жидкости и размера частиц.

Для создания движения жидкости вблизи неподвижной сыпучей среды можно использовать различные способы. Например, в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре, частично заполненном жидкостью и сыпучей средой, азимутальные колебания кольцевого слоя жидкости возникают вследствие действия силы тяжести. Относительное движение жидкости возникает также при либрациях (периодические изменения угловой скорости вращения полости) или прецессии (периодические изменения положения оси вращения полости) контейнеров с жидкостью.

Актуальность и степень разработанности темы исследования:

Вращающиеся системы имеют широкое распространение в окружающем мире: вращение планет вокруг Солнца и вокруг своей оси; вращающиеся механизмы в технике. Динамика многофазных систем в быстро осциллирующих силовых полях является одним из ключевых направлений развития механики. В условиях колебательного воздействия в жидкостях и сыпучих материалах возникают новые гидродинамические эффекты. Например, осредненные потоки в жидкостях, рельеф на границе раздела между жидкостью и сыпучей средой.

Жидкость и сыпучая среда, находящиеся в неравномерно вращающемся (либрирующем) цилиндре одновременно вращаются и колеблются вокруг оси вращения. Вследствие совместного действия вращения и колебаний в жидкости и сыпучей среде могут возникать новые эффекты. Уже известно, что либрации генерируют осредненные потоки в жидкостях, а также могут провоцировать возникновение центробежной неустойчивости. Эти результаты представляют интерес для астрофизики, так как многие астрономические тела (например, планеты и их спутники) либрируют вследствие гравитационного взаимодействия, и такое движение позволяет судить о наличии или отсутствии у исследуемого небесного тела подземных океанов или жидкого ядра. Несмотря на большой круг явлений, в которых жидкость и сыпучая среда вращаются и совершают колебания, эти явления слабо изучены.

Целью данного исследования является экспериментальное изучение динамики жидкости и тяжелой сыпучей среды в равномерно и неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндре. Для достижения поставленной цели в ходе экспериментов решены следующие **задачи**:

1. В равномерно вращающемся горизонтальном цилиндре, частично заполненном жидкостью и сыпучей средой:
 - определены пороги центрифугирования и обрушения кольцевых слоев жидкости и сыпучей среды, возбуждения бегущих азимутальных волн на свободной поверхности жидкости, образования квазистационарного рельефа на поверхности сыпучей среды;
 - исследованы волновые процессы и осредненные азимутальные течения в жидкости;
 - изучена динамика пространственно-периодического рельефа на поверхности сыпучей среды.
2. В неравномерно вращающемся (либрирующем) горизонтальном цилиндре, заполненном жидкостью и сыпучей средой:
 - изучены условия возникновения пространственно-периодического рельефа;

- определены параметры, влияющие на пространственный период квазистационарного рельефа;
- изучена скорость азимутального дрейфа пространственно-периодического рельефа.

Содержание и структура работы:

Диссертация состоит из введения, трех глав, включающих в себя результаты исследований, заключения и списка литературы.

Во введении определена цель работы, дан краткий обзор литературы по теме исследования, сформулированы актуальность и научная новизна исследования.

Первая глава посвящена экспериментальному изучению динамики трехфазной системы «жидкость – сыпучая среда – воздух» в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре. Внимание уделяется изучению условий существования центрифугированных слоев жидкости и сыпучей среды, порогов возникновения азимутальных волн на свободной поверхности жидкости и пространственного рельефа на поверхности жидкости и сыпучей среды. В п. 1.1. приведено подробное описание экспериментальной установки и методики проведения экспериментов. В п. 1.2. представлены результаты измерения критических скоростей вращения, при которых наблюдаются переходы между различными состояниями трехфазной системы, в зависимости от массы сыпучей среды, количества и вязкости жидкости и геометрических размеров полости.

При медленном вращении цилиндра, когда действие силы тяжести преобладает над действием центробежной силы инерции, жидкость и сыпучая среда находятся на его дне, и только их малая часть увлекается вращающейся стенкой. В быстро вращающемся цилиндре центробежная сила инерции становится доминирующей – жидкость и сыпучая среда образуют кольцевые слои вблизи цилиндрической стенки. При очень быстром вращении жидкость и сыпучая среда совершают почти твердотельное вращение. При понижении скорости вращения на свободной поверхности жидкости резонансным образом

возбуждаются бегущие азимутальные волны, а на поверхности сыпучей среды возникает рельеф в форме холмов, вытянутых вдоль оси вращения.

В п. 1.3. изучается динамика кольцевого слоя маловязкой жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре. Во вращающемся горизонтальном цилиндре вследствие действия силы тяжести кольцевой слой жидкости оказывается неоднородным по толщине: в лабораторной системе отсчета воздушный цилиндр смещен относительно оси вращения. Во вращающейся системе отсчета такое распределение жидкости соответствует распространению двумерной азимутальной волны в направлении, противоположном направлению вращения цилиндра со скоростью, равной скорости вращения цилиндра Ω . Бегущая азимутальная волна генерирует в жидкости вынужденные колебания. В вязком пограничном слое вблизи кольцевого слоя сыпучей среды такое неоднородное по фазе колебательное движение жидкости генерирует среднюю массовую силу, приводящую жидкость в осредненное азимутальное движение в направлении распространения волны.

Кроме волны, неподвижной относительно лабораторной системы отсчета, в экспериментах обнаружены бегущие азимутальные волны. В п. 1.4. обсуждаются результаты экспериментов по изучению бегущих азимутальных волн с азимутальными волновыми числами $l = 1 - 5$.

Во второй главе изучается динамика границы раздела между жидкостью и сыпучей средой в равномерно вращающемся горизонтальном цилиндре. В п. 2.1. обсуждаются результаты измерений пространственного периода рельефа. Обнаружено, что пространственный период зависит от скорости вращения цилиндра, вязкости жидкости и относительного наполнения.

В п. 2.2. приведены результаты изучения временной динамики рельефа. Показано, что в зависимости от условий регулярный рельеф в виде вытянутых вдоль оси вращения холмов сохраняет свою форму в течение нескольких минут или десятков минут и затем становится нерегулярным. Квазистационарный рельеф не остается неподвижным относительно вращающегося цилиндра – в экспериментах наблюдается азимутальная миграция холмов.

Проведенный в п. 2.3. анализ показывает, что динамика жидкости существенным образом влияет на эволюцию холмов. Согласно наблюдениям, пространственный рельеф возникает, как правило, при наличии бегущей по свободной поверхности жидкости азимутальной волны. Эксперименты показывают, что увеличение скорости вращения полости приводит к уменьшению пространственного периода регулярного рельефа λ .

В третьей главе изучается динамика сыпучей среды в заполненном жидкостью горизонтальном цилиндре при неравномерном вращении. Колебания цилиндра вокруг оси вращения на фоне вращения (либрации) вызывают азимутальные колебания жидкости относительно стенок цилиндра. Наличие осциллирующих потоков в жидкости вблизи слоя сыпучей среды приводит к формированию пространственно-периодического рельефа на ее поверхности.

В п. 3.1. приведено подробное описание экспериментальной установки и методики проведения экспериментов. В случае, когда частота либраций вдвое меньше средней скорости вращения, в полости распространяются инерционные волны (п. 3.2.). В п. 3.3. показано, что изначально осесимметричная граница раздела между жидкостью и сыпучей средой при повышении интенсивности либраций пороговым образом теряет устойчивость, что проявляется в появлении регулярного квазистационарного рельефа в форме холмов, ориентированных вдоль оси вращения. Показано, что в начальной фазе существования рельефа волновое число $k_\delta = 2\pi\delta / \lambda = 0.5$. Это означает, что появление рельефа сопровождается возникновением квазистационарной неустойчивости осциллирующего движения жидкости.

В надкритической области повышение амплитуды колебаний (при неизменной частоте) приводит к монотонному увеличению длины холмов (п. 3.4.). Изучена временная динамика рельефа в надкритической области: в начальной фазе своего существования длина и высота холмов увеличиваются и достигают квазистационарного значения. Изучение временной динамики периодических структур показывает, что регулярные холмы непрерывно дрейфуют в азимутальном направлении. Анализ результатов устойчивости

межфазной границы (п. 3.5.) показал, что пространственный период рельефа не зависит от вязкости жидкости, размера частиц сыпучей среды и частоты колебаний жидкости и определяется угловой амплитудой колебаний жидкости вблизи кольцевого слоя сыпучей среды и толщиной этого слоя.

Научная новизна состоит в систематическом экспериментальном исследовании процессов, происходящих в равномерно и неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндре в зависимости от скорости вращения, размеров цилиндра, объема и вязкости жидкости, диаметра частиц и массы сыпучей среды. Впервые экспериментально обнаружен и исследован новый гидродинамический эффект – генерация пространственно-периодического рельефа на поверхности сыпучей среды в виде вытянутых вдоль оси вращения холмов.

В равномерно вращающемся цилиндре впервые экспериментально обнаружены и изучены бегущие волны на свободной поверхности жидкости с азимутальными волновыми числами $l = 1 - 5$.

Впервые экспериментально изучено колебательное и осредненное азимутальное движение жидкости с использованием скоростной видеокамеры. Показано, что осредненное течение на свободной поверхности жидкости является результатом фазовой неоднородности колебательного движения вблизи стенки цилиндра, вызванной действием силы тяжести.

Проведено детальное исследование пространственного периода рельефа в зависимости от количества и вязкости жидкости, массы сыпучей среды и скорости вращения; изучено влияние волновых процессов на величину пространственного периода структур и на временную динамику рельефа. Результаты исследований обобщены на плоскости управляющих безразмерных параметров.

В неравномерно вращающемся (либрирующем) цилиндре впервые изучена устойчивость границы раздела между жидкостью и сыпучей средой. Обнаружен новый эффект – возникновение регулярного квазистационарного рельефа в форме

вытянутых вдоль оси вращения холмов. Изучена временная динамика рельефа и обнаружено, что холмы непрерывно дрейфуют в азимутальном направлении. Показано, что пространственный период рельефа главным образом определяется амплитудой колебаний жидкости вблизи межфазной границы.

Теоретическая и практическая значимость работы:

Изучение нелинейной динамики многофазных систем в осциллирующих силовых полях является необходимой основой для понимания новых механизмов управления движением жидкости. Влияние волн на поверхности жидкости на сыпучую среду во вращающейся полости имеет схожую природу с действием набегающей волны на песок в неглубоких водоемах. Формирование песчаных структур в прибрежных зонах и их последующее перемещение способно оказывать влияние на созданную человеком на дне водоемов инфраструктуру (интернет и электрические кабели, трубопроводы) и придонные экосистемы. Изучение данной задачи носит как прикладной, так и фундаментальный характер.

Поведение гранулированных материалов представляет большой практический интерес в связи с широким применением в различных областях. Сыпучие среды находят широкое применение в минеральной, фармацевтической, керамической, строительной и пищевой промышленности. Устройства, основанные на движении сыпучих сред во вращающихся вокруг своей оси полостях, применяются для выполнения сушки, нагрева, химических реакций, смешивания и сегрегации различных видов сыпучих материалов.

Таким образом, поведение жидкости и сыпучей среды в горизонтальном вращающемся цилиндре представляет значительный научный и практический интерес.

Методология и методы исследования:

Для решения поставленных задач используются апробированные экспериментальные методики, современное экспериментальное оборудование и технологии для контроля и последующей обработки экспериментальных данных.

Экспериментальное исследование динамики жидкости и сыпучей среды в равномерно вращающемся горизонтальном цилиндре на начальном этапе заключается в определении условий возникновения азимутальных волн на свободной поверхности жидкости, образования квазистационарного рельефа на поверхности сыпучей среды. Фоторегистрация границ раздела между жидкостью и газом, жидкостью и сыпучей средой позволяет определить порог возбуждения бегущих азимутальных волн и критические значения параметров эксперимента в пороге возникновения рельефа на поверхности сыпучей среды. Фоторегистрация межфазных границ производится фотокамерой Nikon D40c объективом Nikon 50mm f/1.8G AF-S Nikkor.

Структура и интенсивность колебательного и осредненного движения жидкости, а так же временная динамика квазистационарного рельефа изучаются с использованием скоростной видеокамеры OptronisCamRecord CL600x2. Полученный видеоряд сохраняется в виде серии файлов в формате JPG. Анализ полученных файлов с использованием специализированных программ позволяет детально изучить динамику жидкости и сыпучей среды со временем. Аналогичным образом изучается динамика сыпучей среды в неравномерно-вращающейся (либрирующей) полости.

Положения, выносимые на защиту:

1. Результаты исследования порогов центрифугирования и обрушения жидкости и сыпучей среды, возбуждения бегущих азимутальных волн на свободной поверхности жидкости, образования квазистационарного рельефа на поверхности сыпучей среды в равномерно вращающемся горизонтальном цилиндре, частично заполненном жидкостью и сыпучей средой;
2. Результаты изучения колебательного движения и осредненного азимутального течения жидкости в равномерно вращающемся горизонтальном цилиндре;
3. Результаты исследования пространственного периода рельефа и временной динамики рельефа на поверхности сыпучей среды в равномерно вращающемся горизонтальном цилиндре.

4. Результаты изучения условий возникновения пространственно-периодического рельефа в неравномерно вращающемся (либрирующем) горизонтальном цилиндре, заполненном жидкостью и сыпучей средой.

5. Результаты изучения азимутального размера регулярных холмов на межфазной границе в либрирующем горизонтальном цилиндре.

Достоверность результатов обеспечивается использованием апробированных современных методик измерения и обработки данных, детальным изучением, комплексным экспериментальным и теоретическим рассмотрением проблемы и сравнением с данными других авторов.

Апробация работы и публикации:

Результаты, изложенные в диссертации, были представлены на следующих конференциях: Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2013), Международная конференция «Потоки и структуры в жидкостях» (С. Петербург, 2013), Пермские научные гидродинамические чтения (Пермь, 2013), Международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (Москва, 2014), Международная конференция «Актуальные проблемы механики» (С. Петербург, 2014), V Всероссийская конференция с участием зарубежных ученых «Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения» (Бийск, 2014), SIAM Conference on Nonlinear Waves and Coherent Structures (Кембридж, Великобритания, 2014), 67th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics (Сан-Франциско, США, 2014), V Международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 2014), Всероссийская научно-практическая конференция «Актуальные задачи механики сплошных сред» (Пермь, 2014), XIX Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2015), XI Всероссийский съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 2015), 66th International Astronautical Congress (Иерусалим, Израиль, 2015), Международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической

устойчивости и турбулентность» (Москва, 2016), VII Международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 2016), 24th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (Монреаль, Канада, 2016), Пермские научные гидродинамические чтения (Пермь, 2016), XX Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2017), XXI Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2019), Международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (Москва, 2020).

Полученные результаты опубликованы в 27 работах, включая 4 статьи в журналах из списка ВАК (индексированы в WOS) [33, 34, 87, 97], 5 статей в сборниках научных статей (индексированы в РИНЦ) [36, 98 – 101], 5 в трудах конференций [102 – 106] (индексированы в РИНЦ) и 13 тезисов докладов [107 – 119].

Личный вклад: экспериментальные исследования и обработка результатов выполнены диссертантом, обсуждение и анализ результатов проведены совместно с научным руководителем и соавторами.

Автор выражает огромную благодарность и признательность д.ф.-м.н., профессору Виктору Геннадьевичу Козлову за предоставление темы диссертации, внимание к проводимым исследованиям и их полезные обсуждения, к.ф.-м.н. Денису Александровичу Полежаеву за многочисленные обсуждения результатов эксперимента, помощь и поддержку в написании работы, а также сотрудникам Лаборатории вибрационной гидромеханики ПГГПУ.

1. ДИНАМИКА ТРЕХФАЗНОЙ СИСТЕМЫ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ

Экспериментально изучается поведение трехфазной системы жидкость – сыпучая среда – газ в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре. Динамика жидкости и сыпучей среды во вращающемся горизонтальном цилиндре определяется соотношением силы тяжести и центробежной силы инерции. При быстром вращении жидкость и сыпучая среда центрифугируются и совершают твердотельное вращение вместе с полостью, при этом граница раздела между фазами осесимметричная. Уменьшение скорости вращения полости приводит к возбуждению в жидкости бегущих азимутальных волн. При дальнейшем понижении скорости вращения на поверхности сыпучей среды пороговым образом возникает регулярный рельеф. При медленном вращении центрифугированный слой теряет устойчивость – жидкость и сыпучая среда обрушиваются на дно полости. В экспериментах внимание уделяется определению условий, при которых на свободной поверхности жидкости возбуждаются бегущие азимутальные волны, и возникает пространственный рельеф на границе раздела между жидкостью и сыпучей средой.

В настоящей главе основное внимание уделяется осцилляционному и осредненному движению жидкости, играющему ключевую роль в генерации рельефа на поверхности сыпучей среды. Обнаружено, что при быстром вращении, когда границы раздела между сыпучей средой, жидкостью и воздухом невозмущенные, жидкость совершает азимутальные колебания и осредненное движение относительно полости в направлении, противоположном вращению цилиндра. Интенсивность колебательного и осредненного движения жидкости в системе отсчета полости изучаются с использованием скоростной видеокамеры OptronisCamRecord CL600x2. Фурье-анализ экспериментальных данных показывает, что циклическая частота азимутальных колебаний равна угловой скорости вращения цилиндра. Результаты измерения скорости колебательного

движения жидкости качественно согласуются с теоретическими предсказаниями [7].

При медленном вращении цилиндра в жидкости возбуждаются бегущие азимутальные волны. В экспериментах обнаружены и изучены волны с азимутальными волновыми числами $l = 1 - 5$. Данные о скорости бегущих волн, полученные при различных значениях относительного объема жидкости и скорости вращения цилиндра, хорошо согласуются с предсказаниями теории [7] и экспериментальными результатами [5]. По материалам главы опубликованы работы [34].

1.1. Экспериментальная установка и методика проведения эксперимента

Экспериментальная установка для исследования динамики жидкости и сыпучей среды во вращающемся цилиндре представлена на рис. 1.1. Эксперименты проводятся с цилиндрической кюветой 1, установленной горизонтально на платформу 2. Кювета приводится во вращение с помощью шагового двигателя 3 типа FL86STH80-4208A с блоком управления SMD-40M. Скорость вращения регулируется генератором электрических сигналов Gw Instek GAG-810. В экспериментах скорость вращения полости варьируется в диапазоне $f = 0 - 15.0$ об/с.

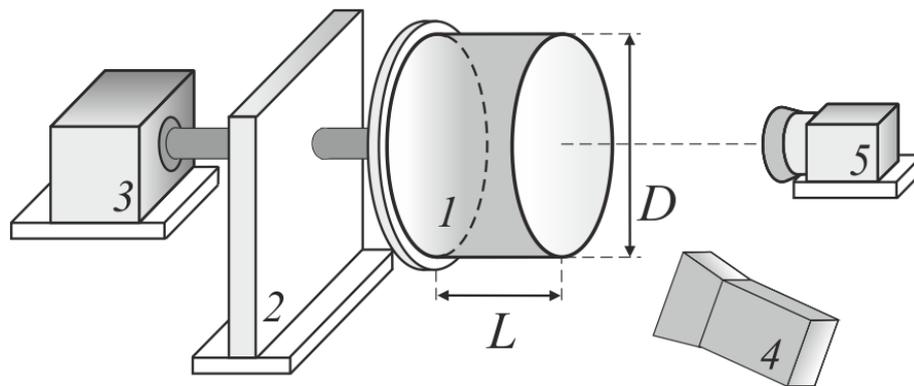


Рис. 1.1. Схема экспериментальной установки

Кювета представляет собой полый прозрачный цилиндр круглого сечения, изготовленный из Плексигласа. Эксперименты проводятся с цилиндрами длиной $L = 7.8$ и 9.1 см и внутренним диаметром $D = 12.6$ и 14.4 см соответственно и с цилиндром переменной длины диаметром $D = 8$ см. В центре одного из торцов цилиндра имеется отверстие для заполнения жидкостью и сыпучей средой.

В качестве рабочей жидкости используются водоглицериновые растворы (кинематическая вязкость варьируется в диапазоне от 1 до 30 сСт), индустриальное масло И-5А ($\nu = 5.0$ сСт) и силиконовое масло ПМС-20 ($\nu = 20.0$ сСт). Вязкость измеряется капиллярными вискозиметрами типа ВПЖ-2 с

точностью не менее 0.1 сСт. Количество жидкости характеризуется относительным наполнением $q = V/V_0$, где V – объем жидкости, V_0 – объем полости. В экспериментах относительное наполнение варьируется в диапазоне $q = 0.10 - 0.60$.

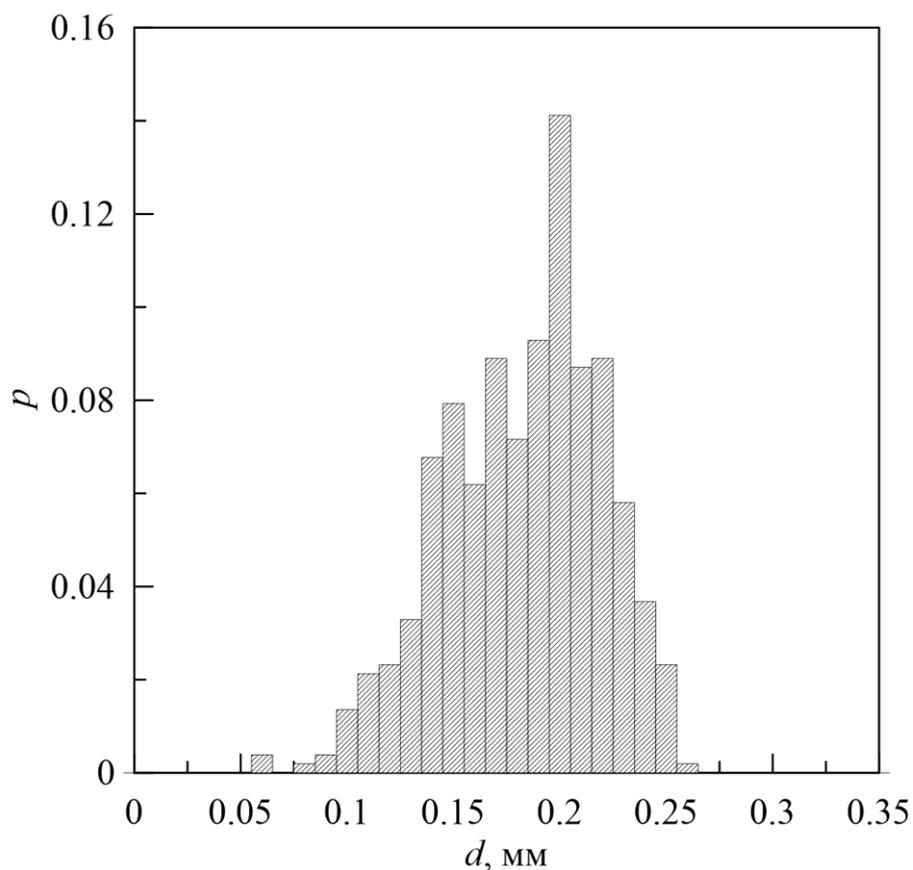


Рис. 1.2. Диаграмма распределения сферических стеклянных частиц по диаметру, p – отношение числа частиц данного диаметра к общему числу частиц

Сыпучая среда представляет собой сферические стеклянные частицы диаметром $d = 0.05 - 0.25$ мм. Распределение частиц по диаметру приведено на рис. 1.2. Средний диаметр частиц равен $0.18 \pm 15\%$ мм. В экспериментах масса сыпучей среды m варьируется в пределах от 125 до 360 г, при этом толщина кольцевого слоя сыпучей среды h_0 изменяется от 0.15 до 0.62 см. Плотность гранул составляет $\rho = 2.5$ г/см³. Измеренная пористость сыпучей среды, равная отношению объема пор между частицами сыпучей среды к полному объему среды, составляет 40%.

Наблюдения за жидкостью и сыпучей средой проводятся в естественном или стробоскопическом освещении через торцевую стенку кюветы. В зависимости от цели эксперимента частота вспышек стробоскопической лампы 4 согласуется со скоростью вращения полости или со скоростью бегущих азимутальных волн на поверхности жидкости. Управление стробоскопической лампой осуществляется с помощью ЦАП ZETLab с точностью 0.01 Гц.

Фоторегистрация границ раздела между сыпучей средой и жидкостью и жидкостью и воздухом проводится фотокамерой 5 Nikon D40 (рис. 1.1) через торцевую стенку полости. Для получения контрастного изображения граница раздела между жидкостью и сыпучей средой и свободная поверхность жидкости освещаются светодиодной лентой, размещенной вокруг цилиндрической стенки полости.

Порядок проведения экспериментов следующий. В отсутствие вращения жидкость и тяжелая сыпучая среда находятся на дне полости. При медленном вращении жидкость и сыпучая среда частично увлекаются цилиндрической стенкой полости. Увеличение скорости вращения приводит к переходу жидкости и сыпучей среды в центрифугированное состояние. Согласно наблюдениям, при понижении скорости вращения ниже порога центрифугирования на свободной поверхности жидкости возбуждаются бегущие азимутальные волны. При дальнейшем понижении скорости вращения осесимметричная граница раздела между жидкостью и сыпучей средой становится неустойчивой к возникновению квазистационарного рельефа в виде холмов, вытянутых вдоль оси вращения. При плавном уменьшении скорости вращения рельеф продолжает существовать вплоть до обрушения центрифугированного слоя жидкости.

1.2. Устойчивость свободной поверхности жидкости и границы раздела между жидкостью и сыпучей средой

В отсутствие вращения жидкость и сыпучая среда находятся в нижней части полости (рис. 1.3 *а*). При плавном увеличении скорости вращения цилиндра f жидкость и сыпучая среда увлекаются вращающимися стенками цилиндра (рис. 1.3 *б*). Центрифугирование жидкости и сыпучей среды происходит при разных скоростях вращения: сначала центрифугируется сыпучая среда, затем – жидкость (рис. 1.3 *в* и *г*). Данные о критической скорости вращения в порог центрифугирования жидкости показаны точками 1 на рис. 1.4. Если после центрифугирования понизить скорость f , то на свободной поверхности жидкости возбуждаются бегущие азимутальные волны (точки 2 на рис. 1.4), а на поверхности сыпучей среды образуется пространственно-периодический рельеф, представляющий собой вытянутые вдоль оси вращения холмы (точки 3 на рис. 1.4). По достижении критической скорости вращения происходит обрушение центрифугированного слоя жидкости и сыпучей среды на дно полости (точки 4 на рис. 1.4).

Динамика жидкости и сыпучей среды во вращающейся горизонтальной цилиндрической полости определяется отношением силы тяжести и центробежной силы инерции [7]:

$$\Gamma = \frac{g}{\Omega^2 a}, \quad (1.1)$$

здесь $\Omega = 2\pi f$ – угловая скорость вращения, a – радиус свободной поверхности жидкости, g – ускорение свободного падения.

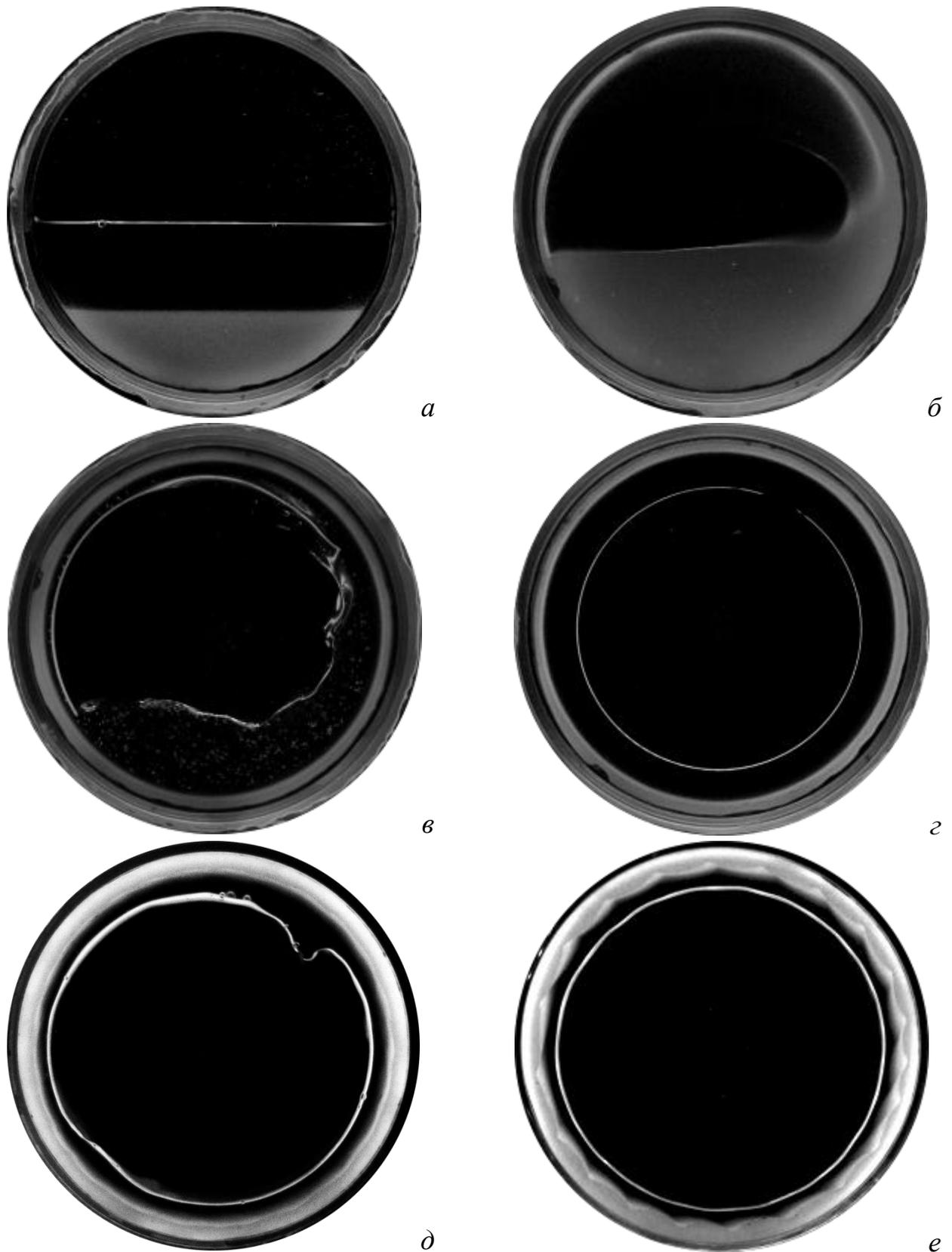


Рис. 1.3. Фотографии жидкости и сыпучей среды во вращающемся горизонтальном цилиндре ($R = 6.3$ см, $h_0 = 0.54$ см, $q = 0.36$, $\nu = 20.4$ сСт): покой (*a*), медленное вращение с угловой скоростью $\Omega = 18.8$ рад/с (*б*), захват сыпучей среды $\Omega = 33.8$ рад/с (*в*), центрифугирование жидкости $\Omega = 53.3$ рад/с (*г*), бегущая по поверхности жидкости азимутальная волна с волновым числом $l = 2$, $\Omega = 31.4$ рад/с, $q = 0.24$, $\nu = 3.2$ сСт (*д*), рельеф на границе раздела между жидкостью и сыпучей средой $\Omega = 35.2$ рад/с, $q = 0.216$, $\nu = 1.4$ сСт (*е*)

В быстро вращающемся горизонтальном цилиндре, когда действие силы тяжести мало по сравнению с центробежной силой инерции ($\Gamma \ll 1$), жидкость и тяжелая сыпучая среда под действием центробежной силы инерции почти равномерным слоем покрывают цилиндрическую стенку кюветы и совершают вращение, близкое к твердотельному.

