

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Федеральный
исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук»
Институт энергетики и перспективных технологий

На правах рукописи



ФЕДОТОВА ДАРЬЯ ВИТАЛЬЕВНА

**АНАЛИЗ СМЕШАННЫХ ФОРМ ЦИКЛИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ СТАЛЕЙ,
АЛЮМИНИЕВОГО И ТИТАНОВОГО СПЛАВОВ НА ОСНОВЕ МКЭ,
КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ФРАКТОГРАФИИ И КОРРЕЛЯЦИИ ЦИФРОВЫХ
ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Специальность 1.1.8 – механика деформируемого твердого тела

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор

Шлянников Валерий Николаевич

КАЗАНЬ – 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ МЕХАНИКИ СМЕШАННЫХ ФОРМ РАЗРУШЕНИЯ.....	9
1.1. Конфигурация образцов и устройства для реализации различных комбинаций смешанных форм разрушения.....	9
1.2. Упруго-пластические модели состояния и развития трещин для сочетаний отрыва, сдвига и среза.....	11
1.3. Линейные и нелинейные критерии и параметры сопротивления росту трещин в экспериментальной и вычислительной механике разрушения.....	17
1.4. Возможности и перспективы количественной фрактографии и корреляции цифровых изображений в задачах анализа поверхностей разрушения.....	30
ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.....	35
ГЛАВА 2. МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ И ЦИФРОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ РОСТА ТРЕЩИН ПРИ СМЕШАННЫХ ФОРМАХ ОТРЫВА И СДВИГА.....	37
2.1. Исследуемые материалы, экспериментальное оборудование, средства измерений и программы испытаний.....	37
2.2. Метод эквивалентных трещин при описании криволинейной траектории разрушения в CTS-образце.....	41
2.3. Методика измерения полей перемещений в CTS-образце на основе корреляции цифровых изображений.....	44
2.4. Первичные экспериментальные данные развития трещин в сталях, алюминиевом и титановом сплавах.....	47
ГЛАВА 3. ПОЛЯ ПАРАМЕТРОВ НДС И КОЭФФИЦИЕНТЫ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ СМЕШАННЫХ ФОРМ РАЗРУШЕНИЯ ПО ЛИНЕЙНЫМ И НЕЛИНЕЙНЫМ ТЕОРИЯМ МЕХАНИКИ ТРЕЩИН.....	51
3.1. Модели упругого и пластического деформирования в вершине трещины по классической, градиентной и циклической теориям пластичности.....	51
3.2. Распределения напряжений и деформаций по экспериментальным траекториям роста трещин в CTS-образцах из сталей, алюминиевого и титанового сплавов по линейной и нелинейным моделям монотонного и циклического деформирования.....	74

3.3. Анализ распределений коэффициентов интенсивности напряжений и показателей сингулярности в вершине трещины по упругому решению, классической, градиентной и циклической теориям пластичности для нормального отрыва и смешанных форм разрушения.....	95
3.4. Сравнение распределения деформаций в вершине трещины по классической, градиентной и циклической теориям пластичности с измерениями по методу корреляции цифровых изображений.....	111
ГЛАВА 4. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ СТАЛЕЙ, АЛЮМИНИЕВОГО И ТИТАНОВОГО СПЛАВОВ ПРИ СМЕШАННЫХ ФОРМАХ РАЗРУШЕНИЯ.....	121
4.1. Интерпретация экспериментальных диаграмм усталостного разрушения исследованных материалов в терминах упругих и пластических КИН.....	121
4.2. Особенности циклического разрушения трещин начального чистого сдвига в CTS-образцах из исследованных материалов.....	129
4.3. Сравнительный анализ и закономерности изменения характеристик циклической трещиностойкости в нормализованных координатах для сталей, алюминиевого и титанового сплавов.....	131
4.4. Фрактографические особенности механизмов циклического разрушения и формирования усталостных бороздок в образцах из исследованных материалов по данным электронной сканирующей микроскопии.....	134
4.5. Сравнительный анализ результатов экспериментальных измерений, численных расчетов и морфологии поверхностей разрушения при нормальном отрыве и смешанных формах деформирования.....	143
ВЫВОДЫ.....	146
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	148
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	150

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и степень разработанности темы исследования

В настоящее время оценка влияния смешанных форм деформирования на характеристики сопротивления росту трещин имеет несистемный и противоречивый характер. Отчасти это связано с тем, что смешанные формы разрушения являются одной из наиболее сложных проблем механики деформирования и разрушения, которая объединяет постановку и разработку новых методов экспериментальных исследований, задачу определения локального НДС вдоль фронта криволинейной трещины, модель интерпретации и прогнозирования скорости развития трещин и остаточной долговечности.

Актуальной является задача разработки методов комплексного расчетно-экспериментального исследования механизмов и закономерностей развития трещин при смешанных формах циклического деформирования с использованием современных вычислительных комплексов, электронных и оптических цифровых систем для основных классов конструкционных материалов (стали, титановый и алюминиевый сплавы) с максимально широким диапазоном вариации общего диапазона упруго-пластических свойств.

Цель и задачи работы

Целью диссертационной работы является разработка расчетно-экспериментального метода исследования механизмов и особенностей развития трещин при смешанных формах циклического разрушения с учетом свойств конструкционных материалов различных классов на основе численных расчетов, количественной фрактографии и корреляции цифровых изображений.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать и обосновать методику и выполнить экспериментальные исследования роста трещин для сталей, алюминиевого и титанового сплавов в полном диапазоне смешанных форм деформирования и разрушения для плоской задачи с использованием бесконтактной цифровой оптической системы.

2. Выполнить численный анализ полей напряженно-деформированного состояния (НДС), упругих и упругопластических параметров сопротивления разрушению в полном

диапазоне смешанных форм разрушения по линейной теории механики трещин и нелинейным классической, градиентной и циклической теориям пластичности.

3. Разработать метод и представить интерпретацию экспериментальных результатов на основе численных расчетов параметров сопротивления разрушению для криволинейных траекторий развития трещин по линейно-упругой модели, классической (HRR решение) и циклической теориям пластичности (NKH решение).

4. Установить особенности и описать закономерности развития трещин при смешанных формах циклического разрушения с учетом упруго-пластических свойств сталей, титанового и алюминиевого сплавов.

5. Провести сравнительный анализ результатов, полученных методами конечных элементов, электронной микроскопии и корреляции цифровых изображений (DIC).

Научная новизна работы

Научная новизна работы состоит в:

- разработке и экспериментальном обосновании комплексного метода исследования механизмов и особенностей развития трещин при смешанных формах деформирования основных классов конструкционных металлических материалов;
- обобщении и описании совместного влияния смешанных форм деформирования и упруго-пластических свойств сталей, титанового и алюминиевого сплавов на характеристики циклической трещиностойкости посредством новой формы нормализации диаграмм усталостного разрушения;
- сравнительном анализе распределений коэффициентов интенсивности напряжений и показателя сингулярности в вершине трещины по упругому решению, классической, градиентной и циклической теориям пластичности для нормального отрыва и смешанных форм разрушения;
- установленных различиях поведения диаграмм усталостного разрушения в зависимости от моделей нелинейного деформирования в области вершины трещины для смешанных форм деформирования;
- в определении зон доминирующих механизмов разрушения по данным электронной сканирующей микроскопии, корреляции цифровых изображений, и трактовке фрактографических особенностей процессов циклического

разрушения сталей, алюминиевого и титанового сплавов при нормальном отрыве и смешанных формах деформирования.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость работы состоит в формулировке, обосновании и сопоставительном анализе новых нелинейных параметров сопротивления разрушению конструкционных материалов при смешанных формах разрушения на основе классической, градиентной и циклической теорий пластичности. Новизну экспериментального плана в работе составляет предложенная форма диаграмм усталостного разрушения в нормализованных координатах для оценки совместного влияния вида нагружения и упруго-пластических свойств основных классов конструкционных металлических материалов. Новизна методического плана состоит в разработке и реализации комплексного подхода исследования характеристик развития трещин на основе МКЭ, количественной фрактографии и корреляции цифровых изображений.

Практическая значимость работы состоит в обосновании возможности количественной оценки влияния вида смешанных форм деформирования и упруго-пластических свойств материалов на характеристики остаточной долговечности элементов конструкций с эксплуатационными дефектами сложной формы. Установленные карты фрактографии поверхностей разрушения могут быть использованы в порядке экспертных оценок при обосновании конструктивно-технологических решений безопасной эксплуатации элементов конструкций.

Методология и методы диссертационного исследования

Экспериментальные исследования выполнены на специализированных испытательных установках с применением высокоточных средств измерения. Численные исследования выполнялись на основе теории упругости, деформационной теории пластичности, метода конечных элементов, методов математического и компьютерного моделирования и программирования.

Основные положения, выносимые на защиту:

- Развитие трещин начального чистого сдвига приводит к повороту траектории и возникновению смешанных форм циклического

деформирования по преимущественно псевдо-нормальному отрыву с малой асимметрией контуров зон пластичности. Доминирование упруго-пластического состояния псевдо-нормального отрыва для криволинейных наклонных трещин доказано численными результатами МКЭ, прямыми фрактографическими измерениями шага усталостных бороздок на поверхностях разрушения образцов и последовательным картированием контуров зон пластичности при циклическом деформировании средствами корреляции цифровых изображений.

- Введение в конституционные уравнения поведения среды параметра масштаба структуры материала в соответствии с градиентной теорией пластичности приводит к кратному увеличению локальных напряжений по сравнению с классической моделью Хатчинсона-Розенгрена-Райса. Подобные различия обусловлены инверсией изменяющихся вкладов составляющих общей плотности дислокаций по мере удаления от вершины трещины. Показатель сингулярности численных упруго-пластических решений зависит от используемой теории пластичности и имеет различные значения для форм нормального отрыва и начального чистого сдвига.
- Существует диапазон относительных расстояний до вершины трещины, в котором численные результаты по МКЭ на основе классической и градиентной теориям пластичности совпадают с данными прямых измерений распределений пластических деформаций с использованием техники корреляции цифровых изображений. Границы подобных диапазонов зависят от форм циклического разрушения в сочетаниях нормального отрыва и поперечного сдвига.
- Диаграммы усталостного разрушения в новой форме нормализованных координат в терминах упругих и пластических коэффициентов интенсивности напряжений предоставляют обобщенную оценку совместного влияния смешанных форм деформирования и упруго-пластических свойств сталей, титанового и алюминиевого сплавов на характеристики циклической трещиностойкости.
- Для всех исследованных конструкционных металлических материалов имеет место стадийность процессов циклического развития трещин и

взаимосвязанная последовательность смены доминирующих механизмов разрушения. Шаг усталостных бороздок, измеренный по фрактограммам поверхностей разрушения образцов, при нагружении нормальным отрывом выше, чем при начальном чистом сдвиге и последующих формах смешанных форм циклического разрушения.

Степень достоверности результатов

Достоверность полученных результатов подтверждается установленными совпадениями частных численных и аналитических решений с решениями других авторов, а также результатами экспериментальных исследований, выполненных в рамках данной работы.

Апробация результатов

Результаты работы представлялись и обсуждались на:

- Итоговых научных конференциях ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, 2020 -2023 гг.;
- The IGF25 - 25th International Conference on Fracture and Structural Integrity, Catania, Italy, 12 - 14 June 2019;
- The 7th International Conference on Crack Paths, онлайн формат, 2021;
- The 6th IJFatigue and FFEMS Joint Workshop «Characterisation of Crack/Notch Tip Fields», Dubrovnik, Croatia, 11 - 13 April 2022;
- The ECF23 - 23rd European Conference on Fracture 2022, Funchal, Madeira, Portugal, 25 June - 01 July 2022
- XIII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Санкт-Петербург, 21 - 25 августа 2023 г.

Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации, состояло в анализе современного состояния исследований по теме работы; проведении экспериментальных исследований; выполнении комплекса численных расчетов в рамках линейной теории механики трещин, классической, градиентной и циклической теориям пластичности; интерпретации экспериментальных результатов; обобщении результатов, полученных методами конечных элементов, электронной микроскопии и корреляции цифровых изображений.

ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ МЕХАНИКИ СМЕШАННЫХ ФОРМ РАЗРУШЕНИЯ

Становление и развитие механики сопротивления деформированию и разрушению связано с именами отечественных и зарубежных ученых: В.И. Владимирова, Р.В. Гольдштейна, А.Я. Красовского, А.А. Лебедева, Н.А. Махутова, Н.Ф. Морозова, Н.И. Мухелишвили, В.В. Панасюка, Ю.Н. Работнова, Г.П. Черепанова, А.А. Шанявского, Д. Броека, М.Л. Вильямса, К. Миллера, Дж. Нотта, П. Париса, Дж. Райса, Дж. Си, Дж. Хатчинсона и др.

1.1. Конфигурация образцов и устройства для реализации различных комбинаций смешанных форм разрушения

Большинство элементов конструкций в современной авиации, энергетике, автомобилестроении и т.д. подвергаются эксплуатации в условиях сложного напряженного состояния при наличии различным образом ориентированных дефектов типа трещин. Соответственно, трещины могут подвергаться растяжению, продольному и поперечному сдвигу, что приводит к смешанным формам деформирования и разрушения. Спецификой смешанных форм деформирования является то, что направление и траектория роста трещины, как правило, заранее неизвестны. Наиболее изученными в теоретическом и экспериментальном плане являются случаи нормального отрыва (Mode I) и поперечного сдвига (Mode II).

Iida и Koboyashi [100], а чуть позже Roberts и Kibler [151] первыми исследовали рост усталостной трещины в алюминиевых сплавах при смешанных формах деформирования. В их ранних работах было обнаружено, что небольшого вклада формы разрушения II достаточно, чтобы показать увеличение скорости роста трещины на 10-20 %. Некоторые экспериментальные явления, происходящие в вершине трещин, при распространении в условиях начального чистого сдвига, как следует из литературных данных [103, 125], имеют неоднозначную трактовку. Так Melin [125] отметил, что попытки реализовать рост трещины в форме чистого сдвига в лабораторных условиях обычно терпят неудачу, потому что рост в форме нормального отрыва доминирует, и необходимо провести определенное экспериментальное исследование в реальных условиях нагружения чистым сдвигом.

Одним из основных методических вопросов в рамках испытаний конструкционных материалов на рост трещин в условиях смешанных форм деформирования является выбор типа и геометрии экспериментальных образцов. Геометрия образцов и схема их нагружения должны обеспечивать однородное напряженно-деформированное состояние в рабочей части, которая в свою очередь должна быть достаточной для измерений роста трещины.

Для реализации смешанных форм деформирования в диапазоне форм разрушения I/II в экспериментальной практике используются пластины с центральными наклонными трещинами при одноосном нагружении, крестовидные образцы при двухосном нагружении, «бразильский» диск с центральной трещиной [41, 156], ассиметричные образцы в испытаниях на трёх/четырёхточечный изгиб [71, 82, 83, 118, 187], полукруглые образцы в испытаниях на трёхточечный изгиб [43, 112] и круглый образец с односторонней трещиной [177]. Наиболее широкое применение для изучения процессов развития трещин в условиях смешанных форм деформирования получили CTS образцы (compact tension shear specimen) со специальной S-образной оснасткой [142, 149] и крестообразные образцы [127, 175]. Они подходят для данного типа исследований, поскольку позволяют воспроизводить полный диапазон смешанных форм деформирования от нормального отрыва до чистого сдвига.

В современной литературе, менее изученным остается вопрос развития трещин при комбинации смешанных форм разрушения I/III. Для их реализации используются пластины с наклонными трещинами по толщине образца [221], образец с наклонной трещиной под углом вне плоскости в испытаниях на трёхточечный изгиб [135], компактный образец на растяжение с наклонной трещиной по толщине образца [104, 109], традиционный образец СТ [61], круглый зубчатый стержень [55], образец с ассиметрично ориентированной трещиной в испытаниях на трёхточечный изгиб [113] и образец с односторонней трещиной при нагрузке на растяжение/разрыв [42], выполненные из различных материалов.

В некоторых случаях элементы конструкций подвергаются нагружению при комбинации поперечного и продольного сдвига (Mode II/III). В работах [86, 126, 152] представлены исследования, посвященные развитию трещин при смешанных формах разрушения II/III.

Проведение испытаний на разрушение при смешанных формах разрушения I/II/III требует более сложной геометрии образца и способов приложения нагрузки. В литературе представлено небольшое количество исследований в этом направлении механики разрушения [144, 146, 150, 223]. В работе [137] предложена новая геометрия экспериментальной оснастки для возможного исследования процессов развития усталостных трещин в условиях смешанных форм деформирования в диапазоне от нормального отрыва до поперечного и продольного сдвига (Mode I/II/III). Представленное устройство предполагает использование традиционных CTS образцов с односторонним надрезом.

На основании вышеизложенного обзора, основные критерии выбора экспериментального образца для исследования роста усталостных трещин при смешанных формах деформирования (Mode I/II) сформулированы следующим образом: образец должен иметь простую геометрию и условия нагружения, быть легким в изготовлении и подготовке к испытаниям. Полный диапазон смешанных форм деформирования от нормального отрыва до начального чистого сдвига должен реализовываться на образце одной конфигурации с использованием стандартных испытательных машин. Следуя этим критериям в настоящей работе в качестве объекта исследования был выбран CTS образец (compact tension shear specimen), который является одним из наиболее часто используемых образцов в проведении статических и циклических испытаниях металлических материалов в условиях смешанных форм деформирования и разрушения.

1.2. Уруго-пластические модели состояния и развития трещин для сочетаний отрыва, сдвига и среза

Модели упругопластического состояния в области вершины трещины являются фундаментальной основой, обеспечивающей развитие механики разрушения и ее разнообразные практические приложения. Для деформационно-упрочняющегося материала, у которого диаграмма деформирования при одноосном растяжении аппроксимируется степенной функцией:

$$\frac{\varepsilon}{E\sigma_{ys}} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_{ys}} \right)^n \quad (1.2.1)$$

распределение деформаций в пластической зоне у вершины трещины может быть получено по модели Махутова [11]. Махутов Н.А. ввел понятия коэффициентов концентрации интенсивности местных деформаций K_ε и напряжений K_σ , которые получены с использованием уравнения (1.2.1) и интерполяционных функций, зависящих от коэффициента концентрации напряжений в упругой области α_σ , величины интенсивности номинальных напряжений и показателя деформационного упрочнения n :

$$\varepsilon_p = K_\varepsilon \varepsilon_n, \quad K_\varepsilon = (\sigma_{el}) P_\varepsilon / \sigma_n \quad (1.2.2)$$

где P_ε , σ_n , ε_n , η определяются следующим образом:

$$P_\varepsilon = \left[2n - 0.5(n-1) \left(1 - \sigma_{yn} \sqrt{1 - \eta + \eta^2} \right) \right] / (n+1)$$

$$\sigma_n = \sigma_{yn} \sqrt{1 - \eta + \eta^2}, \quad \eta = \sigma_{xn} / \sigma_{yn}$$

$$\varepsilon_n = \frac{2}{3E} (1 + \nu) \sigma_{yn} \sqrt{1 - \eta + \eta^2}$$

Здесь ε_p и ε_n – интенсивность местных и номинальных упругопластических деформаций; σ_{el} и σ_n – интенсивность местных и номинальных упругих напряжений; σ_{xn} и σ_{yn} – номинальные напряжения в направлении осей X и Y; η – коэффициент двухосности номинальных напряжений; ν и E – коэффициент Пуассона и модуль Юнга; σ_{ys} – предел текучести материала. Используя известные формулы Eftis и Subramonian [66], основанные на разложении напряжений по собственным функциям Williams [213]:

$$\sigma_{ij} = T \delta_{ix} \delta_{jx} + K_i r^{-1/2} F_{ij}(\theta) + r^{-1} A_{ij}(\theta) + r^{-3/2} B_{ij}(\theta) \dots \quad (1.2.3)$$

для компонент упругих напряжений в области вершины наклонной трещины при двухосном нагружении компоненты тензора напряжений с учетом несингулярного члена T описываются следующими уравнениями:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} F_{x_1}(\theta) & F_{xy_1}(\theta) \\ F_{yx_1}(\theta) & F_{y_1}(\theta) \end{bmatrix} + \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} F_{x_2}(\theta) & F_{xy_2}(\theta) \\ F_{yx_2}(\theta) & F_{y_2}(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.2.4)$$

$$\text{где } K_1 = \frac{\bar{\sigma}_{yn} \sqrt{\pi a}}{2} F_{k1}, \quad K_2 = \frac{\bar{\sigma}_{yn} \sqrt{\pi a}}{2} F_{k2}, \quad T = \phi \bar{\sigma}_{yn}$$

a – полудлина трещины; r, θ – полярные координаты с центром в вершине трещины.

Выражение для интенсивности упругих напряжений при плоском напряженном состоянии:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\bar{\sigma}_{el}}{\bar{\sigma}_{yn}} \right)^2 &= \bar{\sigma}_{xx}^2 + \bar{\sigma}_{yy}^2 - \bar{\sigma}_{xx} \bar{\sigma}_{yy} + 3\bar{\sigma}_{xy}^2 = \\ &= \frac{1}{8} \left(\frac{a}{r} \right) \left[(F_{k1} F_{x1} - F_{k2} F_{x2})^2 + (F_{k1} F_{y1} + F_{k2} F_{y2})^2 + 3(F_{k1} F_{xy1} + F_{k2} F_{xy2})^2 - \right. \\ &\quad \left. - F_{k1}^2 F_{x1} F_{y1} + F_{k2}^2 F_{x2} F_{y2} - F_{k1} F_{x1} F_{k2} F_{y2} + F_{k2} F_{x2} F_{k1} F_{y1} \right] + \\ &\quad + \left(\frac{a}{r} \right)^{1/2} \left[2(F_{k1} F_{x1} - F_{k2} F_{x2}) - F_{k1} F_{y1} + F_{k2} F_{y2} \right] \frac{\phi}{2\sqrt{2}} + \phi^2 \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

$$\text{где } \bar{\sigma}_{el} = \sigma_{el} / \sigma_{ys}, \quad \bar{\sigma}_{yn} = \sigma_{yn} / \sigma_{ys}, \quad \bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx} / \sigma_{ys}, \quad \bar{\sigma}_{yy} = \sigma_{yy} / \sigma_{ys}, \quad \bar{\sigma}_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{ys}}$$

$$\begin{aligned} F_{k1} &= (1 + \eta) - (1 - \eta) \cos 2\alpha & F_{x1} &= \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ F_{k2} &= (1 - \eta) \sin 2\alpha & F_{x2} &= \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \varphi &= (1 - \eta) \cos 2\alpha & F_{xy1} &= \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ F_{y2} &= \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} & F_{xy2} &= \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ F_{y1} &= \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{aligned}$$

Если в формуле, являющейся следствием (1.2.2):

$$\varepsilon_p = \frac{2(1+\nu)}{E} (\sigma_{el})^{\left[\frac{2n-0.5(n-1)(1-\sigma_{yn}\sqrt{1-\eta+\eta^2})}{(1+n)} \right]} \quad (1.2.6)$$

заменить σ_{yn} на $\bar{\sigma}_{yn}$ и подставить в нее уравнение (1.2.5), то можно рассчитать распределения безразмерных упругопластических деформаций ε_p для различных вариантов смешанных форм в зависимости от угла ориентации трещины α , коэффициента двухосности напряжений η , уровня номинальных напряжений $\bar{\sigma}_{yn}$ и показателя деформационного упрочнения n . Уравнение (1.2.6) позволяет также определить упругопластическую границу в области вершины трещины. Для этого подставив (1.2.5) в (1.2.6) получается квадратное уравнение относительно r_p/a , которое дает возможность определить форму и размер зоны пластической деформации, как это сделано в работе Шканова и др. [27]:

$$\frac{1}{8} \left(\frac{a}{r_p} \right) F_1 + \left(\frac{a}{r_p} \right)^{1/2} \frac{F_2 \varphi}{2\sqrt{2}} + \left[\varphi^2 - \frac{1}{\bar{\sigma}_{yn}^2} \left(\frac{3\varepsilon_p^2}{2+2\nu} \right)^{P_6} \right] = 0 \quad (1.2.7)$$

где $F_1 = P_1^2 + P_2^2 + 3P_3^2 - P_4 + P_5 - P_6 + P_7$, $F_2 = 2P_8 - P_9 + P_{10}$

$$\begin{aligned} P_1 &= F_{k1} F_{x1} - F_{k2} F_{x2} & P_4 &= F_{k1}^2 F_{x1} F_{y1} & P_7 &= F_{k2} F_{x2} F_{k1} F_{y1} & P_{10} &= F_{k2} F_{y2} \\ P_2 &= F_{k1} F_{y1} + F_{k2} F_{y2} & P_5 &= F_{k2}^2 F_{x2} F_{y2} & P_8 &= F_{k1} F_{x1} - F_{k2} F_{x2} \\ P_3 &= F_{k1} F_{xy1} + F_{k2} F_{xy2} & P_6 &= F_{k1} F_{x1} F_{k2} F_{y2} & P_9 &= F_{k1} F_{y1} \end{aligned}$$

Важной характеристикой напряженного состояния в области вершины трещины является соотношение главных напряжений $\lambda = \sigma_2/\sigma_1$, которое необходимо для последующих расчетов. Оно определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{1,2} &= \frac{\bar{\sigma}_{xx} + \bar{\sigma}_{yy}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\bar{\sigma}_{xx} - \bar{\sigma}_{yy})^2 + 4\bar{\sigma}_{xy}^2} = \\ &= \frac{\bar{\sigma}_{yn}}{2} \left\{ \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{a}{r_p} \right)^* \left[F_{k1} (F_{x1}^* + F_{y1}^*) + F_{k2} (F_{y2}^* - F_{x2}^*) \right] + \varphi \right\} \\ &\pm \left\{ \left\{ \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{a}{r_p} \right)^* \left[F_{k1} (F_{x1}^* - F_{y1}^*) - F_{k2} (F_{x2}^* + F_{y2}^*) \right] + \varphi \right\}^2 + \right. \\ &\left. + \left\{ \frac{1}{2\sqrt{2}} (F_{k1} F_{xy1}^* + F_{k2} F_{xy2}^*) \right\}^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (1.2.8)$$

В формуле (1.2.8) символ $()^*$ означает, что все тригонометрические функции рассчитаны при значении $\theta = \theta^*$, определяющем направление роста трещины на контуре упруго-пластической границы (a/r_p) . Величина $(a/r_p)^*$ задается уравнением (1.2.7). В отличие от упругого решения, которое в отсутствие несингулярного члена дает постоянное значение $\lambda = 1$ для любых η в условиях нормального отрыва, расчет по уравнению (1.2.8) показывает зависимость λ от уровня приложенных напряжений σ_{yn} , соотношения двухосности η и показателя деформационного упрочнения n . Следует отметить, что расчет по уравнению (1.2.8) дает возможность определения λ в направлении роста трещины $\theta = \theta^*$, которое было найдено с использованием теории предельного состояния типа Писаренко-Лебедева [14].

Представленные результаты по модификации подхода Махутова дают приближенную оценку упругопластической ситуации при смешанных формах деформирования по некоторым частным параметрам сингулярного НДС, которые в ряде случаев бывают достаточными. Полный анализ упругопластического состояния материала в области вершины наклонной трещины включает в себя информацию о полях напряжений, деформаций и перемещений и амплитуде сингулярности, на основе которых получают параметрические характеристики смешанных форм деформирования. Возможности получения подобной информации связаны с модификацией классического решения Хатчинсона-Розенгрена-Райса (HRR решение) [98, 99, 141], как это показано в работе Shih [157] для условий плоской деформации.

Упруго-пластические напряжения и деформации у вершины трещины

Поведение материала при многоосном напряженном состоянии в упругопластической области описывается уравнениями Hutchinson [98, 99]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr} &= \sigma_{rr} - \nu\sigma_{\theta\theta} + \tilde{\alpha}\sigma_e^{n-1}\left(\sigma_{rr} - \frac{1}{2}\sigma_{\theta\theta}\right) \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \sigma_{\theta\theta} - \nu\sigma_{rr} + \tilde{\alpha}\sigma_e^{n-1}\left(\sigma_{\theta\theta} - \frac{1}{2}\sigma_{rr}\right) \\ \varepsilon_{r\theta} &= (1+\nu)\sigma_{r\theta} + \frac{3}{2}\tilde{\alpha}\sigma_e^{n-1}\sigma_{r\theta}\end{aligned}\tag{1.2.9}$$

где $\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}$ – компоненты тензоров деформаций и напряжений соответственно, \tilde{a} и n – константы упрочнения в уравнении Рамберга-Осгуда, ν – коэффициент Пуассона. Эквивалентное напряжение определяется следующим образом:

$$\sigma_e^2 = \sigma_{rr}^2 + \sigma_{\theta\theta}^2 - \sigma_{rr}\sigma_{\theta\theta} + 3\sigma_{r\theta}^2 \quad (1.2.10)$$

Функция напряжений, удовлетворяющая бигармоническому уравнению:

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi(r, \theta) = 0 \quad (1.2.11)$$

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2}{d\theta^2}$$

где r, θ – полярные координаты с центром в вершине трещины. Через эту функцию выражены компоненты тензора напряжений:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2\Phi}{d\theta^2}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{d^2\Phi}{dr^2} \quad (1.2.12)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \frac{d\Phi}{d\theta} - \frac{1}{r} \frac{d^2\Phi}{drd\theta}$$

Согласно [99] функция напряжений имеет вид, определяющий асимптотический характер получаемых решений:

$$\Phi(r, \theta) = r^{\beta+1} K \tilde{\Phi}(\theta) \quad (1.2.13)$$

где K – амплитуда сингулярности для упругопластической задачи. В общем случае упруго-пластического деформирования подстановка (1.2.13) в (1.2.12) приводит к основным асимптотическим уравнениям, описывающим распределение напряжений в области вершины трещины (при условии, что $\beta = n/(n+1)$):

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= Kr^{\beta-1} \tilde{\sigma}_{rr} = Kr^{\beta-1} \left[\tilde{\Phi}(\beta+1) + \frac{d^2 \tilde{\Phi}}{d\theta^2} \right] \\
\sigma_{\theta\theta} &= Kr^{\beta-1} \tilde{\sigma}_{\theta\theta} = Kr^{\beta-1} \left[\tilde{\Phi} \beta(\beta+1) \right] \\
\sigma_{r\theta} &= Kr^{\beta-1} \tilde{\sigma}_{r\theta} = Kr^{\beta-1} \left[\beta \frac{d\tilde{\Phi}}{d\theta} \right]
\end{aligned} \tag{1.2.14}$$

Исходя из требования доминирования нелинейных составляющих в дополнительной энергии деформирования Hutchinson [99] получил однородное дифференциальное уравнение, управляющее θ -распределениями безразмерных компонент тензора напряжений путем подстановки (1.2.14) в (1.2.9), а его в свою очередь в уравнение совместности деформаций:

$$\begin{aligned}
&\left[n(s-2) - \frac{d^2}{d\theta^2} \right] \left[\tilde{\sigma}_e^{n-1} \left\{ S(S-3)\tilde{\Phi} - 2\frac{d^2 \tilde{\Phi}}{d\theta^2} \right\} \right] + \\
&+ [n(s-2)+1][n(S-2)] \tilde{\sigma}_e^{n-1} \left[2(2S-3)\tilde{\Phi} - \frac{d^2 \tilde{\Phi}}{d\theta^2} \right] + \\
&+ 6[n(S-2)+1](S-1) \frac{d}{d\theta} \left(\tilde{\sigma}_e^{n-1} \frac{d\tilde{\Phi}}{d\theta} \right) = 0
\end{aligned} \tag{1.2.15}$$

В уравнении (1.2.15) присутствуют только нелинейные составляющие из (1.2.9) и $S = \beta + 1$. Это уравнение четвертого порядка дает решение краевой задачи при соответствующем выборе граничных условий для функции напряжений $\tilde{\Phi}$ и ее производных на концах интервала интегрирования. В общем случае смешанных форм разрушения они заранее неизвестны.

1.3. Линейные и нелинейные критерии и параметры сопротивления росту трещин в экспериментальной и вычислительной механике разрушения

Важное место в механике разрушения занимает формулировка условий нераспространения и предельного состояния трещин. Для этих целей используются критерии предельного состояния тел с трещинами. В монографии Красовского [9] представлен обзор энергетических, силовых и деформационных критериев линейной и нелинейной механики трещин, разработанных Колосовым Г.В. и Inglis С.Е.,

Griffiths A.A., Irwin G.R., Баренблаттом Г.И., Леоновым М.Я. и Панасюком В.В., Dugdale D.S., Новожиловым А.И., Черепановым Г.П., Rice J.R. и другими.

Критерии предельного состояния

Для описания кривых предельных значений коэффициентов K_1 и K_2 применяются критериальные и эмпирические уравнения. Исходя из критерия максимальных нормальных напряжений и с учетом результатов работы [17] Erdogan и Sih [31] впервые получили параметрические уравнения кривой предельного состояния при статическом нагружении в условиях смешанных форм деформирования:

$$\begin{cases} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_1 \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_2 \sin \theta \right] = const \\ \cos \frac{\theta}{2} \left[K_1 \sin \theta + K_2 (3 \cos \theta - 1) \right] = 0 \end{cases} \quad (1.3.1)$$

Дальнейшие исследования этой проблемы показали, что не все экспериментальные данные для различных конструкционных материалов достаточно хорошо описываются уравнениями (1.3.1). Поэтому в работе Wu [3] было предложено эмпирическое уравнение:

$$\frac{K_1}{K_{1c}} + \left(\frac{K_2}{K_{2c}} \right)^2 = 1 \quad (1.3.2)$$

хорошо согласующееся с экспериментальными данными самого автора. Критерий (1.3.2) позднее был записан в более общем виде в работе Hult и др. [97]:

$$\left(\frac{K_1}{K_{1c}} \right)^u + \left(\frac{K_2}{K_{2c}} \right)^v = 1 \quad (1.3.3)$$

где эмпирические константы u и v меняются в пределах от 1 до 2 [1, 202]. В библиографии к работе Shetty и др [156] есть ссылка на еще один критерий подобного вида:

$$\frac{K_1}{K_{1c}} + 1.5 \left(\frac{K_2}{K_{2c}} \right)^2 = 1 \quad (1.3.4)$$

где коэффициент 1.5 выбран исходя из соображений более точного описания экспериментальных данных. Richard с соавторами [52, 143, 145, 147, 148] предложили наиболее гибкий из эмпирических критериев:

$$K_v = \alpha_1 K_1 + 0.5 \sqrt{K_1^2 + 4(\alpha_1 K_2^2)} \leq K_{1c} \quad (1.3.5)$$

где $\alpha_1 = K_{1c}/K_{2c}$. В работе Richard [143] содержится обзор критериев предельного состояния для смешанных форм статического нагружения. Теоретические же исследования в этом направлении с модификацией критериев максимальных σ_θ – напряжений с учетом несингулярного члена [66] и максимальной скорости высвобождения энергии деформации G с учетом ветвления трещины при двухосном растяжении [204] дают:

$$G(\gamma) = \frac{1-\nu^2}{E} [K_1^2(\gamma) + K_2^2(\gamma)] \quad (1.3.6)$$

где $K_1(\gamma)$ и $K_2(\gamma)$ – КИН, соответствующие излому в форме трещины на угол γ . Авторы работ [156, 190] использовали для описания предельного состояния критерий минимума плотности энергии деформации Sih [182], причем в [190] числовые значения коэффициентов a_{11} , a_{12} , a_{22} при соответствующих КИН найдены экспериментально (из условия нераспространения трещины) для углов α , равных $90^\circ, 72^\circ, 45^\circ$. В результате было получено уравнение:

$$0.0262K_1^2 + 0.0081K_1K_2 + 0.00981K_2^2 = 1 \quad (1.3.7)$$

Рассматривая физическую картину разрушения, характеризующуюся переходом от стадии разрушения сдвигом к стадии разрушения отрывом, Otsuka [130] предложил в качестве рабочей гипотезы использовать одновременно два уравнения,

соответствующие каждому механизму отдельно и ограничивающие область возможных процессов смешанного разрушения:

$$\begin{cases} K_{\sigma} = \cos \frac{\theta}{2} \left[K_1 \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_2 \sin \theta \right] \\ K_{\tau} = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_1 \sin \theta + K_2 (3 \cos \theta - 1) \right] \end{cases} \quad (1.3.8)$$

что отчасти совпадает с формулировкой σ_{θ} – критерия (1.3.1). Из ограниченных экспериментальных данных, относящихся к двухосному растяжению для смешанных форм [204] следует, что статическая трещиностойкость в этом случае преимущественно выше, чем при одноосном растяжении.