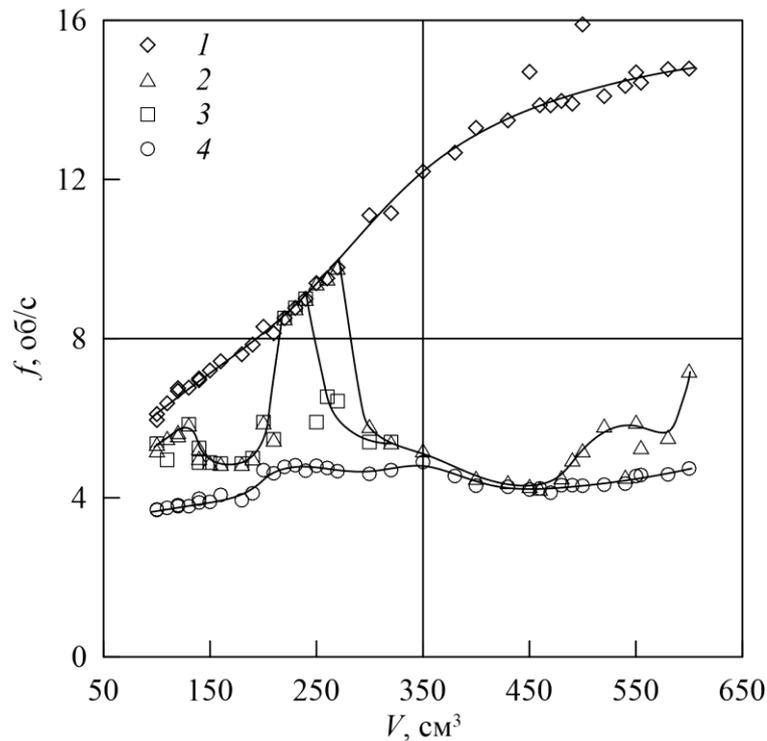


Рис. 1.4. Пороги центрифугирования жидкости (1), возбуждения азимутальных волн (2), формирования рельефа (3) и обрушения центрифугированного слоя (4); радиус полости $R = 6.3$ см, масса сыпучей среды $m = 125$ г, толщина слоя сыпучей среды в центрифугированном состоянии $h_0 = 0.27$ см, кинематическая вязкость жидкости $\nu = 1$ сСт

Отклонение от твердотельного движения определяется действием силы тяжести: согласно наблюдениям, воздушный цилиндр внутри полости смещен вниз относительно оси вращения, так что толщина центрифугированного слоя жидкости неоднородна вдоль азимутальной координаты. Неоднородность толщины центрифугированного слоя жидкости вызывает радиальные и азимутальные колебания жидкости относительно вращающейся системы отсчета.

Частота вынужденных колебаний жидкости численно равна скорости вращения цилиндра, а амплитуда определяется безразмерным ускорением Γ [7]. Уменьшение скорости вращения (увеличение Γ) приводит к резонансному

возбуждению бегущих азимутальных волн (рис. 1.3 *д*). Дальнейшее понижение скорости вращения приводит к увеличению интенсивности колебаний жидкости, что вызывает подвижность частиц поверхностного слоя сыпучей среды и появление пространственно-периодического рельефа (рис. 1.3 *е*).

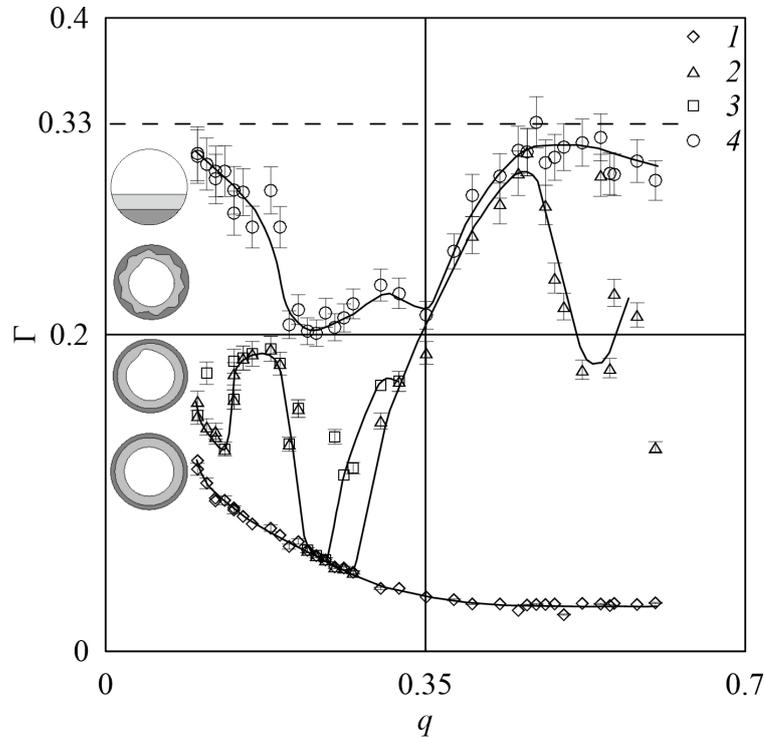


Рис. 1.5. Зависимость безразмерного ускорения Γ от относительного наполнения полости q ($R = 6.3$ см, $m = 125$ г, $h_0 = 0.27$ см, $\nu = 1$ сСт) в пороге центрифугирования жидкости (1), возбуждения азимутальных волн (2), формирования рельефа (3) и обрушения центрифугированного слоя (4); пунктирная линия соответствует теоретическому значению в пороге устойчивости центрифугированного слоя жидкости $\Gamma = 1/3$ [7]

Согласно измерениям, безразмерное ускорение Γ в пороге центрифугирования монотонно убывает с увеличением объема жидкости в изученном диапазоне относительного наполнения q (точки 1 на рис. 1.5). Обнаружено также, что рельеф, как правило, образуется при наличии бегущих азимутальных волн на свободной поверхности жидкости: на плоскости управляющих параметров q, Γ граница устойчивости к появлению рельефа (точки 3) лежит выше порога возбуждения азимутальных волн (точки 2) или совпадает с ним. Немонотонная зависимость Γ от q в пороге возникновения

бегущих волн объясняется резонансным возбуждением различных мод колебаний и будет рассмотрена ниже.

Граница устойчивости центрифугированного слоя жидкости также немонотонная (точки 4). Интересно, что минимум устойчивости центрифугированного слоя наблюдается при наличии интенсивных колебаний поверхности жидкости при $q \approx 0.2$. И наоборот, устойчивость центрифугированного слоя жидкости высокая, когда волны возбуждаются при медленном вращении полости, и их интенсивность сравнительно невысокая. В области относительных наполнений $q = 0.35 - 0.48$ свободная поверхность центрифугированного слоя жидкости остается невозмущенной почти до порога обрушения. Пунктирная линия на рис. 1.5 соответствует теоретическому значению $\Gamma = 1/3$ в пороге устойчивости центрифугированного слоя маловязкой жидкости в поле силы тяжести в бесконечно длинном горизонтальном цилиндре [7]. В указанном приближении не учитывается возможность существования волн на поверхности жидкости. Как следствие, экспериментальные и теоретические данные хорошо согласуются, только если поверхностные волны возбуждаются вблизи порога обрушения центрифугированного слоя. Отметим также, что в теории [7] рассматривается цилиндр, частично заполненный только жидкостью.

Зависимость Γ от q в пороге возникновения кольцевого слоя жидкости (светлые точки) и его обрушения (темные точки) при различных значениях массы сыпучей среды показана на рис. 1.6. Анализ данных показывает, что порог центрифугирования определяется только относительным наполнением полости, а именно, Γ монотонно уменьшается с увеличением q во всем изученном диапазоне.

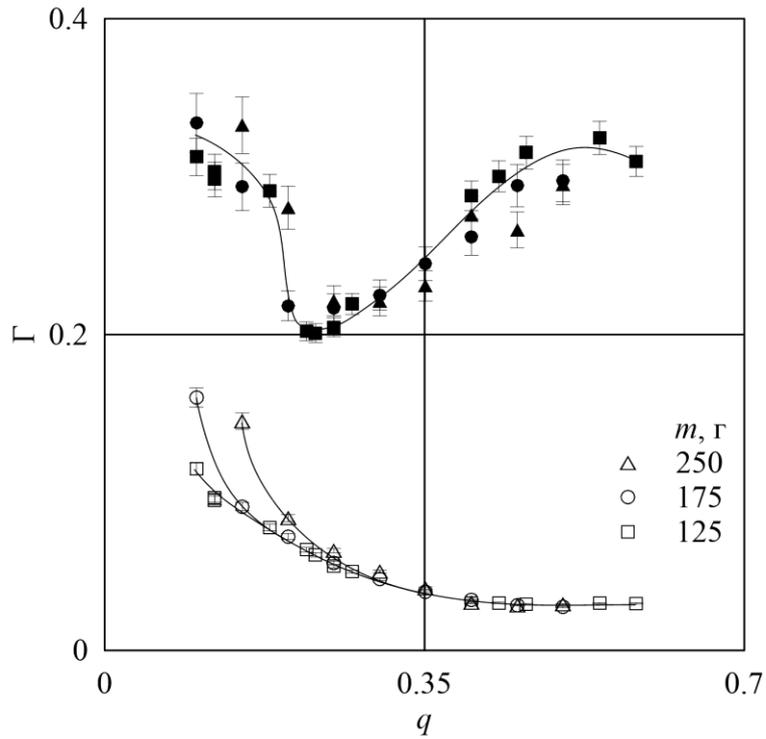


Рис. 1.6. Зависимость безразмерного ускорения Γ от относительного наполнения полости $R = 6.3$ см ($\nu = 1$ сСт) в пороге центрифугирования жидкости (светлые точки) и обрушения центрифугированного слоя (темные точки) в экспериментах с различной массой сыпучей среды ($m = 250, 175$ и 125 г, $h_0 = 0.54, 0.38$ и 0.27 см, соответственно)

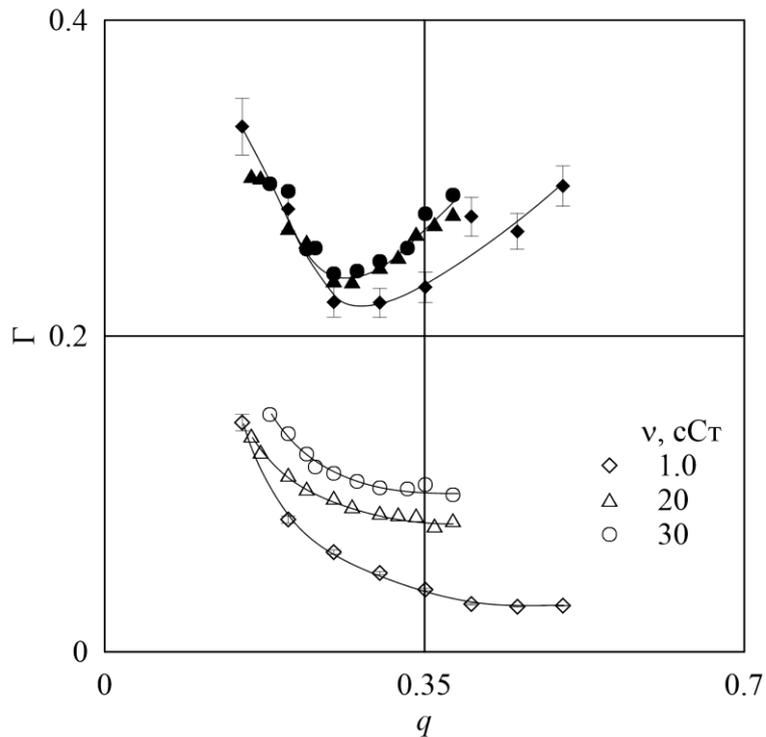


Рис. 1.7. Пороги центрифугирования жидкости (светлые точки) и обрушения центрифугированного слоя (темные точки) на плоскости безразмерных параметров q, Γ ($R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см) для жидкостей различной вязкости

Пороговые кривые центрифугирования жидкости (светлые точки на рис. 1.6), полученные в экспериментах с различной массой сыпучей среды, смещены друг относительно друга при $q < 0.27$: увеличение массы сыпучей среды приводит к повышению порога центрифугирования. В то же время изменение массы сыпучей среды не приводит к изменению порога устойчивости центрифугированного слоя. С увеличением q критическое значение Γ уменьшается и достигает минимума вблизи значения $q = 0.25$ (темные точки на рис. 1.6).

Наблюдения показывают, что увеличение вязкости жидкости приводит к повышению порога центрифугирования, но динамика жидкости качественно не изменяется (рис. 1.7). На плоскости безразмерных параметров q, Γ минимум устойчивости центрифугированного слоя жидкости наблюдается при наполнении $q = 0.25$. В области $q < 0.25$ кривые устойчивости хорошо согласуются между собой в экспериментах с жидкостями различной вязкости. В области больших наполнений $q > 0.27$ результаты экспериментов с водой отличаются от результатов, полученных в экспериментах с более вязкими жидкостями. Предположительно, увеличение вязкости жидкости приводит к ослаблению колебаний жидкости и, как следствие, повышению устойчивости кольцевого слоя. Это предположение подтверждается тем, что при увеличении вязкости жидкости азимутальные волны возбуждаются при больших значениях ускорения Γ (рис. 1.8).

Границы существования центрифугированного слоя жидкости и сыпучей среды также зависят от относительной длины полости (рис. 1.9). В экспериментах с кюветой радиусом $R = 4.0$ см при неизменной толщине слоя сыпучей среды $h_0 = 0.36$ см обнаружено, что с увеличением длины полости границы центрифугирования и обрушения монотонно понижаются.

Смещение границы устойчивости объясняется тем, что в длинном цилиндре возбуждаются стоячие вдоль оси вращения волны. Отсутствие локальных минимумов кривых устойчивости кольцевого слоя свидетельствует о том, что интенсивность бегущих по свободной поверхности жидкости волн невелика.

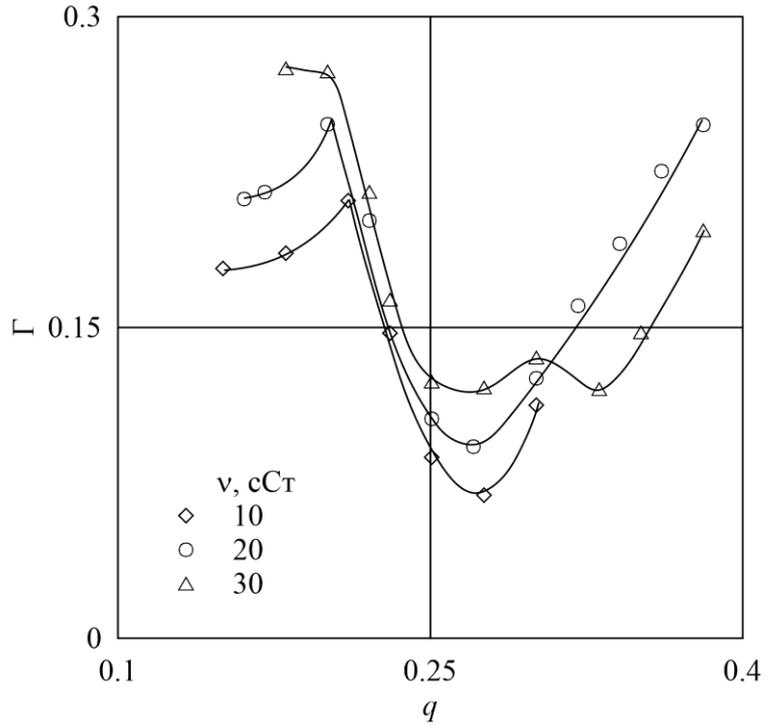


Рис. 1.8. Зависимость безразмерного ускорения Γ от относительного наполнения полости ($R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см) в пороге возбуждения азимутальных волн для жидкостей различной вязкости

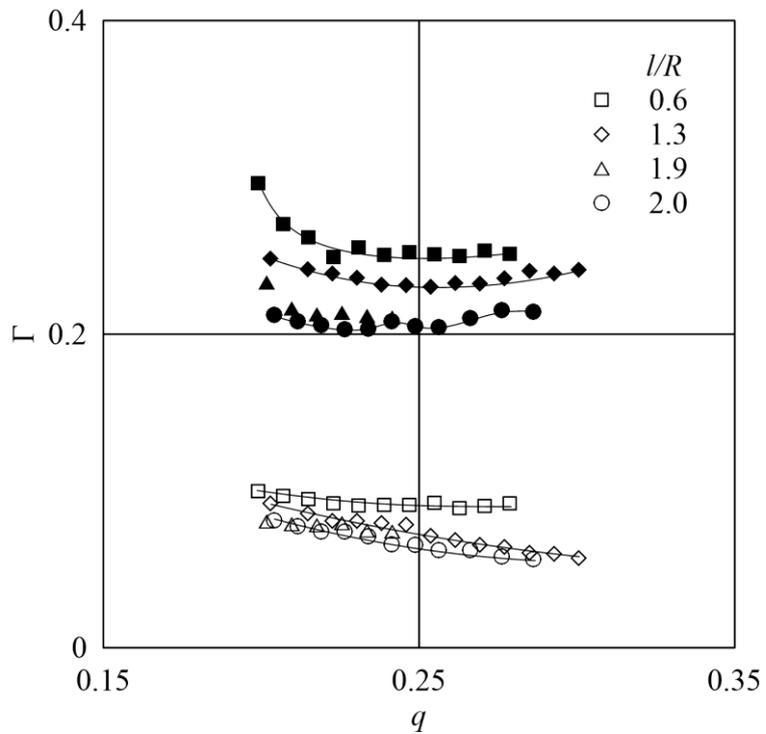


Рис. 1.9. Пороги центрифугирования жидкости (светлые точки) и обрушения центрифугированного слоя (темные точки) для кювет различной длины ($R = 4.0$ см, $\nu = 1$ сСт, $h_0 = 0.36$ см)

В области малых наполнений $q < 0.23$ граница устойчивости к появлению рельефа совпадает с порогом возбуждения азимутальных волн (рис. 1.10). В области относительных наполнений $q = 0.23 - 0.27$ порог возбуждения азимутальных волн (светлые точки) слабо изменяется, а в области $q > 0.27$ порог возбуждения волн резко повышается.

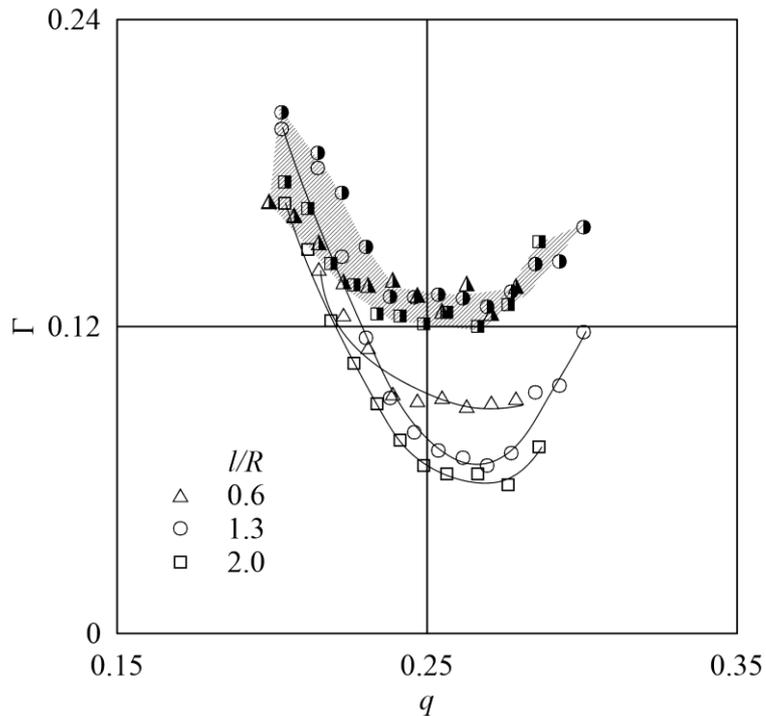


Рис. 1.10. Пороги возбуждения азимутальных волн (светлые точки) и формирования пространственного рельефа на границе раздела жидкость – сыпучая среда (темные точки) для кювет различной длины ($R = 4$ см, $\nu = 1.0$ сСт, $h_0 = 0.36$ см)

Из рис. 1.10 следует, что с увеличением длины полости в указанных пределах не происходит изменение вида пороговых кривых, соответствующих возникновению пространственного рельефа на поверхности сыпучей среды (заштрихованная область).

1.3. Осредненное движение центрифугированного слоя жидкости

Экспериментально изучается динамика кольцевого слоя маловязкой жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре в поле силы тяжести. При быстром вращении жидкость совершает почти твердотельное движение вместе с цилиндрической стенкой полости. Толщина кольцевого слоя жидкости варьируется вдоль азимутальной координаты: на поднимающейся стенке цилиндра сила тяжести препятствует подъему жидкости, вследствие чего угловая скорость жидкости Ω_l оказывается меньше угловой скорости вращения цилиндра Ω . На опускающейся стенке гравитационная сила увлекает жидкость вниз, так что угловая скорость $\Omega_l > \Omega$. В силу неразрывности течения устанавливается такое распределение жидкости, что на поднимающейся стенке слой жидкости утолщается, достигая наибольшей толщины в верхней части цилиндра, а на опускающейся стенке становится тоньше с минимумом на дне цилиндра (рис. 1.11). В лабораторной системе отсчета положение свободной поверхности жидкости стационарное: ось воздушного столба находится ниже и левее оси вращения цилиндра (цилиндр вращается против часовой стрелки). Во вращающейся системе отсчета положение свободной поверхности жидкости меняется со временем по гармоническому закону, что соответствует распространению в жидкости бегущей азимутальной волны в направлении, противоположном вращению цилиндра.

Эксперименты проводятся в быстро вращающемся цилиндре, когда жидкость и сыпучая среда образуют кольцевой слой вблизи цилиндрической стенки. Динамика жидкости изучается с использованием скоростной видеокамеры OptronisCamRecord CL600x2, позволяющей производить видеорегистрацию со скоростью до 1200 кадров в секунду при разрешении 800×600 пикселей. Полученный видеоряд сохраняется в виде серии файлов в формате JPG. Для измерения скорости свободной поверхности жидкости в нее добавляются легкие маркеры (диаметр $d \approx 1$ мм, плотность $\rho \approx 0.02$ г/см³). Для изучения динамики

жидкости вблизи поверхности сыпучей среды в жидкость добавляются тяжелые маркеры ($d \approx 1$ мм, $\rho \approx 1.5$ г/см³). Наблюдения проводятся при естественном или стробоскопическом освещении через торцевую стенку кюветы. В зависимости от целей эксперимента частота вспышек стробоскопической лампы согласуется со скоростью вращения полости, скоростью движения маркеров или со скоростью распространения волны.

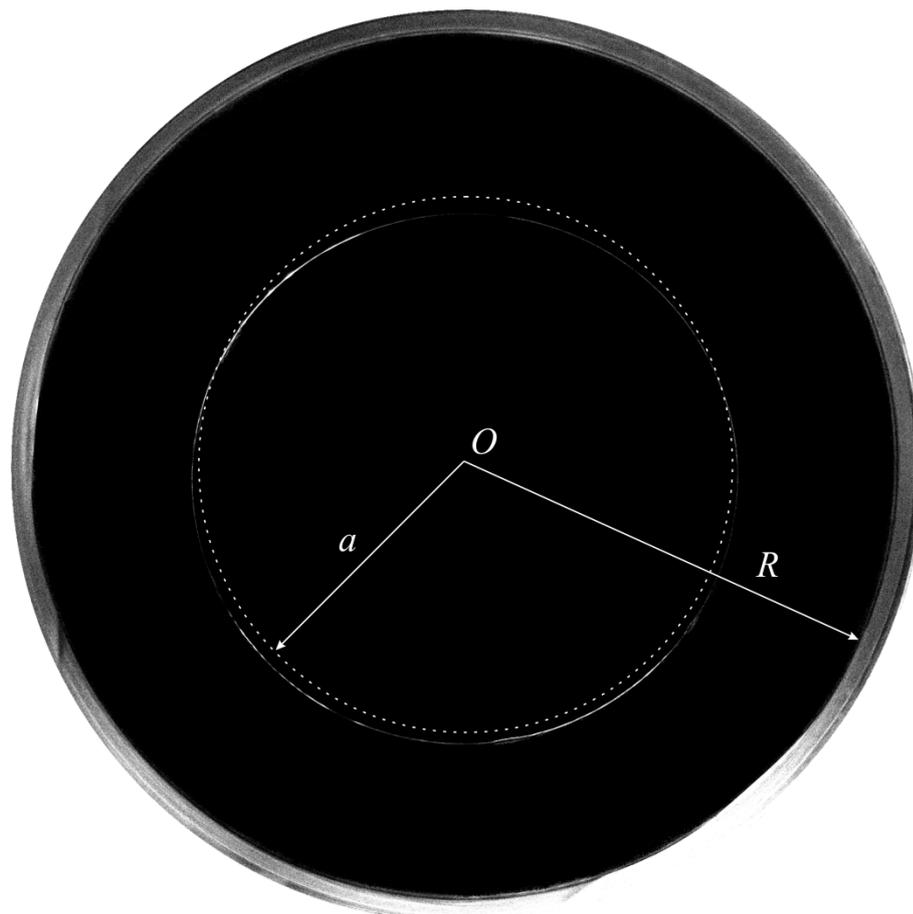


Рис. 1.11. Кольцевой слой жидкости в быстро вращающемся против часовой стрелки цилиндре в отсутствие сыпучей среды: пунктирная линия показывает положение воздушного столба, ось которого совпадает с осью вращения цилиндра (точка O); сплошная линия соответствует границе раздела жидкость – газ, которая смещена относительно оси вращения полости. Жидкость – силиконовое масло ПМС-20, $R = 6.3$ см, $\Omega = 31.4$ рад/с, $q = 0.61$

В течение эксперимента при фиксированной скорости вращения выполняется видеосъемка жидкости с маркерами в течение нескольких десятков оборотов цилиндра. После этого скорость вращения полости уменьшается на 1 об/с, и эксперимент повторяется.

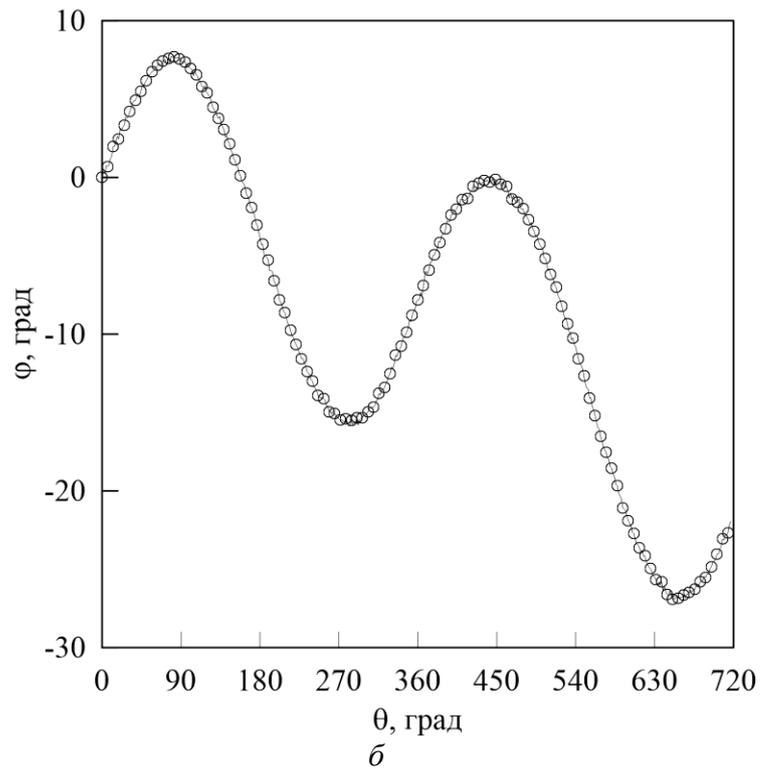
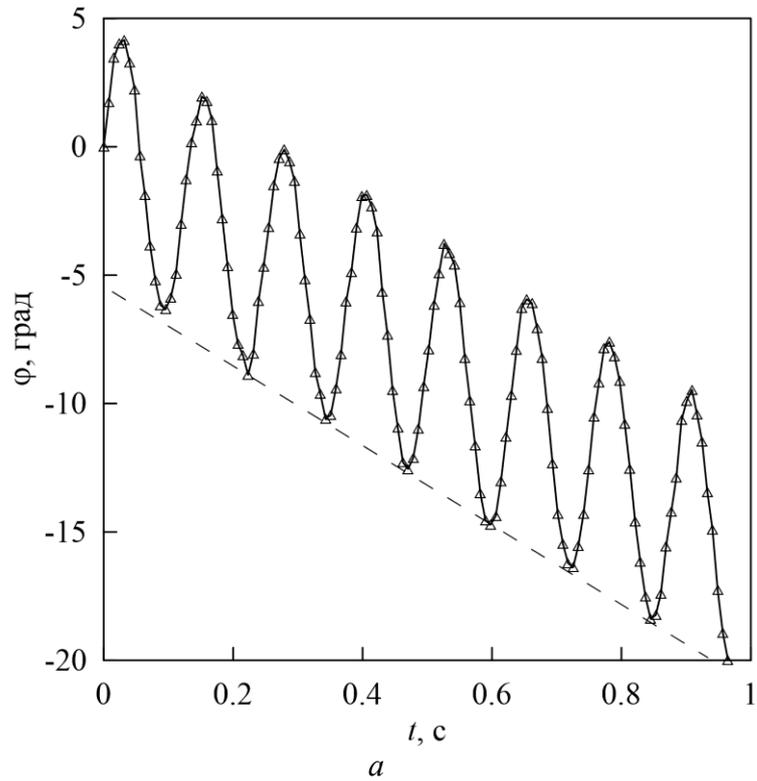


Рис. 1.12. Угловое перемещение φ легкого маркера на свободной поверхности жидкости относительно вращающейся полости в зависимости от времени: $q = 0.51$, $\Omega = 50.2$ рад/с, $\nu = 20$ сСт (*a*). Угловое перемещение φ тяжелой частицы над центрифугированным слоем сыпучей среды относительно вращающейся полости в зависимости от угла поворота полости θ : $q = 0.20$, $\Omega = 33.0$ рад/с, $\nu = 2.9$ сСт (*б*), $m = 125$ г, $h_0 = 0.27$ см, $R = 6.3$ см

На рис. 1.12 *a* представлены результаты измерения положения легкого маркера на свободной поверхности жидкости относительно вращающегося цилиндра в течение нескольких периодов обращения. Можно видеть, что жидкость совершает колебания, амплитуда которых остается неизменной при фиксированной угловой скорости вращения Ω , при этом циклическая частота колебаний жидкости $\Omega_{osc} = \Omega$. Кроме колебательного движения жидкость совершает среднее азимутальное движение в направлении, противоположном направлению вращения цилиндра – угол между положениями маркера и цилиндра φ уменьшается с течением времени.

Рассмотрим подробнее колебательную составляющую движения жидкости. Проследим, как изменяется угловое положение тяжелого маркера φ , движущегося вблизи кольцевого слоя сыпучей среды, в зависимости от угла поворота цилиндра $\theta = \Omega t$ (рис. 1.12 *б*). Угол θ соответствует углу поворота цилиндра относительно вертикальной оси; значение $\theta = 0$ соответствует направлению вертикально вниз. Максимальное значение скорости колебательного движения жидкости относительно вращающейся полости определяется по формуле:

$$v_{osc} = b\Omega_{osc},$$

где b – амплитуда колебаний жидкости, Ω_{osc} – частота колебаний жидкости, равная скорости вращения полости Ω . Определение амплитуды колебаний происходит при помощи программы MB-Ruler: измеряется азимутальная координата маркера Φ в жидкости относительно вертикали в лабораторной системе отсчета в течение нескольких десятков оборотов цилиндра. В таком случае положение маркера в системе отсчета вращающегося цилиндра может быть вычислено по формуле:

$$\varphi = \Phi - \Omega t.$$

Время t можно вычислить, зная время между двумя последовательными кадрами τ : $t = (N - 1) \tau$, где N – номер фотографии в серии.

Максимальное смещение маркера от равновесного положения наблюдается при $\theta = 90^\circ + 180^\circ n$, где $n = 1, 2, 3, \dots$, то есть, когда частица оказывается на поднимающейся или опускающейся стенке цилиндра. Так как координата и

скорость тела при колебательном движении изменяются со сдвигом по фазе на 90° , следовательно, скорость принимает экстремальные значения вблизи дна и потолка полости. Это хорошо согласуется с данными о зависимости толщины слоя жидкости от азимутальной координаты: там, где скорость имеет наибольшее значение, толщина слоя минимальна (при $\theta = 0$) и наоборот: минимальное значение скорости соответствует максимальной толщине слоя (при $\theta = 180^\circ$).