Критерии направления развития наклонных трещин

Данный вопрос занимает одно из центральных мест в механике смешанных форм разрушения. Практически все специалисты в данной области механики трещин связывают первую работу по определению направления роста трещины на основе критерия максимальных нормальных напряжений с именами Erdogan и Sih [31]. Однако приоритет принадлежит работе Wieghardt [211], заложившей основы математической теории трещин и ее раздела по смешанным формам разрушения. В обзоре [32] содержится достаточно полный анализ и классификация критериев направления роста трещины.

Наибольшее число последователей оказалось у критерия минимума плотности энергии деформации Sih и др. [84, 105, 180, 181, 182, 183]. Теоретические исследования этого критерия были выполнены Theokaris, Papadopoulos, Andrianopoulos и др. [18, 194, 195, 196, 197, 198, 199] в приложении к одно – и двухосному нагружению. Первоначальные модификации критерия минимума плотности энергии деформации были связаны с учетом несингулярного члена. Затем было предложено определять критериальные характеристики на некотором расстоянии от вершины трещины, определяемом контуром упругопластической границы, найденном по критерию Мизеса. Далее Theokaris и др. [194, 195] и Au [40] предложили разделить полную плотность энергии деформации S на дилатационную и дисторсионную составляющие, что привело к формулировке Т-критерия.

В работе Chang [56] представлено исследование поведения критерия минимума плотности энергии деформации, который объединен с критерием максимальных деформаций, при одноосном и двухосном нагружении трещин в виде эллипса и математического разреза. Им показано, что диапазон изменения критериальных кривых при одно – и двухосном нагружении увеличивается с возрастанием безразмерного параметра r/a , в неявном виде отражающего влияние зоны процесса разрушения. Подобные результаты содержатся и в работах Smith [185], Maiti и Smith [115, 116] как для условий однородного нагружения, так и для нагружения сосредоточенными силами различного направления. Eftis и Subramonian [66] исследовали поведение модифицированного только с учетом регулярного члена критерия максимальных нормальных напряжений при одно – и двухосном нагружении. Концепция этого критерия в какой-то степени совпадает с предложением Goldstein и Salganik [81] о применимости принципа локальной симметрии при определении направления роста трещины в условиях смешанных форм разрушения. Качественно результаты анализа Eftis и Subramonian согласуются с критерием минимума плотности энергии деформации, но их ценность ограничена из-за произвольно выбранного в расчетах фиксированного значения r/a .

Сравнительный анализ критериев направления роста трещин между собой и с экспериментальными данными в приложении к одно – и двухосному нагружению выполнен в работах [62, 63, 68, 115, 116, 156, 185, 214 и др.]. Рассмотрены критерии максимальных окружных напряжений, максимальных главных напряжений, максимальных окружных деформаций, минимума плотности энергии деформации, J -интеграла, скорости высвобождения энергии деформации, максимальных касательных напряжений и тензора энергетического импульса. Показано, что повышение порядка аппроксимации полей напряжений за счет удержания несингулярного члена и введения в критериальные уравнения параметров r/a повышают точность описания экспериментальных данных.

Критерий максимальной главной деформации представлен в работе [206]. Более предпочтительна его деформационная трактовка, объединяющая модели текучести типа Дагдейла и постоянный на фронте трещины параметр плотности энергии деформации. Подобный подход отчасти использован в работе Wang Tuo и др. [203], в которой модифицирован критерий максимальных касательных напряжений. В соответствии с

ним трещина будет распространяться в направлении максимума этих напряжений для точек, расположенных на границе пластической зоны. Контуры зоны пластичности находятся по постоянной величине параметра плотности энергии деформации, выраженного через предел текучести материала. В работе Theokaris и Philippidis [199] предпринята попытка построения упругопластического критерия направления роста трещины на основе сингулярных полей напряжений по HRR модели. Авторы использовали решение Shih [157] для маломасштабной текучести и табличные значения между параметрами M_e и M_p . Считается, что трещина будет распространяться в направлении, в котором комбинация безразмерных функций напряжений $[(\tilde{\sigma}_{rr} + \tilde{\sigma}_{\theta\theta})/\tilde{\sigma}_e]^2$ принимает экстремальное значение. Zhao Yishu [224] и Ueda и др. [204] рассмотрели критерий типа Гриффитса для общей комбинации I, II и III форм развития трещины с небольшими ответвлениями на концах.

Авторы работы [5] использовали критерий типа Писаренко-Лебедева для прогнозирования направления роста трещин и критической нагрузки. Они предположили, что рост трещины будет связан с минимумом экстремальной эквивалентной величины. Данное предположение ошибочно, т.к. входящие в критерий Писаренко-Лебедева первая и четвертая теории прочности, требуют при определении направления роста трещины противоположных экстремумов (максимума и минимума соответственно), а общий минимум не имеет места для всего диапазона углов.

Вопрос о разработке критериев нельзя считать закрытым, в работе Shlyannikov [165] показано, что ни один из существующих критериев не в состоянии описать весь круг экспериментальных результатов даже в рамках одного класса материалов.

Модели прогнозирования долговечности на стадии роста трещин

Обобщением аналитических, численных и экспериментальных работ по изучению влияния смешанных форм разрушения на характеристики циклической трещиностойкости материалов являются модели прогнозирования роста трещин. Один из основных вопросов состоит в выборе эквивалентного коэффициента интенсивности напряжений, характеризующего форму трещины на траектории ее развития при заданных условиях нагружения. На этот вопрос существует две точки зрения: использовать решения, соответствующие реальной криволинейной форме трещины, или решения, основанные на ее замене эквивалентной прямолинейной формой трещины.

При этом по известным значениям упругих КИН (K_I и K_{II}) составляются их комбинации, т.е. определяются эквивалентные КИН, опирающиеся на численные и аналитические решения или на эмпирические и критериальные уравнения. В таблице 1.3.1 приведены наиболее популярные выражения для эквивалентных КИН в случае смешанных форм развития трещины для плоской задачи и ссылки на работы, в которых они представлены.

Таблица 1.3.1. Уравнения эквивалентных коэффициентов интенсивности напряжений

Формулы	Источник
$S = b_{11}K_1^2 + 2b_{12}K_1K_2 + b_{22}K_2^2$	[158,178,179,193]
$K_V = \frac{1}{2}K_1 + \frac{1}{2}\sqrt{K_1^2 + 4\alpha_1^2K_2^2}, \quad \alpha_1 = K_{2c} / K_{1c}$	[117]
$K_{eff} = [K_1^4 + 8K_2^4 - K_1K_2h(K_1, K_2)]^{1/4}$ $K_{eff} = [K_1^2 + 2K_2^2]^{1/2}$ $K_{eff} = [K_1^4 + 4K_2^4]^{1/4}$ $K_{eff} = [K_1^4 + 8K_2^4]^{1/4}$	[50,190]
$K_\theta = \left(K_1 \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_2 \sin \theta \right) \cos \frac{\theta}{2}$	[79,216]
$K = [K_1^2(\theta) + K_2^2(\theta)]^{1/2}$, где	[204]
$K_1(\theta) = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \theta} \right) \left(\frac{1 - \theta / \pi}{1 + \theta / \pi} \right)^{\theta/2\pi} \left(K_1 \cos \theta + \frac{3}{2} K_2 \sin \theta \right)$	[220]
$K_2(\theta) = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \theta} \right) \left(\frac{1 - \theta / \pi}{1 + \theta / \pi} \right)^{\theta/2\pi} \left(-\frac{1}{2} K_1 \sin \theta + K_2 \cos \theta \right)$	[102]
$K_\sigma(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} \left[K_1 \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_2 \sin \theta \right]$ $K_\tau(\theta) = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} [K_1 \sin \theta + K_2 (3 \cos \theta - 1)]$	[130,184]
$S = \frac{1}{8G} [a_{11}(\theta_0) \bar{K}_1 \Delta K_1 + a_{12}(\theta_0) (\bar{K}_2 \Delta K_2 + \bar{K}_1 \Delta K_2) + a_{22}(\theta_0) \bar{K}_2 \Delta K_2]$, где $K_1 = \frac{1}{2} \sigma_1 \sqrt{a} [(1 + \gamma) - (1 - \gamma) \cos 2\beta + 2\eta \sin \beta]$ $K_2 = \frac{1}{2} \sigma_1 \sqrt{a} [(1 - \gamma) \sin 2\beta + 2\eta \cos 2\beta]$	[37]
$\Delta K_{eff} = \left[(\Delta K_1^2 + 3\Delta K_2^2)^3 (\Delta K_1^2 + \Delta K_2^2) \right]^{1/8}$	[58]

В представленные выражения входят собственно формулы для K_I и K_{II} [37, 204], полученные из решения соответствующих краевых задач, угол, определяющий направление роста трещины в зависимости от ее исходной ориентации при заданном виде напряженного состояния, основные упругие характеристики материала и соотношения нормальных $\gamma = \sigma_2/\sigma_1$ и сдвиговых $\eta = \tau/\sigma_1$ номинальных напряжений.

Согласно общей формулировке закона роста трещины, каждому значению эквивалентного КИН ставится в соответствие экспериментально определяемое значение скорости развития трещины. Взаимосвязь между этими определяющими величинами выражается через параметры, описывающие диаграмму усталостного разрушения и являющиеся свойством данного материала. Анализ законов распространения трещин при упругом и неупругом деформировании только для условий нормального отрыва содержится в обзорах Paris, Erdogan [13], Пал Ромвари и др. [16], Rice [140], Smith и др. [184].

В таблице 1.3.2 приведены известные уравнения роста трещин в случае смешанных форм циклического разрушения. Следует отметить, что собственно прогнозирование долговечности на стадии роста трещин осуществляется путем разрешения этих уравнений относительно числа циклов нагружения через явные или неявные зависимости от длины трещины и других параметров.

В работах [40, 72, 131, 170, 178] авторы отдают предпочтение различным вариантам записи параметра плотности энергии деформации S , имея в виду, что коэффициенты b_{ij} являются функциями упругих констант материала и угла, определяющего дальнейшее развитие трещины в зависимости от ее исходной ориентации при заданном виде номинального напряженного состояния. Наиболее общей является модель Au [40], которая в отличие от остальных учитывает отдельно дилатационный и дисторсионный вклады в плотность энергии деформации и соотношение нормальных и сдвиговых номинальных напряжений (γ, η).

Более простые уравнения роста трещин основаны на критерии максимальных нормальных напряжений с учетом пороговых характеристик диаграмм усталостного разрушения [216] или на проекциях длины трещины на нормаль к направлению действия этих напряжений [219]. К данному ряду простых моделей можно отнести и различные варианты записи формулы для эквивалентного КИН [190], обусловленные стремлением более точно описать экспериментальные данные. В своей работе Henn и

Richard [88] предложили вариант учета влияния характеристик статической трещиностойкости материала на скорость роста трещины в случае смешанных форм деформирования за счет введения корректирующего множителя $\alpha_1 = K_{2c}/K_{1c}$. Однако применение данного варианта ограничено из-за отсутствия надежной методики определения K_{2c} .

Процесс накопления повреждений, переходящий в стадию роста трещин, исследовался в работах Болотина [46, 47], Ellin, Golos, Kujawski [4, 29, 30, 67, 108] с учетом влияния параметра структуры материала. Суперпозицией вкладов каждого механизма разрушения в процесс накопления повреждений и рост трещин усталости получены уравнения для упругого и неупругого деформирования. Ellin [67] также показал возможность применения упругопластических HRR-полей для прогнозирования роста трещин нормального отрыва. Авторы работы [93] считают, что можно выделить доли сдвиговой f_s и нормальной f_n формы на поверхности разрушения, причем $f_s + f_n = 1$, и это является обоснованием модели роста трещины в припороговой области диаграммы усталостного разрушения. Подобным образом в работе [94] результирующее смещение вершины короткой трещины раскладывается на составляющие, соответствующие нормальному отрыву и поперечному сдвигу, и для каждого случая используются отдельные упругопластические решения, выраженные через J -интеграл. Общий недостаток моделей суперпозиции состоит в необходимости как минимум двух самостоятельных исследований по определению характеристик циклической трещиностойкости, соответствующих отдельно чистому сдвигу и симметричному нормальному отрыву.

Группа работ [34, 36, 93, 127, 191, 219], относящаяся к симметричному одно - и двухосному растяжению-сжатию, характеризуется более полным учетом статических и циклических упруго-пластических свойств материалов при формулировке исходных посылок для вывода уравнений роста трещин. Так Antolovich и Ellin одинаково рассматривают область вершины как последовательность охватывающих друг друга замкнутых на берега трещины контуров (зона процесса, реверсивная усталостная и монотонная пластические зоны), но их позиции различаются в трактовке циклических свойств материалов. Общей для данных двух подходов является возможность прогнозирования скорости роста трещин по комплексу статических и малоцикловых свойств материалов. Аналогичная возможность прогноза роста трещин при двухосном

симметричном растяжении, но уже по результатам одноосных циклических испытаний на трещиностойкость, представлена в работах Ahmad [34] и Miller [127].

В литературе долгое время обсуждаются вопросы о количественной оценке эффектов влияния двухосности нагружения и смешанных форм деформирования на характеристики циклической трещиностойкости конструкционных материалов [34, 50, 58, 127, 131, 151, 184, 191 и др.].

Таблица 1.3.2. Уравнения скорости роста трещины для усталостного разрушения при смешанных формах деформирования

Законы роста трещин	Источник
$\frac{da}{dN} = \frac{C_1 (\Delta K_1)^{n_1} + C_2 (\Delta K_2)^{n_2}}{\left[(K_{1\max} / K_{1C})^2 + (K_{2\max} / K_{2C})^2 - 1 \right]}$	[151]
$\frac{da}{dN} = C(\Delta S_{\min})^n$	[178]
$\frac{da}{dN} = \left(\frac{da}{dN} \right)^* \left(\frac{S_{\max}}{S^*} \right)^n$	[170]
$\frac{da}{dN} = C_i (\Delta K_{IVi})^{n_i}; K_{IVi} = m_i K_I$	[72]
$\frac{da}{dN} = C \left\{ \frac{a \bar{\sigma}_I \Delta \sigma_I (1 + \mu)}{16E} [\Delta S_{\min}(\theta_0, \gamma, \eta)] \right\}^n, S = S_D + S_V$	[40]
$\frac{da}{dN} = C \left[\frac{4\pi\mu}{(1-2\mu)} \Delta S \right]^{n/2}$	[131]
$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_V)^m$	[88]
$\frac{da}{dN} = C(K_{eff})^m$	[190]
$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^{m-1} (K_{r\max} / K_{1C}) / (1 - K_{r\max} / K_{1C}); K_r = (K_1^2 + K_2^2)^{1/2}$ $\frac{da}{dN} = \rho \frac{(\Delta K_1 - \Delta K_{th1})^{m_1} / K_{f1}^{m_1} + (\Delta K_2 - \Delta K_{th2})^{m_2} / K_{f2}^{m_2}}{\left[1 - (K_1^2 + K_2^2)_{\max}^{1/\beta} / K_{\max}^{2/\beta} / K_{1C}^{2/\beta} \right]^{1/\alpha}}$	[47]
$\frac{\partial \psi_1}{\partial N} = \left[\Delta K_1 g_{11}(\theta) + \Delta K_2 g_{12}(\theta) - \Delta K_{th1} \right]^{m_1} / K_{f1}^{m_1}$ $\frac{\partial \psi_2}{\partial N} = \left[\Delta K_2 g_{21}(\theta) + \Delta K_2 g_{22}(\theta) - \Delta K_{th2} \right]^{m_2} / K_{f2}^{m_2}$	[46]

Таблица 1.3.2. продолжение

Законы роста трещин	Источник
$\frac{da}{dN} = \left(\frac{da}{dN} \right)_0 \left[(K_{1\theta} - K_{th}) / (K_{fc} - K_{1\theta}) \right]^q$	[216]
$\frac{da}{dN} = \left[\Delta K_{\lambda=0} \left \frac{a}{a_e} \right ^{0.5} \right]^n A$	[127]
$\frac{db}{dN} = A (\Delta K_{1b})^m$	[219]
$\frac{da}{dN} = 4 \left[\frac{0.7\alpha}{E\sigma_{ys}^{1+S} e_f} \right]^{1/\beta} \left(\frac{1}{e^{1/\beta-1}} \right) \Delta K^{(2+S)/\beta}$	[36]
$\frac{da}{dN} = 2\delta^* \left(\frac{\Delta K^2 - \Delta K_{th}^2}{4\psi E\sigma_f \varepsilon_f \delta^*} \right)^{1/\beta}$	[67]
$\frac{da}{dN} = \left\{ [\Phi_1(\lambda_\sigma, \eta_\sigma)]^p \left(\frac{C_{y1}}{C_{y2}} \right) (\Delta y)^{(m_{y1}-m_{y2})} \right\} + [\Phi_2(\lambda_\sigma, \eta_\sigma)]^q C_{y2} \Delta y^{m_{y2}}$	[94]
$\frac{da}{dN} = \frac{\left\{ 3 - 1 / \left[\sin^2 \theta \cos^2 (\theta / 2) \right] \right\}}{9 \sin \theta} \cdot \frac{K [K_{\max} - K_R]^2}{EY [1 - (1 - \mu) \sigma_{\max} / Y]}$	[34]
$\frac{da}{dN} = 9.15 \cdot 10^{-13} \Delta y^{1/51}$ $\frac{da}{dN} = 2.38 \cdot 10^3 (\Delta \Phi_{ip})^{2.04}$	[191]
$\frac{da}{dN} = 10^{-10} (f_{s,th} / f_s) (\Delta K / \Delta K_{th})^{ms}$	[93]
$\frac{dc}{dN} = \frac{\pi}{96E\gamma} \frac{\left[(\Delta K_1^2 + 3\Delta K_2^2)^3 (\Delta K_1^2 + \Delta K_2^2) \right]^{1/2}}{\sigma_{yc}^2}$	[58]

Большинство исследователей сходятся к тому, что при двухосном симметричном нагружении скорость роста трещины возрастает при переходе от равнодвухосного растяжения, через одноосное растяжение к растяжению-сжатию. Единого мнения о характере влияния смешанных форм деформирования на скорость роста трещин не существует, а высказываются прямопротивоположные оценки. Кроме того, отсутствует четкая интерпретация наблюдаемых эффектов в связи с возможным диапазоном изменения свойств материалов даже одного класса.

Подходы к возможному учету характера эксплуатационного спектра нагрузок рассмотрены при формулировке моделей скорости роста трещин и долговечности в работах Henn, Mitschang и др. [87], Wheeler [19], Hopkins и Rau [92], Kujawski и Ellin [107], Lankford и Davidson [7, 10] и других. При этом основные акценты смещены в сторону анализа перераспределения напряжений и деформаций в пластической зоне у вершины трещины. Практически все исследования ограничены только случаем нормального отрыва.

Анализ приведенных выше законов распространения трещин показывает, что необходима разработка новых моделей прогнозирования скорости роста трещин и долговечности, основанных на совместном учете влияния смешанных форм разрушения, двухосности и истории нагружения. При этом должна быть обеспечена возможность прогнозирования роста трещин по комплексу основных механических характеристик материалов, получаемых посредством стандартных статических и циклических испытаний. Особенности сложного напряженного состояния накладывают дополнительные требования, связанные с моделированием упругопластической ситуации в области вершины трещины, в том числе и с учетом влияния параметра структуры материала. Подобные модели прогнозирования скорости роста трещин и долговечности должны быть тщательно экспериментально проверены и обоснованы на материалах широкого диапазона свойств [169].

Модели прогнозирования скорости роста

Современные модели прогнозирования скорости роста трещин и долговечности при циклическом нагружении основаны на учете пластических свойств материалов в области вершины трещины. Большинство исследователей идеализируют область вершины трещины как последовательность замкнутых на берега трещины контуров, соответствующих зоне процесса разрушения, усталостной (реверсивной) пластической зоне и монотонной пластической зоне. Существующие модели отличаются различным смыслом и размерами зоны процесса.

В работе Шлянникова [164] предложено уравнение для прогнозирования скорости роста трещин при смешанных формах разрушения в условиях маломасштабной текучести на основе модифицированной модели упругопластического состояния Махутова [117]:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_\eta = C_0 \left\{ \frac{\sqrt{1-\lambda_0 + \lambda_0^2} [A(\lambda) + \gamma B(\lambda)]}{\sqrt{1-\lambda + \lambda^2} [A(\lambda_0) + \gamma B(\lambda_0)]} \right\}^{-\frac{n}{\beta}} (S_{\max})^{m_0} \quad (1.3.15)$$

где γ – константа, определяемая из испытаний на растяжение и кручение $\gamma = \sigma_p / \tau$, C_0 и m_0 – константы уравнения типа Париса,

$$A(\lambda) = \frac{2\eta_i(\lambda) - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}, \quad B(\lambda) = \frac{1 - \eta_i(\lambda)}{2 - \sqrt{3}}, \quad \eta_i = \sqrt{1 - \lambda + \lambda^2}, \quad \lambda = \sigma_2 / \sigma_1.$$

Значения констант материала C_0 и m_0 необходимо определять по диаграмме усталостного разрушения в координатах $\log(da/dN)$ - $\log(S_{\max})$. Область применения уравнения (1.3.15) ограничена линейным участком диаграммы усталостного разрушения, т.к. C_0 и m_0 описывают именно этот участок.

Следующая модель Шлянникова В.Н. [173] для прогнозирования скорости роста трещин в условиях смешанных форм разрушения основана на концепции зоны процесса разрушения:

Скорость роста трещины при циклическом нагружении равна отношению $r_c / \Delta N$:

$$\frac{da}{dN} = \frac{r_c}{\Delta N} = \frac{\Delta\sigma_{yn}^2 a \bar{S}}{4E\sigma_f^* \varepsilon_f^*} \cdot \frac{(2\Delta N)^m}{\Delta N} - \frac{\rho}{\Delta N} \quad (1.3.16)$$

В области пороговых значений КИН скорость роста трещины $da/dN \approx 0$. Поэтому уравнение (1.3.16) принимает следующий вид:

$$\rho = \frac{\Delta\sigma_{yn}^2 a \bar{S}_{th}}{4E\sigma_f^* \varepsilon_f^*} \cdot (2\Delta N)^m \quad (1.3.17)$$

Подставив уравнение 1.3.7 в 1.3.16 получается уравнение для прогнозирования скорости роста трещин в условиях смешанных форм деформирования:

$$\frac{da}{dN} = 2\bar{\delta}a(\theta^*) = \left[\frac{\sigma_{yn}^2 \bar{S}_f - \sigma_{th}^2 \Delta \bar{S}_{th}(\theta^*)}{4\sigma_f^* \varepsilon_f^* E \bar{\delta}} \right]^{1/m} \quad (1.3.18)$$

Параметр m может быть выражен через показатель циклического деформационного упрочнения n^* в следующем виде $m = ((1 + n^*)/5 + n^*)$.

Эти модели [164] и [173] объединяют численный упруго-пластический анализ НДС в вершине трещины и функции предельного состояния материала при сложном напряженном состоянии.

1.4. Возможности и перспективы количественной фрактографии и корреляции цифровых изображений в задачах анализа поверхностей разрушения

Изучение и описание поверхностей разрушения (фрактографический анализ) имеют важное значение при оценке причин, условий и механизмов усталости конструкционных материалов. Термин «фрактография» возник в 1944 г. в связи с началом развития новых прецизионных методов изучения изломов, основанных на использовании световой и электронной микроскопии [15].

В своих работах Шанявский А.А. [25, 26] рассматривает стадийность процесса усталостного разрушения с позиций синергетики. С позиций синергетики общие закономерности в такой области, как разрушение материалов, устанавливаются путем определения точек бифуркаций, отвечающих неравновесным фазовым переходам, связанным со сменой микро-механизма разрушения.

В настоящей работе представлено цитирование информации по материалам работ Шанявского А.А. [25]. В которых говорится о том, что постепенное развитие усталостной трещины в металлах сопровождается последовательным усложнением процессов его эволюции у вершины трещины, что связано с некоторой последовательностью дискретных переходов через точки бифуркации в результате смены ведущих механизмов разрушения. Первоначально имеет место развитие разрушения с формированием элементов рельефа, отражающих доминирование процессов скольжения, что характеризуется типичными элементами псевдобороздчатого рельефа или строчечности, рисунок 1.4.1. Согласно работам Forsyth [76, 77] при переходе через точку бифуркации ко второй стадии роста трещин происходит

реализация процесса формирования усталостных бороздок. Из работ [39, 217] следует, что появление усталостных бороздок в сплавах на различной основе свидетельствует об универсальности закона последовательной смены механизмов разрушения с переходом ко второй стадии, когда может быть реализован процесс устойчивого подрастания трещины с формированием регулярного рельефа излома. Переход к формированию усталостных бороздок связан с реализацией более сложного процесса ротационной неустойчивости деформации и разрушения.

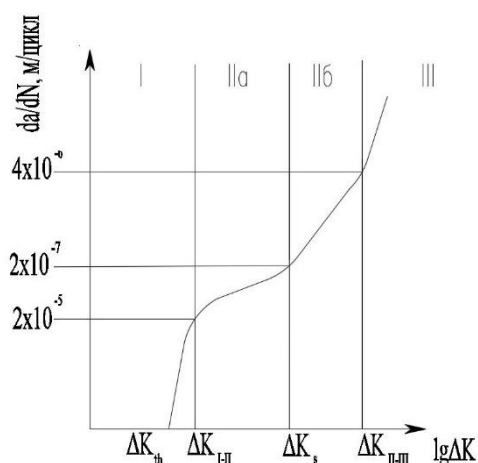


Рис. 1.4.1. Диаграмма усталостного разрушения

Обусловленность начала ротационной неустойчивости связана с возрастающим масштабным уровнем локализации деформации и разрушения материала и достижением некоторой величины прироста трещины в цикле нагружения. С этого момента ротационная неустойчивость, являясь аккомодационным актом накопления повреждений без нарушения сплошности материала, становится определяющим процессом пластической деформации у вершины трещины [25]. Переход к ротационным эффектам в вершине трещины на мезоскопическом масштабном уровне при образовании свободной поверхности подтверждается результатами исследования *in situ* в работе Schick и др. [153].

В работе Шанявского А.А. отмечено [25], что распространение усталостных трещин происходит с участием трех форм раскрытия берегов трещины, однако процесс подрастания трещины на второй стадии описывается на основе представлений о доминировании роли процессов скольжения в разрушении материала. Анализ изломов различных материалов показывает, что появление усталостных бороздок в изломе происходит только после достижения некоторой скорости роста трещины при ΔK_{I2} . В

работах Hayden и Floren [85], Hertzberg и др. [89, 91], Yokoboi и Kiyoshi [218], Шаняевского [24], Broek [49], Au и Ke [39], Красовского и др. [8] и т.д. представлены данные по измерениям шага усталостных бороздок в различных сплавах на основе алюминия, титана и железа. Малочисленные участки с усталостными бороздками наблюдаются уже на первой стадии при приближении ко второй стадии. Процесс формирования бороздок зарождается в переходной зоне от процесса скольжения к процессу ротационной неустойчивости.

Согласно литературным данным для сплавов на основе алюминия в переходной зоне может быть выявлен шаг бороздок около 25 нм. Устойчивое формирование усталостных бороздок по всему фронту трещины происходит после достижения шага около 45 нм, что характерно для алюминиевых сплавов. В сталях могут быть обнаружены бороздки с шагом около 30 нм, в титановых сплавах устойчивое формирование бороздок имеет место после достижения их шага около 25 нм. Согласно работам Ishii [101], Tomkins [201], Vichler и др. [44], Davidson и др. [65] формирование усталостных бороздок происходит под действием двух полуциклов нагружения-растяжения (восходящая ветвь нагрузки) и снижения нагрузки, поэтому форма профиля усталостной бороздки в значительной степени зависит от того, какой процесс доминирует в каждом из полуциклов.

Формирование систем скольжения с высокой плотностью дислокаций, сопровождающих формирование усталостных бороздок, было продемонстрировано методами просвечивающей электронной микроскопии в работах Bowles и др. [48], Lynch [114], Wanhill [210]. В этих работах системы скольжения располагаются под углом 45° к поверхности излома. В работе Lynch [114] профиль и ширина блоков полос скольжения, которые наблюдались на поверхности образца, подобны профилю и шагу усталостных бороздок. Этот факт был положен в основу многих разработанных моделей формирования усталостных бороздок [44, 48, 65, 90, 106, 110, 114, 133, 200, 212]. Были рассмотрены оба полуцикла нагружения материала, в которых реализуются два разных процесса: первый это пластическое затупление вершины трещины, и второй это разрушение материала. Оба процесса соответствуют восходящей ветви нагрузки и приводят к формированию каждой усталостной бороздки в каждом цикле приложения нагрузки. В полуцикле разгрузки происходит подготовка материала перед вершиной

трещины к последующей реализации указанных выше двух процессов деформации и разрушения.

В работах [76, 90, 101, 106, 110, 124, 133, 153, 200, 201, 212] представлен широкий спектр профилей бороздок при исследовании металлов на различной основе: треугольная, трапецеидальная с несимметричным профилем и другие.

Согласно работам Lynch [114] и Laird [110] пластическое затупление вершины усталостной трещины происходит на восходящей ветви нагрузки, когда шаг усталостных бороздок достигает величины около 10^{-6} м. Эта величина шага усталостных бороздок, характеризует окончание второй стадии стабильного роста трещины для многих металлов и соответствует ситуации, когда материал нагружается с высокой частотой в области многоциклового усталости. Переход в область низких частот нагружения, характерных для малоциклового усталости, сопровождается возрастанием предельного шага бороздок до величины около 10^{-4} м (100 мкм) для пластичных материалов. Пластическое затупление вершины трещины реализует волнистую поверхность, которая характеризует только часть профиля усталостной бороздки.

Роль полуцикла разгрузки материала в формировании треугольного профиля усталостных бороздок была обсуждена в работах [44, 48, 76, 123]. Одна часть профиля формируется на восходящей ветви нагрузки, а другая на нисходящей ветви. Профиль бороздки начинает формироваться перед вершиной трещины, когда материал находится в сжатом состоянии [44, 114, 123]. Это предположение соответствует наблюдаемым на поверхности образца системам полос скольжения в работах [48, 114, 201], которые были сформированы в предыдущем цикле и оказали свое влияние на зарождение процесса формирования профиля бороздок в последующем цикле нагружения.

Согласно работам [154, 155] использование полос скольжения, выявленных на поверхности образца, для объяснения процесса формирования усталостных бороздок является не вполне корректным. У поверхности пластичных материалов, для которых наиболее типично наблюдение полос скольжения у вершины трещины, имеет место процесс разрушения при доминировании сдвига, что приводит к формированию сколов от пластической деформации.

Наиболее распространенная модель Laird [110] рассматривает ведущую роль в формировании бороздок процесса пластического затупления вершины трещины на

восходящей ветви нагрузки. При этом полуцикл разгрузки рассматривался как подготовительная стадия к формированию усталостной бороздки.

В работе McMillan и др. [124] методом реплик на просвечивающем микроскопе выявлен асимметричный треугольный профиль усталостной бороздки с вторичными более мелкими бороздками. Однако для объяснения такого профиля бороздок не были использованы известные модели и механизмы деформирования и разрушения материала. Вместе с тем, именно такой профиль усталостной бороздки может быть описан в рамках модели, которая основана на процессе ротационной пластической деформации материала. В работе Nix и Flower [129] такая ситуация была рассмотрена для алюминиевых сплавов. Формирование профиля усталостной бороздки возможно путем вращения небольшого объема материала от сформированных в предыдущем цикле полос скольжения.

Согласно иерархии процессов пластической деформации, ротации объемов металла позволяют накопить в единице объема больше энергии, прежде чем произойдет разрушение материала. Указанный процесс отвечает мезоскопическому масштабному уровню деформирования материала. Это уровень приростов трещины, соответствующих величинам порядка нескольких сотых долей микрона, что совпадает с минимальными величинами шага усталостных бороздок, представленных в работах [8, 24, 39, 49, 85, 89, 91, 218], которые были выявлены в сплавах на различной основе.

В последние десятилетия в области механики деформируемого твердого тела для выполнения анализа напряженно-деформированного состояния материала широко используются бесконтактные цифровые оптические системы.

В основу работы бесконтактной оптической системы VIC-3D положен метод корреляции цифровых изображений (digital image correlation (DIC)). DIC разработан на основе традиционной техники спекл-фотографии и впервые был предложен исследователями из Университета Южной Калифорнии [59, 134, 188] и используется в качестве бесконтактного экспериментального метода для измерения перемещений и деформаций [1, 111, 186, 208]. Использование численной схемы Newton-Raphson для определения параметров деформации [51] ускоряет определение параметров деформации по сравнению с использованием метода грубого-тонкого поиска [59, 134, 188]. Позже Vendroux и Knauss [207] использовали коэффициент корреляции наименьших квадратов вместо широко используемого подхода с коэффициентом

взаимной корреляции и приближенную матрицу Hessian в итерационном алгоритме Newton-Rahson для ускорения цикла оптимизации и достижения более надежных характеристик сходимости.

Основным является предположение, что распределение пикселей на рабочих снимках сохраняется при деформировании самого объекта исследования, то есть предполагается однозначное соответствие между последовательными изображениями. Метод корреляции цифровых изображений позволяет восстанавливать поле векторов перемещений на рассматриваемой поверхности образца при сопоставлении опорного изображения, т.е. фотографии исследуемой поверхности в исходном состоянии, с изображениями, полученными в ходе реализации процесса нагружения. Далее по известным векторам перемещений каждой точки рабочей поверхности и её начальной геометрии вычисляются деформации [2].

В настоящее время, актуальным является развитие и усовершенствование методологий проведения экспериментальных исследований закономерностей неупругого поведения и разрушения металлов с применением бесконтактного оптического метода измерения векторов перемещений и деформаций на поверхности объектов любой геометрии.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Проведенный анализ литературных данных показал, что в последнее время специалисты уделяют особое внимание задачам о трещинах при смешанных формах циклического разрушения. При решении упруго-пластических задач традиционные критерии, модели состояния и параметры механики трещин должным образом не учитывают специфику нелинейного деформирования. Известные параметры упругого и упруго-пластического состояния имеют ограниченные возможности воспроизведения эффектов влияния комплекса упруго-пластических свойств материала, геометрии и условий нагружения при смешанных формах циклического разрушения.

Таким образом, целью данной работы является разработка расчетно-экспериментального метода исследования механизмов и особенностей развития трещин при смешанных формах циклического разрушения с учетом свойств конструкционных материалов различных классов на основе численных расчетов, количественной

фрактографии и корреляции цифровых изображений.

Цель исследования определяет следующие **задачи**:

1. Разработать и обосновать методику и выполнить экспериментальные исследования роста трещин для сталей, алюминиевого и титанового сплавов в полном диапазоне смешанных форм деформирования и разрушения для плоской задачи с использованием бесконтактной цифровой оптической системы.

2. Выполнить численный анализ полей напряженно-деформированного состояния (НДС), упругих и упругопластических параметров сопротивления разрушению в полном диапазоне смешанных форм разрушения по линейной теории механики трещин и нелинейным классической, градиентной и циклической теориям пластичности.

3. Разработать метод и представить интерпретацию экспериментальных результатов на основе численных расчетов параметров сопротивления разрушению для криволинейных траекторий развития трещин по линейно-упругой модели, классической (HRR решение) и циклической теориям пластичности (NKH решение).

4. Установить особенности и описать закономерности развития трещин при смешанных формах циклического разрушения с учетом упруго-пластических свойств сталей, титанового и алюминиевого сплавов.

5. Провести сравнительный анализ результатов, полученных методами конечных элементов, электронной микроскопии и корреляции цифровых изображений (DIC).

ГЛАВА 2. МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ И ЦИФРОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ РОСТА ТРЕЩИН ПРИ СМЕШАННЫХ ФОРМАХ ОТРЫВА И СДВИГА

2.1. Исследуемые материалы, экспериментальное оборудование, средства измерений и программы испытаний

Планом работ по диссертации была предусмотрена программа экспериментальных исследований роста трещины для сталей, алюминиевого и титанового сплавов в полном диапазоне смешанных форм деформирования для плоской задачи с использованием бесконтактной цифровой оптической системы.