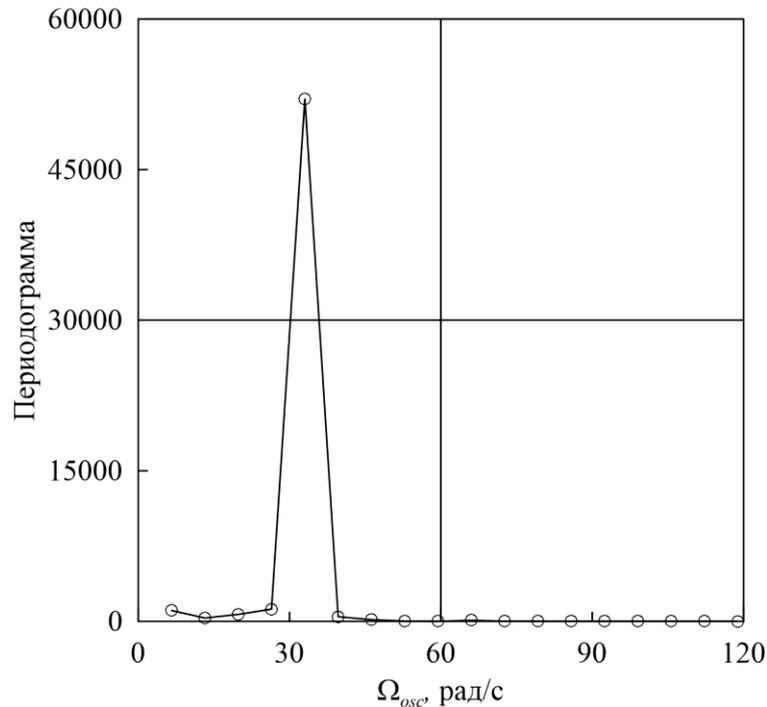


Рис. 1.13. Результаты спектрального анализа: $q = 0.20$, $\Omega = 33.0$ рад/с, $\nu = 2.9$ сСт, $m = 125$ г, $h_0 = 0.27$ см, $R = 6.3$ см

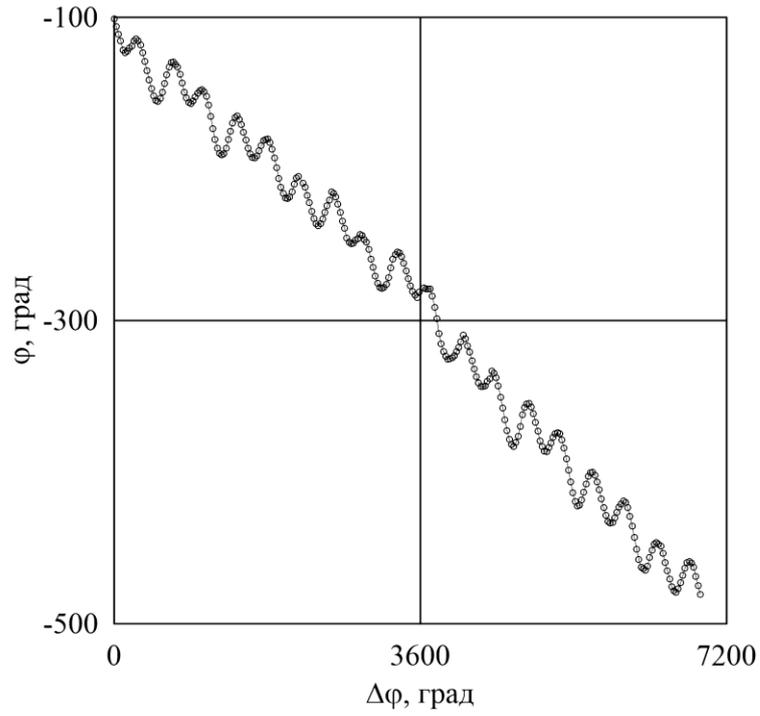
Фурье-анализ приведенных данных показывает, что колебания жидкости происходят с единственной частотой, близкой к скорости вращения цилиндра $\Omega_{osc} \approx 33$ рад/с (рис. 1.13). Незначительное отклонение частоты осцилляций Ω_{osc} от угловой скорости вращения Ω обусловлено наличием осредненного азимутального течения, вследствие чего колебания жидкости происходят с частотой $\Omega_{osc} = \Omega + \Delta\Omega$, здесь $\Delta\Omega$ – скорость осредненного движения жидкости, при этом $\Delta\Omega \ll \Omega$. Возникновение осредненного движения обусловлено действием переменной в системе отсчета вращающегося цилиндра силы тяжести. Во вращающейся системе отсчета изменение толщины кольцевого слоя жидкости можно представить как волну, бегущую в направлении против вращения

цилиндра. Под действием бегущей волны каждый элемент жидкости совершает такое незамкнутое орбитальное движение, что возникает средний дрейф в направлении ее распространения [120, 121]. В рассматриваемой задаче волна распространяется против вращения цилиндра, так что скорость дрейфа жидкости $\Delta\Omega < 0$.

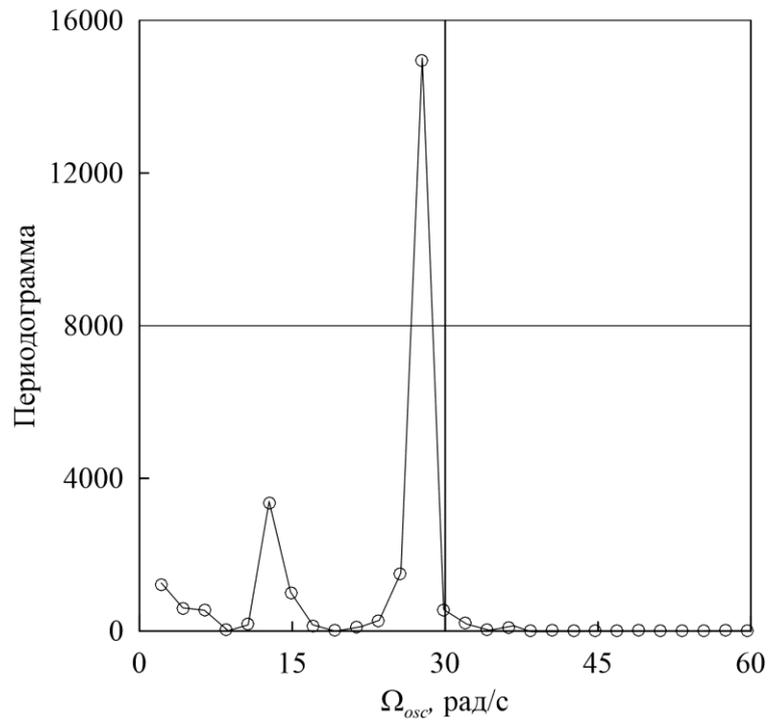
При медленном вращении полости, когда действие силы тяжести велико, на поверхности жидкости резонансным образом возбуждаются бегущие азимутальные волны. В зависимости от скорости вращения полости, объема и вязкости жидкости на свободной поверхности наблюдаются волны с различными азимутальными волновыми числами $l = 1 - 5$.

Такие волны генерируют в жидкости колебания, частота которых отлична от скорости вращения цилиндра и определяется фазовой скоростью распространения волны. На рис. 1.14 *a* приведена зависимость азимутальной координаты маркера во вращающейся системе отсчета от угла поворота цилиндра в условиях, когда на поверхности жидкости бежит азимутальная волна. Как и прежде, помимо колебательного движения жидкость совершает осредненное азимутальное движение. Важно отметить, что скорость такого движения значительно превышает скорость азимутального дрейфа в отсутствие волн: тангенс угла наклона графика на рис. рис. 1.14 *a* равен относительной скорости осредненного движения жидкости $\Delta\Omega/\Omega$.

Фурье-анализ показывает, что колебательное движение жидкости является суперпозицией двух гармонических колебаний (рис. 1.14 *б*). Первый пик соответствует вынужденным колебаниям с циклической частотой, равной угловой скорости вращения жидкости $\Omega_{osc1} = \Omega_l$, где Ω_l – угловая скорость вращения жидкости в лабораторной системе отсчета, $\Omega_l \equiv \Omega - \Delta\Omega$, $\Delta\Omega$ – модуль скорости осредненного азимутального движения.



a



б

Рис. 1.14. Угловое перемещение φ тяжелой частицы вблизи поверхности центрифугированного слоя сыпучей среды относительно вращающейся полости в зависимости от угла поворота полости θ (a) и результаты спектрального анализа (б): $q = 0.17$, $\Omega = 28.7$ рад/с, $\nu = 2.8$ сСт, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см, $R = 6.3$ см, азимутальное волновое число $l = 3$

Второй пик на рис. 1.14 б показывает, как бегущая азимутальная волна влияет на колебательное движение жидкости: частота Ω_{osc2} равна фазовой скорости волны относительно лабораторной системы отсчета Ω_w . Исследованию зависимости частоты колебаний жидкости от скорости распространения азимутальной волны посвящен параграф 1.4.

Теперь рассмотрим подробнее колебательное движение жидкости, вызванное вынужденными колебаниями жидкости в отсутствие бегущих азимутальных волн. Так как жидкость совершает колебания под действием силы тяжести, то амплитуда колебаний определяется безразмерным ускорением Γ . Действительно, при увеличении скорости вращения цилиндра (уменьшении Γ) амплитуда колебаний жидкости уменьшается (рис. 1.15 а). С другой стороны, увеличение объема жидкости в цилиндре (то есть уменьшение радиуса свободной поверхности a и увеличение Γ) приводит к увеличению амплитуды колебаний при неизменной скорости вращения полости (рис. 1.15 б).

Обобщенные результаты измерения скорости колебательного движения хорошо согласуются между собой на плоскости безразмерных комплексов $\Gamma c (1+c^2)$, $v_{osc}/\Omega R$ (рис. 1.16), здесь $c \equiv a/R = (1-q)^{1/2}$ – безразмерный радиус свободной поверхности жидкости. Полученные данные хорошо согласуются с предсказаниями теории (сплошная линия на рис. 1.16), согласно которой в длинном цилиндре скорость азимутального колебательного движения маловязкой жидкости вблизи свободной поверхности определяется по закону [7]:

$$\frac{v_{osc}}{\Omega R} = \frac{1}{2} \Gamma c (1 + c^2) \cos \theta. \quad (1.2)$$

Незначительное расхождение между предсказаниями теории и экспериментальными результатами может быть связано с тем, что теория построена в невязком приближении.

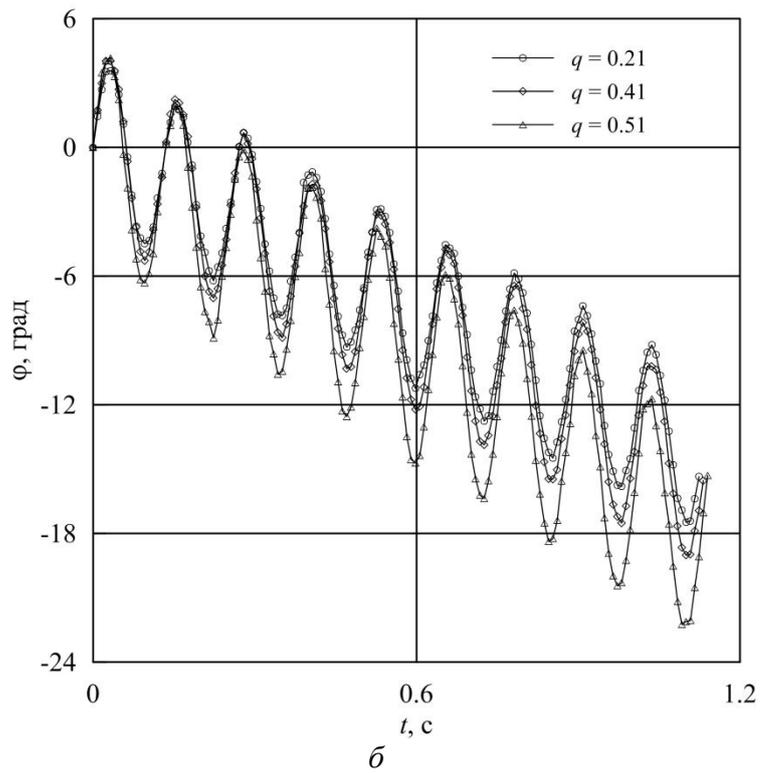
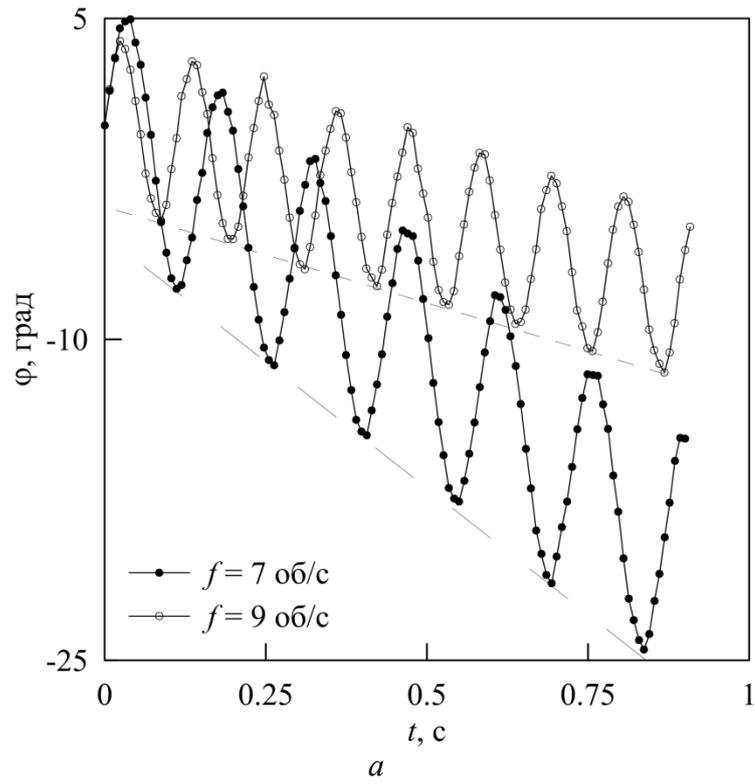


Рис. 1.15. Временная динамика положения легкой частицы вблизи свободной поверхности жидкости относительно полости: $q = 0.51(a)$, $f = 8$ об/с ($б$); $\nu = 20$ сСт, $R = 6.3$ см

В экспериментах такое условие может быть выполнено, только если толщина слоя жидкости h_0 много больше толщины вязкого пограничного слоя $\delta = (2\nu/\Omega)^{1/2}$, формирующегося вблизи цилиндрической стенки под действием осциллирующей во вращающейся системе отсчета силы тяжести. В экспериментах безразмерная толщина слоя жидкости $\gamma \equiv h_0/\delta$ относительно невелика и изменяется в пределах от 7 до 30.

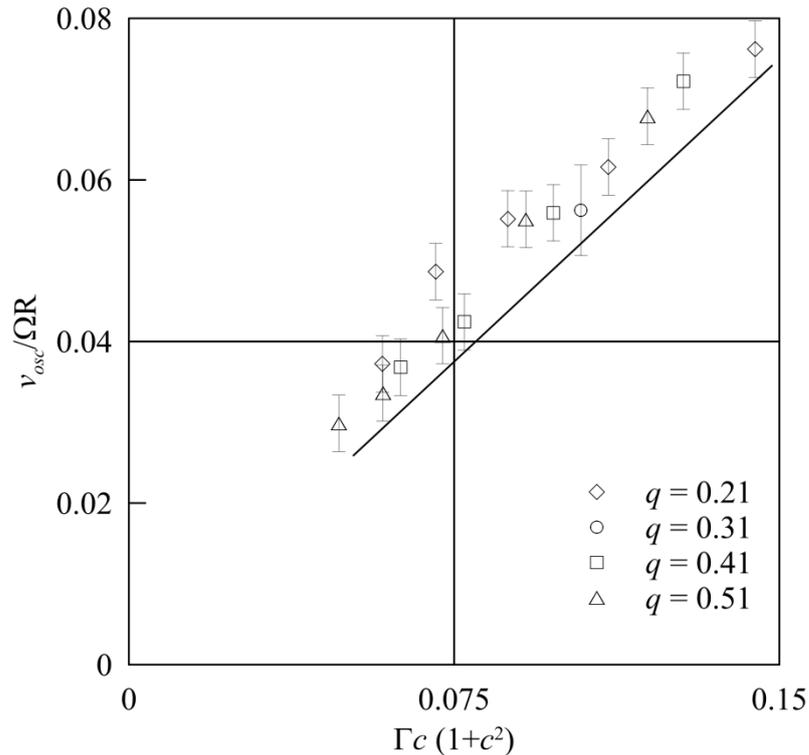


Рис. 1.16. Безразмерная амплитуда скорости осцилляций жидкости вблизи свободной поверхности $v_{osc}/\Omega R$ в зависимости от безразмерного параметра $\Gamma c(1+c^2)$: $\nu = 20$ сСт, $R = 6.3$ см

Рассмотрим подробнее механизм генерации осредненного азимутального течения жидкости. В быстро вращающемся горизонтальном цилиндре вследствие действия силы тяжести кольцевой слой жидкости оказывается неоднородным по толщине: в лабораторной системе отсчета воздушный цилиндр смещен вниз и влево по отношению к оси вращения. Во вращающейся системе отсчета такое распределение жидкости соответствует распространению волны в направлении, противоположном направлению вращения цилиндра со скоростью, равной скорости вращения кюветы Ω . Бегущая азимутальная волна генерирует в жидкости вынужденные колебания. Колебания жидкости вблизи вязких

пограничных слоев, формирующихся вблизи твердой стенки и около свободной границы жидкости, неоднородны по фазе и приводят к генерации средней массовой силы, приводящей жидкость за пределами пограничных слоев в осредненное азимутальное движение в направлении распространения волны.

Согласно [8] скорость осредненного течения, генерируемого бегущей по свободной поверхности жидкости волной, за пределами вязкого пограничного слоя Стокса, может быть вычислена по формуле:

$$v_{mean} = \frac{5}{4} \frac{v_{osc}^2}{u_{wave}}, \quad (1.3)$$

где v_{osc} - скорость колебательного движения жидкости, u_{wave} – скорость бегущей по поверхности жидкости волны.

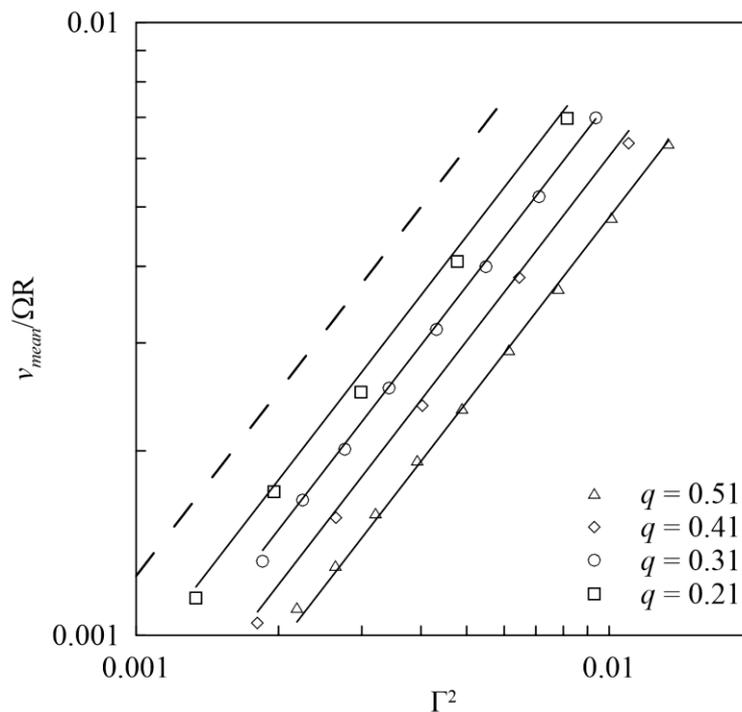


Рис. 1.17. Безразмерная скорость осредненного азимутального движения жидкости вблизи свободной поверхности в зависимости от безразмерного параметра Γ^2 : рабочая жидкость – ПМС - 20, $R = 6.3$ см. Пунктирная линия соответствует уравнению (1.5); сплошные линии – уравнению (1.4)

Так как угловая скорость распространения волны равна угловой скорости вращения цилиндра, то $u_{wave} = \Omega a$. Подстановка уравнения (1.2) в уравнение (1.3) позволяет представить скорость осредненного движения жидкости в виде:

$$\frac{v_{mean}}{\Omega R} = \frac{5}{16} \Gamma^2 c (1+c^2)^2 \quad (1.4)$$

Экспериментальные результаты измерений скорости осредненного азимутального течения и данные теоретических расчетов по формуле (1.4) представлены на рис. 1.17.

В приближении малых наполнений ($c \rightarrow 1$) скорость азимутального течения жидкости определяется по формуле

$$\frac{v_{mean}}{\Omega R} = \frac{5}{4} \Gamma^2. \quad (1.5)$$

На рис. 1.17 этот результат отмечен пунктирной линией. Из рисунка видно, что по мере уменьшения относительного наполнения q (увеличения c) экспериментальные результаты приближаются к теоретическому значению в случае тонкого слоя жидкости.

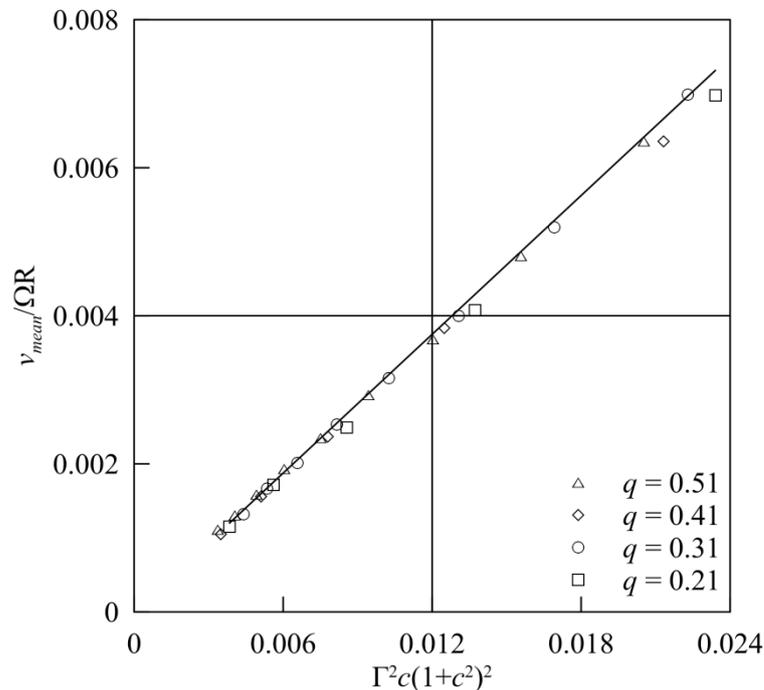


Рис. 1.18. Безразмерная средняя скорость жидкости вблизи свободной поверхности в зависимости от безразмерного комплекса $\Gamma^2 c (1+c^2)^2$. Сплошная линия соответствует расчётам по формуле (1.4)

Обобщенные результаты измерения скорости азимутального течения жидкости на свободной поверхности представлены на рис. 1.18. Анализ

показывает, что экспериментальные результаты хорошо согласуются с теоретическими данными.

Осредненное азимутальное течение жидкости генерируется не только в вязком пограничном слое вблизи твердой границы, но и в пограничном слое вблизи свободной границы [18, 122]. Тот факт, что экспериментальные результаты хорошо согласуются с предсказаниями теории о скорости течения, генерируемого в пограничном слое вблизи твердой стенки свидетельствует, что вклад пограничного слоя вблизи свободной границы несущественный.

1.4. Волновые процессы на свободной поверхности

Во вращающемся горизонтальном цилиндре жидкость испытывает действие силы тяжести. В быстро вращающейся полости относительное влияние силы тяжести по сравнению с центробежной силой инерции мало, и жидкость и сыпучая среда совершают почти твердотельное вращение. При понижении скорости вращения относительное влияние гравитационной силы возрастает, жидкость начинает совершать интенсивные колебания относительно полости, и на свободной поверхности жидкости пороговым образом возбуждаются бегущие азимутальные волны [35].

В экспериментах с водоглицериновыми растворами вязкостью $\nu = 1 - 30$ сСт в изученном диапазоне относительных наполнений $q = 0.1 - 0.6$ обнаружены бегущие волны с азимутальными волновыми числами $l = 1 - 5$ (Рис. 1.19 *a - d*).

Наблюдения за бегущими волнами показывают, что их амплитуда принимает наибольшее значение, когда гребень волны находится в верхней части полости, и гравитационная сила и центробежная сила инерции направлены в противоположные стороны (рис. 1.19 *a, б*). Когда гребень волны находится в нижней части полости, гравитационная сила и сила инерции сонаправлены, и отклонение от положения равновесия оказывается минимальным.

В [7] получена зависимость безразмерной частоты колебаний жидкости $n = \Omega_{osc}/\Omega_l$ от безразмерного радиуса свободной поверхности жидкости $c = a/R$ для бегущих азимутальных волн, распространяющихся в маловязкой жидкости в бесконечно длинном горизонтальном цилиндре:

$$n^2(1 + c^{2l}) + 2n\{(1 + l) - (1 - l)c^{2l}\} + l\{(1 + l) - (1 - l)c^{2l}\} = 0, \quad (1.6)$$

здесь Ω_{osc} - циклическая частота колебаний жидкости в лабораторной системе отсчета, Ω_l - угловая скорость движения жидкости в лабораторной системе отсчета, l - азимутальное волновое число.

*a**б**в**г**д*

Рис. 1.19. Бегущие азимутальные волны с азимутальными волновыми числами $l = 1 - 5$ (*a - д*)

Определим циклическую частоту колебаний жидкости Ω_{osc} , возбуждаемых бегущей азимутальной волной. Фазовая скорость бегущей волны вычисляется по формуле:

$$u_{wave} = \Omega_{osc}/k, \quad (1.7)$$

где $k = 2\pi/\Lambda$ - волновое число, Λ – длина бегущей по поверхности жидкости волны. С другой стороны, фазовая скорость волны u_{wave} может быть вычислена через угловую скорость волны в лабораторной системе отсчета Ω_w :

$$u_{wave} = \Omega_w a. \quad (1.8)$$

Приравнивая правые части уравнений (1.7) и (1.8), получаем, что:

$$\Omega_w = \left(\frac{2\pi a}{\Lambda} \right)^{-1} \Omega_{osc} = \frac{\Omega_{osc}}{l}, \quad (1.9)$$

где $l = 2\pi a / \Lambda$ – безразмерное азимутальное волновое число.

Таким образом, с помощью уравнения (1.9) можно вычислить циклическую частоту колебаний жидкости Ω_{osc} , зная угловую скорость распространения волны Ω_w . В свою очередь, угловая скорость бегущей волны измеряется с помощью стробоскопической лампы. Варьируя частоту мерцания лампы, можно подобрать такую частоту, при которой волна в стробоскопическом освещении будет казаться неподвижной. Окончательно, представим безразмерную частоту колебаний n как функцию Ω_w :

$$n = \frac{\Omega_w l}{\Omega_l}. \quad (1.10)$$

Величина l соответствует количеству гребней азимутальной волны, наблюдаемых на поверхности жидкости. Например, если $l = 2$, то на поверхности жидкости наблюдаются два вытянутых вдоль оси вращения гребня, отстоящих друг от друга на угол π . Азимутальное число волны можно определить по фотографиям. Например, в области умеренных наполнений $0.1 < q < 0.4$ наблюдаются волны с азимутальными волновыми числами $l = 1, 2$ или 3 . В области больших наполнений $q > 0.4$ в жидкости возбуждаются волны с $l = 3, 4$ или 5 (рис. 1.19).

Азимутальная скорость жидкости в лабораторной системе отсчета может быть рассчитана по формуле:

$$\Omega_l = \Omega - \Delta\Omega,$$

где $\Delta\Omega$ – модуль скорости осредненного азимутального вращения жидкости. Согласно (1.3) скорость осредненного движения жидкости может быть представлена в виде:

$$\Delta\Omega = \frac{v_{mean}}{a} = \frac{5}{4} \frac{u_{osc}^2}{\Omega a^2}, \quad (1.11)$$

где v_{mean} – линейная скорость осредненного азимутального движения, v_{osc} – амплитуда скорости колебательного движения. Безразмерная амплитуда скорости осцилляций жидкости в теории [7] рассчитывается по формуле (1.2). Подстановка уравнения (1.2) в (1.11) дает возможность вычислить скорость осредненного движения:

$$\Delta\Omega = \frac{5}{4} \frac{u_{osc}^2}{\Omega a^2} = \frac{5}{16} \Gamma^2 \Omega (1 + c^2)^2. \quad (1.12)$$

Окончательно безразмерная частота колебаний принимает вид:

$$n = \frac{\Omega_w l}{\Omega_l} = \frac{\Omega_w l}{\Omega - \frac{5}{16} \Gamma^2 \Omega (1 + c^2)^2}.$$

На рис. 1.20 представлены результаты измерений n в зависимости от относительного наполнения $q^* = V_l/V_s$ (V_l – объем кольцевого слоя чистой жидкости, V_s – объем цилиндра за вычетом объема, занимаемого кольцевым слоем сыпучей среды) в пороге возбуждения бегущих волн. Измерения частоты n показывают, что в надкритической области частота монотонно уменьшается с понижением скорости вращения Ω , на рис. 1.20 эти результаты не показаны.

С помощью уравнения (1.10) и графика на рис. 1.20 можно вычислить частоту колебаний жидкости Ω_{osc} , генерируемых бегущей азимутальной волной, и сравнить с данными Фурье-анализа. Когда по поверхности жидкости бежит азимутальная волна с угловой скоростью Ω_w , она создает во вращающейся с угловой скоростью Ω_l жидкости колебания с частотой азимутальная волна создает в жидкости колебания с циклической частотой $\Omega_{osc} = l\Delta\Omega_w = l(\Omega_l - \Omega_w)$.

Следовательно, для вычисления частоты колебаний жидкости необходимо предварительно найти l , Ω_l и Ω_w .

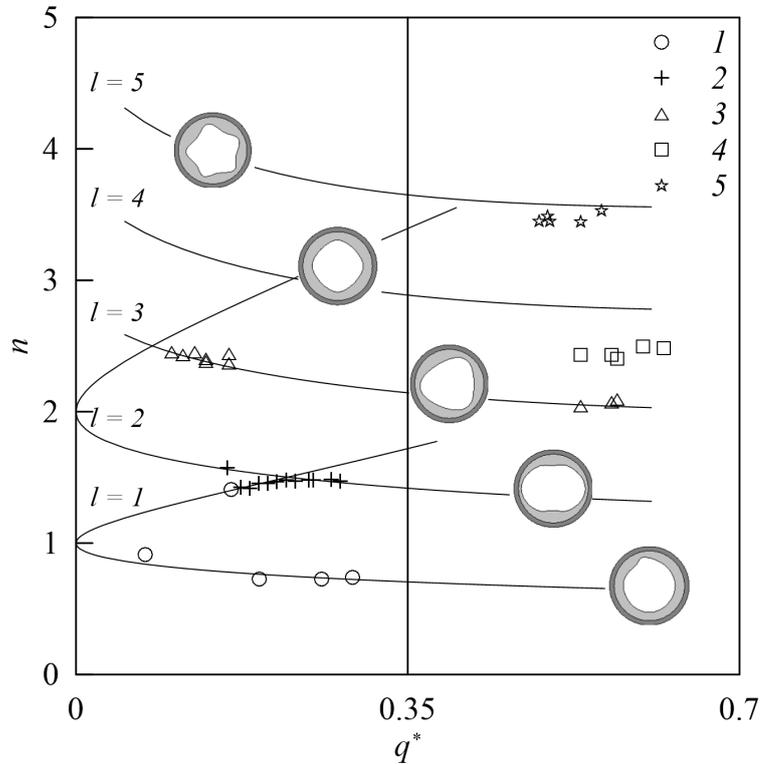


Рис. 1.20. Зависимость безразмерной частоты колебаний жидкости от относительного наполнения полости; точки $l-5$ соответствуют волнам с азимутальным числом $l=1-5$ ($R=6.3$ см, $m=125$ и 250 г, $h_0=0.27$ и 0.54 см, соответственно, $\nu=1-30$ сСт); сплошные линии – результаты расчетов по формуле (1.6)

В качестве примера расчета Ω_{osc} рассмотрим случай, обсуждаемый ранее на рис. 1.14 б, когда в цилиндре $R=6.3$ см и при относительном наполнении $q=0.17$ возбуждается бегущая волна с волновым числом $l=3$ при скорости вращения $\Omega=28.7$ рад/с. Из уравнения (1.10) следует, что фазовая скорость бегущей волны $\Omega_w = n \Omega_l / 3$. Относительному наполнению $q=0.17$ в эксперименте с массой сыпучей среды $m=250$ г соответствует относительное наполнение полости $q^*=0.12$. Из рис. 1.20 находим, что в рассматриваемых условиях безразмерная частота колебаний жидкости $n=2.45$ (точки 3). Скорость вращения жидкости в лабораторной системе отсчета можно вычислить из уравнения $\Omega_l \equiv \Omega - \Delta\Omega$, где $\Delta\Omega$ – модуль скорости осредненного азимутального движения. Из уравнения (1.12) находим, что $\Delta\Omega=1.5$ об/с. Следовательно, скорость жидкости $\Omega_l=27.2$ об/с. Окончательно имеем, что скорость волны в лабораторной системе

отсчета $\Omega_w = 22.2$ об/с. Относительно вращающейся жидкости волна движется со скоростью $\Delta\Omega_w = \Omega_l - \Omega_w = 5$ об/с. Так как в эксперименте наблюдается волна с азимутальным числом $l = 3$, то частота создаваемых ею колебаний жидкости будет равна $\Omega_{osc} = 3\Delta\Omega_w = 15$ Гц, что хорошо согласуется с Фурье-анализом экспериментальных данных, представленных на рис. 1.14 б.