Объектом исследований в данной работе выступил образец с односторонним боковым надрезом (compact tension shear (CTS) specimen). CTS образец получил широкое применение в экспериментальных исследованиях смешанных форм деформирования и разрушения [143], геометрия экспериментального образца представлена на рисунке 2.1.1. Перед проведением основных испытаний на всех CTS образцах осуществлялось предварительное выращивание усталостной трещины длиной 5 мм от исходного надреза, таким образом, относительная длина начальной трещины составляла $a/w = 0.5$, где w – ширина CTS образца. Формирование исходной усталостной трещины проводилось в условиях одноосного растяжения при гармоническом цикле нагружения с максимальным значением напряжения σ_{max} , не превышающем половину от значения предела текучести исследуемых материалов σ_0 .

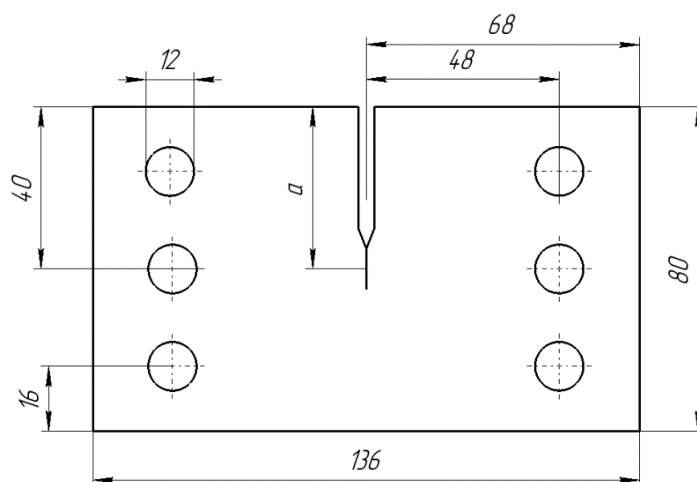


Рис. 2.1.1. Геометрия экспериментального CTS образца

Экспериментальные образцы были выполнены из сталей P2M и 34X, а также алюминиевого Al-alloy 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов, которые широко используются в элементах конструкций авиации, стационарной и тепловой энергетики. Основные механические свойства исследуемых материалов приведены в таблице 2.1.1. В этой таблице E – модуль упругости, σ_0 – предел текучести материала, σ_b и σ_u – номинальный и истинный предел прочности материала, n и $\bar{\alpha}$ – константы деформационного упрочнения материала, C и γ – параметры нелинейной кинематической модели упрочнения Chaboche.

Таблица 2.1.1. Основные механические свойства исследуемых материалов

Материал	E (ГПа)	σ_0 (МПа)	n	$\bar{\alpha}$	C	γ	σ_b (МПа)	σ_u (МПа)
Steel P2M	226.9	362.4	4.13	4.141	6165.9	8.0	636.0	1190.0
Steel 34X	216.2	714.4	7.89	0.529	5700.0	6.9	1040.0	1260.4
Al-alloy 7050	70.57	471.6	10.85	1.570	1750.0	7.5	524.4	701.0
Ti-6Al-4V	118.0	885.5	12.59	1.225	2100.0	5.1	963.8	1289.6

Таблица 2.1.2 содержит программу состоявшихся испытаний по определению скорости роста трещины в условиях смешанных форм деформирования. Рассмотрены два варианта нагружения: нормальный отрыв (Mode I) и начальный чистый сдвиг (Mode II), которые представлены на рисунке 2.1.2 б, в. Вариант начального чистого сдвига выбран из тех соображений, что поворот траектории роста трещины обязательно приведет к возникновению смешанных форм циклического разрушения. В общем случае смешанные формы деформирования достигаются путем изменения угла приложения нагрузки α по отношению к направлению приложенной силы F с помощью специальных захватов S-образной формы (рис. 2.1.2 б, в), которые позволяют воспроизвести полный диапазон смешанных форм деформирования на образце одной геометрии [142]. На рисунке 2.1.2 а a_0 – начальная длина трещины, a_x – проекция вершины трещины на ось OX и a_{eqv} – эквивалентная длина трещины.

Испытания были выполнены на специализированной сервогидравлической испытательной машине Zwick/Roell HA100 с системой управления Zwick CUBAS при гармоническом нагружении с частотой 10 Гц и коэффициентом асимметрии цикла нагружения $R = 0.1$ при комнатной температуре (рис. 2.1.3). В процессе испытаний

непрерывно осуществлялся контроль обрабатываемых усилий и перемещений силонагрузителя испытательной установки.

Таблица 2.1.2. Размеры экспериментальных образцов и условия нагружения

Материал	Приложенная нагрузка F, кН		Угол приложения нагрузки α , °		Толщина образца t, мм	
	mode I	mode II	mode I	mode II	mode I	mode II
Steel P2M	7.0	14.0	90	0	4.83	4.51
Steel 34X	7.3	14.8	90	0	5.04	5.05
Al-alloy 7050	2.8-7.0	11.0	90	0	4.85	5.01
Ti-6Al-4V	5.0-11.0	17.0	90	0	5.0	5.02

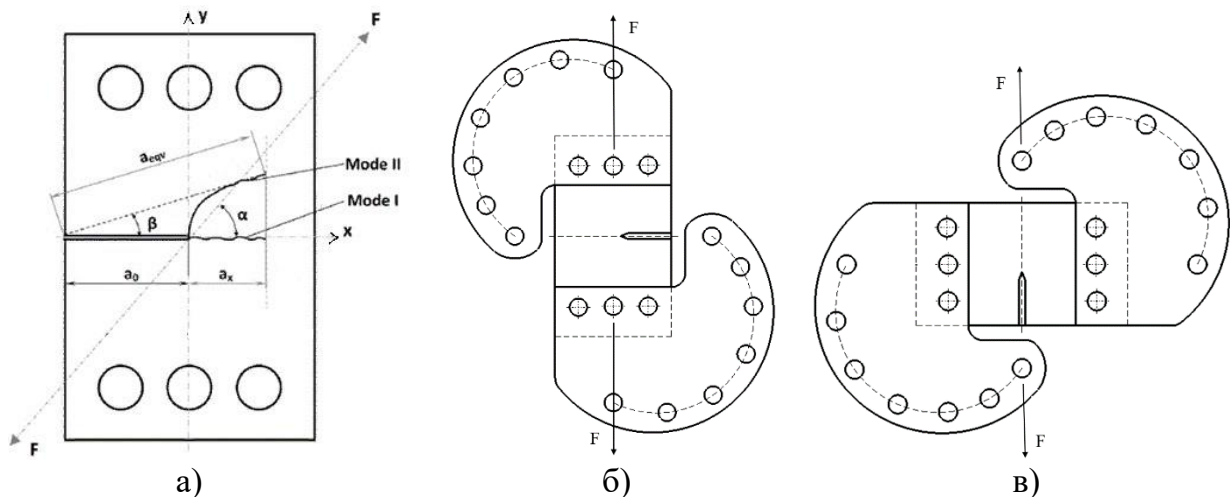


Рис. 2.1.2. Общая схема нагружения (а) и ситуации нормального отрыва (б) и начального чистого сдвига (в)

Испытания CTS образцов на скорость роста трещины были проведены с учетом рекомендаций международного ASTM E647 и отечественного РД 50-345-82 стандартов [12, 38]. Согласно вышеуказанным стандартам, в ходе реализации экспериментов предполагается непосредственное измерение длины развивающейся трещины a_i в зависимости от количества циклов нагружения N_i через определенные промежутки времени. Таким образом, основным результатом является получение первичной экспериментальной информации в виде зависимостей скорости роста трещины от количества циклов нагружения $da/dN = f(N)$, необходимой для дальнейшего определения характеристик циклической трещиностойкости. Последующая интерпретация экспериментальных данных предполагает соотнесение каждого текущего значения

скорости роста трещины $(da/dN)_i$ соответствующему значению параметра, характеризующего напряженно деформированное состояние в вершине трещины.

Для определения фактического положения вершины трещины на боковой поверхности образца и для непрерывного измерения длины трещины вдоль криволинейной траектории использовался оптический инструментальный микроскоп МБС-10, представленный на рисунке 2.1.4 а. Технические характеристики используемого микроскопа МБС 10:

- увеличение, крат, в пределах 4–100;
- линейное поле зрения, мм, в пределах 39–2,4;
- рабочее расстояние, мм, не менее 95;
- источник света галогенная лампа 12 В/20 Вт.

Установка и центрирование оптического микроскопа выполнялись с тем условием, чтобы начало координат совпадало с вершиной исходной трещины, а ось измерений располагалась по касательной к траектории трещины в данной точке. Испытания СТС образцов на скорость роста трещины при смешанных формах деформирования имеют ряд особенностей, которые изложены в разделе интерпретации экспериментальных данных.



Рис. 2.1.3. Испытательная установка Zwick/Roell HA 100 с системой управления Zwick CUBAS

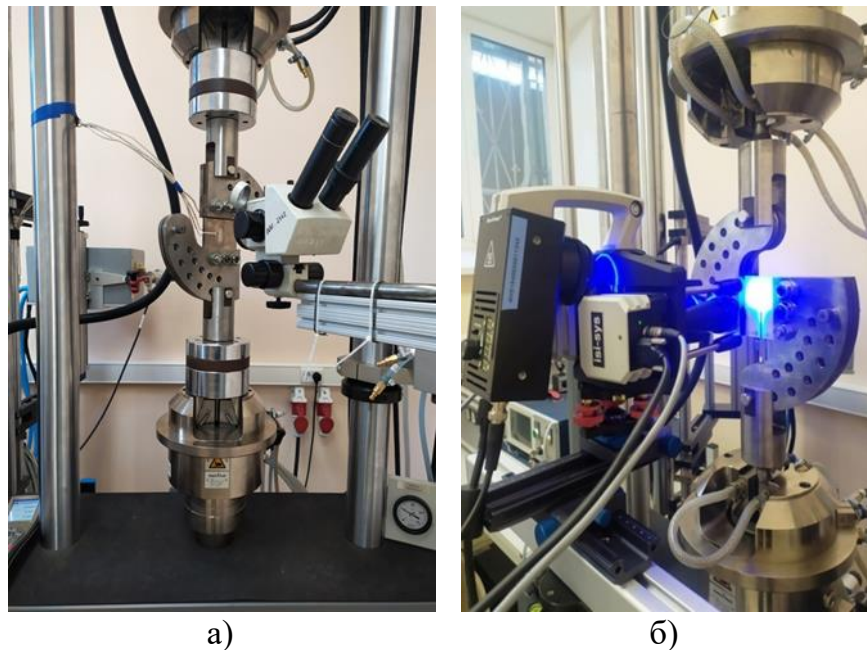


Рис. 2.1.4. Измерение приращения длины трещины в CTS образце оптическим микроскопом (а), регистрация полей перемещений бесконтактной цифровой оптической системой (б)

В рамках выполнения поставленных задач, в процессе проведения испытаний CTS образцов на скорость роста трещины использовалась бесконтактная цифровая оптическая система VIC-3D (рис. 2.1.4 б). Эта система предназначена для определения полей перемещений и деформаций на рабочей поверхности объектов исследования. Подробная информация о технических характеристиках и особенностях использования данного измерительного комплекса в рамках настоящего исследования представлена в разделе интерпретации экспериментальных данных.

2.2. Метод эквивалентных трещин при описании криволинейной траектории разрушения в CTS-образце

Основной особенностью развития трещины в условиях смешанных форм деформирования является то, что трещина развивается не в направлении плоскости исходной ориентации, а имеет криволинейную траекторию, направление которой заранее неизвестно. В литературе представлены несколько методов аппроксимации и прогнозирования пути реальной криволинейной траектории роста трещин при смешанных формах монотонного и циклического разрушения. Независимо друг от друга были предложены методы Sih и Barthelemy [178], Шлянникова и Иваньшина [174], а

позднее были представлены методы Au [40], Pandey и Patel [131], Gdoutos [80] и Van Mao Hua [205].

Наиболее подходящим для целей настоящего исследования является метод Шлянникова В.Н. [164, 172, 173], который удобным образом объединяет упруго-пластический критерий девиации трещины, размер зоны процесса разрушения и геометрическую задачу пути в соответствии с шаговой процедурой построения экспериментальной криволинейной траектории. В этой связи ограничимся только цитированием информации по материалам работ Шлянникова В.Н. [164, 172, 173], которая необходима для дальнейшего изложения методики исследования.

В основу описания экспериментальной криволинейной траектории развития трещины в задачах смешанных форм разрушения положены понятия размера зоны процесса разрушения и шаговая процедура построения в сочетании с управляющим параметром в форме угла девиации трещины в зависимости от ее ориентации. В соответствии с ней для исходной наклонной трещины вычисляются значения коэффициентов интенсивности напряжений K_1 и K_2 , затем по критерию типа Писаренко-Лебедева [164, 172] находится угол дальнейшего распространения трещины в зависимости от вида номинального напряженного состояния и угла её исходной ориентации, дается малое приращение в этом направлении, и процедура повторяется. Шаговая процедура основана на замене реальной криволинейной траектории трещины, эквивалентной прямолинейной. Предполагается, что рост усталостной трещины осуществляется последовательностью дискретных шагов. Положение вершины трещины вдоль криволинейной траектории роста трещины в условиях смешанных форм деформирования непрерывно меняется с каждым циклом нагружения. Для каждого последующего нового положения вершины трещины необходимо вычислять свои значения параметров напряженно-деформированного состояния.

На рисунке 2.2.1 представлена декартова система координат, центр которой расположен в вершине трещины (точка А) и обозначены углы трещины в условиях начального чистого сдвига (Mode II), где β – угол ориентации трещины, ϕ – угол поворота трещины и θ^* – угол девиации трещины, определяющий её дальнейшее направление. Участок ОА представляет собой начальную длину трещины a_0 . После каждого приращения длины трещины на величину r_i меняется и исходный угол

ориентации трещины β_0 , следовательно, изменяется и значение эквивалентной длины трещины a_{eqv0} .

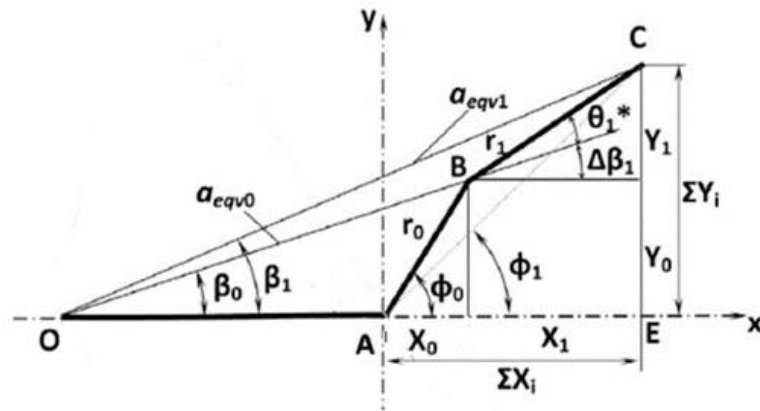


Рис. 2.2.1. Декартова система координат для условий начального чистого сдвига

При следующем увеличении длины криволинейной трещины необходимо учитывать новые значения длины и угла ориентации трещины. В работах Шлянникова В.Н. [164, 172, 173] расчет новой длины эквивалентной прямолинейной трещины a_i и угла её ориентации β_i предлагается осуществить с помощью следующих формул:

$$\begin{cases} a_i = \left[a_{i-1}^2 + \Delta a_i^2 - 2a_{i-1}\Delta a_i \cos(\pi - \theta_{i-1}^*) \right]^{1/2} \\ \beta_i = \beta_{i-1} \arcsin \frac{\Delta a_i \sin(\pi - \theta_{i-1}^*)}{a_i} \end{cases} \quad (2.2.1)$$

Необходимо отметить, что кривизна траектории трещины уменьшается по мере увеличения общей длины трещины, поскольку влияние вклада угла ориентации β_i с увеличением длины трещины становится меньше.

Таким образом, в настоящем исследовании используется описанный выше метод эквивалентных трещин в задаче формирования расчетно-экспериментальной траектории разрушения в CTS образце при смешанных формах деформирования для ряда конструкционных металлических материалов в порядке интерпретации экспериментальных данных и вычисления соответствующих параметров напряженно деформированного состояния в области вершины трещины.

2.3. Методика измерения полей перемещений в CTS-образце на основе корреляции цифровых изображений

В последние десятилетия в области механики деформируемого твердого тела для выполнения анализа напряженно-деформированного состояния материала широко используются бесконтактные цифровые оптические системы. В настоящей работе, регистрация перемещений и деформаций на поверхности экспериментального образца осуществлялась с помощью трёхмерной бесконтактной цифровой оптической системы VIC-3D, которая представлена в параграфе 2.1. Использование данного инструмента в испытаниях на скорость роста трещины CTS образцов обеспечивает высокую точность измерений и регистрацию опытных данных в режиме реального времени [2, 45, 60, 189].

Методика проведения экспериментальных исследований CTS образцов в условиях смешанных форм деформирования и разрушения с использованием системы VIC-3D включает в себя несколько этапов. Перед реализацией серии испытаний (табл. 2.1.2) поверхность экспериментального образца проходит специальную подготовку: зачистка поверхности образца от загрязнений; шлифование наждачной бумагой с различной степенью зернистости в зависимости от типа металла (табл. 2.1.1); последовательное полирование фетром, войлоком и абразивной/неабразивной пастами. В данном случае точность опытных данных непосредственно зависит от качества реализуемой подготовки поверхности CTS образца.

Поскольку работа оптического комплекса VIC-3D основана на методе корреляции цифровых изображений, то сначала на одну сторону CTS образца наносится контрастное мелкодисперсное покрытие. Для этого с помощью аэрозольной матовой акриловой краски на исследуемую поверхность образца распыляется белая основа и поверх неё наносится совокупность черных точек небольшого размера. Достижение должного качества подготавливаемой поверхности образца и нахождение оптимального соотношения черно-белых элементов происходит опытным путем (рис. 2.3.1). Далее обратная сторона образца используется для наблюдения с помощью оптического микроскопа МБС-10 за фактическим положением вершины трещины вдоль траектории роста и непрерывной регистрации её длины. Таким образом, регистрация полей перемещений и деформаций осуществлялась с помощью бесконтактной оптической системы VIC-3D в последовательных фиксированных положениях вершины трещины в

процессе её роста вдоль криволинейной траектории в полном диапазоне смешанных форм деформирования для всех рассматриваемых металлических материалов [2.1].