Исследования показали, что под действием силы тяжести в центрифугированном слое жидкости возбуждаются бегущие азимутальные волны, которые генерируют отстающее осредненное азимутальное движение жидкости. Показано, что осредненное движение генерируется в осциллирующих вязких пограничных слоях и может быть теоретически описано с помощью эффективных граничных условий [18].

2. УСТОЙЧИВОСТЬ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЬ - СЫПУЧАЯ СРЕДА ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ТРЕХФАЗНОЙ СИСТЕМЕ

Экспериментально изучается динамика границы раздела между жидкостью и сыпучей средой в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре. Обнаружено, что изначально осесимметричная граница раздела неустойчива к образованию квазистационарного рельефа в виде холмов, вытянутых вдоль оси вращения. Наблюдения показывают, что образование рельефа, как правило, происходит при возбуждении азимутальных волн на свободной поверхности жидкости. В зависимости от условий эксперимента в пороге рельеф возникает на всей поверхности сыпучей среды или только на ее части. В надкритической области рельеф распространяется на всю поверхность сыпучей среды и становится регулярным. Изучение временной динамики рельефа показывает, что регулярный рельеф сохраняется в течение нескольких минут или десятков минут в зависимости от условий эксперимента. В области высокой надкритичности структуры на поверхности сыпучей среды постепенно трансформируются, принимая форму дюн. Обнаружено, что рельеф не остается неподвижным в системе отсчета полости и дрейфует в азимутальном направлении. По материалам главы опубликованы работы [33].

2.1. Квазистационарный рельеф на поверхности сыпучей среды

В быстро вращающемся горизонтальном цилиндре жидкость и тяжелая сыпучая среда под действием центробежной силы инерции почти равномерным слоем покрывают цилиндрическую стенку кюветы. Вследствие действия силы тяжести слой жидкости оказывается неоднородным по толщине: в верхней части полости толщина слоя максимальная, в нижней части – минимальная. Одновременно с таким стационарным возмущением сила тяжести вызывает волновые колебания жидкости. При быстром вращении амплитуда таких колебаний невелика; при уменьшении скорости вращения на свободной поверхности жидкости возбуждаются бегущие волны, а на границе раздела с сыпучей средой возникает пространственно-периодический рельеф в виде вытянутых вдоль оси вращения холмов с симметричными склонами (рис. 2.1 *а, б*) или дюн (рис. 2.1 *в*).

Методика изучения пространственного рельефа следующая. В начале эксперимента скорость вращения велика, так что жидкость и сыпучая среда совершают почти твердотельное вращение вместе с цилиндром. Затем скорость вращения монотонно понижается с шагом ~ 0.1 об/с до тех пор, пока не будет достигнута критическая скорость, при которой в жидкости возбуждаются бегущие азимутальные волны. Аналогичным образом определяется скорость вращения, при которой на поверхности сыпучей среды возникают пространственные структуры. Как правило, для формирования регулярных структур требуется несколько минут. По прошествии короткого отрезка времени пространственно-периодический рельеф становится квазистационарным и сохраняет такое состояние в течение нескольких минут или десятков минут в зависимости от условий эксперимента. Для измерения азимутального периода проводится фоторегистрация рельефа.

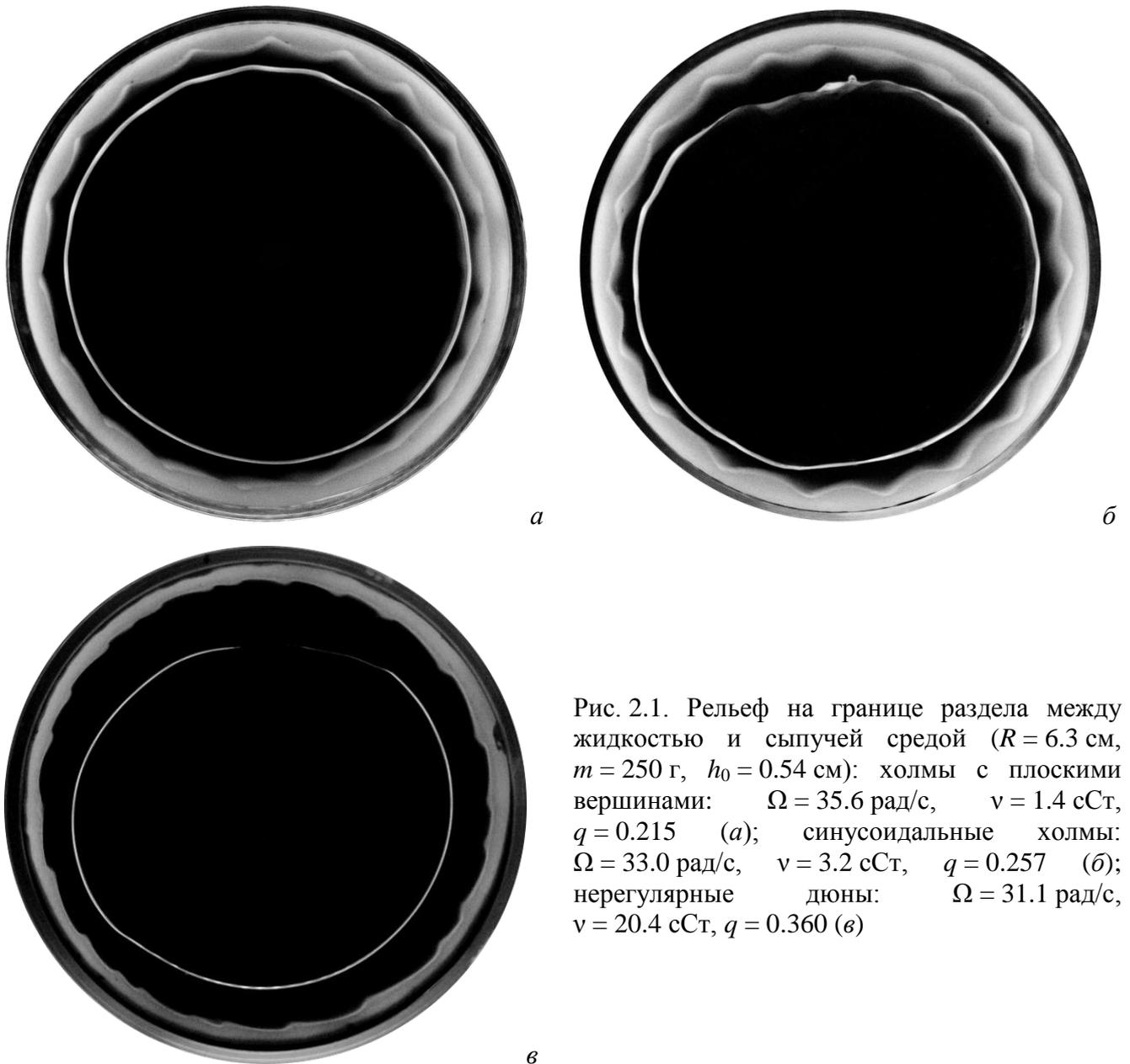


Рис. 2.1. Рельеф на границе раздела между жидкостью и сыпучей средой ($R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см): холмы с плоскими вершинами: $\Omega = 35.6$ рад/с, $\nu = 1.4$ сСт, $q = 0.215$ (а); синусоидальные холмы: $\Omega = 33.0$ рад/с, $\nu = 3.2$ сСт, $q = 0.257$ (б); нерегулярные дюны: $\Omega = 31.1$ рад/с, $\nu = 20.4$ сСт, $q = 0.360$ (в)

Когда целью эксперимента является измерение пространственного периода в зависимости от скорости вращения, после каждого измерения цилиндр останавливается, затем приводится в быстрое вращение для перехода системы в центрифугированное состояние, после чего устанавливается скорость вращения полости, отличающаяся от предыдущего значения на величину ~ 0.1 об/с. Такая методика позволяет исключить влияние процессов формирования рельефа на предыдущей стадии эксперимента. Эксперименты, проведенные при умеренных наполнениях $q < 0.3$, показывают, что в пороге своего возникновения регулярный рельеф принимает форму серии холмов с плоскими вершинами (рис. 2.1 а). В

пороге холмы занимают лишь несколько процентов всей поверхности сыпучей среды. В течение нескольких минут после начала формирования рельеф распространяется по всей цилиндрической поверхности сыпучей среды, при этом высота и пространственный период структур непрерывно увеличиваются до достижения квазистационарного состояния.

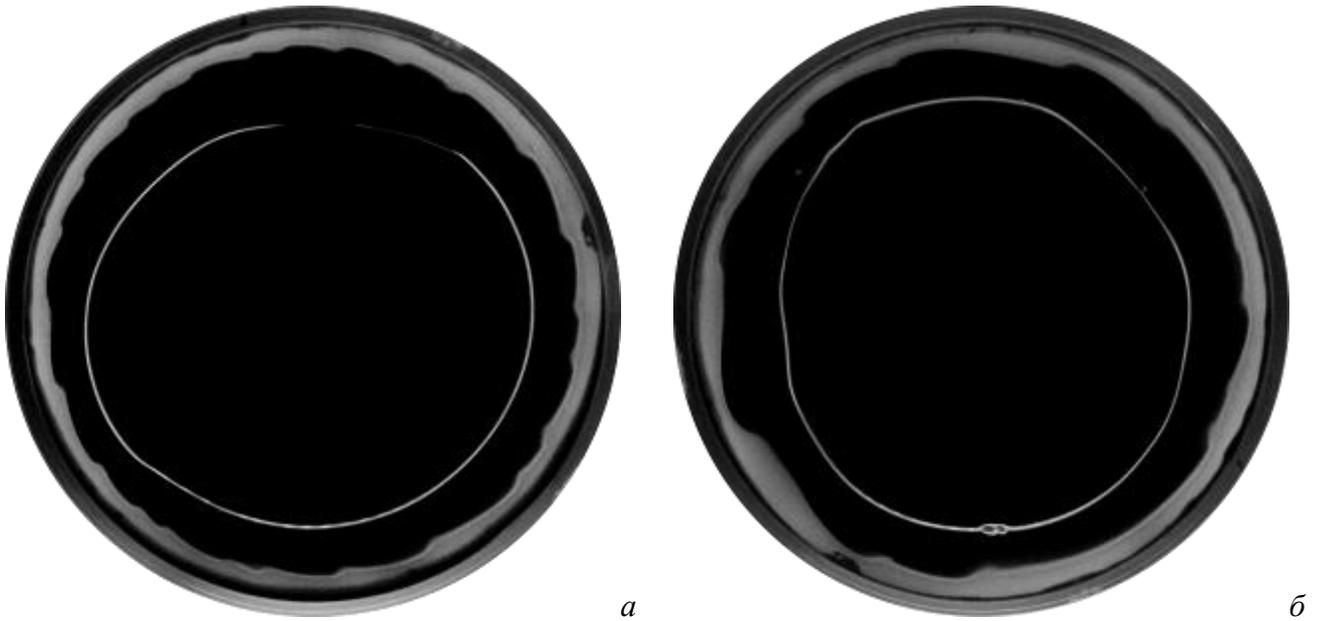


Рис. 2.2. Дюны на границе раздела между жидкостью и сыпучей средой: $R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см, $\Omega = 31.1$ рад/с, $\nu = 20.4$ сСт, $q = 0.360$; $t = 5$ (а) и 120 мин (б)

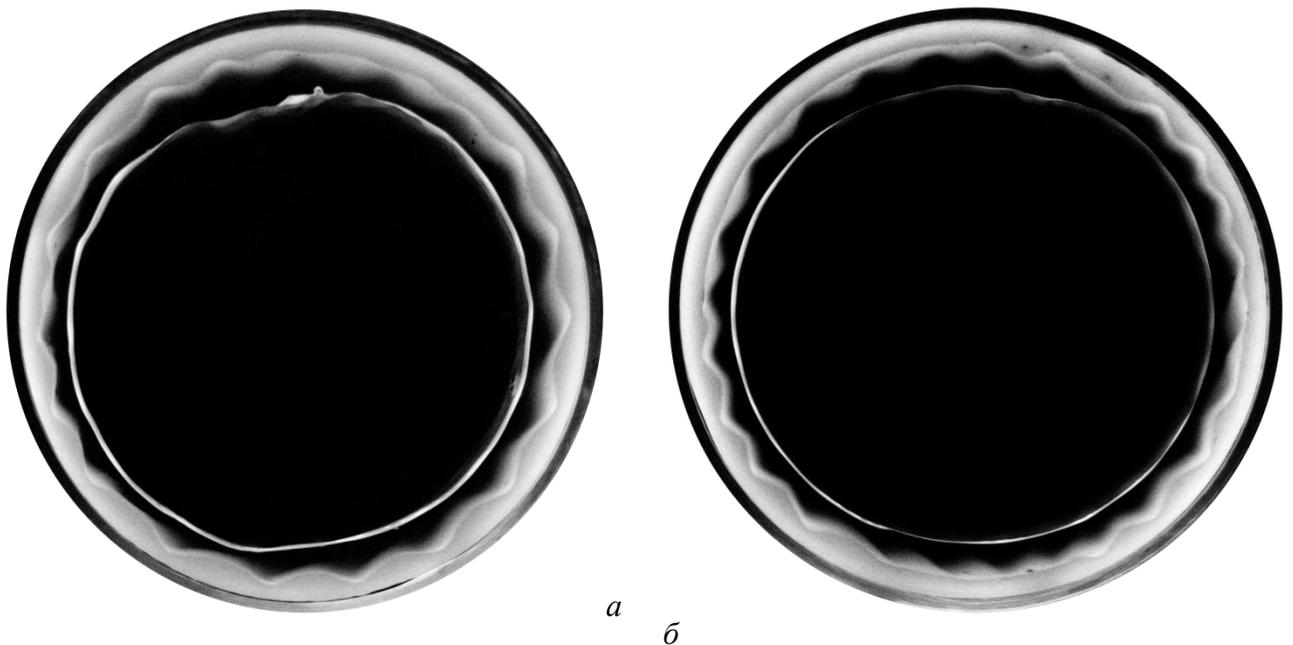


Рис. 2.3. Синусоидальные холмы на поверхности сыпучей среды: $R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см, $\Omega = 33.9$ рад/с (а) и 37.7 рад/с (б), $q = 0.257$, $\nu = 1.4$ сСт

В надкритической области, когда амплитуда колебаний жидкости значительная, рельеф принимает форму серии регулярных синусоидальных холмов, вытянутых вдоль оси вращения (рис. 2.1 б). Согласно наблюдениям, такие холмы сохраняют свою форму в течение нескольких минут или десятков минут в зависимости от условий эксперимента и постепенно превращаются в нерегулярные дюны.

В области больших относительных наполнений $q > 0.3$ колебания жидкости приводят к формированию рельефа в виде регулярных дюн (рис. 2.2 а). Как и в случае симметричных холмов, регулярные дюны сохраняют свою форму в течение ограниченного промежутка времени. На рис. 2.2 б приведена фотография границы раздела между жидкостью и сыпучей средой, сделанная через два часа после начала эксперимента. В этом случае не удастся определить единственное значение пространственного периода рельефа. Изучение динамики таких структур находится вне области рассматриваемых в работе задач.

Обнаружено, что пространственный период регулярных холмов $\lambda = 2\pi r/N$ (r – радиус невозмущенной поверхности сыпучей среды, N – количество холмов) слабо зависит от относительного наполнения кюветы в диапазоне $q = 0.24 - 0.28$. Пространственный период квазистационарного рельефа λ , измеренный в течение нескольких минут после возникновения, увеличивается при уменьшении скорости вращения (рис. 2.3).

В области умеренных наполнений $q = 0.2 - 0.3$ результаты измерений хорошо согласуются на плоскости параметров Ω, λ для экспериментов с жидкостями одной вязкости. Экспериментальные данные, полученные в области $q > 0.3$, когда квазистационарный рельеф принимает форму регулярных дюн, не согласуются между собой и отличаются от результатов измерений, проведенных при $q < 0.3$ (рис. 2.4).

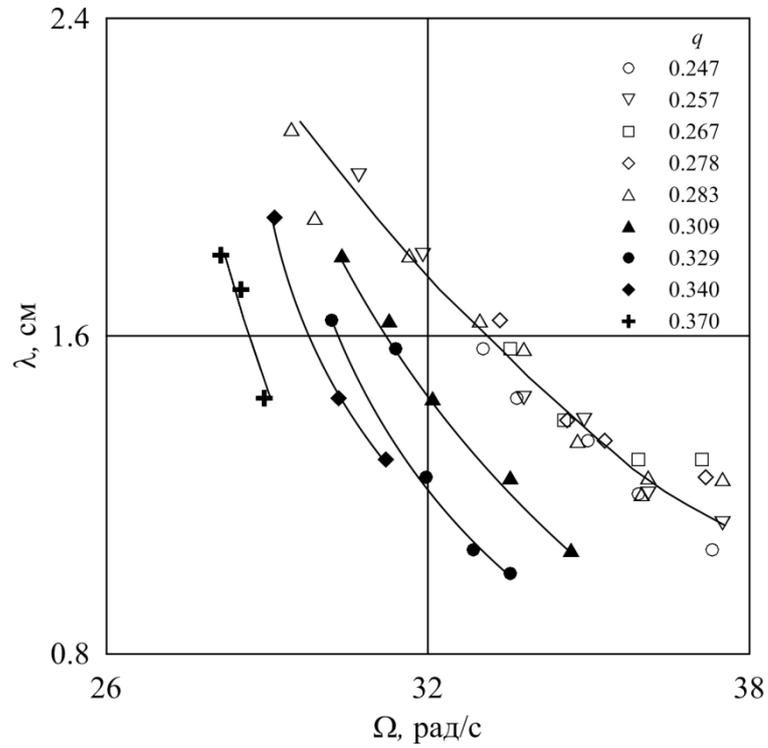


Рис. 2.4. Зависимость пространственного периода структур λ от скорости вращения Ω при различных наполнениях q ($R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см, $\nu = 3.3$ сСт)

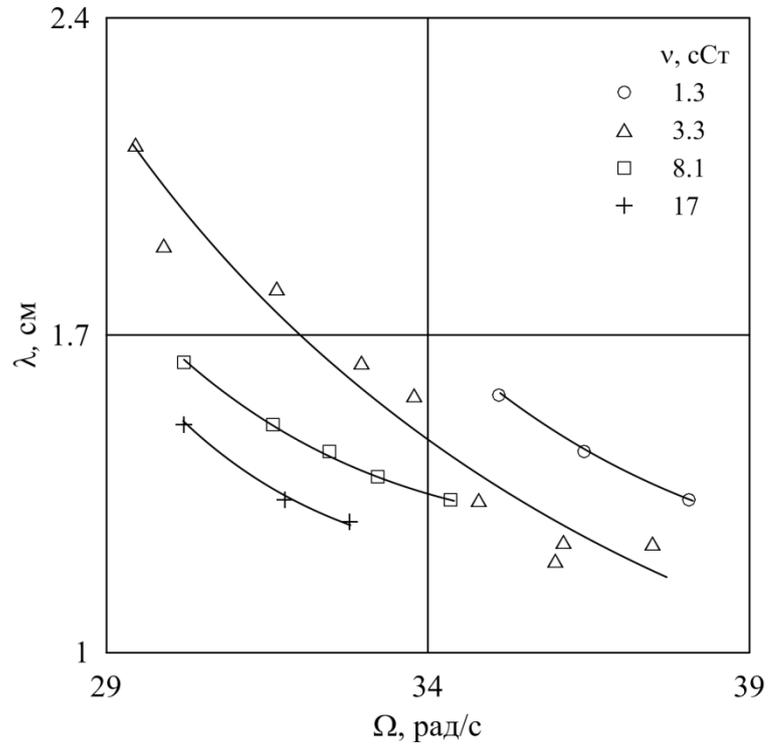


Рис. 2.5. Зависимость пространственного периода структур λ от скорости вращения полости Ω для жидкостей различной вязкости ($q = 0.283$, $R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см). Сплошные линии проведены методом наименьших квадратов

Скорость вращения, при которой происходит формирование рельефа, зависит от вязкости жидкости. В экспериментах с маловязкими жидкостями рельеф возникает при более высоких скоростях вращения, при этом регулярный рельеф наблюдается в широком диапазоне скоростей вращения; увеличение вязкости жидкости приводит к сужению области существования пространственных структур. С увеличением вязкости размер холмов уменьшается (рис. 2.5).

2.2. Пространственно-временная динамика рельефа

Наблюдения показывают, что временная динамика квазистационарного рельефа существенным образом зависит от формы образующихся на поверхности сыпучей среды холмов (рис. 2.6 и рис. 2.7). Временная динамика рельефа изучается с использованием пространственно – временных диаграмм (рис. 2.8 и 2.9). Пространственно – временные диаграммы показывают, что эволюция синусоидальных холмов, возникающих в надкритической области существования рельефа, является более сложной, чем эволюция холмов с плоскими вершинами. Основываясь на экспериментальных данных, можно утверждать, что временная эволюция пространственного рельефа существенным образом зависит от интенсивности колебаний жидкости. Рельеф, возникающий в пороге развития неустойчивости, сохраняет свои форму и размеры в течение как минимум нескольких десятков минут (рис. 2.6 и 2.8). В надкритической области холмы на поверхности сыпучей среды непрерывно эволюционируют (рис. 2.7 и 2.9).

Регулярные холмы с плоскими вершинами возникают в экспериментах, когда жидкость совершает колебания относительно малой интенсивности. В таком случае холмы начинают формироваться по истечении 1 – 2 минут с начала эксперимента (рис. 2.6). В начале эксперимента холмы покрывают только незначительную часть поверхности сыпучей среды; в течение нескольких минут или десятков минут рельеф покрывает всю поверхность сыпучей среды. Согласно пространственно-временной диаграмме перестройка рельефа происходит только в течение первых нескольких минут, после чего холмы остаются неподвижными во вращающейся системе (рис. 2.8).

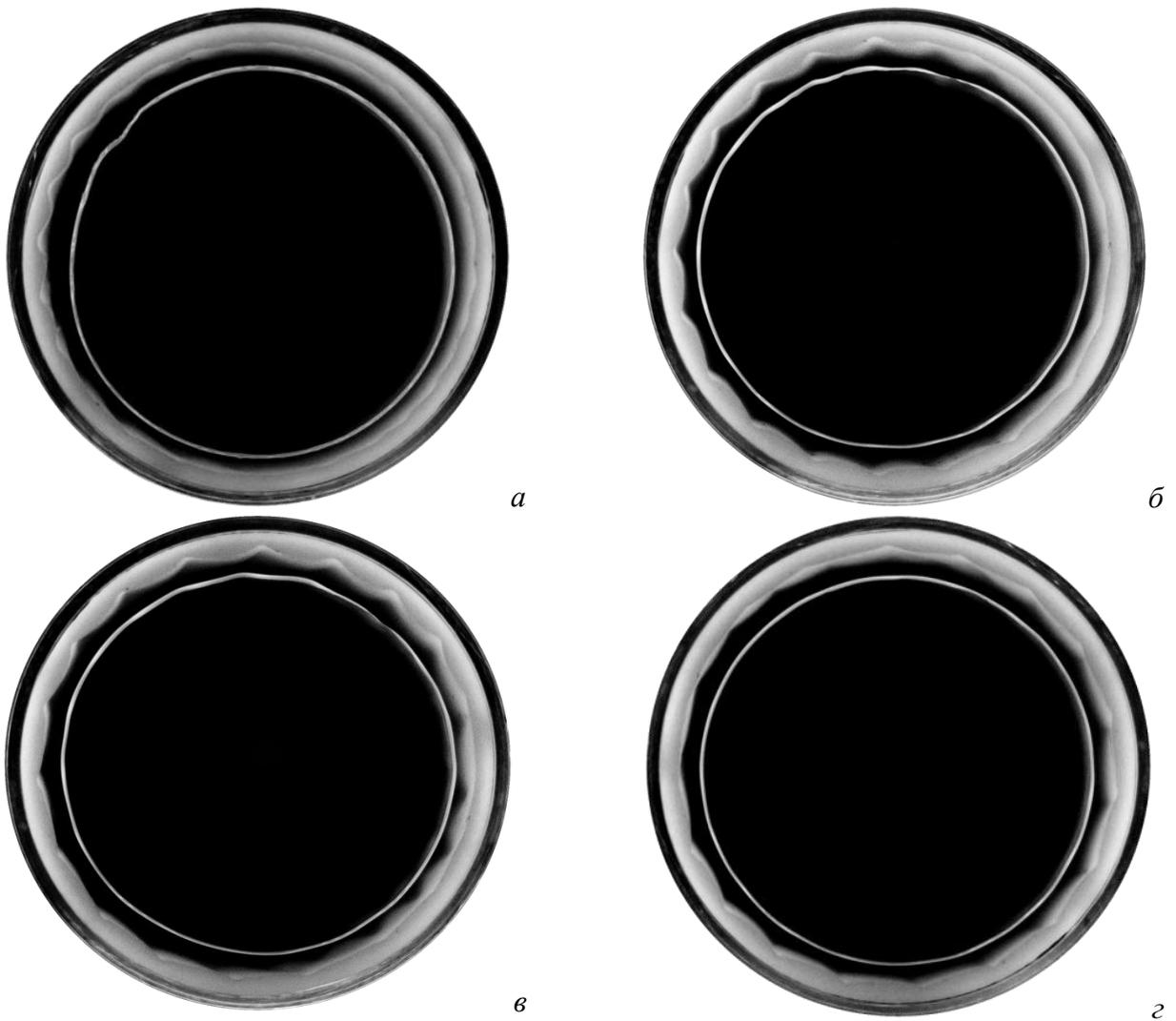


Рис. 2.6. Рельеф на поверхности сыпучей среды: $t = 2, 7, 12$ и 50 мин ($a - г$): $q = 0.216$, $R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см, $\nu = 1.4$ сСт, $\Omega = 35.6$ рад/с

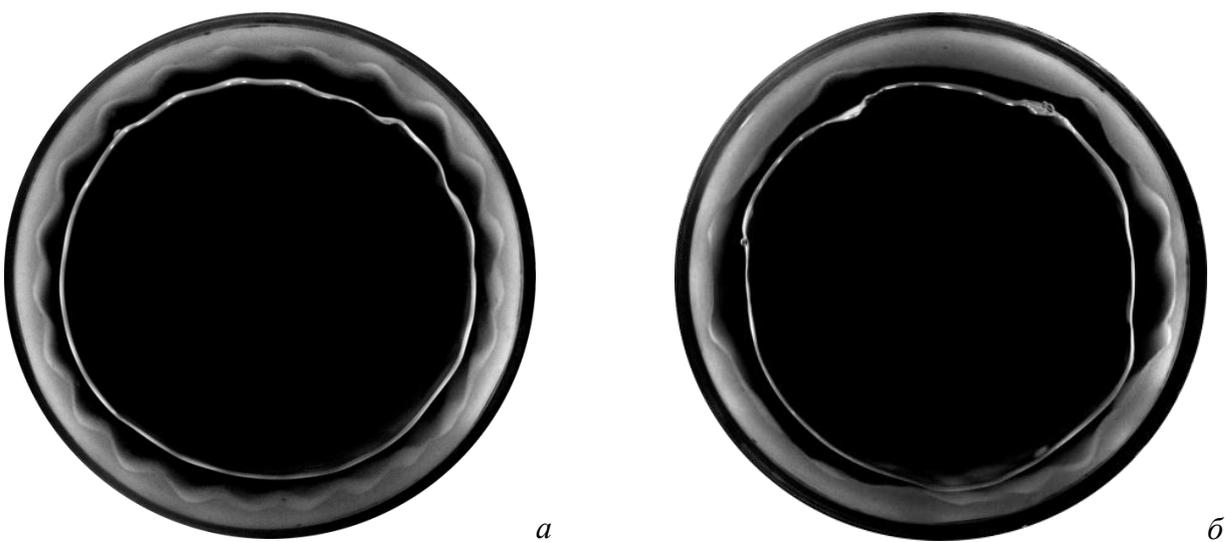


Рис. 2.7. Регулярный рельеф на поверхности сыпучей среды в начале формирования (a) и через несколько десятков минут после возникновения ($б$): $q = 0.257$, $R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см, $\nu = 3.2$ сСт, $\Omega = 33.0$ рад/с

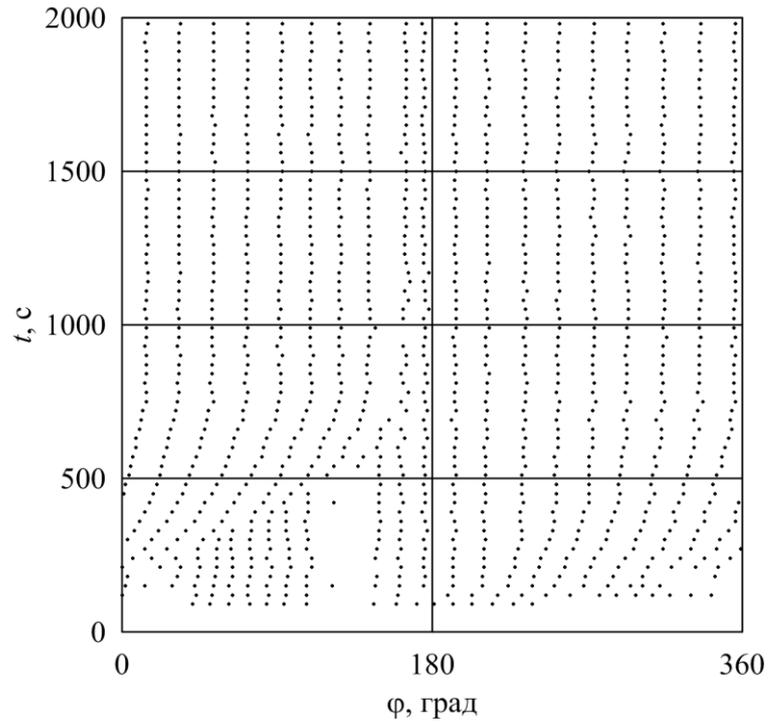


Рис. 2.8. Эволюция рельефа на границе раздела между жидкостью и сыпучей средой: точки соответствуют положению впадин на поверхности сыпучей среды; $q = 0.216$, $R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см, $\nu = 1.4$ сСт, $\Omega = 35.6$ рад/с

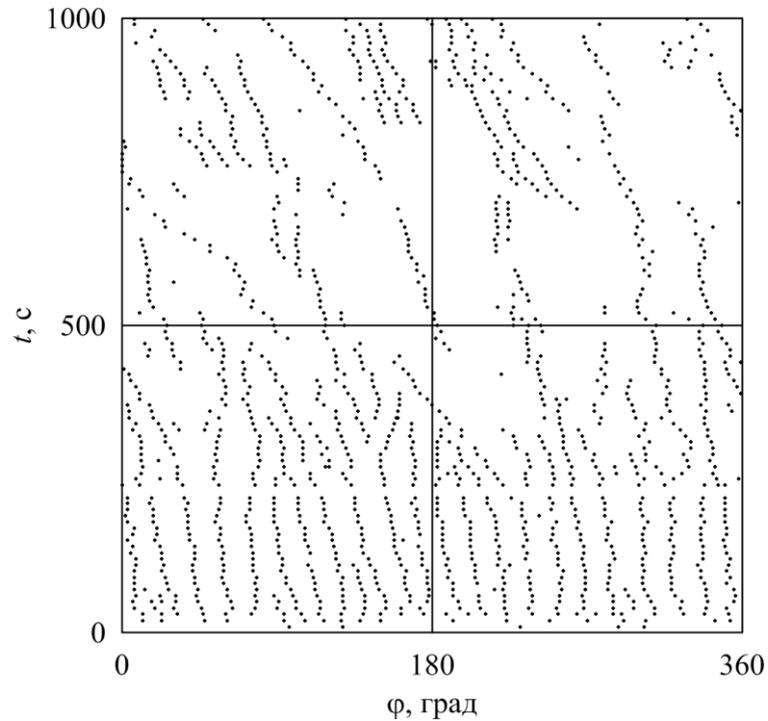


Рис. 2.9. Эволюция рельефа на границе раздела между жидкостью и сыпучей средой: точки соответствуют положению холмов на поверхности сыпучей среды; $q = 0.262$, $R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см, $\nu = 1.3$ сСт, $\Omega = 36.5$ рад/с

Синусоидальные холмы образуются в надкритической области (рис. 2.7 а). Время, за которое рельеф покрывает всю поверхность сыпучей среды, составляет несколько десятков секунд. После того, как рельеф полностью покрывает поверхность сыпучей среды, он почти не эволюционирует в течение нескольких минут (рис. 2.9). Далее регулярные холмы превращаются в нерегулярные дюны (рис. 2.7 б).

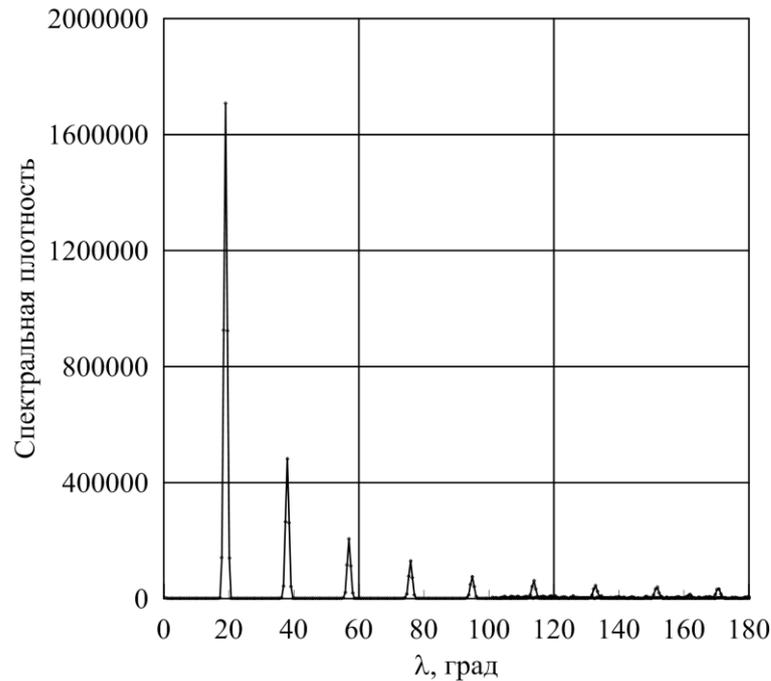


Рис. 2.10. Представление результатов измерения пространственного периода квазистационарного рельефа с использованием спектрального анализа: $q = 0.262$, $R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см, $\nu = 1.3$ сСт, $\Omega = 38.1$ рад/с

На рис. 2.10 приведены результаты измерения профиля границы раздела между жидкостью и сыпучей средой в случае холмов с плоскими вершинами с применением спектрального анализа. Пространственно-временные диаграммы и Фурье-анализ дают одинаковый результат: в экспериментах с холмами с плоскими вершинами присутствует единственная мода с угловым периодом 19 ± 1 град. Пространственно-временные диаграммы показывают, что пространственный период таких холмов остается неизменным, и λ следует измерять в первые несколько минут эксперимента.

2.3. Анализ результатов

Жидкость и сыпучая среда внутри вращающегося горизонтального цилиндра находятся под влиянием действия силы тяжести, совершающей колебательные движения во вращающейся системе отсчета. Интенсивные вынужденные и волновые колебания на границе раздела между жидкостью и сыпучей средой вызывают подвижность частиц верхнего слоя сыпучей среды. Подвижные частицы формируют пространственно-периодические структуры на поверхности сыпучей среды.

Согласно наблюдениям пространственный рельеф на поверхности сыпучей среды возникает, как правило, при наличии бегущей по свободной поверхности жидкости азимутальной волны. Наблюдения дополняются измерениями безразмерного ускорения Γ в порогах возбуждения азимутальных волн и возникновения пространственного рельефа в зависимости от относительного наполнения q (рис. 2.11). Немонотонная зависимость Γ от q в пороге возбуждения азимутальных волн определяется резонансной интенсификацией различных режимов колебаний жидкости и подробно изучена в [35]. При малых относительных наполнениях полости $q < 0.24$ регулярный рельеф возникает одновременно с возбуждением азимутальных волн. В диапазоне относительных наполнений $q = 0.24 - 0.28$ появлению рельефа на поверхности сыпучей среды предшествует образование бегущей азимутальной волны на свободной поверхности жидкости.

В относительно неглубоких слоях жидкости при $q < 0.24$ гравитационная сила возбуждает бегущие волны с азимутальными волновыми числами $l = 1$ или 3 , аналогичные показанным на рис. 1.19 *а, в*. В более глубоких слоях возбуждаются волны с азимутальным волновым числом $l = 2$ (рис. 1.19 *б*).

Наблюдения показывают, что рельеф в форме регулярных холмов с симметричными склонами возникает только внутри резонансного мешка на

плоскости параметров q, Γ . Вне пределов мешка ($q > 0.28$) на границе раздела двух сред образуются дюны.

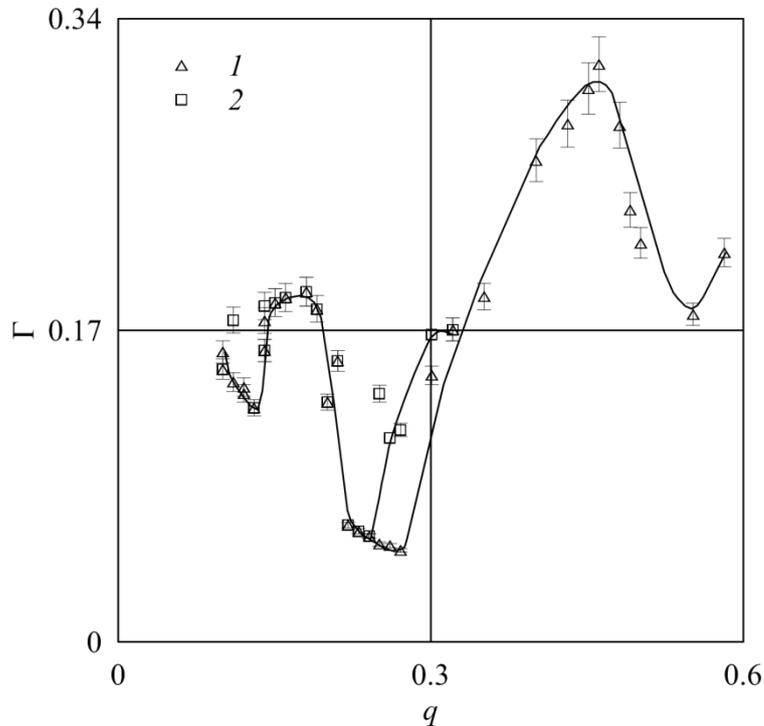


Рис. 2.11. Пороги возбуждения азимутальных волн (1) и генерации пространственного рельефа (2): $\nu = 1$ сСт, $R = 6.3$ см, $m = 125$ г, $h_0 = 0.27$ см

В случае, когда рельеф представляет собой серию регулярных симметричных холмов, результаты измерений пространственного периода хорошо согласуются на плоскости безразмерных параметров $\Gamma\omega^{1/2}, \lambda/\delta$ (рис. 2.12), где $\omega = \Omega R^2/\nu$ – безразмерная скорость вращения. В качестве единицы измерения пространственного периода рельефа выбрана толщина вязкого пограничного слоя Стокса $\delta = (2\nu/\Omega)^{1/2}$. Экспериментальные данные, полученные в экспериментах с жидкостями различной вязкости, хорошо согласуются в области умеренных наполнений $q = 0.21 - 0.28$. В области больших наполнений $q > 0.28$, когда рельеф представляет собой серию регулярных дюн, экспериментальные данные не совпадают с законом $\lambda/\delta \sim (\Gamma\omega^{1/2})^{4/3}$.

Экспериментальные результаты на рис. 2.12 получены в условиях, когда регулярные холмы неподвижны во вращающейся системе отсчета. Вместе с тем известно, что такое состояние сохраняется только в течение ограниченного

промежутка времени. Затем холмы преобразуются в серию нерегулярных дрейфующих дюн. Азимутальный дрейф дюн, вероятно, обусловлен осредненным течением жидкости. Выше уже обсуждалось, что интенсивность такого движения

зависит от безразмерного ускорения Γ : $\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = \frac{5}{16}\Gamma^2(1+c^2)^2$.

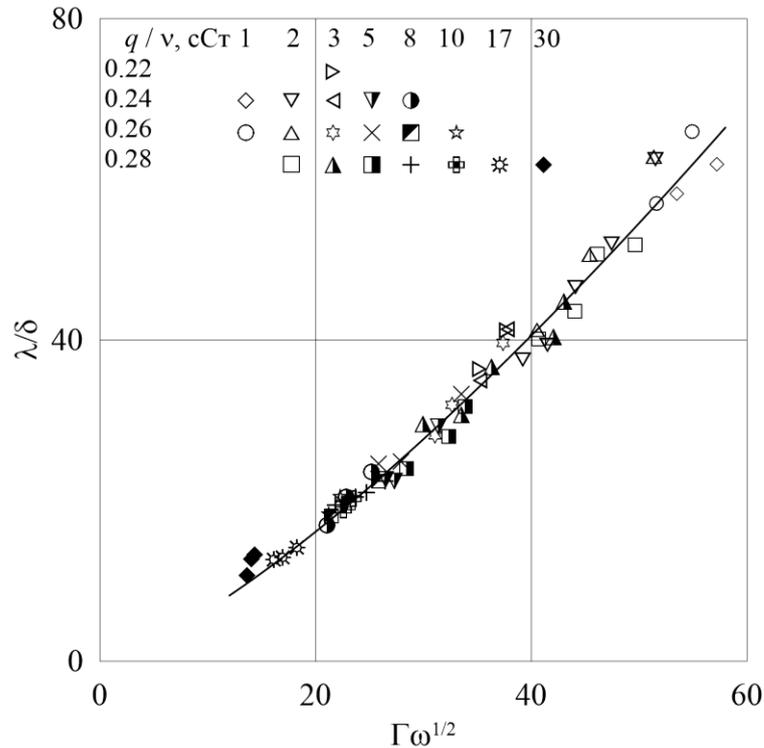


Рис. 2.12. Зависимость безразмерного пространственного периода рельефа $\lambda\delta$ от безразмерного параметра $\Gamma\omega^{1/2}$ в жидкостях различной вязкости; $v = 1 - 30$ сСт, $q = 0.216 - 0.283$, $R = 6.3$ см, $m = 250$ г, $h_0 = 0.54$ см

Следовательно, если ускорение Γ мало, то скорость азимутального движения невелика, и эволюция регулярного рельефа определяется только колебательным движением жидкости. В таком случае в экспериментах наблюдаются холмы с симметричными склонами, сохраняющие свою форму и положение в течение длительного интервала времени. Увеличение ускорения Γ приводит к интенсификации осредненных азимутальных потоков в жидкости, которые играют ту же роль для песчаной подложки, что и ветры в пустыне: песчаные дюны мигрируют в направлении осредненного азимутального течения.

Проанализируем полученные результаты об азимутальном размере холмов и рассмотрим факторы, влияющие на формирование регулярного рельефа. Во-первых, толщина кольцевого слоя жидкости над поверхностью сыпучей среды сравнима с высотой наблюдаемых регулярных холмов. В результате этого бегущие поверхностные волны испытывают влияние со стороны песчаной подложки и теряют свою форму. Одновременно рельеф испытывает влияние интенсивных колебаний жидкости под горбами бегущих волн и быстро разрушается. Во-вторых, жидкость участвует в двух видах колебательного движения. С одной стороны, колебания жидкости возникают вследствие неоднородности толщины кольцевого слоя жидкости; такие колебания происходят с циклической частотой, равной угловой скорости вращения цилиндра. С другой стороны, бегущие по свободной поверхности жидкости азимутальные волны генерируют в жидкости колебания с частотой, зависящей от фазовой скорости волны. Вследствие такого сложного движения затруднительно определить частоту и амплитуду колебаний жидкости вблизи песчаной подложки. В-третьих, частота и амплитуда колебаний жидкости являются параметрами, зависящими от скорости вращения цилиндра. Так как рельеф существует в довольно узком диапазоне скоростей вращения цилиндра, то и частота и амплитуда колебаний жидкости изменяются в узких диапазонах значений.

С целью провести эксперименты по изучению регулярного рельефа в зависимости от известных частоты и амплитуды колебаний жидкости проведены исследования в неравномерно вращающемся (либрирующем) цилиндре с жидкостью и сыпучей средой.

3. СЫПУЧАЯ СРЕДА В ЗАПОЛНЕННОМ ЖИДКОСТЬЮ ЦИЛИНДРЕ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ ВРАЩЕНИИ

Экспериментально изучается устойчивость границы раздела между сыпучей средой и жидкостью в горизонтальном цилиндре, одновременно вращающемся и совершающем вращательные колебания относительно оси вращения (либрации). Либрации цилиндра вызывают азимутальные колебания жидкости относительно стенок полости. В случае, когда частота либраций вдвое меньше средней скорости вращения, в полости распространяются инерционные волны [32]. Обнаружено, что при повышении интенсивности либраций осесимметричная граница раздела пороговым образом теряет устойчивость, что приводит к появлению регулярного квазистационарного рельефа в форме холмов. Обнаружено, что в области больших чисел Рейнольдса $Re_\delta = \frac{b\Omega_L\delta}{\nu} > 10^2$ (b – амплитуда колебаний жидкости, Ω_L – угловая частота либраций, $\delta = (2\nu/\Omega_L)^{1/2}$ – толщина пограничного слоя Стокса) формирование структур происходит при постоянном значении числа Шильдса $\Theta = 0.05$.

Эксперименты по изучению пространственного периода рельефа проведены в зависимости от вязкости жидкости, диаметра частиц сыпучей среды, амплитуды колебаний жидкости, скорости вращения и частоты либраций. Изучение временной динамики рельефа показало, что холмы дрейфуют в азимутальном направлении. Обнаружено, что пространственный период рельефа не зависит от вязкости жидкости, размера частиц сыпучей среды и частоты колебаний жидкости и определяется угловой амплитудой колебаний жидкости вблизи кольцевого слоя сыпучей среды и толщиной этого слоя. По материалам главы опубликованы работы [97, 87].

3.1. Экспериментальная установка и методика проведения эксперимента

Схема экспериментальной установки, используемой для изучения границы раздела между жидкостью и сыпучей средой, показана на рис. 3.1. Полый цилиндр кругового сечения *1* крепится к столику *2*. Площадка при помощи двух шарикоподшипников *3* устанавливается на платформу *4* так, что ось вращения кюветы горизонтальна. Вращение цилиндра осуществляется при помощи шагового двигателя *5* типа FL86STH118-6004A с блоком управления SMSD-822 *6*. Двигатель и вращающийся столик соединены муфтой *7*. Скорость вращения, частота и амплитуда либраций задаются с помощью генератора сигналов ZETLab.

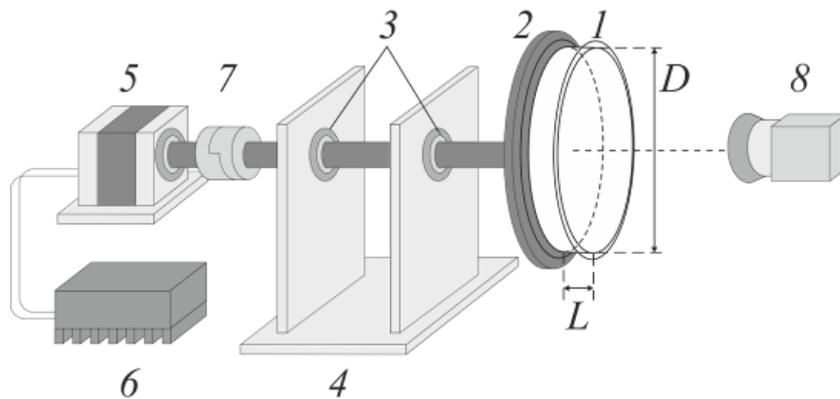


Рис. 3.1. Схема экспериментальной установки

Неравномерное вращение (либрации) цилиндра описывается уравнением:

$$\Omega(t) = \Omega_r + \Omega_L \varphi_0 \cos(\Omega_L t), \quad (3.1)$$

где Ω_r – средняя угловая скорость вращения, Ω_L – угловая частота либраций, φ_0 – угловая амплитуда либраций. В экспериментах регулируется амплитуда модуляции скорости вращения ε , которая связана с другими характеристиками движения следующим образом:

$$\varepsilon = f \varphi_0, \quad (3.2)$$

где $f = \Omega_L / \Omega_r$ – относительная частота либраций. Параметр ε может изменяться в пределах от 0 до 1. Когда $\varepsilon = 0$, цилиндр вращается равномерно. Когда $\varepsilon = 1$, скорость вращения цилиндра в течение цикла изменяется от 0 до $2\Omega_r$.

При подстановке (3.2) в (3.1) уравнение движения цилиндра принимает вид:

$$\Omega(t) = \Omega_r [1 + \varepsilon \cos(\Omega_L t)].$$

Скорость вращения полости варьируется в диапазоне $\Omega_r = 25.0 - 75.4$ об/с, частота либраций Ω_L изменяется от 1.5 до 144.5 Гц, амплитуда либраций варьируется в пределах $5^\circ \leq \varphi_0 \leq 180^\circ$.

Эксперименты проводятся с кюветами длинами $L = 7.8, 2.2$ и 10.2 см и внутренними диаметрами $D = 12.6, 14.4$ и 5.2 см, соответственно. В центре одного из торцов кюветы имеется отверстие для заполнения жидкостью и сыпучей средой. После заполнения кювета крепится к платформе.

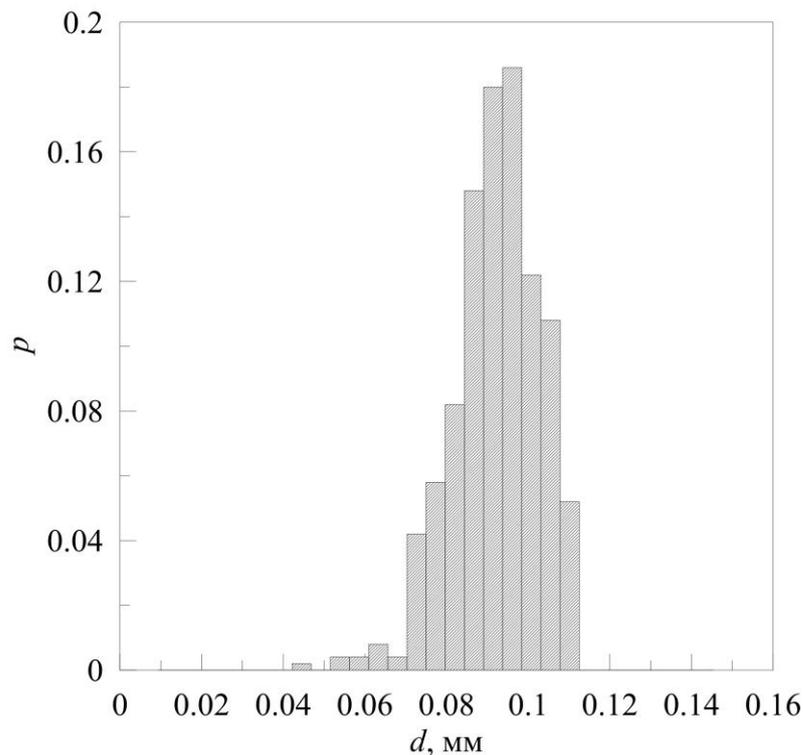


Рис. 3.2. Диаграмма распределения сферических стеклянных частиц по диаметру, p – отношение числа частиц данного диаметра к общему числу частиц

В качестве сыпучей среды используются сферические стеклянные частицы различного диаметра: $d_1 = 150 - 300$ мкм (см. п. 1.1.) и $d_2 = 50 - 150$ мкм, средний

диаметр которых составляет 100 мкм (распределение частиц по размеру показано на рис. 3.2). Плотность сыпучей среды составляет 2.5 г/см^3 . В экспериментах с кюветой длиной 2.2 см масса сыпучей среды составляет 80 г; в экспериментах с кюветой длиной 7.8 см масса сыпучей среды равна 200 г, так что толщина центрифугированного слоя сыпучей среды в обоих случаях одинаковая $h_0 = 0.55 \text{ см}$. В экспериментах с кюветой длиной 10.2 см толщина центрифугированного слоя сыпучей среды 0.2 см. В качестве рабочей жидкости используются водоглицериновые растворы различной кинематической вязкости ($\nu = 1.0 - 16 \text{ сСт}$).

Фоторегистрация границы раздела между жидкостью и сыпучей средой осуществляется с торцевой стенки цилиндра фотокамерой 8 типа Nikon D40. Для обеспечения контрастности изображений используется дополнительное освещение светодиодной лентой, расположенной вокруг цилиндрической стенки полости.

С целью визуальной демонстрации инерционных волн в либрирующей кювете проводятся дополнительные исследования профиля скорости жидкости PIV-методом. Эти эксперименты проводятся в отсутствие сыпучей среды, которая является непрозрачной. Визуализация осуществляется при помощи добавления в рабочую жидкость пластиковых частиц размером $\sim 100 \text{ мкм}$, плотность которых близка к плотности жидкости. В качестве источника света служит лазер непрерывного действия Z-Laser Z500Q, световой нож от которого рассекает полость вдоль оси вращения. Видеорегистрация положения светорассеивающих частиц осуществляется с помощью неподвижной в лабораторной системе отсчета скоростной видеокамеры CamRecord CL600x2 с частотой, кратной средней частоте вращения. Далее с помощью программы PIVLab исследуется мгновенный профиль скорости.

В отсутствие вращения тяжелая сыпучая среда находится на дне полости (рис. 3.3 а). При плавном увеличении скорости вращения сыпучая среда частично увлекается вращающейся стенкой и переходит во взвешенное состояние (рис. 3.3 б). В быстро вращающемся горизонтальном цилиндре, когда действие

силы тяжести мало по сравнению с центробежной силой инерции, сыпучая среда равномерным слоем покрывает цилиндрическую стенку (рис. 3.3 в).

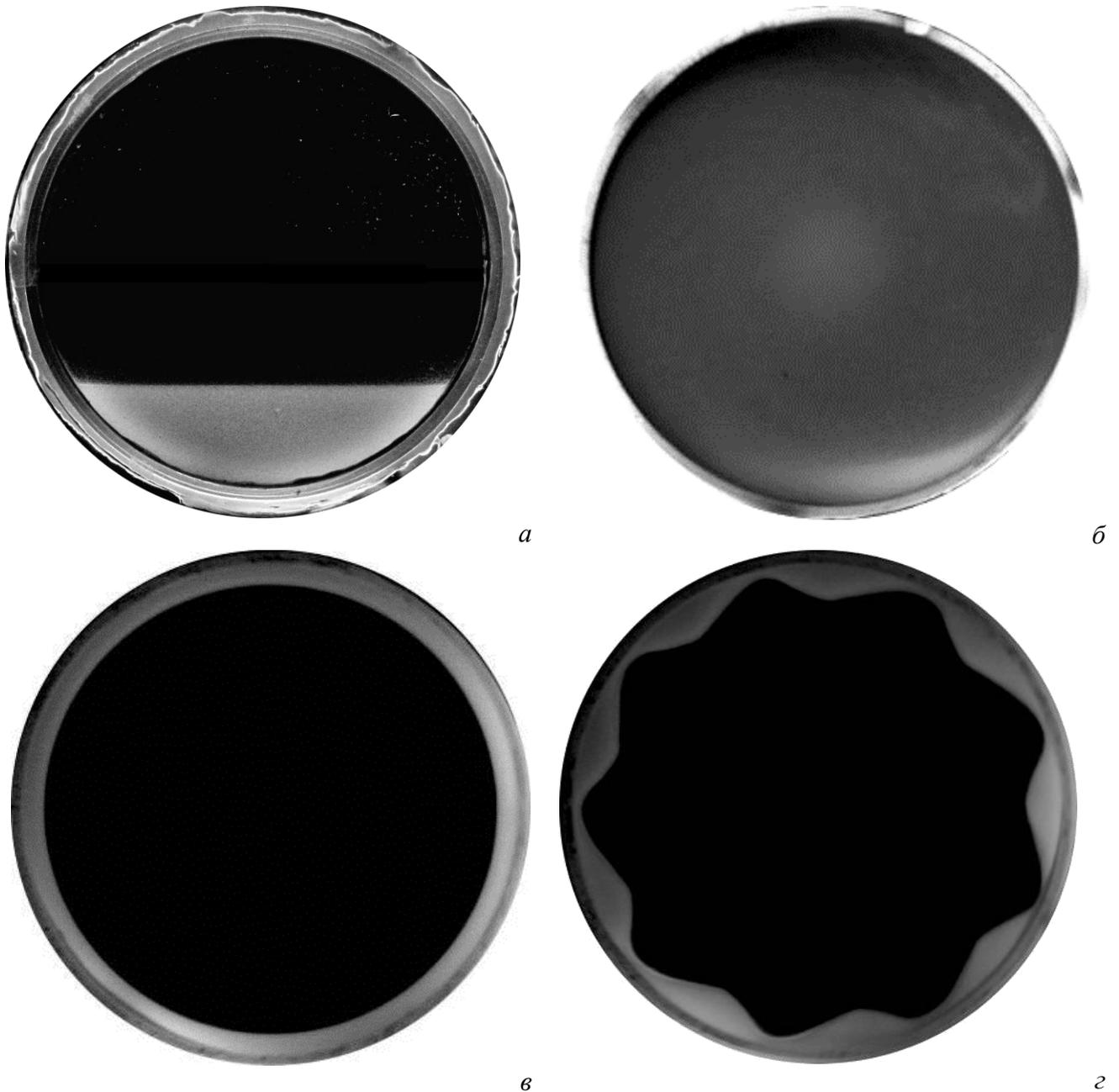


Рис. 3.3. Фотографии жидкости и сыпучей среды в горизонтальном цилиндре ($R = 7.2$ см, $L = 2.2$ см, $\nu = 9$ сСт, $d = 0.2$ мм): отсутствие вращения (а); медленное вращение (б), быстрое равномерное вращение полости (в); неравномерное вращение полости $\Omega_r = 31.4$ рад/с, $\Omega_L = 12.56$ с⁻¹, $\varepsilon = 0.20$ (г). Цилиндр вращается против часовой стрелки

В отсутствие либраций жидкость и сыпучая среда совершают почти твердотельное вращение вместе с полостью, межфазная граница невозмущенная. После перехода сыпучей среды в центрифугированное состояние задается

необходимая скорость вращения полости, устанавливаются частота и амплитуда либраций. Вращательные колебания полости создают азимутальные колебания жидкости, которые приводят к возникновению пространственно-периодического рельефа в виде вытянутых вдоль оси вращения холмов (рис. 3.3 з).

3.2. Влияние аспектного отношения кюветы на динамику жидкости при неравномерном вращении

В неравномерно вращающемся цилиндре жидкость вращается со скоростью Ω_r и совершает азимутальные колебания в вязких пограничных слоях вблизи торцевых стенок цилиндра и вблизи поверхности сыпучей среды с циклической частотой Ω_L и угловой амплитудой φ_0 . Известно [32], что колебания во вращающейся жидкости генерируют инерционные волны, которые распространяются в жидкости от источника в виде конических поверхностей, видимых благодаря тонким свободным слоям сдвига.

Инерционные волны активно изучаются теоретически и экспериментально [37, 41]. Направление распространения волн по отношению к оси вращения определяется безразмерной частотой либраций, а именно $\sin\alpha = (\Omega_L/2\Omega_r) = f/2$. Из этого уравнения также видно, что инерционные волны существуют, если $\Omega_L \leq 2\Omega_r$. Другая особенность инерционных волн проявляется при отражении волн от межфазной границы: угол падения равен углу отражения, если углы отсчитывать от оси вращения, а не от межфазной границы. Как и прочие волны, инерционные волны являются источником колебательного движения и осредненных течений. В [123] показано, что интенсивность среднего азимутального течения определяется квадратом безразмерной амплитуды либраций ε^2 .

Таким образом, в либрирующем цилиндре, заполненном жидкостью и сыпучей средой, инерционные волны могут оказывать влияние и на порог возникновения рельефа на поверхности сыпучей среды, и на его временную динамику. Принимая во внимание, что распространение инерционных волн определяется в том числе геометрическими размерами контейнера с жидкостью, следует определить условия, при которых влияние инерционных волн окажется минимальным. С этой целью проведены эксперименты в цилиндрах с различным аспектным отношением L/D , результаты которых будут рассмотрены в настоящем параграфе.

В быстро вращающемся цилиндре, когда сыпучая среда равномерным слоем покрывает цилиндрическую стенку, жидкость занимает положение в центре цилиндра и совершает практически твердотельное вращение. В экспериментах, когда средняя скорость вращения Ω_r и частота либраций Ω_L остаются постоянными, а либрационный параметр ε (и амплитуда колебаний φ_0) монотонно увеличивается, обнаружено, что изначально невозмущенная поверхность сыпучей среды становится неустойчивой, и на межфазной границе возникает пространственно-периодический рельеф (рис. 3.3 з).

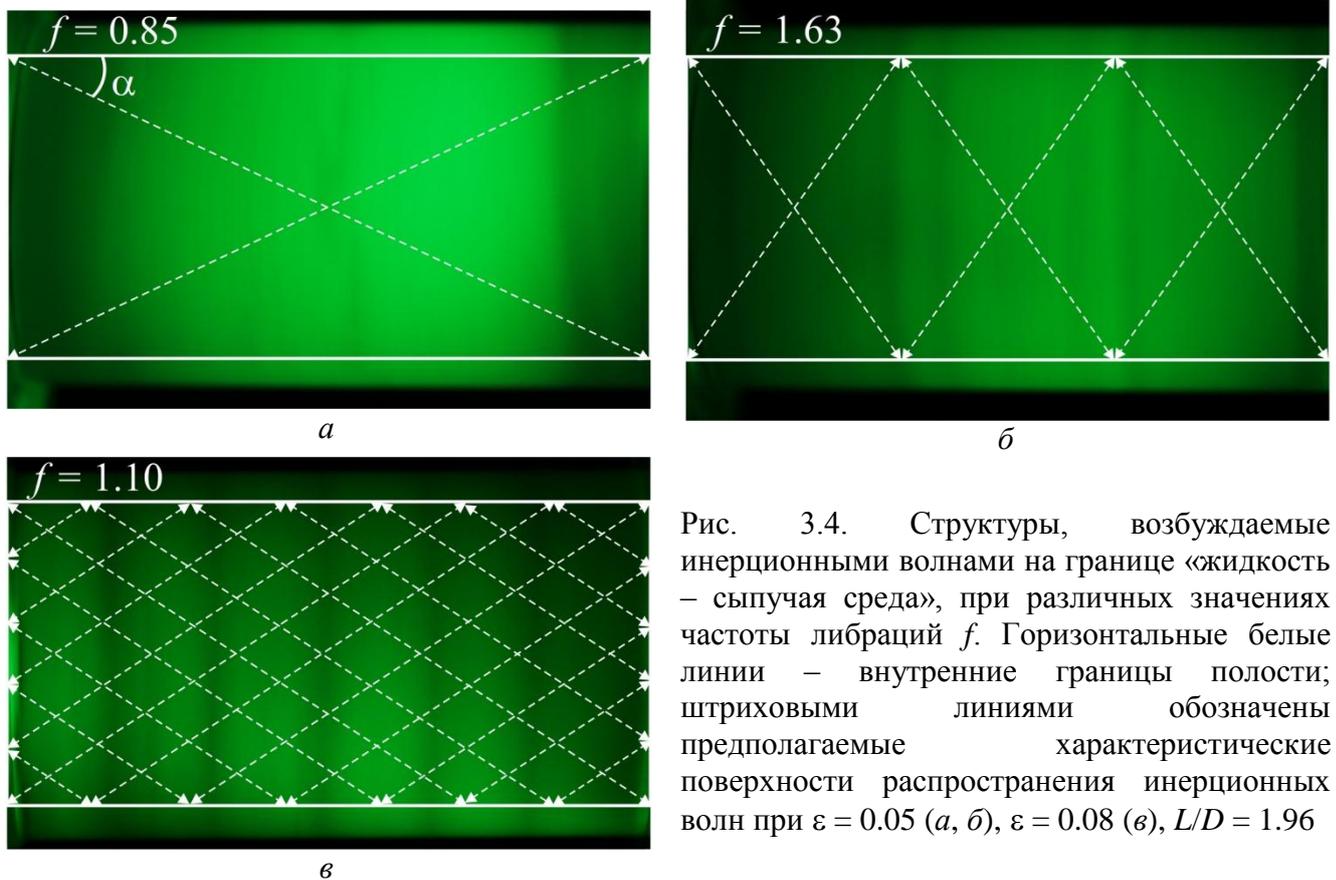


Рис. 3.4. Структуры, возбуждаемые инерционными волнами на границе «жидкость – сыпучая среда», при различных значениях частоты либраций f . Горизонтальные белые линии – внутренние границы полости; штриховыми линиями обозначены предполагаемые характеристические поверхности распространения инерционных волн при $\varepsilon = 0.05$ (а, б), $\varepsilon = 0.08$ (в), $L/D = 1.96$

Наблюдения показывают, что в либрирующем цилиндре с жидкостью и сыпучей средой возникают также инерционные волны, которые возбуждаются в местах контакта торцевых стенок и поверхности сыпучей среды. При своем распространении волны многократно отражаются от торцевых стенок цилиндра и от сыпучей среды так, как показано на рис. 3.4 а. Отражение инерционных волн сопровождается возбуждением дополнительного локального осциллирующего

движения в вязком пограничном слое Стокса и осредненных тороидальных потоков. Для визуализации таких потоков в жидкость добавляется измельченный активированный уголь, массовая доля которого не превышает 1%. При малых значениях амплитуды либраций ε (до возникновения рельефа на поверхности сыпучей среды) дополнительное осредненное движение жидкости вдоль боковой стенки приводит к перераспределению частиц визуализатора и возникновению кольцевых структур (темные полосы на рис. 3.4 *a – в*).