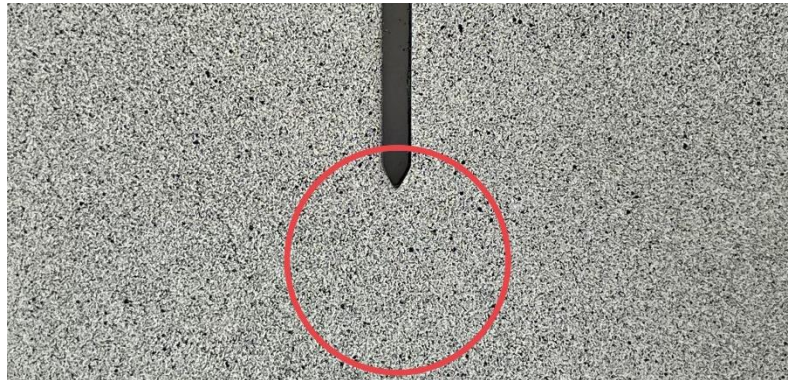


Рис. 2.3.1. Подготовленная поверхность CTS образца

Схема расположения элементов испытательной системы и измерительных инструментов представлена на рисунке 2.3.2. Бесконтактная цифровая оптическая система анализа полей перемещений и деформаций укомплектована двумя монохромными камерами CameraIQ-7H-3 с разрешающей способностью 2448x2048 5.0 МП и максимальной скоростью съемки 50 кадров в секунду, каждая из которой имеет подключение к рабочей станции. Обе камеры устанавливаются на жесткий кронштейн, обеспечивающий надежную фиксацию без смещения их взаимного положения. Каждая камера устанавливается на кронштейн через платформу, обеспечивающую прецизионное позиционирование для точной центровки. Так как, используемые камеры укомплектованы объективами с фиксированным фокусным расстоянием, необходимо соблюдать определенное расстояние до поверхности экспериментального CTS образца. Система видео регистрации VIC-3D включает в себя светодиодную подсветку с возможностью регулирования яркости освещения, для достижения необходимого баланса яркости и резкости рабочего изображения. Объективы камер и светодиодный светильник оснащены специализированными фильтрами для получения поляризованного оптического излучения.

Калибровка оптической системы осуществляется с помощью комплекта специальных тарировочных пластин, которые представляют собой совокупность черных точек определенного размера и маркеров, расположенных на белом фоне. Выбор калибровочной таблицы зависит от геометрических параметров экспериментального образца и размера рассматриваемой рабочей поверхности. С помощью камер

фиксируется несколько положений калибровочной таблицы, после чего программное обеспечение системы автоматически распознает положение маркеров, находящихся в поле обзора.

Помимо качества подготовленной поверхности образца, технических характеристик системы VIC-3D, настройки испытательной системы и точности процедуры калибровки на конечный результат работы также оказывают влияние параметры численной обработки опытных данных.

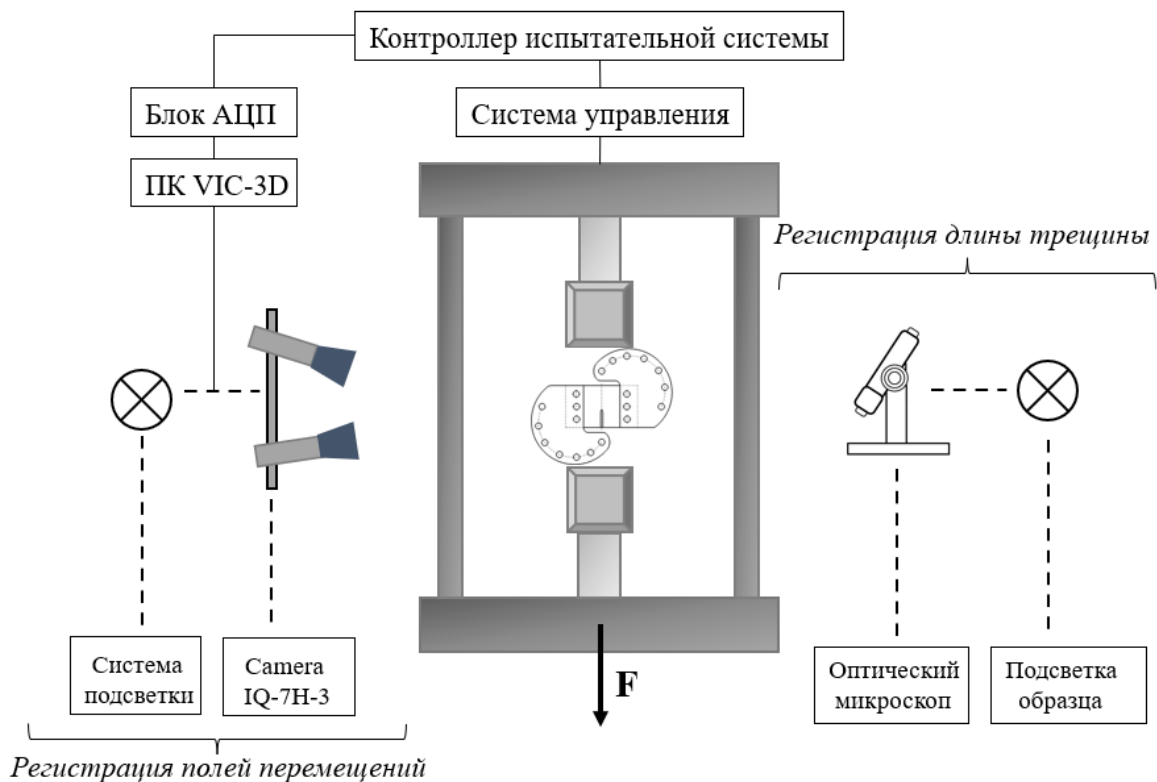


Рис. 2.3.2. Схема расположения элементов оборудования при регистрации экспериментальных данных

На исследуемой поверхности образца рабочая система координат задается с помощью виртуального экстензометра, который является специальным инструментом программы. В процессе корреляционной обработки цифровых данных вся рассматриваемая рабочая область разграничивается на некоторое количество локальных подмножеств X размером $X \times X$ пикселей. Размер подмножества является важным параметром численной обработки данных и оказывает влияние на точность проводимого корреляционного анализа, а также на размер образуемой в ходе вычислений краевой зоны вблизи концентраторов напряжений и на границах рассматриваемой области. Следующим варьируемым параметром является шаг

подмножества ΔX , который регулирует расстояние между подмножествами X (между центральными точками подмножеств X). С уменьшением значения шага подмножества ΔX неоднородные поля перемещений и деформаций принимают более детализированный вид, так как увеличивается количество расчётных точек, что в свою очередь увеличивает время корреляционного анализа и занимает большое количество ресурсов рабочей станции. Напротив, с увеличением значения данного параметра ΔX происходит сглаживание и осреднение получаемых опытных данных, а также происходит увеличение краевой зоны в области имеющихся дефектов.

В рамках настоящей работы, для исследования механизмов и особенностей развития трещин при смешанных формах циклического деформирования в металлических материалах и регистрации полей перемещений и деформаций в области вершины трещины, на основе проведения параметрических исследований было установлено оптимальное для данных условий значение размера подмножества $X=27 \times 27$ пикселей, с шагом $\Delta X=5$.

2.4. Первичные экспериментальные данные развития трещин в сталях, алюминиевом и титановом сплавах

В данном разделе представлены первичные экспериментальные данные, полученные в процессе испытаний CTS образцов из сталей P2M и 34X, а также алюминиевого Al-alloy 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов при смешанных формах циклического деформирования, которые являются основой для последующего комплексного исследования с использованием МКЭ, количественной фрактографии и корреляции цифровых изображений.

В результате реализации серии испытаний, согласно таблице 2.1.2, были получены экспериментальные траектории трещин CTS образцов. Распространение трещины в условиях нормального отрыва (Mode I) происходит в исходной плоскости, перпендикулярной к направлению максимальных растягивающих напряжений (рис. 2.1.2 а). Напротив, основной особенностью роста трещины в условиях начального чистого сдвига (Mode II) является то, что происходит поворот траектории роста трещины на начальном этапе ее развития и последующее направление распространения трещины не совпадает с плоскостью её исходной ориентации (рис. 2.4.1). Таким образом трещина развивается по криволинейной траектории. Согласно рисунку 2.4.1,

криволинейная траектория трещины в алюминиевом сплаве Al-alloy 7050 существенно отличается от экспериментальных траекторий других исследуемых материалов при одинаковых условиях их нагружения, что может быть объяснено влиянием упруго-пластических свойств материалов, представленных в таблице 2.1.1 [21, 167].

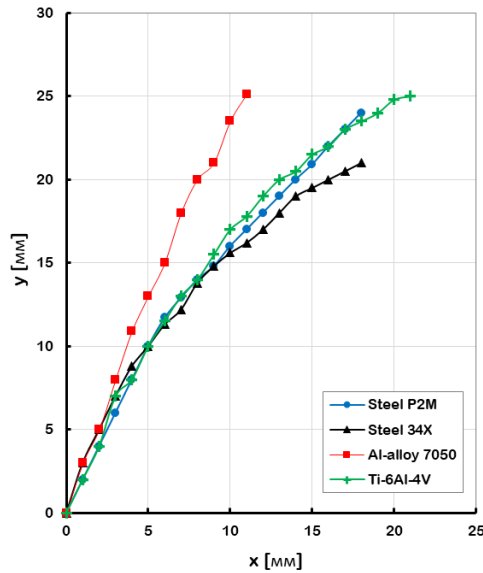


Рис. 2.4.1. Экспериментальные траектории трещин в условиях начального чистого сдвига

В ходе наблюдений за фактическим положением вершины трещины вдоль криволинейной траектории роста (Mode II) были получены проекции вершины трещины $\sum x_i$ на ось OX и $\sum y_i$ на ось OY для всех последовательных положений фронта трещины. На основе этих экспериментальных данных $\sum x_i$ и $\sum y_i$ были составлены общие уравнения для определения значений углов развивающейся трещины, где β – угол ориентации трещины, ϕ – угол поворота трещины и θ^* – угол девиации трещины, для каждого положения вершины трещины вдоль её криволинейной траектории:

$$\beta_i = \tan^{-1}\left(\frac{\sum y_i}{a_0 + \sum x_i}\right), \quad \phi_i = \tan^{-1}\left(\frac{\sum y_i - \sum y_{i-1}}{\sum x_i - \sum x_{i-1}}\right), \quad \theta_i^* = \phi_i - \beta_{i-1} \quad (2.4.1)$$

В соответствии с уравнениями 2.4.1, на рисунке 2.4.2 представлены распределения углов трещины β , ϕ и θ^* в зависимости от нормированной длины трещины на ширину экспериментального CTS образца. Данные зависимости

реализованы для сталей, алюминиевого и титанового сплавов в условиях начального чистого сдвига (табл. 2.1.1.). Следует отметить, что кривые поведения углов трещин, характеризующие криволинейные траектории трещин, существенно зависят от свойств исследуемых материалов. Более того, у сталей P2M и 34X, которые обладают подобными упругими свойствами, кривые зависимостей не совпадают между собой, что так же может быть объяснено влиянием пластических свойств материалов [21].

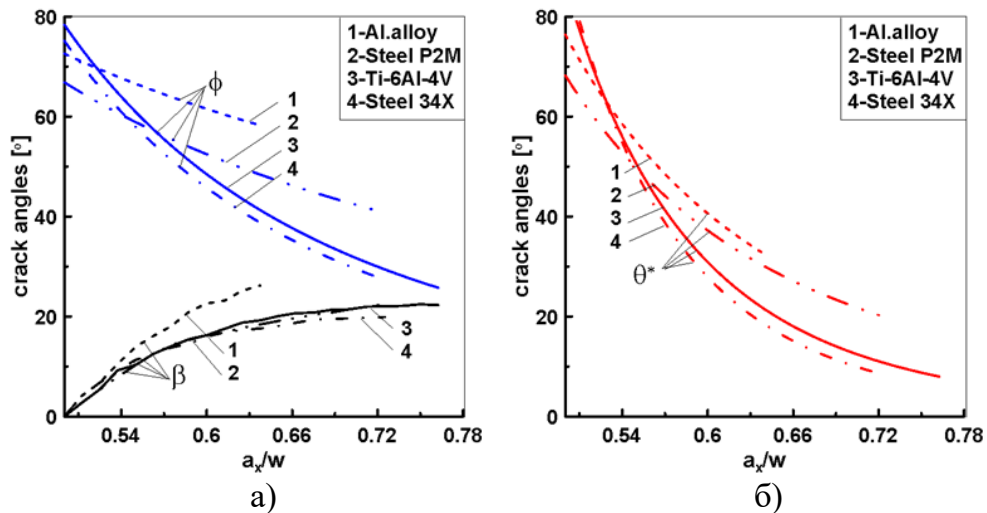


Рис. 2.4.2. Углы ориентации, поворота (а) и девиации (б) трещины в зависимости от относительной длины трещины

В порядке выполнения программы испытаний (табл. 2.1.2) были получены экспериментальные данные в виде зависимостей длины трещины от количества циклов нагружения $a = f(N)$. Графически результаты испытаний в рамках нормального отрыва для всего ряда исследуемых металлических материалов представлены на рисунке 2.4.3 в виде графиков, по оси ординат которых откладывается суммарная длина развивающейся трещины $\sum a_i$, а по оси абсцисс - соответствующее накопленное количество циклов нагружения N . На рисунке 2.4.4 представлены первичные диаграммы зависимости длины криволинейных траекторий трещин от накопленного количества циклов нагружения для условий начального чистого сдвига.

Согласно рисунку 2.4.4, кривые роста трещин сталей P2M и 34X (рис. 2.4.4 а) имеют однородный характер изменения длины трещины при увеличении количества циклов нагружения. Экспериментальные кривые роста трещин для сплавов алюминия Al-alloy 7050 и титана Ti-6Al-4V (рис. 2.4.4 б) не являются однородными и имеют локальный участок с увеличением длины трещины сразу после поворота трещины.

Предполагается, что наблюдаемые эффекты в характере роста трещины в условиях начального чистого сдвига обусловлены поворотом траектории роста трещины и упруго-пластическими свойствами материалов.

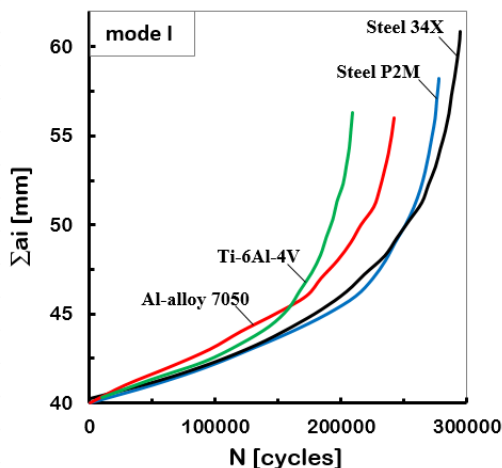


Рис. 2.4.3. Экспериментальные кривые роста трещин для сталей, алюминиевого и титанового сплавов в условиях нормального отрыва

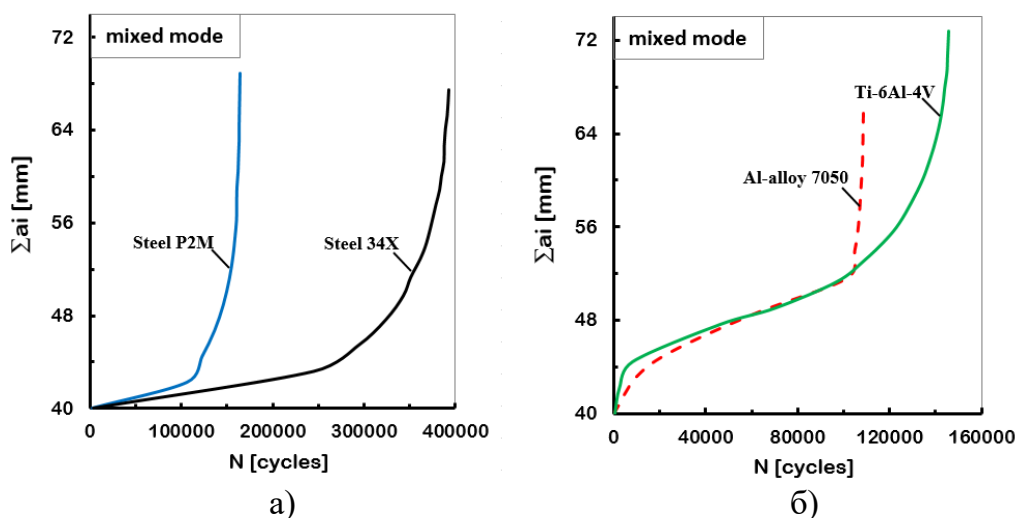


Рис. 2.4.4. Экспериментальные кривые роста трещин для (а) сталей, (б) титановых и алюминиевых сплавов в условиях начального чистого сдвига

Таким образом, в данной главе изложены методы экспериментального исследования и цифровых измерений роста трещины при смешанных формах деформирования и разрушения. Представлены первичные экспериментальные данные для исследованных конструкционных металлических материалов, которые являются основой для последующего численного исследования.

ГЛАВА 3. ПОЛЯ ПАРАМЕТРОВ НДС И КОЭФФИЦИЕНТЫ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ СМЕШАННЫХ ФОРМ РАЗРУШЕНИЯ ПО ЛИНЕЙНЫМ И НЕЛИНЕЙНЫМ ТЕОРИЯМ МЕХАНИКИ ТРЕЩИН

В настоящей главе представлены результаты комплексного расчетно-экспериментального метода исследования параметров напряженного деформированного состояния в области вершины трещины CTS образцов из сталей, алюминиевого и титанового сплавов в условиях смешанных форм деформирования и разрушения. Вычисление упругих и упруго-пластических параметров сопротивления циклическому разрушению выполнено методом конечных элементов по линейной теории механики трещин и нелинейным теориям пластичности в зависимости от условий нагружения, упруго-пластических свойств исследуемых материалов и от положения вершины трещины вдоль экспериментальных траекторий трещин CTS образцов. Проведен сравнительный анализ распределений деформаций в вершине трещины по классической, градиентной и циклической теориям пластичности с прямыми измерениями по методу корреляции цифровых изображений в полном диапазоне смешанных форм деформирования.