Рассмотрим подробнее распространение инерционных волн при различных значениях безразмерной частоты либраций f . Например, при $f = 0.85$ инерционная волна, не испытывая отражений от поверхности сыпучей среды и торцевой стенки, падает в противоположный угол полости (рис. 3.4 *a*). При этом частицы визуализатора образуют два широких кольца вблизи торцов полости. При частоте $f = 1.63$ (рис. 3.4 *б*) волна дважды меняет направление распространения, отражаясь от поверхности сыпучей среды, и возвращается в место контакта торцевой и цилиндрической стенок. Вблизи линии отражения инерционной волны возникают два кольца из частиц визуализатора. Это означает, что возбуждаемые волной осредненные тороидальные потоки направлены в противоположные стороны от линии отражения. При частоте $f = 1.10$ первое отражение инерционной волны происходит от сыпучей среды, после чего волна многократно отражается от торцов и от сыпучей среды поочередно (рис. 3.4 *в*). Как и в предыдущих случаях, происходит перераспределение частиц визуализатора с образованием пяти колец, расположенных между линиями, в которых происходит отражение инерционных волн.

Для демонстрации существования инерционных волн была проведена визуализация течений в объеме жидкости PIV-методом в отсутствие непрозрачной сыпучей среды. В [87] показано, что жидкость, двигаясь из углов полости вдоль волновых пучков, приводит к появлению вихревых течений в объеме жидкости (рис. 3.5 *a*). На рис. 3.5 *a* показано мгновенное поле завихренности в момент, когда жидкость движется из углов полости и модуль мгновенной скорости максимален. В противоположной фазе либраций картина

будет зеркально симметричной. Осреднение мгновенного профиля скорости показывает, что колебательное движение жидкости, возникающее при отражении волн от цилиндрической стенки, приводит к появлению установившихся течений в вязком пограничном слое (рис. 3.5 б). Установившиеся течения имеют вид осесимметричных тороидальных вихрей. Именно течение в вязком пограничном слое приводит к образованию кольцевых структур из мелких тяжелых частиц визуализатора.

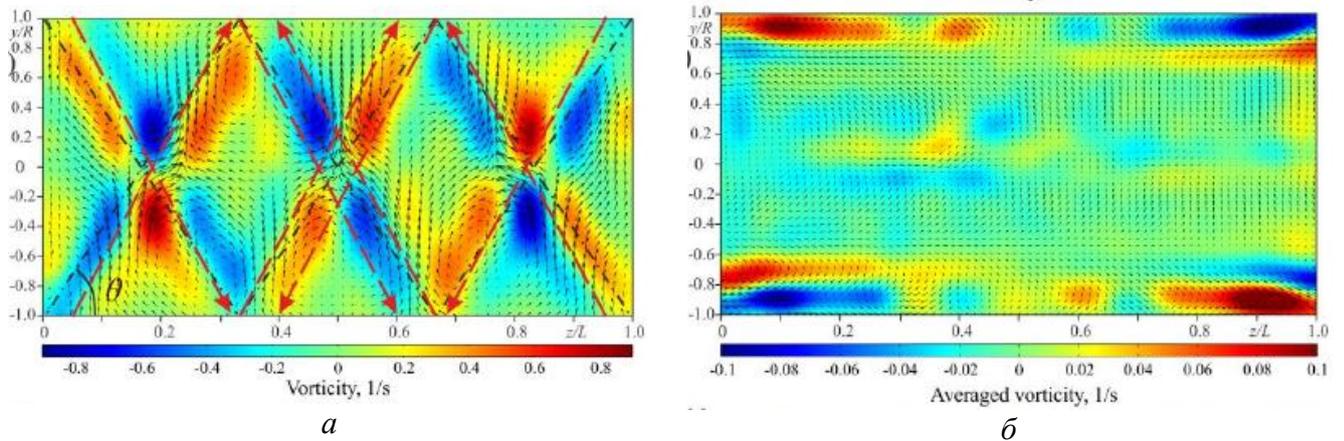


Рис. 3.5. Мгновенное (а) и осредненное (б) поля скорости и завихренности: $f = 1.68$, $\varepsilon = 0.10$, $L/D = 1.96$

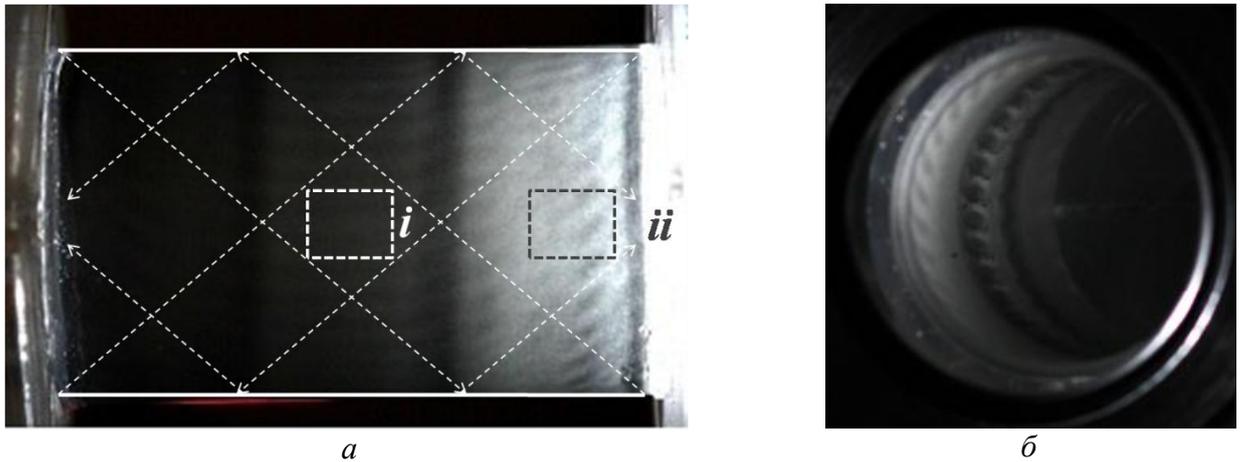


Рис. 3.6. Пространственно-периодический рельеф на поверхности сыпучей среды при $f = 1.15$, $\varepsilon = 0.12$, $L/D = 1.96$: вид сбоку (а) и с торца (б). Белыми сплошными линиями (а) показаны границы раздела фаз, штриховыми линиями обозначены предполагаемые характеристические поверхности распространения инерционных волн

В экспериментах с сыпучей средой в длинном цилиндре, когда инерционные волны многократно отражаются от поверхности сыпучей среды,

возникающий рельеф приобретает не только азимутальную периодичность, но и осевую, что существенно усложняет поиск управляющих параметров задачи (рис 3.6). Наблюдения показывают, что в средней по длине области цилиндра рельеф параллелен оси вращения (область i на рис. 3.6 a), а вблизи торцов структуры закручиваются в азимутальном направлении (область ii на рис. 3.6 a).

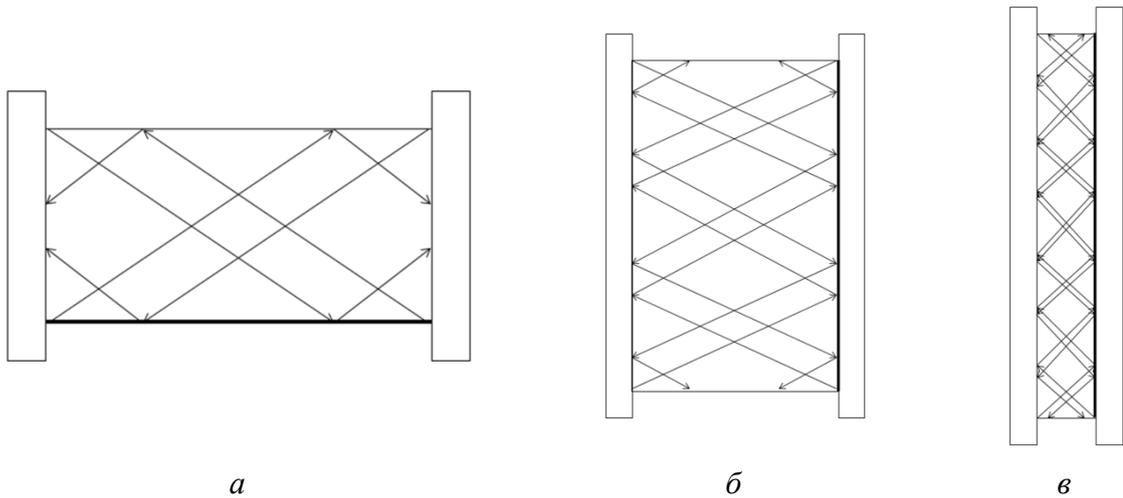


Рис. 3.7. Схематическое изображение направления распространения инерционных волн в полостях различной длины L и диаметра D : $L = 10.2$ см, $D = 5.2$ см (a), $L = 7.8$ см, $D = 12.6$ см (b), $L = 2.2$ см, $D = 14.4$ см (v)

Наблюдения показывают, что интенсивность осредненных потоков, возбуждаемых инерционными волнами, существенно ослабевает после первого отражения. Поэтому, если первоначально волна взаимодействует не с поверхностью сыпучей среды, а с торцевой стенкой полости, то инерционная волна не оказывает существенного влияния на динамику сыпучей среды (рис. 3.7 b и v). В связи с этим исследования устойчивости межфазной границы в либрирующем цилиндре проведены преимущественно с коротким цилиндром длиной $L = 2.2$ см и внутренним диаметром 14.4 см ($L/D \approx 0.15$). В данной геометрии и в диапазоне безразмерной частоты либраций $f \leq 1$ первые отражения инерционных волн будут происходить от торцевой стенки полости (рис. 3.7 v).

3.3. Устойчивость осесимметричной границы раздела

Экспериментальные данные о критической амплитуде колебаний жидкости в пороге возникновения пространственно-периодического рельефа показаны на плоскости безразмерных параметров f , φ_0 (рис. 3.8). Согласно экспериментальным результатам амплитуда колебаний жидкости в пороге возникновения квазистационарного рельефа зависит от диаметра частиц. Сплошные линии соответствуют закону $\varphi_0 \sim f^{-1/2}$. Полученные результаты хорошо согласуются с данными о пороге возникновения рельефа, полученные в относительно длинном цилиндре ($L/D = 1.96$): в области малых безразмерных частот $f < 0.87$ критическое значение угловой амплитуды либраций $\varphi_0 \sim f^{-1}$ [99].

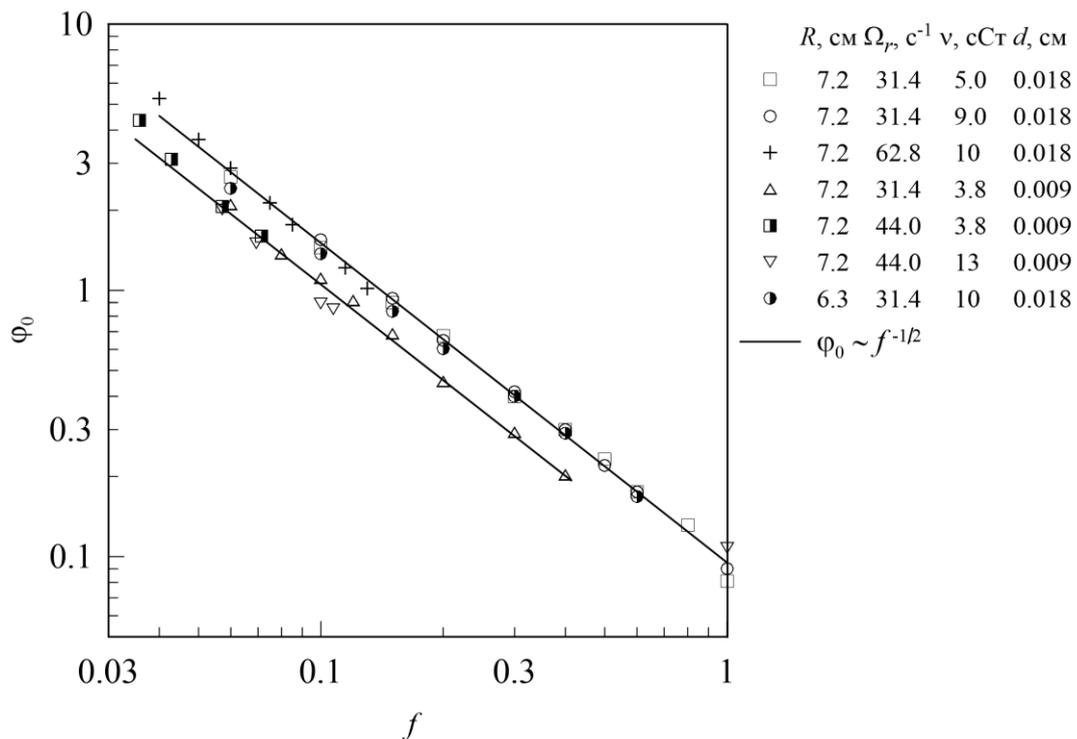


Рис. 3.8. Зависимость угловой амплитуды колебаний жидкости φ_0 от относительной частоты либраций f в пороге возникновения пространственно-периодического рельефа

В работах [68] представлено исследование устойчивости горизонтальной границы раздела жидкость – сыпучая среда в вертикальной цилиндрической

полости, совершающей вращательные колебания. Как и в настоящем исследовании, обнаружены два типа пороговых переходов: начало движения гранул сыпучей среды, и образование пространственных структур. Так как в настоящей работе точно определить момент начала движения частиц сыпучей невозможно, особое внимание направлено на исследование формирования дюн на поверхности сыпучей среды. Появление движения частиц сыпучей среды определяется отношением вязкой сдвиговой силы, действующей на частицу диаметром d , находящуюся на границе раздела жидкость – сыпучая среда, $\rho_l v b \Omega_L d^2 / \delta$ (ρ_l – плотность жидкости, b – амплитуда колебаний жидкости, $\delta = (2\nu/\Omega_L)^{1/2}$ – толщина пограничного слоя Стокса), и силы тяжести, определяющей силу сцепления частицы с поверхностью $(\rho_s - \rho_l)\Omega_r^2 R_s d^3$ (ρ_s – плотность частиц, R_s – расстояние от центра полости до центрифугированного слоя сыпучей среды). Отношение этих сил характеризует параметр, называемый числом Шильдса:

$$\Theta = \frac{vb\Omega_L}{(\rho - 1)\Omega_r^2 R_s d\delta},$$

где $\rho = \rho_s / \rho_l$ – отношение плотности частиц сыпучей среды и плотности жидкости. Согласно [124], типичное критическое значение числа Шильдса составляет $\Theta = 0.05$. Экспериментальное подтверждение теоретических результатов [124] является сложной задачей, так как поток жидкости в пограничном слое Стокса вблизи центрифугированного слоя сыпучей среды является ламинарным в ограниченном диапазоне чисел Рейнольдса.

В [125] сделано предположение, что скорость изменения основного потока жидкости пренебрежимо мала по сравнению с ростом возмущений, таким образом, основной поток можно рассматривать в качестве основного стационарного состояния, опираясь на мгновенный профиль скорости. Анализ показал, что при числах Рейнольдса $Re_\delta > 10^2$ осциллирующий поток жидкости является неустойчивым к возмущениям с волновым числом $k_\delta = 0.5$. Число Рейнольдса Re_δ определяется толщиной пограничного слоя Стокса:

$$Re_\delta = \frac{b\Omega_L \delta}{\nu}.$$

Аналогичный эффект был обнаружен при изучении устойчивости колебательного течения вязкой жидкости в узком плоском канале [126] и в горизонтальном вращающемся цилиндре, частично заполненном жидкостью [41]. В обоих случаях интенсивные вихри возникают в определенной фазе цикла и затем медленно затухают.

В настоящей работе проведены измерения пространственного периода структур λ в начальной фазе их формирования, и вычислено критическое значение волнового числа $k_\delta = 2\pi\delta/\lambda$. Экспериментальные результаты $k_\delta = 0.56 \pm 0.10$ хорошо согласуются с данными [41, 125, 126].

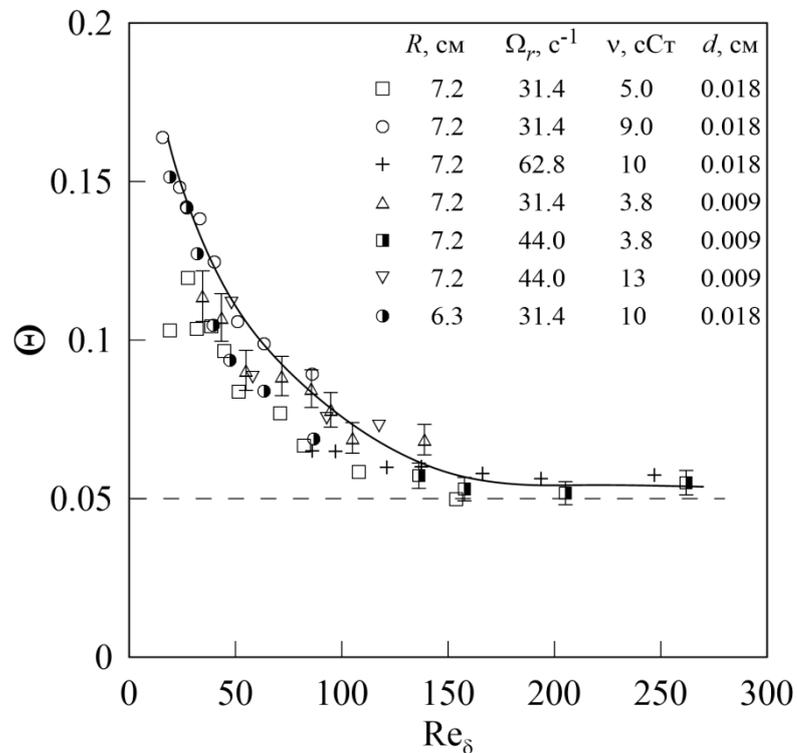


Рис. 3.9. Пороговая кривая устойчивости границы раздела жидкость – сыпучая среда в зависимости от числа Рейнольдса. Пунктирная линия соответствует значению числа Шильдса $\Theta = 0.05$

На рис. 3.9. показана пороговая кривая устойчивости границы раздела жидкость – сыпучая среда в зависимости от числа Рейнольдса. Пунктирная линия соответствует критическому значению числа Шильдса $\Theta = 0.05$. В пределе $Re_\delta > 100$ экспериментальные значения числа Шильдса хорошо согласуются с предсказанным значением $\Theta = 0.05$. Помимо данных о значении критического

волнового числа k_δ кривая вблизи значения $Re_\delta = 100$ показывает, что рост холмов вызван наступлением квазистационарной неустойчивости колебательного течения жидкости (рис. 3.9). Предположительно, в определенной фазе либрационного цикла происходит резкий рост вихрей, что способствует движению частиц.

3.4. Надкритическая динамика рельефа

В начальной фазе формирования рельеф нерегулярный и занимает несколько процентов от всей площади поверхности сыпучей среды. В течение следующих нескольких минут или часов рельеф распространяется на всю поверхность песчаной подложки. Пространственный период λ и высота холмов h при этом непрерывно изменяются (рис. 3.10 *a – u*). В квазистационарном состоянии пространственный период λ и высота h остаются неизменными.

На рис. 3.11 *a* показана временная динамика относительной толщины слоя сыпучей среды h/h_0 , где h – расстояние от цилиндрической стенки полости до межфазной границы, $h_0 = 0.55$ см – толщина кольцевого слоя сыпучей среды в невозмущенном состоянии. Верхняя кривая соответствует расстоянию от цилиндрической стенки полости до вершин холмов, нижняя кривая – толщине слоя сыпучей среды во впадинах между холмами. Пространственный период квазистационарного рельефа λ определяется по формуле:

$$\lambda = \frac{2\pi R_s}{N},$$

где $R_s = R - h_0$ – расстояние от оси вращения до поверхности кольцевого слоя сыпучей среды, N – количество холмов.

Временная динамика пространственного периода рельефа показана на рис. 3.11 *б*. В течение первых нескольких минут после начала эксперимента относительная толщина слоя сыпучей среды h/h_0 и безразмерный пространственный период структур λ/R непрерывно увеличиваются вследствие перераспределения частиц сыпучей среды из впадин между дюнами к их вершинам. Спустя несколько десятков минут высота и пространственный период структур достигают значений, которые остаются неизменными в течение всего времени эксперимента.

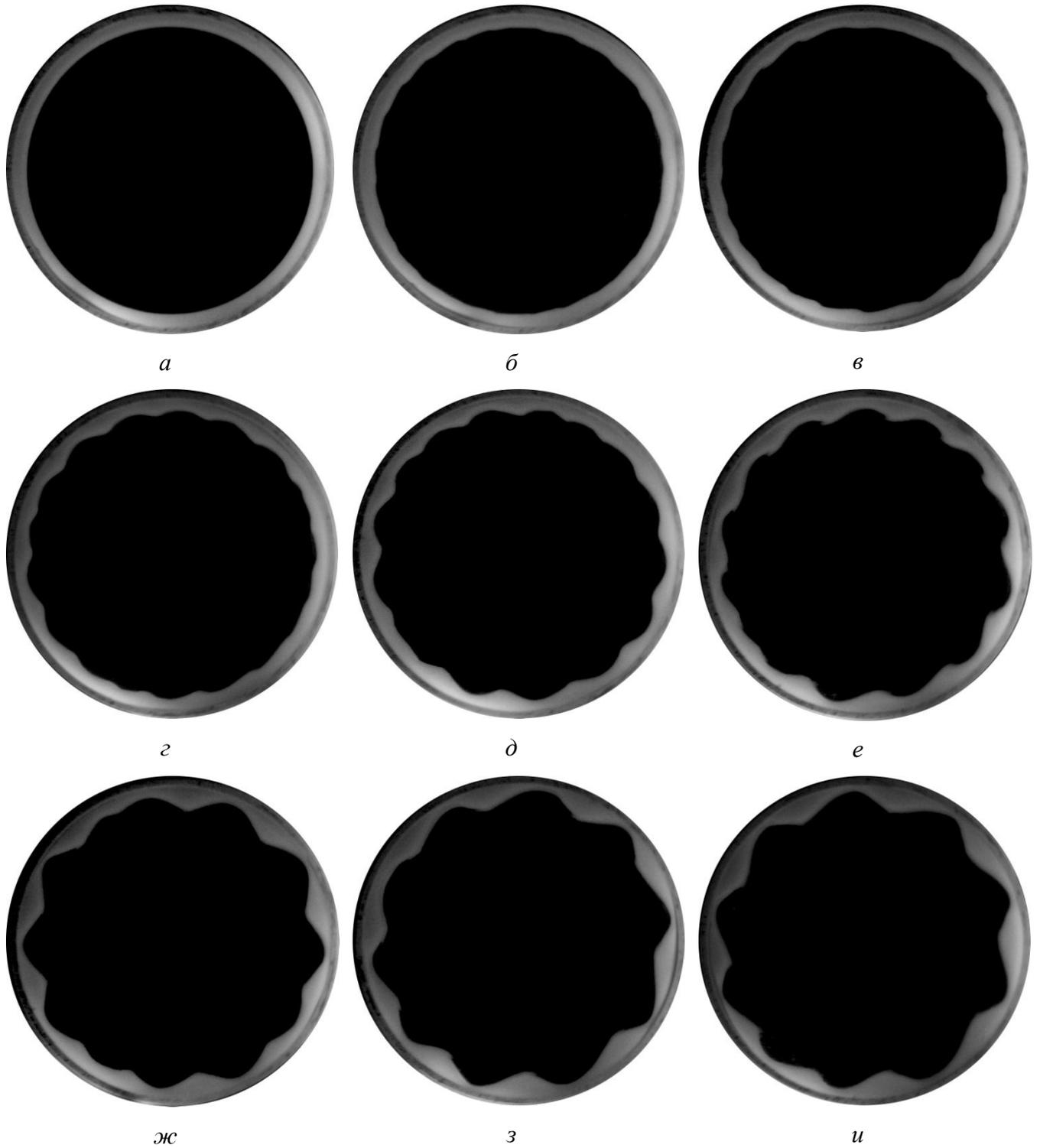


Рис. 3.10. Временная динамика пространственных структур на границе раздела жидкость – сыпучая среда: $R = 7.2$ см, $L = 2.2$ см, $\nu = 9$ сСт, $d = 0.2$ мм, $\Omega_r = 31.4$ рад/с, $\Omega_L = 12.56$ с⁻¹, $\varepsilon = 0.18$, $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 13, 100$ мин ($a - u$)

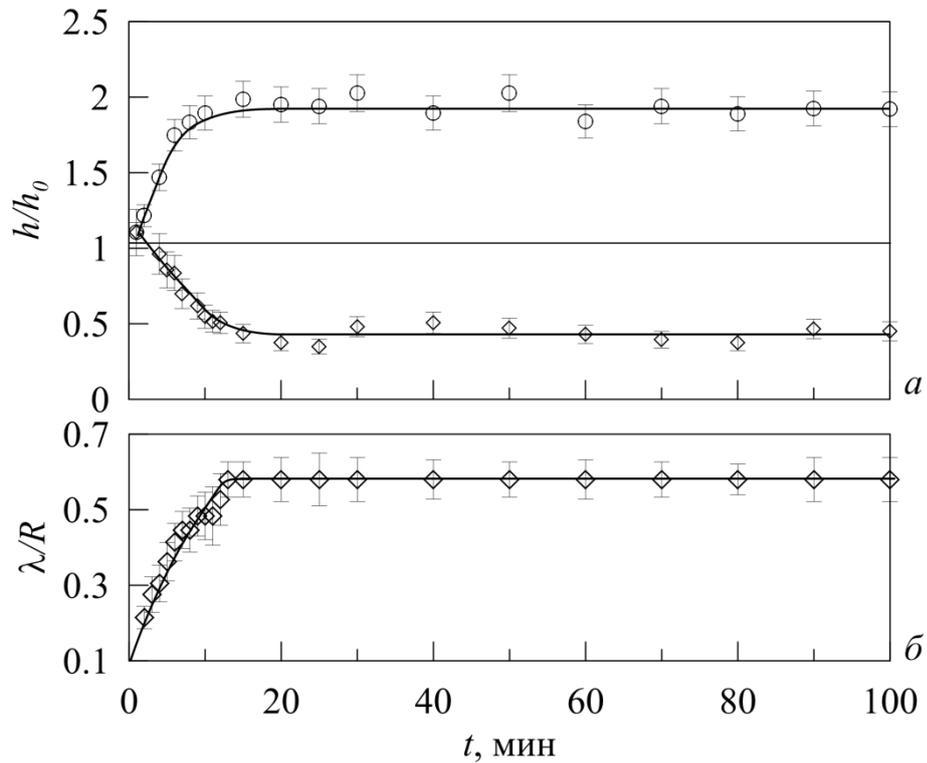


Рис. 3.11. Временная динамика относительной толщины слоя сыпучей среды h/h_0 (а) и безразмерного пространственного периода структур λ/R (б): $R = 7.2$ см, $L = 2.2$ см, $\nu = 9$ сСт, $d = 0.2$ мм, $\Omega_r = 31.4$ рад/с, $\Omega_L = 12.56$ с⁻¹, $\varepsilon = 0.18$

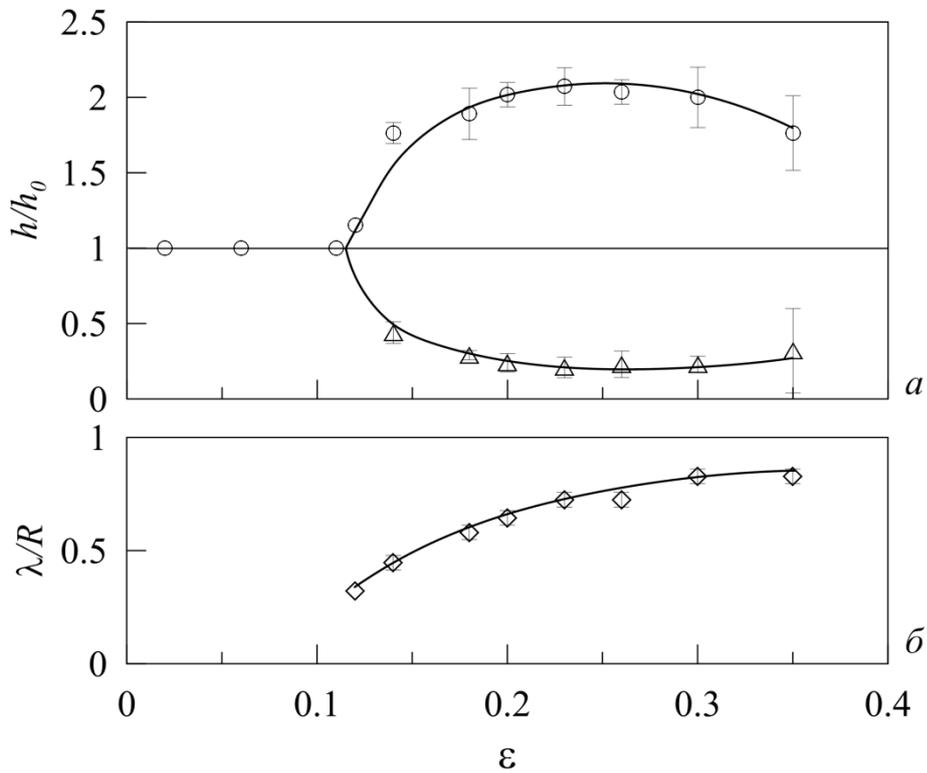


Рис. 3.12. Динамика относительной толщины слоя сыпучей среды h/h_0 (а) и безразмерного пространственного периода структур λ/R (б) при различных значениях параметра ε : $R = 7.2$ см, $L = 2.2$ см, $\nu = 9$ сСт, $d = 0.2$ мм, $\Omega_r = 31.4$ рад/с, $\Omega_L = 12.56$ с⁻¹

На рис. 3.12 *a* приведена зависимость относительной толщины слоя сыпучей среды от амплитуды модуляции скорости вращения в установившемся состоянии: в надкритической области высота и пространственный период дюн монотонно увеличиваются до достижения постоянного значения. При больших значениях параметра ε происходит уменьшение высоты рельефа вследствие перехода части сыпучей среды во взвешенное состояние (рис. 3.11 *e*). С другой стороны, увеличение либрационного параметра ε приводит к непрерывному росту пространственного периода структур (рис. 3.12 *б*).

В условиях квазистационарного состояния рельеф представляет собой череду дюн с пологими и крутыми склонами (рис. 3.13 *a – e*). Такая асимметрия структур может быть объяснена наличием среднего вращения жидкости. В таком случае азимутальное течение жидкости играет для наблюдаемых дюн ту же роль, что и ветер для пустынных дюн.

На рис. 3.14 приведены результаты измерения азимутального размера холмов в зависимости от амплитуды колебаний жидкости. Примечательно, что экспериментальные результаты, полученные в опытах с частицами различного диаметра и с жидкостями различной вязкости, качественно согласуются между собой в случае равных частот колебаний f .

В надкритической области существования рельефа частицы верхнего слоя сыпучей среды могут перемещаться под действием вязкой жидкости в азимутальном направлении. Действие силы Кориолиса $f_K \sim \rho_l U \Omega_r$ на азимутальную компоненту скорости жидкости U приводит к возникновению вихревого течения жидкости радиусом r . Центробежное ускорение кругового движения жидкости определяется как U^2/L . Частицы сыпучей среды, перемещающиеся вдоль межфазной границы, образуют холмы на расстоянии $\lambda = 2r$. Исходя из того, что скорость жидкости определяется как $U = b \Omega_L$, получаем, что $\lambda \sim b \Omega_L / \Omega_r$. Тогда можно предположить, что характерным размером задачи является расстояние $b^* = b \Omega_L / \Omega_r$.