Результаты исследований, представленные в данной главе, будут использованы для интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин CTS образцов из конструкционных металлических материалов в условиях нормального отрыва и начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования.

3.1. Модели упругого и пластического деформирования в вершине трещины по классической, градиентной и циклической теориям пластичности

В настоящей работе для интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин в полном диапазоне смешанных форм деформирования на основе численных расчетов параметров сопротивления разрушению использовались линейные упругие и нелинейные пластические коэффициенты интенсивности напряжений по классической, градиентной и циклической теориям пластичности. Ниже представлены упругие и пластические модели деформирования, которые были использованы для определения соответствующих параметров сопротивления циклическому разрушению.

Краевая задача линейного упругого решения

Рассматривалась плоская пластина бесконечных размеров, ослабленная односторонней боковой трещиной в виде математического разреза с локальной полярной системой координат с центром в вершине трещины. Вершина трещины представлена надрезом с конечным радиусом кривизны. Плоскость расположения трещины совпадает с осями симметрии геометрии тела. Рассматривались условия плоской деформации.

Граничные условия для трещин нормального отрыва и начального чистого сдвига формулируются следующим образом.

Для решения задач теории упругости имеются в распоряжении следующие уравнения:

уравнения равновесия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_{xx}}{dx} + \frac{d\sigma_{xy}}{dy} + \frac{d\sigma_{xz}}{dz} + pX &= 0 \\ \frac{d\sigma_{yx}}{dx} + \frac{d\sigma_{yy}}{dy} + \frac{d\sigma_{yz}}{dz} + pY &= 0 \\ \frac{d\sigma_{zx}}{dx} + \frac{d\sigma_{zy}}{dy} + \frac{d\sigma_{zz}}{dz} + pZ &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.1.1)$$

геометрические уравнения (соотношения Коши):

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx}, \quad \gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \\ \varepsilon_{yy} = \frac{dv}{dy}, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dz} \\ \varepsilon_{zz} = \frac{dw}{dz}, \quad \gamma_{zx} = \frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.2)$$

физические уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} = 2G\varepsilon_{xx} + \lambda\theta, \quad \sigma_{xy} = G\gamma_{xy} \\ \sigma_{yy} = 2G\varepsilon_{yy} + \lambda\theta, \quad \sigma_{yz} = G\gamma_{yz} \\ \sigma_{zz} = 2G\varepsilon_{zz} + \lambda\theta, \quad \sigma_{zx} = G\gamma_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.3)$$

уравнения неразрывности деформаций:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \varepsilon_{xx}}{dy^2} + \frac{d^2 \varepsilon_{yy}}{dx^2} &= \frac{d^2 \gamma_{xy}}{dxdy}, & \frac{d}{dz} \left(\frac{d\gamma_{yz}}{dx} + \frac{d\gamma_{zx}}{dy} - \frac{d\gamma_{xy}}{dz} \right) &= 2 \frac{d^2 \varepsilon_{zz}}{dxdy} \\ \frac{d^2 \varepsilon_{yy}}{dz^2} + \frac{d^2 \varepsilon_{zz}}{dy^2} &= \frac{d^2 \gamma_{yz}}{dydz}, & \frac{d}{dx} \left(\frac{d\gamma_{zx}}{dy} + \frac{d\gamma_{xy}}{dz} - \frac{d\gamma_{yz}}{dx} \right) &= 2 \frac{d^2 \varepsilon_{xx}}{dydz} \\ \frac{d^2 \varepsilon_{zz}}{dx^2} + \frac{d^2 \varepsilon_{xx}}{dz^2} &= \frac{d^2 \gamma_{zx}}{dzdx}, & \frac{d}{dy} \left(\frac{d\gamma_{xy}}{dz} + \frac{d\gamma_{yz}}{dx} - \frac{d\gamma_{zx}}{dy} \right) &= 2 \frac{d^2 \varepsilon_{yy}}{dzdx} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.4)$$

При численном решении задачи для конкретной геометрии CTS образца для формы деформирования по типу нормального отрыва аналогом граничных условий выступали условия симметрии по перемещениям, заданные системой приложенных нагрузок. Для ситуации начального чистого сдвига система граничных условий для CTS образца в численных расчетах реализована на основе метода Richard [143], которая разносится специальным образом по контурам нагрузочных отверстий и плоскости исходного надреза. Это связано с конфигурацией рассматриваемого CTS образца и нагрузочных захватов S-образной формы, которые позволяют воспроизводить полный диапазон смешанных форм деформирования.

Таким образом, надо различать решение модельной задачи и численную реализацию, которая относится к конкретной геометрии тела с трещиной и способом реализации граничных условий. В остальном аналитическое и численное решения совпадают по формулировкам.

Упругое напряженно-деформированное состояние

Основная цель состоит в формулировке структуры полей параметров НДС в области вершины трещины. В рамках решения линейно-упругой задачи поля напряжений и перемещений в области вершины трещины могут быть выражены посредством решения Вильямса. Первые два члена разложения, пропорциональные $r^{-1/2}$ в локальной полярной системе координат (r, θ) с центром в вершине трещины имеют вид [66, 139, 213]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} f_{11} \theta & f_{12} \theta \\ f_{21} \theta & f_{22} \theta \end{bmatrix} + \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} g_{11} \theta & g_{12} \theta \\ g_{21} \theta & g_{22} \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.5)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ \nu \end{bmatrix} = \frac{K_1}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{bmatrix} h_1 \theta, k \\ d_1 \theta, k \end{bmatrix} + \frac{K_2}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{bmatrix} h_2 \theta, k \\ d_2 \theta, k \end{bmatrix} + \frac{T \cdot L}{8G} \begin{bmatrix} h_3 \theta, k, \alpha & k+1 \\ d_3 \theta, k, \alpha & \tan \alpha \cdot k+1 \end{bmatrix} \quad (3.1.6)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений и u, ν – компоненты перемещений; G – модуль сдвига; α – угол ориентации трещины; $k = (3 - 4\nu)$ и $k = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ – для плоской деформации и плоского напряженного состояния, соответственно; ν – коэффициент Пуассона. В выше представленных уравнениях T – несингулярный член второго порядка в разложении упругих напряжений, а функции $f_{ij}(\theta)$, $g_{ij}(\theta)$, $h_i(\theta, k, \alpha)$, $d_i(\theta, k, \alpha)$ являются безразмерными функциями упругих напряжений и перемещений [168, 171, 176], L – размер тела с трещиной. Упругие коэффициенты интенсивности напряжений для форм нормального отрыва K_I и начального чистого сдвига K_{II} имеют следующий вид:

$$K_I = \frac{F\sqrt{\pi a}}{wt} \sin \alpha \cdot Y_1\left(\frac{a}{w}\right), \quad K_{II} = \frac{F\sqrt{\pi a}}{wt} \cos \alpha \cdot Y_2\left(\frac{a}{w}\right) \quad (3.1.7)$$

где F – приложенная сила; a – длина трещины; $Y_i(a/w)$ – K -тарировочные функции, учитывающие геометрию образца; t и w это толщина и ширина образца, соответственно.

В рамках упругой задачи, для анализа роста трещины в условиях смешанных формах деформирования используется эквивалентный КИН, который является функцией упругих K_I (нормальный отрыв) и K_{II} (поперечный сдвиг) коэффициентов интенсивности напряжений. В работе Chang и др. [55] представлено уравнение упругого эквивалентного КИН, основанного на модификации критерия скорости освобождения энергии, в котором угол девиации трещины θ^* (рис. 2.2.1, рис. 2.4.2) присутствует в явном виде:

$$K_{eqv} \theta^* = 1 + \nu \cos^2\left(\frac{\theta^*}{2}\right) \left\{ \frac{1-\nu}{2} \left[K_I^2 (1 + \cos \theta^*) - 4K_I K_{II} \sin \theta^* + K_{II}^2 (5 - 3 \cos \theta^*) \right] \right\} \quad (3.1.8)$$

Угол девиации трещины определяется следующим образом:

$$\Theta = \left\{ \frac{1-\nu}{2} \left[K_I^2 \left(\sin \frac{\theta^*}{2} + \sin \frac{3}{2} \theta^* \right) + 4K_I K_{II} \cos \frac{3}{2} \theta^* - K_{II}^2 \left(3 \sin \frac{3}{2} \theta^* - 5 \sin \frac{\theta^*}{2} \right) \right] \right\} = 0 \quad (3.1.9)$$

Для характеристики текущего упругого состояния вдоль криволинейной траектории трещины в условиях смешанных форм разрушения используется параметр смешанности, введенный Shih [157]:

$$M_e = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{K_1}{K_2} \quad (3.1.10)$$

где упругие коэффициенты интенсивности напряжений K_1 и K_2 CTS образцов определяются в соответствии с формулами 3.1.7. Значения M_e принадлежат диапазону от 0 до 1, где $M_e = 0$ для поперечного сдвига (Mode II) и $M_e = 1$ для условий нормального отрыва (Mode I). В параграфе 3.3 полученные значения упругих КИН представлены в виде кривых зависимостей от нормированной длины трещины $\sum a/w$ для диапазона рассматриваемых металлических материалов при нагружении нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом.

Краевая задача классической теории пластичности по модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса

Рассматривалась плоская пластина бесконечных размеров, ослабленная центральной трещиной в виде математического разреза с локальной полярной системой координат с центром в вершине трещины. Плоскость расположения трещины совпадает с осями симметрии геометрии тела. Рассматривались условия плоской деформации и плоского напряженного состояния.

Граничные условия для трещин нормального отрыва и начального чистого сдвига состояли в следующем.

Для решения (3.1.11) необходимо задать значения для функции напряжений $\tilde{\Phi}$ и ее производных $d\tilde{\Phi}/d\theta$, $d^2\tilde{\Phi}/d\theta^2$, $d^3\tilde{\Phi}/d\theta^3$ на концах интервала интегрирования, для верхней ($\theta = +\pi$) или нижней ($\theta = -\pi$) поверхностей трещины и фронт трещины ($\theta = 0$).

$$\begin{aligned} & \left[n s - 2 - \frac{d^2}{d\theta^2} \left[\tilde{\sigma}_e^{n-1} \left\{ s s - 3 \tilde{\Phi} - 2 \frac{d^2 \tilde{\Phi}}{d\theta^2} \right\} \right] \right] + \\ & + [n s - 2 + 1] [n s - 2] \tilde{\sigma}_e^{n-1} \left[2 2s - 3 \tilde{\Phi} - \frac{d^2 \tilde{\Phi}}{d\theta^2} \right] + \\ & + 6 [n s - 2 + 1] s - 1 \frac{d}{d\theta} \left(\tilde{\sigma}_e^{n-1} \frac{d\tilde{\Phi}}{d\theta} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

В случае нормального отрыва для свободных от нагрузок поверхностей трещины:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} r, \pm\pi = \sigma_{r\theta} r, \pm\pi = 0 \\ \tilde{\Phi} \pm\pi = \frac{d\tilde{\Phi} \pm\pi}{d\theta} = 0 \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

В силу симметрии напряженного состояния относительно линии $\theta = 0$ получается дополнительное уравнение:

$$\frac{d\tilde{\Phi}(0)}{d\theta} = \frac{d^3\tilde{\Phi}(0)}{d\theta^3} = 0 \quad (3.1.13)$$

Условием перехода в пластическое состояние по критерию Мизеса является равенство $\sigma_e/\sigma_{ys} = 1$ при $\theta = 0$, где σ_{ys} – предел текучести материала. Отсюда следует:

$$\left(\frac{d^2\tilde{\Phi}}{d\theta^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2\tilde{\Phi}}{d\theta^2}\right)\tilde{\Phi} \beta + 1 - 2\beta + \tilde{\Phi}^2 \beta + 1 - 2\beta + \beta^2 + \left(\frac{d\tilde{\Phi}}{d\theta}\right)^2 3\beta^2 = 1 \quad (3.1.14)$$

или

$$\frac{d^2\tilde{\Phi}}{d\theta^2} = -\frac{\tilde{\Phi} \beta + 1 - 2\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{[\tilde{\Phi} \beta + 1 - 2\beta]^2}{4} - [\tilde{\Phi} \beta + 1 - 2\beta + \beta^2 - 1]} \quad (3.1.15)$$

Таким образом, граничные значения в начале интервала интегрирования ($\theta = 0$) для $d\tilde{\Phi}/d\theta$, $d^2\tilde{\Phi}/d\theta^2$, $d^3\tilde{\Phi}/d\theta^3$ известны, а величина $\tilde{\Phi}(0)$ задается так, чтобы итерационный процесс сходил к условию (3.1.12) в конце интервала ($\theta = \pi$).

Для случая чистого сдвига, так же как и в предыдущем случае, для свободных от напряжений поверхностей трещины:

$$\tilde{\varphi}(\pm\pi) = d\tilde{\varphi}(\pm\pi)/d\theta = 0 \quad (3.1.16)$$

Также должно выполняться условия при $\theta = 0$:

$$\sigma_{r\theta}(0) = \max, \quad \sigma_{\theta\theta}(0) = \frac{d\sigma_{r\theta}}{d\theta} = 0$$

или

$$\tilde{\varphi}(0) = \frac{d^2\tilde{\varphi}(0)}{d\theta} = 0 \quad (3.1.17)$$

При $\sigma_e/\sigma_{ys} = 1$ первая частная производная при $\theta = 0$:

$$\frac{d\tilde{\varphi}}{d\theta} = 1/(\beta/\sqrt{3}) \quad (3.1.18)$$

Следовательно, в начале интервала ($\theta = 0$) известны $\tilde{\Phi}(0)$, $d\tilde{\Phi}(0)/d\theta$, $d^2\tilde{\Phi}(0)/d\theta^2$, а величину $d^3\tilde{\Phi}(0)/d\theta^3$ задают так, чтобы выполнялось условие (3.1.16) в конце интервала. Описанный способ задания граничных условий изложен в работе Долгорукова и Шлянникова [6].

Для плоской деформации разрешающие уравнения относятся к системе дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{d\tilde{\phi}}{d\theta} = \tilde{\phi}_1, \quad \frac{d\tilde{\phi}_1}{d\theta} = \tilde{\phi}_2, \quad \frac{d\tilde{\phi}_2}{d\theta} = \tilde{\phi}_3, \quad \frac{d\tilde{\phi}_3}{d\theta} = \varphi(\tilde{\phi}, \tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \tilde{\phi}_3) \quad (3.1.19)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi(\tilde{\phi}, \tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \tilde{\phi}_3) = & - \left[\frac{3}{4} n (a_2 \tilde{\phi} + \tilde{\phi}_2)^2 + a_4 \tilde{\phi}_1^2 \right]^{-1} \{ \sigma_e^2 [(a_2 - a_1 + a_3) \tilde{\phi}_2 - a_1 a_2 \tilde{\phi}] + \\ & + \frac{n-3}{2} \varphi_1 (a_2 \tilde{\phi}_1 + \tilde{\phi}_3) + \frac{n-1}{2} (a_2 \tilde{\phi} + \tilde{\phi}_2) \left[\frac{3}{2} (a_2 \tilde{\phi}_1 + \tilde{\phi}_3)^2 + \frac{3}{2} (a_2 \tilde{\phi} + \tilde{\phi}_2) a_2 \tilde{\phi}_2 + \right. \\ & \left. 2a_4 (\tilde{\phi}_2^2 + \tilde{\phi}_1 \tilde{\phi}_3) + \frac{n+1}{2} \varphi_1 (a_2 \tilde{\phi}_1 + \tilde{\phi}_3) + a_3 \frac{n-1}{2} \varphi_1 \tilde{\phi}_1 + \frac{1}{\tilde{\sigma}_e^2} \frac{(n-3)(n-1)}{4} \varphi_1^2 (a_2 \tilde{\phi} + \tilde{\phi}_2) \right] \} \end{aligned}$$

$$\text{и } \varphi(\tilde{\phi}, \tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \tilde{\phi}_3) = \frac{3}{2} (a_2 \tilde{\phi} + \tilde{\phi}_2) (a_2 \tilde{\phi}_1 + \tilde{\phi}_3) + 2a_4 \tilde{\phi}_1 \tilde{\phi}_2$$

Для плоского напряженного состояния разрешающие уравнения относятся к системе линейных дифференциальных уравнений, которые являются функциями от s , $\tilde{\phi}$ и его производных, т.е:

$$\frac{d\tilde{\phi}}{d\theta} = \tilde{\phi}_1, \quad \frac{d\tilde{\phi}_1}{d\theta} = \tilde{\phi}_2, \quad \frac{d\tilde{\phi}_2}{d\theta} = \tilde{\phi}_3, \quad \frac{d\tilde{\phi}_3}{d\theta} = \Psi(\tilde{\phi}, \tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \tilde{\phi}_3) \quad (3.1.20)$$

где

$$\Psi(\tilde{\phi}, \tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \tilde{\phi}_3) = (b_{10}\tilde{\phi}^2 + b_{11}\tilde{\phi}_1^2 + b_{12}\tilde{\phi}_2^2 + b_{13}\tilde{\phi}\tilde{\phi}_2)^{-1} \tilde{\sigma}_e^2(b_1\tilde{\phi} + b_2\tilde{\phi}_2) + (b_3\tilde{\phi} + b_4\tilde{\phi}_2) \cdot [b_5\tilde{\phi}_1^2 / \tilde{\sigma}_e^2 + b_6(b_1\tilde{\phi}_1^2 + \tilde{\phi}\tilde{\phi}_2) + b_7\tilde{\phi}_2^2 + 2\tilde{\phi}_3^2 + b_8\tilde{\phi}_1\tilde{\phi}_3] + \varphi_1[b_9\tilde{\phi}_1 - 2(n-1)\tilde{\phi}_3]$$

и

$$\Psi_1 = 2s^2(s^2 - 3s + 3)\tilde{\phi}\tilde{\phi}_1 + (5s^2 - 9s + 6)\tilde{\phi}_1\tilde{\phi}_2 + 2\tilde{\phi}_2\tilde{\phi}_3 + s(3-s)\tilde{\phi}\tilde{\phi}_3$$

Коэффициенты b_1 - b_{13} являются функцией только показателя деформационного упрочнения n :

$$\begin{aligned} b_1 &= -ns(s-2)^2 / 3 + n(2s-3) \\ b_2 &= s(s-3) + n(s-3) / 3 + n(s-2) - 6(s-1) / 1 + n(s-2) \\ b_3 &= s(s-3)(n-1) / 2, \quad b_4 = 1 - n \\ b_5 &= (n-3) / 2, \quad b_6 = 2s^2(s^2 - 3s + 3) \\ b_7 &= 5s^2 - 9s + 6, \quad b_8 = 4s^2 - 6s + 6 \\ b_9 &= (n-1) / s(s-3) - 3(s-1) / n(s-2) + 1 \\ b_{10} &= 2s^2(s^2 - 3s + 3) + s^2(s-3)^2(n-1) / 2 \\ b_{11} &= 6(1-s)^2, \quad b_{12} = 2n, \quad b_{13} = 2ns(3-s) \end{aligned}$$

Приведенные выше системы граничных условий использованы Hutchinson [98] и Шлянниковым [165] при аналитическом решении краевой задачи. При численном решении задачи для конкретной геометрии CTS образца для формы деформирования по типу нормального отрыва (Mode I) аналогом граничных условий выступали условия симметрии по перемещениям, заданные системой приложенных нагрузок. Для ситуации начального чистого сдвига (Mode II) система граничных условий для CTS образца в численных расчетах реализована на основе метода Richard [142, 143], которая разносится специальным образом по контурам нагрузочных отверстий и плоскости исходного надреза. Это связано с конфигурацией рассматриваемого CTS образца и нагрузочных захватов S-образной формы, которые позволяют воспроизводить полный диапазон смешанных форм деформирования. Согласно работе Richard [143] решалась

задача равновесия суммы сил и моментов относительно вершины исходного надреза CTS образца. В результате решения статических уравнений определены силы реакции опор. На рисунке 3.1.1 представлена схема расположения граничных точек для расчета CTS образца методом конечных элементов. В таблицах 3.1.1 и 3.1.2 представлены предложенные Richard [143] кинематические и статические граничные условия для расчета CTS образца численным способом.