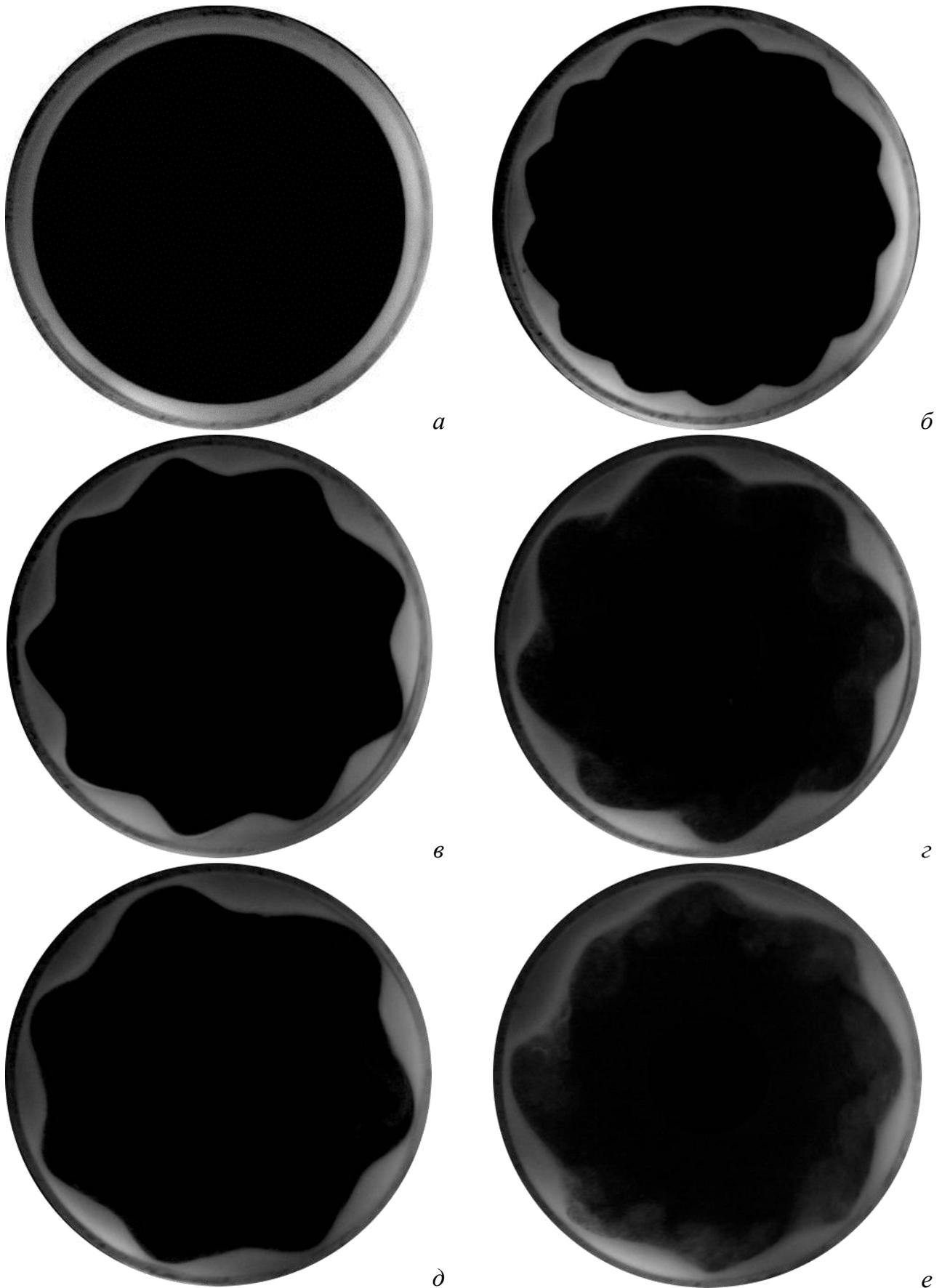


Рис. 3.13. Динамика пространственно-периодических структур: $R = 7.2$ см, $L = 2.2$ см, $\nu = 9$ сСт, $d = 0.2$ мм, $\Omega_r = 31.4$ рад/с, $\Omega_L = 12.56$ с⁻¹, $\varepsilon = 0.11, 0.14; 0.20; 0.26; 0.30; 0.35$ (a – e)

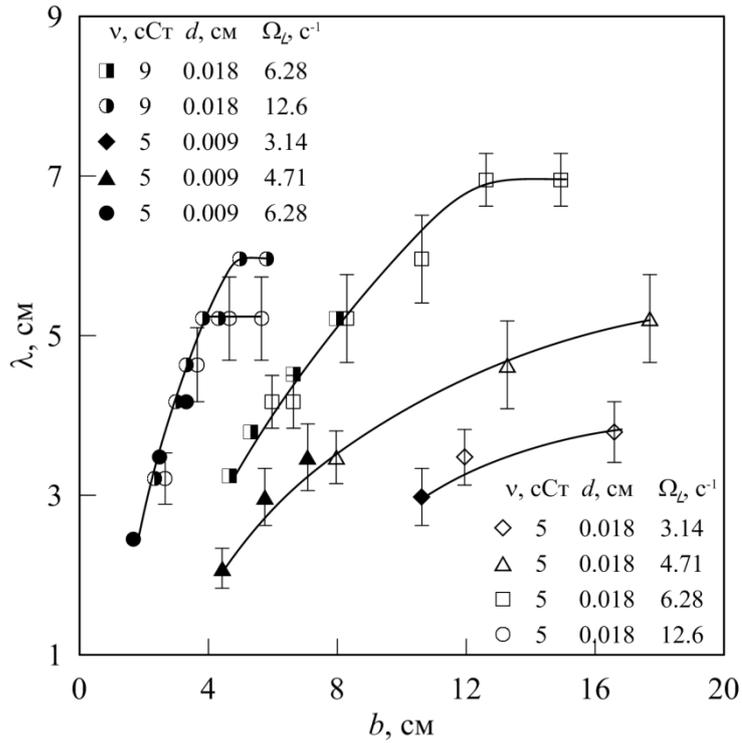


Рис. 3.14. Зависимость пространственного периода квазистационарного рельефа λ от амплитуды колебаний b в цилиндре радиусом $R = 7.2$ см, $\Omega_r = 31.4$ рад/с

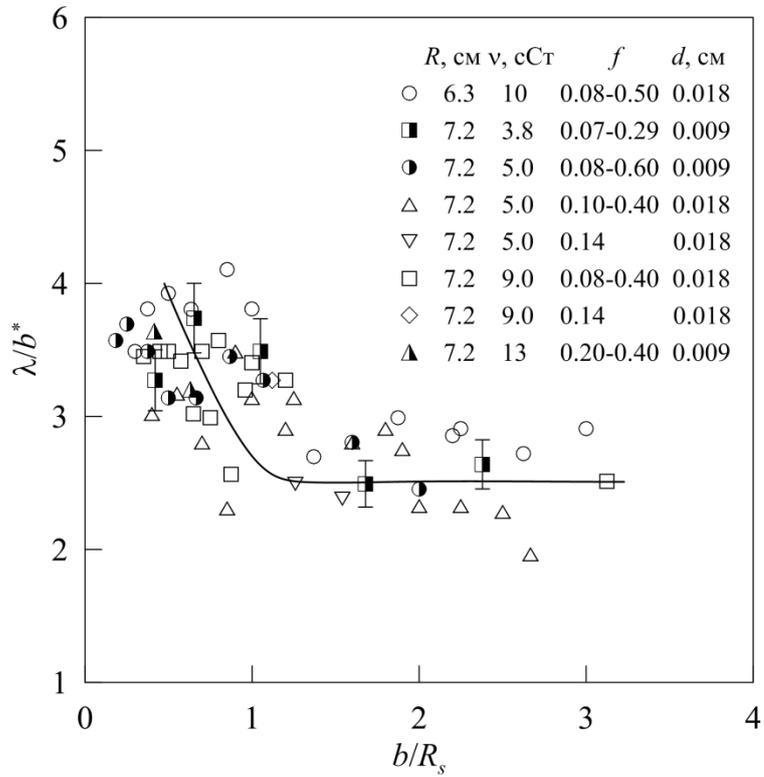


Рис. 3.15. Зависимость безразмерного пространственного периода рельефа λ/b^* от безразмерной амплитуды колебаний жидкости b/R_s

На рис. 3.15 показана зависимость безразмерного пространственного периода дюн λ/b^* от угловой амплитуды колебаний жидкости $\varphi_0 = b/R_s$. Экспериментальные результаты удовлетворительно согласуются между собой для жидкостей различной вязкости и частиц различного диаметра. В области $\varphi_0 > 1$ отношение λ/b^* не изменяется и приблизительно равно 2.5. Эти результаты качественно согласуются с данными исследований [68, 127, 128].

На рис. 3.16 показаны временные диаграммы положения вершин дюн при различных значениях либрационного параметра ε . В начале эксперимента количество дюн велико, и они активно взаимодействуют друг с другом, объединяясь в более крупные холмы. По истечении нескольких минут или часов количество дюн достигает равновесного значения. Одновременно становится заметным эффект азимутального движения (дрейфа) холмов: холмы перемещаются в направлении вращения цилиндра (рис. 3.16 а), против вращения (рис. 3.16 б) или остаются неподвижными (рис. 3.17). Скорость дрейфа песчаных дюн неизменна в течение эксперимента и составляет несколько градусов в минуту.

Дрейф дюн можно объяснить следующим образом. В неравномерно вращающемся цилиндре жидкость вращается твердотельно с постоянной скоростью Ω , во всем объеме, кроме тонких вязких пограничных слоев вблизи поверхности песка и торцевых стенок цилиндра. Так как угловая скорость изменяется вблизи среднего значения Ω , по гармоническому закону, то в течение одного полупериода колебаний жидкость вращается быстрее цилиндра, в другую половину периода – медленнее цилиндра. В системе отсчета, связанной с цилиндром, направление вращения жидкости в разные половины периода вращения противоположное. В течение первого полупериода, когда скорость вращения превосходит среднюю скорость вращения, взвешенные в объеме жидкости частицы переносятся жидкостью в направлении противоположном вращению цилиндра (обратный дрейф). Во второй половине периода сыпучая среда перемещается в направлении вращения цилиндра (прямой дрейф).

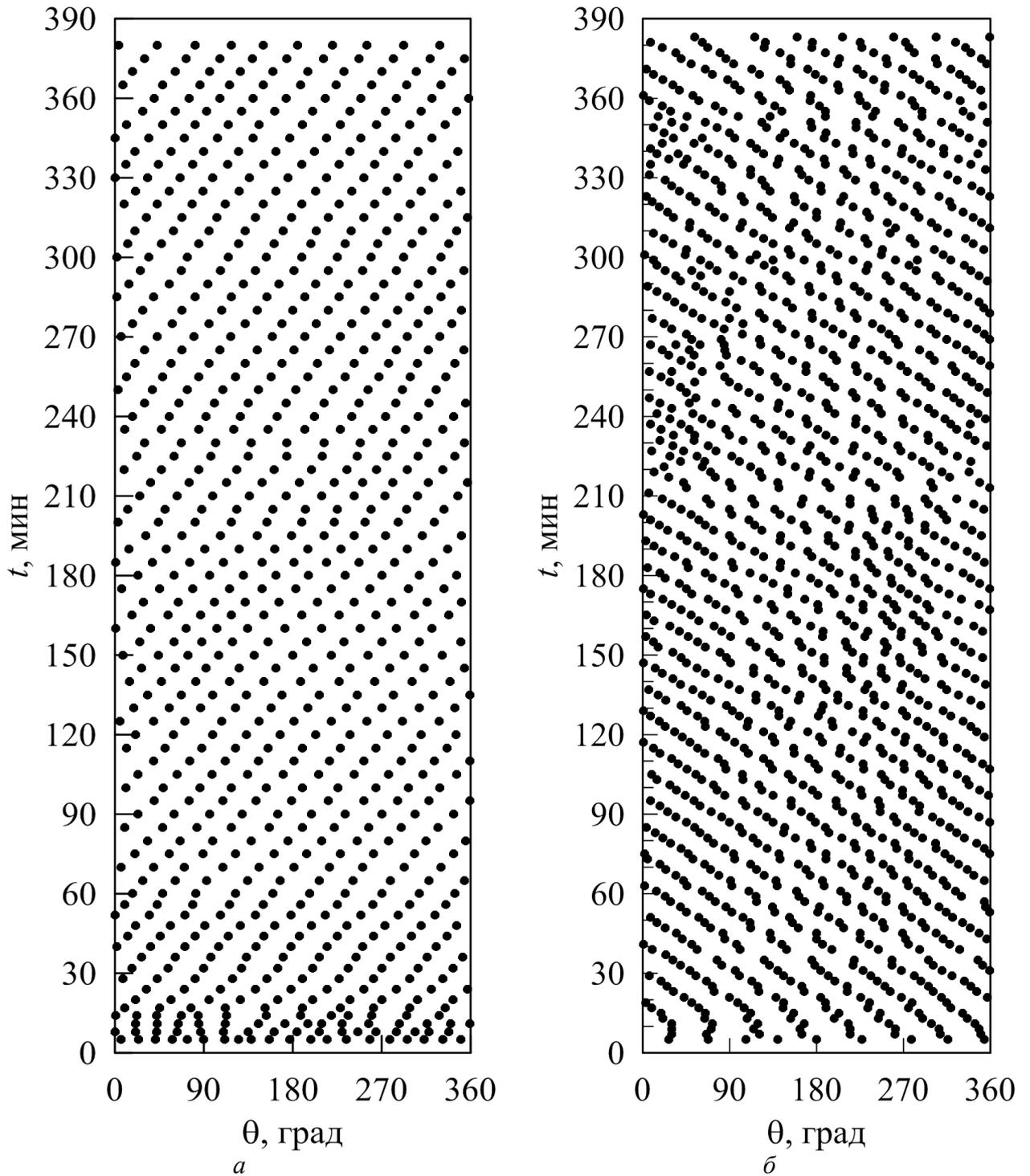


Рис. 3.16. Эволюция рельефа на границе раздела жидкость – сыпучая среда: точки соответствуют положению вершин дюн на поверхности сыпучей среды: $R = 6.3$ см, $L = 7.8$ см, $\nu = 10$ сСт, $d = 0.2$ мм, $\Omega_r = 31.4$ рад/с, $\Omega_L = 12.56$ с⁻¹, $\epsilon = 0.163$ (a) и 0.24 (б)

Вследствие неравного воздействия центробежной силы на частицы сыпучей среды в течение одного периода колебаний, масса песка, переносимая жидкостью в противоположных направлениях, неодинакова. В течение первой половины периода, когда цилиндр вращается быстрее жидкости, прижимная центробежная сила, действующая на сыпучие частицы, велика, и они перемещаются назад на малое расстояние.

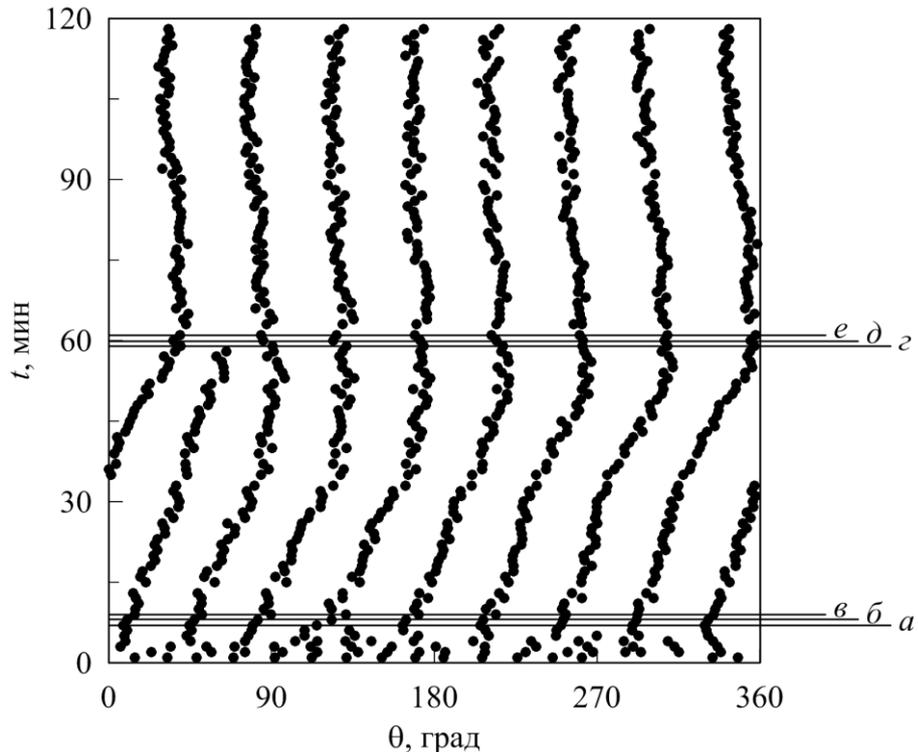


Рис. 3.17. Эволюция рельефа на межфазной границе: точки соответствуют положению вершин холмов: $R = 6.3$ см, $L = 7.8$ см, $\nu = 10$ сСт, $d = 0.2$ мм, $\Omega_r = 31.4$ рад/с, $\Omega_L = 12.56$ с⁻¹, $\epsilon = 0.20$

Во второй половине оборота картина противоположная – величина центробежной силы уменьшается, и частицы переносятся вперед на большее расстояние. Следовательно, возникает средний перенос частиц в азимутальном направлении – дрейф холмов. Направление и скорость дрейфа определяются величиной безразмерного либрационного параметра ϵ при фиксированной скорости вращения полости и амплитуде либраций.

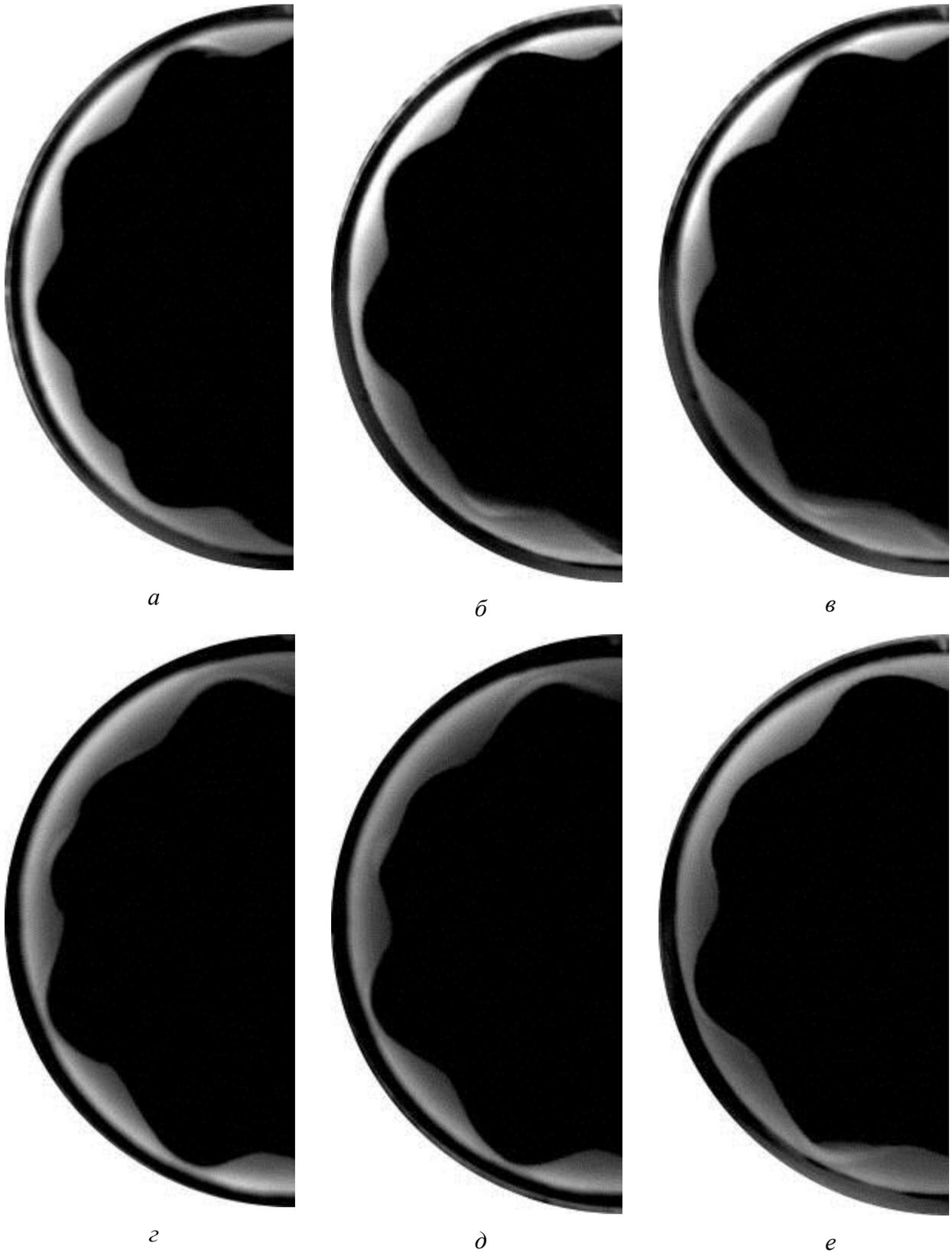


Рис. 3.18. Эволюция рельефа на межфазной границе со временем: $R = 6.3$ см, $L = 7.8$ см, $\nu = 10$ сСт, $d = 0.2$ мм, $\Omega_r = 31.4$ рад/с, $\Omega_L = 12.56$ с⁻¹, $\varepsilon = 0.20$, $t = 7, 8, 9, 59, 60, 61$ мин (*a – e*)

В фазе минимальной скорости вращения прижимная сила уменьшается, так что частица может быть перенесена движущимся по инерции потоком жидкости с

крутого склона дюны во взвешенное состояние. В противоположной фазе при малых значениях параметра ε облако взвешенных частиц перемещается потоком жидкости в направлении движения полости, и центробежная сила прижимает гранулы к границе раздела на пологий склон дюны. При подобном перераспределении частиц происходит перемещение вершин дюн в направлении вращения полости (рис. 3.16 а). В условиях высокой надкритичности наблюдается дрейф дюн в направлении, противоположном вращению цилиндра (рис. 3.16 б).

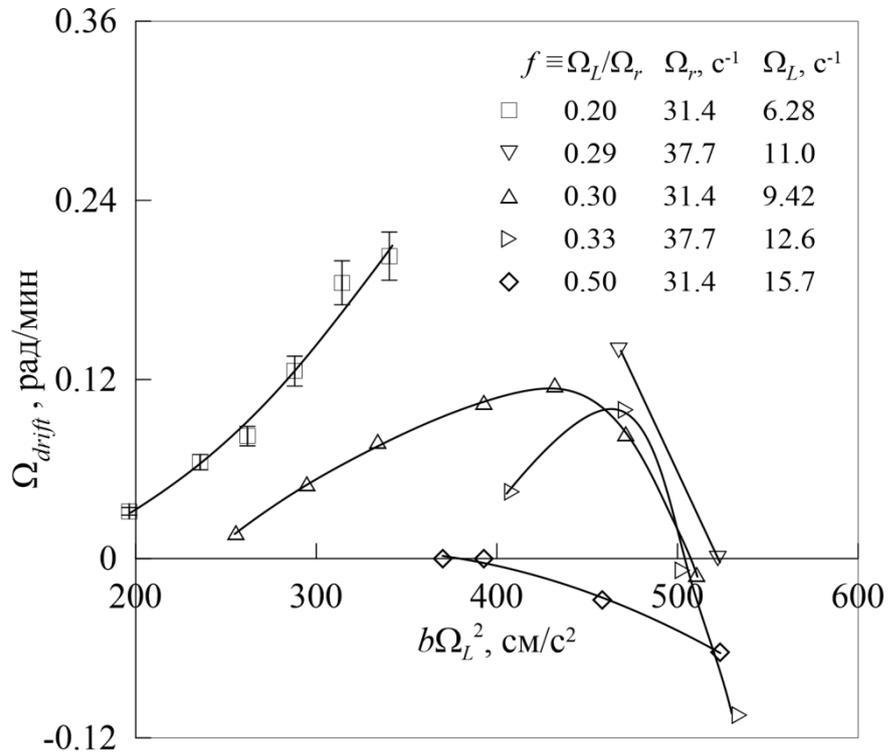


Рис. 3.19. Зависимость скорости дрейфа дюн Ω_{drift} от амплитуды тангенциальных колебаний цилиндра $b\Omega_L^2$: $d = 0.018$ см, $R = 7.2$ см, $\nu = 10$ сСт

На рис. 3.17 представлен случай, когда дрейф отсутствует. Данное явление может быть объяснено следующим образом: после перехода во взвешенное состояние частицы сыпучей среды, переместившись вместе с потоком жидкости над слоем сыпучей среды, центробежной силой инерции прижимаются к тому же месту, с которого они оторвались.

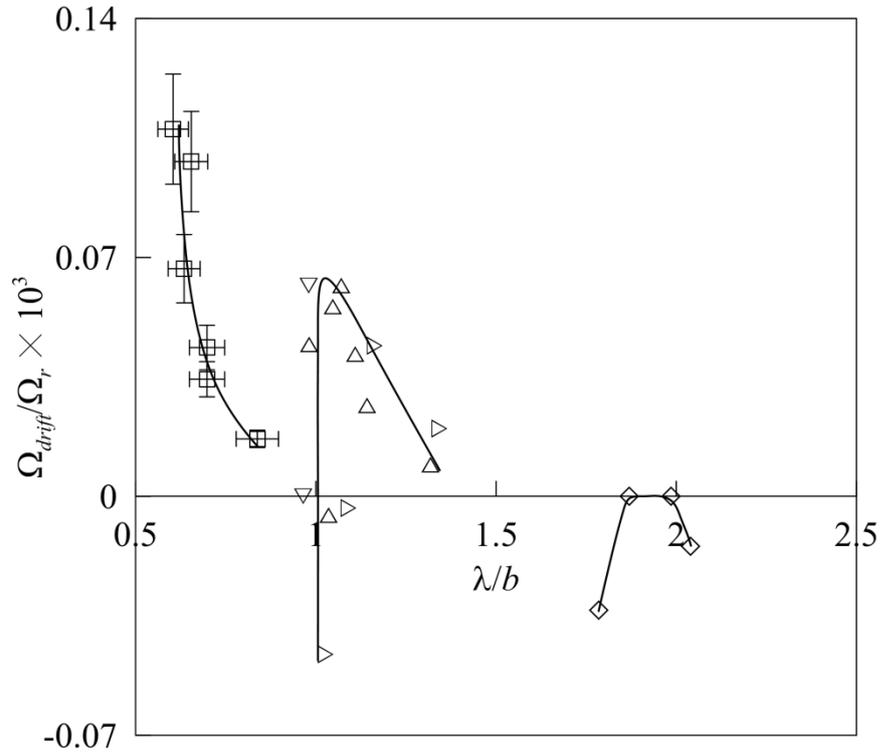


Рис. 3.20. Зависимость безразмерной скорости дрейфа дюн Ω_{drift}/Ω_r от безразмерного пространственного периода λ/b : $d = 0.018$ см, $R = 7.2$ см, $v = 10$ сСт. Символы соответствуют символам, приведенным на рис. 3.19

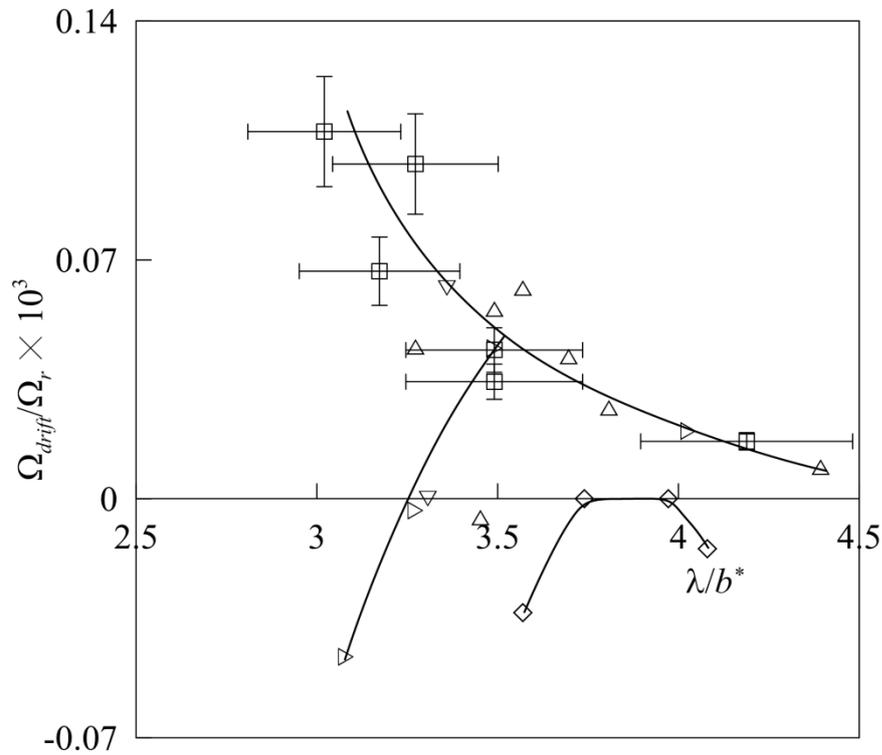


Рис. 3.21. Зависимость безразмерной скорости миграции дюн Ω_{drift}/Ω_r от отношения λ к расстоянию b^* : $d = 0.018$ см, $R = 7.2$ см, $v = 10$ сСт. Символы соответствуют символам, приведенным на рис. 3.19

Буквам на рис. 3.17 соответствуют фотографии (рис. 3.18), демонстрирующие объединение и перестройку дюн в процессе формирования квазистационарного рельефа.

Как было сказано выше, при больших значениях параметра $b\Omega_L^2$, то есть при интенсивных колебаниях жидкости, наблюдается обратный дрейф дюн (рис. 3.19). Анализ экспериментальных данных показал, что область существования прямого дрейфа (в направлении вращения полости) сужается с увеличением безразмерного параметра f . На рис. 3.19 показано, что при $f = 0.20$ наблюдается только прямой дрейф дюн, при $f = 0.50$ исключительно обратный дрейф. При промежуточных значениях f миграция дюн осуществляется в обоих направлениях. На рис. 3.20 представлена зависимость безразмерной скорости дрейфа дюн Ω_{drift}/Ω_r от безразмерного азимутального размера λ/b .

Экспериментальные данные, полученные в экспериментах с близкими значениями параметра f , но при разных значениях средней скорости вращения полости Ω_r и разных частотах либраций Ω_L качественно согласуются между собой (рис. 3.20). С увеличением либрационного параметра ε экспериментальные точки перемещаются в область больших λ/b , а область существования прямого дрейфа дюн уменьшается.

На рис. 3.21 представлена зависимость безразмерной скорости дрейфа дюн Ω_{drift}/Ω_r от безразмерного пространственного периода структур λ/b^* , где $b^* = b\Omega_L/\Omega_r$ — это расстояние, на которое смещается жидкость за один полный оборот полости. Стоит отметить, что параметр b^* определяет азимутальный размер дюн в пределе интенсивных колебаний полости. Экспериментальные данные, полученные в экспериментах с различными значениями f , качественно согласуются между собой в области, где скорость дрейфа структур увеличивается с уменьшением безразмерного периода λ/b^* (рис. 3.21).

3.5. Анализ результатов

Проанализируем результаты измерения азимутального размера λ_ϕ холмов, возникающих на поверхности сыпучей среды в равномерно (глава 2) и неравномерно (глава 3) вращающемся горизонтальном цилиндре. В предыдущем параграфе обсуждение данных об азимутальном размере холмов в либрирующем цилиндре проводилось в соответствии с подходом, изложенном в статье [97], согласно которому экспериментальные данные представляются на плоскости безразмерных параметров b/R_s , λ/b^* или, что то же самое, ϕ_0 , λ_ϕ/ε .

В недавней экспериментальной работе [129] обобщение результатов о размерах холмов в горизонтальном либрирующем цилиндре в широком диапазоне безразмерной частоты либраций $0.1 < f < 3$ проводится в предположении, что λ_ϕ определяется исключительно амплитудой колебаний жидкости ϕ_0 . Показано, что в экспериментах с толстыми слоями сыпучей среды, когда $\lambda < h_0$, азимутальный размер холмов изменяется по закону $\lambda_\phi/\phi_0 = 0.75 \phi_0^{-1/2}$ (сплошная линия на рис. 3.22). Напротив, когда слой сыпучей среды тонкий, азимутальный размер холмов мало чувствителен к амплитуде колебаний и определяется главным образом величиной h_0 (пунктирная линия на рис. 3.22).

Сравнение результатов при $\phi_0 < 1$, полученных в главе 3 диссертационного исследования, с данными [129] показывает хорошее согласие между ними – в указанной области значений $\lambda_\phi = 0.75 \phi_0^{1/2}$ и не зависит от частоты колебаний жидкости. Этот результат качественно согласуется с данными о размерах холмов на межфазной границе, когда жидкость совершает поступательные или вращательные колебания в отсутствие вращения [29, 124]. Новым результатом является наличие зависимости безразмерной азимутальной длиной холмов λ_ϕ/ϕ_0 от угловой амплитуды ϕ_0 при вращении полости, в то время как в отсутствие вращения $\lambda_\phi/\phi_0 = \text{const}$.

В области больших амплитуд колебаний жидкости $\phi_0 > 1$ в экспериментах с тонкими слоями сыпучей среды ($h_0 < \lambda$) увеличение углового размера холмов с

повышением φ_0 замедляется, так что $\lambda_\varphi/\varphi_0 \sim \varphi_0^{-1}$, то есть $\lambda_\varphi = \text{const.}$ Предположительно рост холмов в таких условиях ограничен количеством сыпучей среды.

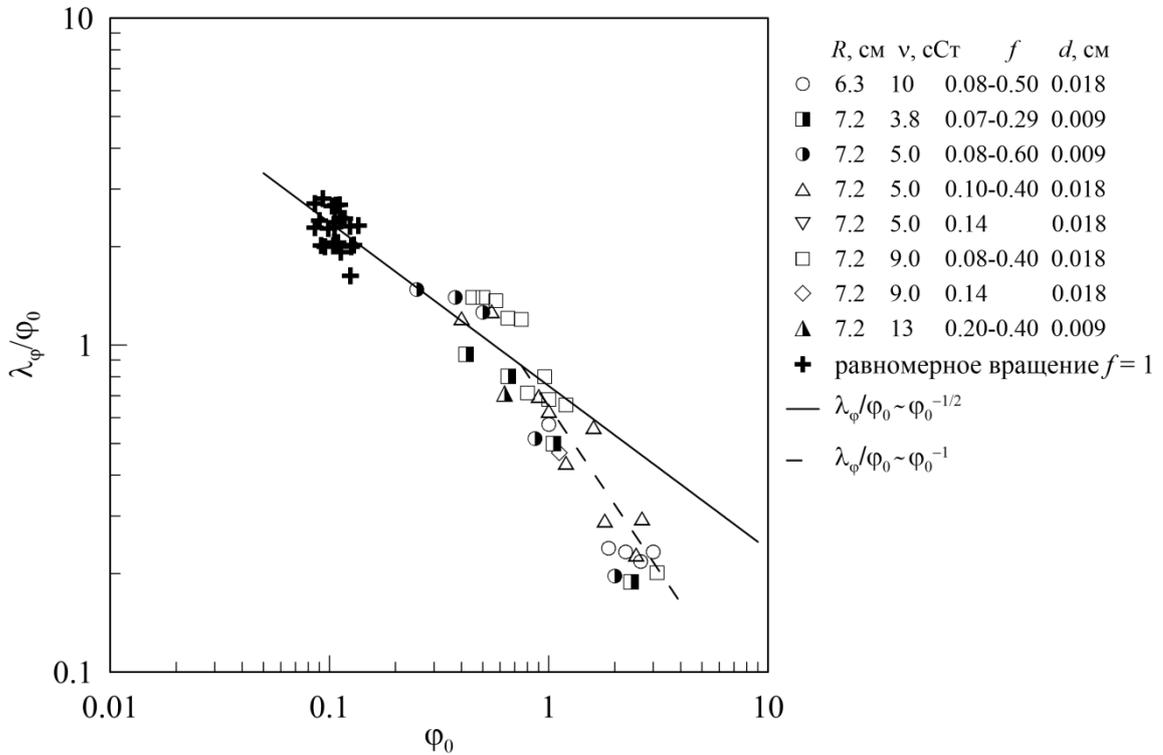


Рис. 3.22. Безразмерная азимутальная длина холмов $\lambda_\varphi/\varphi_0$ в зависимости от угловой амплитуды колебаний жидкости вблизи поверхности сыпучей среды φ_0 . Сплошная линия — экспериментальные данные [129]

Важно отметить, что экспериментальные результаты измерения азимутального размера холмов, возникающих в равномерно вращающемся цилиндре под действием силы тяжести (черные точки на рис. 3.22), хорошо согласуются с данными, полученными в неравномерно вращающемся цилиндре. Согласие экспериментальных данных свидетельствует об едином механизме формирования рельефа в равномерно и неравномерно вращающихся цилиндрах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итоги выполненного исследования. В диссертационной работе проведено систематическое экспериментальное исследование динамики многофазной системы газ - жидкость - тяжелая сыпучая среда в равномерно и неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндре. Исследование проведено в широком диапазоне изменения скорости вращения и частоты модуляции скорости при варьировании геометрических размеров полости и относительного объема фаз, характеристик жидкости и сыпучей среды. Результаты исследований обобщены в пространстве управляющих безразмерных параметров.

1. Изучена динамика жидкости и устойчивость границы раздела жидкости и сыпучей среды в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре, содержащем трехфазную систему жидкость - сыпучая среда - газ, в зависимости от скорости вращения, относительных объемов и свойств жидкости и сыпучей среды.

- Показано, что при понижении скорости вращения на свободной поверхности центрифугированного слоя жидкости пороговым образом развиваются бегущие азимутальные волны с различными волновыми числами, которые возбуждают вблизи поверхности сыпучей среды колебания жидкости, а также генерируют в жидкости осредненное азимутальное течение;
- обнаружено, что под действием азимутальных колебаний жидкости на поверхности сыпучей среды возникает квазистационарный рельеф в виде холмов, вытянутых вдоль оси вращения;
- впервые изучена пространственно - временная эволюция рельефа, а также пространственный период и форма рельефа; результаты исследования обобщены на плоскости управляющих безразмерных параметров.

2. Впервые изучена динамика сыпучей среды в неравномерно вращающемся (либрирующем) горизонтальном цилиндре, заполненном жидкостью и сыпучей средой, в зависимости от свойств жидкости и относительной длины цилиндра,

размера частиц и относительного объема сыпучей среды, скорости вращения, амплитуды и частоты модуляции скорости.

- Обнаружено, что под действием либраций на поверхности сыпучей среды образуется квазистационарный рельеф в виде холмов, вытянутых вдоль оси вращения;
- показано, что формирование рельефа начинается при достижении критического значения числа Шильдса, при расчете которого роль прижимной силы играет центробежная сила инерции;
- изучено влияние на сыпучую среду распространяющихся в жидкости инерционных волн, генерируемых в углах полости под действием либраций; показано, что в относительно длинных полостях инерционные волны генерируют осевую периодичность вытянутых вдоль оси вращения двумерных холмов;
- установлено, как азимутальный пространственный период регулярного рельефа зависит от толщины слоя сыпучей среды. В экспериментах, когда азимутальный размер холмов меньше толщины слоя сыпучей среды, пространственный период определяется только амплитудой колебаний жидкости, что качественно согласуется с данными о пространственном периоде песчаного рельефа в природных условиях и лабораторных экспериментах, в которых жидкость совершает тангенциальные колебания вблизи поверхности сыпучей среды. В «тонких» слоях сыпучей среды азимутальный размер холмов определяется толщиной сыпучей подложки;
- найдена зависимость безразмерного азимутального размера холмов от амплитуды колебаний, обобщающая результаты экспериментов при равномерном и модулированном вращении цилиндра. Показано, что найденная зависимость качественно отличается от известных результатов в случае тангенциальных колебаний жидкости вблизи поверхности неподвижной сыпучей среды.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы.

Экспериментальные исследования, направленные на изучение фундаментальных процессов на границе между жидкостью и песчаной подложкой, способствуют развитию теории гидромеханики многофазных систем и гидромеханики вращающихся систем. Управление перемещением песка является актуальной научной и технической задачей в неглубоких акваториях (прибрежных морских зонах, водохранилищах), где волновые процессы в воде приводят к перемещению песчаной подложки и изменению морфологии дна, что может отразиться на созданной человеком инфраструктуре.

Особый интерес представляет дальнейшее теоретическое и экспериментальное исследование влияния инерционных волн на структурообразование в либрирующих полостях различной геометрии, а также нахождение параметров управляющих миграцией пространственного рельефа. Варьирование формы, состава и материала сыпучих сред также может привести к новым интригующим результатам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ламб Г. Гидродинамика //М.-Л.: Гос. изд. технико-теоретической литературы. – 1947.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа-7-е изд. перераб //М.: Гл. ред. физ.-мат. литературы изд-ва Наука. – 1973.
3. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости //М.: Наука. – 1972.
4. Ivanova A. A., Kozlov V. G. Sand-fluid interface under vibration //Fluid dynamics. – 2002. – Т. 37. – №. 2. – С. 277-293.
5. Ivanova A.A., Kozlov V.G., Polezhaev D.A. Vibrational dynamics of a centrifuged fluid layer //Fluid Dynamics. – 2005. – Т. 40. – №2. – С. 297-304.
6. Seiden G., Thomas P. J. Complexity, segregation, and pattern formation in rotating-drum flows //Reviews of Modern Physics. – 2011. – Т. 83. – №. 4. – С. 1323.
7. Phillips O. M. Centrifugal waves //Journal of Fluid Mechanics. – 1960. – Т. 7. – №. 3. – С. 340-352.
8. Batchelor C. K., Batchelor G. K. An introduction to fluid dynamics //Cambridge university press. – 2000.
9. Nielsen P. Dynamics and geometry of wave- generated ripples //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 1981. – Т. 86. – №. C7. – С. 6467-6472.
10. Van Puyvelde D. R., Young, B. R., Wilson, M. A., Schmidt, S. J. Experimental determination of transverse mixing kinetics in a rolling drum by image analysis //Powder Technology. – 1999. – Т. 106. – №. 3. – С. 183-191.
11. Khakhar D. V., Orpe A. V., Hajra S. K. Segregation of granular materials in rotating cylinders //Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2003. – Т. 318. – №. 1-2. – С. 129-136.
12. Jain N., Ottino J. M., Lueptow R. M. Combined size and density segregation and mixing in noncircular tumblers //Physical Review E. – 2005. – Т. 71. – №. 5. – С. 051301.

13. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика //М: Наука. – 1986.
14. Галицейский Б. М., Рыжов Ю. А., Якуш Е. В. Тепловые и гидродинамические процессы в колеблющихся потоках //М.: Машиностроение. – 1977. – Т. 5.
15. Mizev A. Influence of an adsorption layer on the structure and stability of surface tension driven flows //Physics of Fluids. – 2005. – Т. 17. – №. 12. – С. 122107.
16. Schwabe D., Mizev A.I., Udhayasankar M., Tanaka S. Formation of dynamic particle accumulation structures in oscillatory thermocapillary flow in liquid bridges //Physics of Fluids. – 2007. – Т. 19. – №. 7. – С. 072102.
17. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя (3-е издание) //М.: Наука. – 1974.
18. Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А. Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях //Физматлит. – 2003.
19. Schwabe D. Standing waves of oscillatory thermocapillary convection in floating zones under microgravity observed in the experiment maus G141 //Advances in Space Research. – 2002. – Т. 29. – №. 4. – С. 651-660.
20. Faraday M. On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces //Abstracts of the Papers Printed in the Philosophical Transactions of the Royal Society of London. – London : The Royal Society, 1837. – №. 3. – С. 49-51.
21. Filatov S. V., Parfenyev V. M., Vergeles S. S., Brazhnikov M. Y., Levchenko A. A., Lebedev V. V. Nonlinear generation of vorticity by surface waves //Physical Review Letters. – 2016. – Т. 116. – №. 5. – С. 054501.
22. Punzmann H., Francois N., Xia H., Falkovich G. Generation and reversal of surface flows by propagating waves //Nature Physics. – 2014. – Т. 10. – №. 9. – С. 658-663.
23. Wolf G. H. The dynamic stabilization of the Rayleigh-Taylor instability and the corresponding dynamic equilibrium //Zeitschrift für Physik A Hadrons and nuclei. – 1969. – Т. 227. – №. 3. – С. 291-300.

24. Rayleigh L. Scientific Papers II, 200 //Cambridge, England. – 1900.
25. Taylor G. I. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. I //Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. – 1950. – Т. 201. – №. 1065. – С. 192-196.
26. Bezdenezhnykh N. A. et al. The influence of high frequency tangential vibrations on the stability of the fluid interfaces in microgravity //Microgravity Fluid Mechanics. – Springer, Berlin, Heidelberg, 1992. – С. 137-144.
27. Lyubimov D. V., Cherepanov A. A. Development of a steady relief at the interface of fluids in a vibrational field //Fluid Dynamics. – 1986. – Т. 21. – №. 6. – С. 849-854.
28. Ivanova A. A., Kozlov V. G., Evesque P. Interface dynamics of immiscible fluids under horizontal vibration //Fluid Dynamics. – 2001. – Т. 36. – №. 3. – С. 362-368.
29. Kozlov V. G. Experimental investigation of vibrational convection in pseudoliquid layer // Hydrodynamics and Heat Transfer in Microgravity. – 1991. – С. 57-61.
30. Калиниченко В. А., Чашечкин Ю. Д. Структуризация взвешенных донных осадков в периодических течениях над вихревыми рифелями //Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2014. – №. 2. – С. 95-106.
31. Revuzhenko A. F. Mechanics of granular media //Springer Science & Business Media. – 2007.
32. Greenspan H. P. et al. The theory of rotating fluids //CUP Archive. – 1968.
33. Dyakova V., Kozlov V., Polezhaev D. Pattern formation inside a rotating cylinder partially filled with liquid and granular medium //Shock and vibration. – 2014. – Т. 2014.
34. Dyakova V., Polezhaev D. Oscillatory and steady flows in the annular fluid layer inside a rotating cylinder //Shock and Vibration. – 2016. – Т. 2016.
35. Иванова А. А., Козлов В. Г., Чиграков А. В. Динамика жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре //Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2004. – №. 4. – С. 98-98.

36. Дьякова В. В., Полежаев Д. А. Волновые процессы в системе сыпучая среда жидкость газ во вращающемся горизонтальном цилиндре //Конвективные течения. – 2013. – №. 6. – С. 155-167.
37. Messio L. et al. Experimental observation using particle image velocimetry of inertial waves in a rotating fluid //Experiments in Fluids. – 2008. – Т. 44. – №4. – С. 519-528.
38. Lagrange R. Meunier P., Nadal F., Eloy C. Precessional instability of a fluid cylinder //Journal of Fluid Mechanics. – 2011. – Т. 666. – С. 104-145.
39. Koch S. et al. Inertial waves in a spherical shell induced by librations of the inner sphere: experimental and numerical results //Fluid Dynamics Research. – 2013. – Т. 45. – №3. – С. 035504.
40. Lopez J.M., Marques F. Rapidly rotating cylinder flow with an oscillating sidewall //Physical Review E. – 2014. – Т. 89. – №1. – С. 013013.
41. Kozlov V., Polezhaev D. Flow patterns in a rotating horizontal cylinder partially filled with liquid //Physical Review E. – 2015. – Т. 92. – №. 1. – С. 013016.
42. Maas L.R.M., Lam F.P.A. Geometric focusing of internal waves //Journal of Fluid Mechanics. – 1995. – Т. 300. – С. 1-41.
43. Boote O. A. M., Thomas P. J. Effects of granular additives on transition boundaries between flow states of rimming flows //Physics of Fluids. – 1999. – Т. 11. – №. 8. – С. 2020-2029.
44. Jaeger H. M., Nagel S. R., Behringer R. P. Granular solids, liquids, and gases //Reviews of modern physics. – 1996. – Т. 68. – №. 4. – С. 1259.
45. Chaudhuri B., Muzzio F. J., Tomassone M. S. Modeling of heat transfer in granular flow in rotating vessels //Chemical Engineering Science. – 2006. – Т. 61. – №. 19. – С. 6348-6360.
46. Kwapinska M., Saage G., Tsotsas E. Continuous versus discrete modelling of heat transfer to agitated beds //Powder technology. – 2008. – Т. 181. – №. 3. – С. 331-342.

47. Lehmberg J., Hehl M., Schügerl K. Transverse mixing and heat transfer in horizontal rotary drum reactors //Powder Technology. – 1977. – T. 18. – №. 2. – C. 149-163.
48. Perry H.R., Chilton C.H. Chemical Engineers' Handbook //McGraw-Hill. – New York, 2003. – Vol. 6. – C. 11–46.
49. Lybaert P. Wall-particles heat transfer in rotating heat exchangers //International journal of heat and mass transfer. – 1987. – T. 30. – №. 8. – C. 1663-1672.
50. Cantelaube F., Bideau D. Radial segregation in a 2D drum: an experimental analysis //EPL (Europhysics Letters). – 1995. – T. 30. – №. 3. – C. 133.
51. Khakhar D. V., Orpe A. V., Ottino J. M. Continuum model of mixing and size segregation in a rotating cylinder: concentration-flow coupling and streak formation //Powder Technology. – 2001. – T. 116. – №. 2-3. – C. 232-245.
52. Khakhar D. V., McCarthy J. J., Ottino J. M. Radial segregation of granular mixtures in rotating cylinders //Physics of Fluids. – 1997. – T. 9. – №. 12. – C. 3600-3614.
53. Dury C. M., Ristow G. H. Radial segregation in a two-dimensional rotating drum //Journal de Physique I. – 1997. – T. 7. – №. 5. – C. 737-745.
54. Alexander A., Shinbrot T., Muzzio F. J. Scaling surface velocities in rotating cylinders as a function of vessel radius, rotation rate, and particle size //Powder Technology. – 2002. – T. 126. – №. 2. – C. 174-190.
55. Chen P. et al. Inversion of band patterns in spherical tumblers //Physical review letters. – 2009. – T. 102. – №. 14. – C. 148001.
56. Hill K. M., Caprihan A., Kakalios J. Axial segregation of granular media rotated in a drum mixer: Pattern evolution //Physical Review E. – 1997. – T. 56. – №. 4. – C. 4386.
57. Chicharro R., Peralta-Fabi R., Velasco R. M. Powders and Grains 97 //AA Balkema. – 1997. – C. 479.
58. Ciamarra M. P., Coniglio A., Nicodemi M. Shear instabilities in granular mixtures //Physical review letters. – 2005. – T. 94. – №. 18. – C. 188001.

59. Jain N., Ottino J. M., Lueptow R. M. Effect of interstitial fluid on a granular flowing layer //Journal of fluid mechanics. – 2004. – T. 508. – C. 23.
60. Jain N., Khakhar D. V., Lueptow R. M., Ottino J. M. Self-organization in granular slurries //Physical review letters. – 2001. – T. 86. – №. 17. – C. 3771.
61. Todd B. J., Shaw J., Li M. Z., Kostylev V. E., Wu Y. Distribution of subtidal sedimentary bedforms in a macrotidal setting: The Bay of Fundy, Atlantic Canada //Continental Shelf Research. – 2014. – T. 83. – C. 64-85.
62. Doré A. et al. Observation and numerical modeling of tidal dune dynamics //Ocean Dynamics. – 2018. – T. 68. – №. 4-5. – C. 589-602.
63. Blondeaux P., Vittori G. A model to predict the migration of sand waves in shallow tidal seas //Continental Shelf Research. – 2016. – T. 112. – C. 31-45.
64. Faraci C., Foti E. Geometry, migration and evolution of small-scale bedforms generated by regular and irregular waves //Coastal Engineering. – 2002. – T. 47. – №. 1. – C. 35-52.
65. Betat A. et al. Long-time behavior of sand ripples induced by water shear flow //The European Physical Journal E. – 2002. – T. 8. – №. 1. – C. 465-476.
66. Buffington J. M. The legend of AF Shields //Journal of Hydraulic Engineering. – 1999. – T. 125. – №. 4. – C. 376-387.
67. Ouriemi M. et al. Determination of the critical Shields number for particle erosion in laminar flow //Physics of Fluids. – 2007. – T. 19. – №. 6. – C. 061706.
68. Rousseaux G. et al. Oscillation-induced sand ripples in a circular geometry //Physical Review E. – 2008. – T. 78. – №. 1. – C. 016302.
69. Wiberg P. L., Harris C. K. Ripple geometry in wave-dominated environments //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 1994. – T. 99. – №. C1. – C. 775-789.
70. Blondeaux P., Foti E., Vittori G. Migrating sea ripples //European Journal of Mechanics-B/Fluids. – 2000. – T. 19. – №. 2. – C. 285-301.
71. Stegner A., Wesfreid J. E. Dynamical evolution of sand ripples under water //Physical review E. – 1999. – T. 60. – №. 4. – C. R3487.

72. Scherer M. A., Melo F., Marder M. Sand ripples in an oscillating annular sand–water cell //Physics of Fluids. – 1999. – T. 11. – №. 1. – C. 58-67.

73. Dumas S., Arnott R. W. C., Southard J. B. Experiments on oscillatory-flow and combined-flow bed forms: implications for interpreting parts of the shallow-marine sedimentary record //Journal of Sedimentary research. – 2005. – T. 75. – №. 3. – C. 501-513.

74. Pedocchi F., García M. H. Ripple morphology under oscillatory flow: 2. Experiments //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 2009. – T. 114. – №. C12.

75. Thorne P. D., Williams J. J., Davies A. G. Suspended sediments under waves measured in a large- scale flume facility //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 2002. – T. 107. – №. C8. – C. 4-1-4-16.

76. Yao P. et al. Experiment inspired numerical modeling of sediment concentration over sand–silt mixtures //Coastal Engineering. – 2015. – T. 105. – C. 75-89.

77. Petrotta C. et al. Experimental investigation on sea ripple evolution over sloping beaches //Ocean Dynamics. – 2018. – T. 68. – №. 9. – C. 1221-1237.

78. Calantoni J., Landry B. J., Penko A. M. Laboratory observations of sand ripple evolution using bimodal grain size distributions under asymmetric oscillatory flows //Journal of Coastal Research. – 2013. – №. 65. – C. 1497-1502.

79. Nelson T. R., Voulgaris G., Traykovski P. Predicting wave- induced ripple equilibrium geometry //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 2013. – T. 118. – №. 6. – C. 3202-3220.

80. Grasmeijer B. T., Kleinhans M. G. Observed and predicted bed forms and their effect on suspended sand concentrations //Coastal Engineering. – 2004. – T. 51. – №. 5-6. – C. 351-371.

81. Faraci C., Foti E. Geometry, migration and evolution of small-scale bedforms generated by regular and irregular waves //Coastal Engineering. – 2002. – T. 47. – №. 1. – C. 35-52.

82. Salnikova A., Kozlov N., Ivanova A., Stambouli M. Dynamics of rotating two-phase system under transversal vibration //Microgravity Science and Technology. – 2009. – T. 21. – №. 1-2. – C. 83-87.
83. Van Hoolst T., Baland R. M., Trinh A. The diurnal libration and interior structure of Enceladus //Icarus. – 2016. – T. 277. – C. 311-318.
84. Margot J. L. et al. Large longitude libration of Mercury reveals a molten core //Science. – 2007. – T. 316. – №. 5825. – C. 710-714.
85. Lorenz R.D. et al. Titan's rotation reveals an internal ocean and changing zonal winds //Science. – 2008. – T. 319. – №. 5870. – C. 1649-1651.
86. Le Bars M., Cébron D., Le Gal P. Flows driven by libration, precession, and tides //Annual Review of Fluid Mechanics. – 2015. – T. 47. – C. 163-193.
87. Subbotin S., Dyakova V. Inertial waves and steady flows in a liquid filled librating cylinder //Microgravity Science and Technology. – 2018. – T. 30. – №. 4. – C. 383-392.
88. Brouzet C., Sibgatullin I. N., Scolan H., Ermanyuk E. V., Dauxois T. Internal wave attractors examined using laboratory experiments and 3D numerical simulations //Journal of Fluid Mechanics. – 2016. – T. 793. – C. 109-131.
89. Noir J. et al. Experimental study of libration-driven zonal flows in a straight cylinder //Physics of the Earth and Planetary Interiors. 2010. Vol. 182. No. 1. P. 98-106.
90. Busse F. H. Mean zonal flows generated by librations of a rotating spherical cavity //J. Fluid Mechanics. 2010. Vol. 650. P. 505-512.
91. Busse F. H. Zonal flow induced by longitudinal librations of a rotating cylindrical cavity //Physica D: Nonlinear Phenomena. – 2011. – T. 240. – №. 2. – C. 208-211.
92. Sauret A., Cébron D., Morize C., Le Bars M. Experimental and numerical study of mean zonal flows generated by librations of a rotating spherical cavity //J. Fluid Mechanics. 2010. Vol. 662. P. 260-268.
93. Sibgatullin I. N., Ermanyuk E. V. Internal and inertial wave attractors: a review //Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2019. – T. 60. – №. 2. – C. 284-302.

94. Kozlov V. G., Ivanova A. A., Vjatkin A. A., Sabirov R. R. Vibrational convection of heat-generating fluid in a rotating horizontal cylinder. The role of relative cavity length // *Acta Astronautica*. – 2015. – Т. 112. – С. 48-55.

95. Sauret A., Cébron D., Le Bars M., Le Dizès S. Fluid flows in a librating cylinder // *Physics of Fluids*. – 2012. – Т. 24. – №. 2. – С. 026603.

96. Noir J. et al. An experimental and numerical study of librationally driven flow in planetary cores and subsurface oceans // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2009. Vol. 173. No. 1. P. 141-152.

97. Dyakova V., Kozlov V., Polezhaev D. Oscillation-induced sand dunes in a liquid-filled rotating cylinder // *Physical Review E*. – 2016. – Т. 94. – №. 6. – С. 063109.

98. Дьякова В. В., Полежаев Д. А. Динамика сыпучей среды в либрирующем цилиндре // *Конвективные течения*. – 2015. – №. 7. – С. 226 – 236.

99. Дьякова В. В., Субботин С. В. Влияние инерционных волн на устойчивость границы раздела «жидкость - сыпучая среда» в либрирующем цилиндре // *Конвективные течения*. – 2017. – №. 8. – С. 66 – 79.

100. Власова К. А., Дьякова В. В., Полежаев Д. А. Экспериментальное изучение рельефа на поверхности сыпучей среды в неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндре с жидкостью // *Конвективные течения*. – 2019. – №. 9. – С. 139 – 151.

101. Dyakova V.V., Polezhaev D.A. Inertial waves and pattern formation inside a rotating cylinder // *Selected Papers of International Conference Fluxes and Structures in Fluids*. Russia. St. Petersburg. June 25–28 2013. – 2014. – P. 87 – 92.

102. Dyakova V.V., Polezhaev D.A. Dynamics of granular medium in a rotating horizontal cylinder partially filled with liquid // *Proc. Fluxes and Structures in Fluids*. Russia. St. Petersburg. June 25-28 2013. – 2013. – P. 90 – 92.

103. Dyakova V.V., Polezhaev D.A. Pattern formation inside a rapidly rotating horizontal cylinder partially filled with liquid and granular medium // *Proc. Advanced Problems in Mechanics Conference APM2014*. Russia. St. Petersburg. June 30-July 5 2014. – 2014. – P. 258-262 (CD).

104. Dyakova V.V., Polezhaev D.A. The oscillatory fluid motion inside a rapidly rotating cylinder under gravity // Proc. 5th International Scientific School of young scientists «Waves and Vortices in Complex media». Russia. Moscow. – 2014. – P. 35 – 37.

105. Дьякова В.В., Полежаев Д.А. Экспериментальное изучение колебательного и осредненного движения центрифугированного слоя жидкости во вращающемся цилиндре //XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – 2015. – С. 1254-1256.

106. Дьякова В.В., Полежаев Д.А., Субботин С.В. Влияние инерционных волн на динамику сыпучей среды во вращающейся полости с жидкостью //Материалы 7 Международной научной школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». Москва. 30 ноября – 02 декабря 2016. – 2016. – С. 69 – 71.

107. Дьякова В.В., Полежаев Д.А. Экспериментальное изучение динамики системы сыпучая среда – жидкость – газ в частично заполненном вращающемся цилиндре //XVIII Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Пермь. 18 – 22 февраля 2013 г. – 2013. – С. 119.

108. Дьякова В.В., Полежаев Д.А. Динамика границы раздела сыпучая среда – жидкость в частично заполненном вращающемся горизонтальном цилиндре // Пермские гидродинамические научные чтения. Тезисы докладов. Пермь. 28 – 30 ноября 2013 г. – 2013. – С. 16 (CD).

109. Дьякова В.В., Полежаев Д.А. Экспериментальное изучение динамики сыпучей среды в частично заполненном вращающемся горизонтальном цилиндре //Материалы международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность». Москва. 25 февраля – 4 марта 2014. – 2014. – С. 73.

110. Dyakova V.V., Polezhaev D.A. Temporal evolution of patterns of sand in a rapidly rotating cylinder partially filled with liquid //Abstracts of the Advanced Problems in Mechanics Conference APM 2014. Russia, St. Petersburg. June 30-July 5 2014. – 2014. – P. 51.

111. Дьякова В.В., Полежаев Д.А. Динамика сыпучей среды в частично заполненном жидкостью вращающемся цилиндре //Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения. Тезисы докладов. Бийск. 29 июня – 4 июля 2014 г. – 2014. – С. 37.

112. D. Polezhaev, V. Kozlov, V. Dyakova. Inertial waves and pattern formation inside a rotating cylinder partially filled with liquid //Abstr. SIAM Conference on nonlinear waves and coherent structures. UK. Cambridge. August 11 – 14 2014. – 2014. – P. 65.

113. Polezhaev D., Dyakova V., Kozlov V. Rimming flows and pattern formation inside rapidly rotating cylinder //Bulletin of the American Physical Society. – 2014. – Т. 59.

114. Дьякова В.В. Колебательное движение жидкости в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре в поле силы тяжести //Актуальные задачи механики сплошных сред. Тезисы докладов. Пермь. 18 – 19 ноября 2014 г. – 2014. – С. 21.

115. Дьякова В.В., Полежаев Д.А. Экспериментальное изучение динамики жидкости в частично заполненном быстро вращающемся горизонтальном цилиндре //XIX Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Пермь. 24 - 27 февраля 2015 г. – 2015. – С. 100

116. Дьякова В.В., Полежаев Д.А. Динамика сыпучей среды в неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндре //Материалы международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность». Москва. 14 – 21 февраля 2016 г. – 2016. – С. 66.

117. Dyakova V., Kozlov V., Polezhaev D. Ripple formation in a librating cylinder filled with fluid //Abstr. XXIV ICTAM. Canada. Montreal. August 21 – 26 2016. – 2016.

118. Дьякова В. В., Полежаев Д. А. Экспериментальное изучение возникновения рельефа на поверхности сыпучей среды в либрирующем горизонтальном цилиндре с жидкостью //Пермские гидродинамические научные чтения. – 2016. – С. 30-31.

119. Дьякова В.В., Полежаев Д.А. Устойчивость границы раздела между жидкостью и сыпучей средой в горизонтальном либрирующем цилиндре //Тез. докл. XXI Зимней школы по механике сплошных сред. Пермь. 18 – 22 февраля 2019 г. – 2019. – С. 105.
120. Stokes G. G. On the theories of internal friction of fluids in motion //Trans. Camb. Philos. Soc. – 1845. – Т. 8. – С. 287-305.
121. Ниборг В. Акустические течения //Физическая акустика.–М.: Мир. – 1969. – Т. 2. – С. 302-377.
122. Longuet-Higgins M. S. Mass transport in water waves // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1953. – Т. 245. – №. 903. – С. 535-581.
123. Calkins M. A. et al. Axisymmetric simulations of libration-driven fluid dynamics in a spherical shell geometry //Physics of Fluids. – 2010. – Т. 22. – №. 8. – С. 086602.
124. Nielsen P. Coastal bottom boundary layers and sediment transport //World scientific. – 1992. – Т. 4.
125. Von Kerczek C., Davis S. H. Linear stability theory of oscillatory Stokes layers //Journal of Fluid Mechanics. – 1974. – Т. 62. – №. 4. – С. 753-773.
126. Kozlov V. G. Stability of periodic motion of fluid in a planar channel //Fluid Dynamics. – 1979. – Т. 14. – №. 6. – С. 904-908.
127. Иванова А. А., Козлов В. Г. Граница раздела песок-жидкость при вибрационном воздействии //Изв. РАН. МЖГ. – 2002. – №. 2. – С. 120-138.
128. Bagnold R. A. The physics of blown sand and desert dunes //Courier Corporation. – 2012.
129. Polezhaev D. The Geometry of Sand Ripples in a Uniformly Rotating and Librating Horizontal Cylinder //Microgravity Science and Technology. – 2020. – С. 1-10.