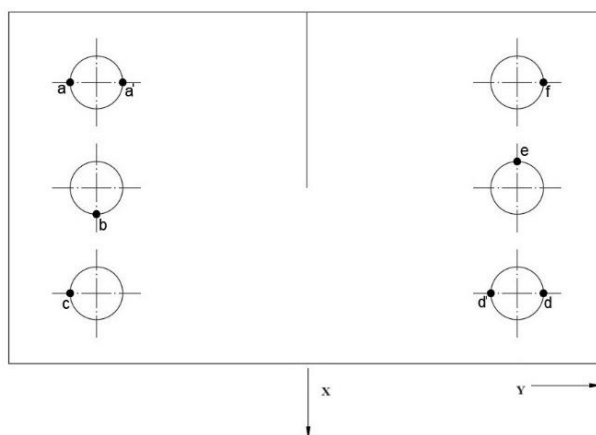


Рис. 3.1.1. Расположение граничных точек для расчета CTS образца методом КЭ

Таблица 3.1.1. Кинематические граничные условия для расчета CTS образца методом конечных элементов

Точка	a		a'		b		c	
	V_x	V_y	V_x	V_y	V_x	V_y	V_x	V_y
0°	-	0	-	-	0	-	-	0
15°	-	0	-	-	0	-	-	0
30°	-	-	-	0	0	-	-	0
45°	-	-	-	0	0	-	-	0
60°	-	-	-	0	0	-	-	0
75°	-	-	-	0	0	-	-	0
90°	-	-	-	0	0	-	-	0

Таблица 3.1.2. Статические граничные условия для расчета CTS образца методом конечных элементов

Точка	d		d'		e		f	
	F_x	F_y	F_x	F_y	F_x	F_y	F_x	F_y
0°	-	0.50F	-	-	0	-	-	0.50F
15°	-	0.22F	-	-	-0.26F	-	-	0.74F
30°	-	-	-	-0.07F	-0.50F	-	-	0.93F
45°	-	-	-	-0.35F	-0.71F	-	-	1.06F
60°	-	-	-	-0.62F	-0.87F	-	-	1.12F
75°	-	-	-	-0.83F	-0.97F	-	-	1.10F
90°	-	-	-	-F	-F	-	-	F

Также в работе Richard [143] приведена схема оптимизированного расположения болтов для CTS образца, представленная на рисунке 3.1.2, и в таблице 3.1.3 приведены значения усилий для оптимизированного расположения болтов при нагружении устройства силой F под различными углами приложения нагрузки α .

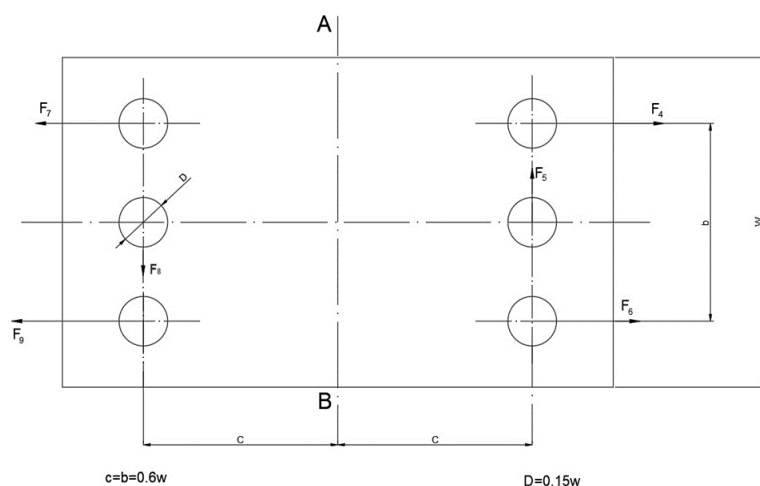


Рис. 3.1.2. Размеры CTS образца с оптимизированным расположением болтов

Таблица 3.1.3. Значения усилий для оптимизированного расположения болтов, представленных на рисунке 3.1.2, при нагружении устройства силой F под различными углами приложения нагрузки α

α	$F_5=F_8$	$F_4=F_9$	$F_6=F_7$
0°	0	$0.50F$	$0.50F$
15°	$0.26F$	$0.74F$	$0.22F$
30°	$0.5F$	$0.93F$	$-0.07F$
45°	$0.71F$	$1.06F$	$-0.35F$
60°	$0.87F$	$1.12F$	$-0.62F$
75°	$0.97F$	$1.10F$	$-0.83F$
90°	F	F	$-F$

Решение Хатчинсона-Розенгрена-Райса ограничено рассмотрением только небольшой зоны в области вершины трещины, в которой значения пластических деформаций значительно выше, чем значения упругих деформаций. Нелинейность вводится в этом решении только через соотношения напряжения-деформации. Условия равновесия и уравнения деформации-перемещения считаются линейными. Эта модель справедлива только при монотонном возрастании напряжений, т.е. при условии отсутствия разгрузки.

Таким образом, надо различать решение модельной задачи и численную реализацию, которая отличается конкретной геометрией тела и способом реализации граничных условий. В остальном аналитическое и численные решения совпадают по формулировкам. Следующим этапом решения задачи является формулировка структуры полей параметров НДС в области вершины трещины.

Классическая теория пластичности по модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса (HRR решение)

Свое развитие нелинейная механика разрушения получила на основе применения J -интеграла, введенного Rice [138] и Черепановым [23] для исследования свойств концентрации пластических деформаций в области вершины трещины. Хатчинсон, Розенгрэн и Райс установили связь между J -интегралом и полями параметров НДС в вершине трещины при упруго-пластическом деформировании. Таким образом, в рамках нелинейной механики разрушения решение Хатчинсона-Розенгрена-Райса является классической моделью аналитического исследования состояния в пластической области вершины трещины в деформационно-упрочняющемся материале.

Согласно решению Хатчинсона-Розенгрена-Райса (HRR решение) поля напряжений, пластических деформаций и перемещений связаны с нелинейной сингулярностью $\bar{r}^{-1/n+1}$ в следующем виде [98, 99]:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{ij}^p(r, \theta) &= \bar{K}_p \bar{r}^{\frac{-1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}^p(\theta) \\ \bar{\varepsilon}_{ij}^p(r, \theta) &= \bar{a} \bar{K}_p^n \bar{r}^{\frac{-n}{n+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}^p(\theta) \\ \bar{u}_i^p(r, \theta) &= \bar{a} \bar{K}_p^n \bar{r}^{\frac{n}{n+1}} \tilde{u}_i^p(\theta)\end{aligned}\tag{3.1.21}$$

где \bar{K}_p – пластический коэффициент интенсивности напряжений или амплитуда пластической сингулярности [99, 166]; \bar{a} и n – коэффициент и показатель деформационного упрочнения, соответственно; расстояние до вершины трещины r нормировано как $\bar{r} = r/L$; L – характерный размер тела с трещиной; $\tilde{\sigma}_{ij}^p$, $\tilde{\varepsilon}_{ij}^p$ и \tilde{u}_i^p безразмерные функции полярного угла θ и показателя деформационного упрочнения n . В уравнении 3.1.21 компоненты тензора напряжения нормированы на предел текучести

σ_0 материала: $\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}/\sigma_0$, а безразмерные угловые функции напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}^p \theta$ нормированы следующим образом $\tilde{\sigma}_{e,\max} \theta = 3/2 S_{ij} S_{ij}^{1/2}_{\max} = 1$, где S_{ij} – девиатор тензора напряжений.

Классическое решение Хатчинсона-Розенгрена-Райса относится только к ситуации нормального отрыва и описывает поля компонент напряжений, деформаций и перемещений в пластической области вершины трещины, в материалах, следующих деформационной теории пластичности. Нелинейная зависимость между напряжениями и деформациями основана на степенном законе упрочнения Рамберга-Осгуда, эта модель справедлива только при монотонном возрастании напряжений, т.е. при условии отсутствия разгрузки:

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E}, & \sigma \leq \sigma_0 \\ \frac{\sigma}{E} + \frac{\bar{\alpha}}{E} \sigma_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n, & \sigma > \sigma_0 \end{cases} \quad (3.1.22)$$

где σ_0 и E это предел текучести материала при одноосном растяжении и модуль упругости, соответственно.

В настоящей работе использован пластический коэффициент интенсивности напряжений, предложенный Shlyannikov и др. [166], основанный на классическом HRR решении [99, 141] и решении Shih [157] в следующем виде:

$$\bar{K}_M^p \theta^* = \left[\left(\frac{K_{eqv} \theta^*}{\sigma_0^2} \right) \frac{1}{\bar{\alpha} I_n \theta^* L} \right]^{\frac{1}{n+1}} \quad (3.1.23)$$

Значения пластических КИН, определенные численно методом конечных элементов на основе уравнения 3.1.23, будут представлены в параграфе 3.3 в виде кривых зависимостей от нормированной длины трещины $\sum a/w$ для диапазона рассматриваемых металлических материалов при нагружении нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом и использованы для интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин в главе 4.

Уравнение 3.1.23 включает в себя эквивалентный упругий коэффициент интенсивности напряжений K_{eqv} (уравнение 3.1.8) и управляющий параметр I_n -интеграл. Интегральный параметр $I_n(\theta^*)$ зависит от величины угла девиации трещины θ^* , пластических свойств материала, безразмерной длины трещины, геометрии образца, условий нагружения и является функцией безразмерных распределений компонент напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}(\theta, \theta^*, n, M_p)$ и перемещений $\tilde{u}_i(\theta, \theta^*, n, M_p)$.

В своей работе Шлянников и др. [166] расширили теоретическое определение I_n -интеграла, данное Hutchinson [99] и предложили численное решение методом конечных элементов для вычисления I_n -интеграла вдоль криволинейной траектории трещины:

$$I_n^{FEM}(\theta, \theta^*, n, a/L) = \int_{-\pi}^{\pi} \Phi^{FEM}(\theta, \theta^*, n, a/L) d\theta \quad (3.1.24)$$

$$\begin{aligned} \Phi^{FEM}(\theta, \theta^*, n, a/L) = & \frac{n}{n+1} \tilde{\sigma}_e^{n+1, FEM} \cos \theta - \\ & - \left[\tilde{\sigma}_{rr}^{FEM} \left(\tilde{u}_{\theta}^{FEM} - \frac{d\tilde{u}_r^{FEM}}{d\theta} \right) - \tilde{\sigma}_{r\theta}^{FEM} \left(\tilde{u}_r^{FEM} - \frac{d\tilde{u}_{\theta}^{FEM}}{d\theta} \right) \right] \sin \theta - \\ & - \frac{1}{n+1} \tilde{\sigma}_{rr}^{FEM} \tilde{u}_r^{FEM} + \tilde{\sigma}_{r\theta}^{FEM} \tilde{u}_{\theta}^{FEM} \cos \theta \end{aligned}$$

Более подробные детали и результаты численных расчетов I_n -интеграла для экспериментальных образцов с разными геометрическими параметрами и условий нагружения представлены в следующих работах [166, 168, 171, 175, 176].

Краевая задача градиентной теории пластичности

Рассматривалась плоская пластина бесконечных размеров, ослабленная односторонней боковой трещиной в виде математического разреза с локальной полярной системой координат с центром в вершине трещины. Плоскость расположения трещины совпадает с осями симметрии геометрии тела. Рассматривались условия плоской деформации.

В градиентной теории пластичности сохраняется структура классической J_2 -теории пластичности. Соответственно, градиент пластической деформации появляется только в конституционной модели поведения среды, а уравнения равновесия и

граничные условия совпадают с традиционными теориями континуума. Основная цель состоит в формулировке структуры полей параметров НДС в области вершины трещины.

Решение градиентной теории пластичности ограничено рассмотрением только небольшой зоны в области вершины трещины, в которой значения пластических деформаций значительно выше, чем значения упругих деформаций. Эта модель справедлива только при монотонном возрастании напряжений, т.е. при условии отсутствия разгрузки. В градиентной теории пластичности в конституционных уравнениях поведения среды, среди варьируемых параметров, присутствует масштабный параметр структуры l материала.

Надо различать решение модельной задачи и численную реализацию, которая отличается конкретной геометрией CTS образца и способом реализации граничных условий. Подробное описание способа реализации граничных условий CTS образца в численном решении приведено в описании краевой задачи для классической теории пластичности по модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса [143]. В остальном аналитическое и численное решения совпадают по формулировкам.

Основы градиентной теории пластичности состоят в следующем.

Градиентная теория пластичности

В последние несколько десятилетий свое развитие и широкое применение получила градиентная пластичность, позволяющая моделировать поведение материала на микроуровне, которое не может быть отражено в рамках традиционных макромасштабных континуальных моделей механики сплошной среды [209]. Экспериментальные исследования показали, что материалы проявляют сильные размерные эффекты, когда характерная шкала длин, связанная с неоднородной пластической деформацией, составляет порядка одного микрометра. В связи с этим необходимо было связать общепринятые континуальные теории и внутренние масштабные параметры материала.

В своих работах Fleck и Hutchinson [73, 74] и Fleck и др. [75] представили разработанную феноменологическую градиентную теорию пластичности, предназначенную для приложений к материалам, структуры которых контролируют

пластическую деформацию, примерно в диапазоне от десятой доли микрометра до десяти микрометров.

В настоящей работе использована упрощенная формулировка градиентной теории пластичности на основе механизмов деформирования (conventional mechanism-based strain gradient (CMSG) plasticity theory) [95]. CMSG теория пластичности относится к категории теорий низшего порядка, поскольку не учитывает члены высоких порядков, а эффект градиента деформации реализуется через дополнительный пластический модуль. Аналогично градиентной теории пластичности с учетом членов высоких порядков в разложении напряжений (mechanism-based theory of strain gradient plasticity (MSG)) эта теория также выведена на дислокационной модели Тейлора [192], где градиент пластической деформации появляется только в конституционной модели, а уравнения равновесия и граничные условия такие же, как и в традиционных теориях сплошной среды. Эта схема более низкого порядка реализована Martínez-Pañeda и др. [120] для характеристики градиентных эффектов, т.к. она не испытывает проблем сходимости при численном решении сложных задач, таких как деформация вершины трещины при больших деформациях, в отличие от ее аналога более высокого порядка.

Результаты работ [95] показали хорошую сходимость результатов по упрощенной CMSG теории пластичности с решением в рамках MSG теории пластичности с учетом членов высоких порядков. Установлено, что распределения напряжений, предсказываемые обеими теориями, отличаются между собой только в очень тонком граничном слое толщиной порядка 10 нм.

В рамках градиентной CMSG-теории пластичности, соотношение между истинными напряжениями и деформациями при простом одноосном растяжении выражается в следующем виде:

$$\sigma = \sigma_{ref} f(\varepsilon^p) = \sigma_0 \left(\frac{E}{\sigma_0} \right)^N \left(\varepsilon^p + \frac{\sigma_0}{E} \right)^N \quad (3.1.25)$$

где σ_{ref} является базовым напряжением одноосного растяжения:

$$\sigma_{ref} = \sigma_0 \left(E/\sigma_0 \right)^N \quad (3.1.26)$$

и f трактуется как безразмерная функция пластической деформации, определенная в результате аппроксимации кривой напряжение-деформация, которая для большинства пластичных материалов может быть представлена степенной зависимостью:

$$f(\varepsilon^p) = (\varepsilon^p + \sigma_0/E)^N \quad (3.1.27)$$

В уравнениях (3.1.25-3.1.26) σ_0 – предел текучести материала; N – показатель деформационного упрочнения, значение которого варьируется в пределах $0 \leq N < 1$.

В основе упрощенной формулировки градиентной теории пластичности с учетом механизмов деформирования (CMSSG) заложена дислокационная модель Тейлора [192]:

$$\tau = \alpha \mu b \sqrt{\rho} \quad (3.1.28)$$

где τ – напряжение течения при сдвиге; μ – модуль упругости при сдвиге; b – модуль вектора Бюргерса; α – эмпирический коэффициент, изменяющийся в пределах от 0.3 до 0.5; ρ – общая плотность дислокаций. Общая плотность дислокаций ρ состоит из суммы статистически обусловленных дислокаций ρ_s (density for statistically stored dislocations (SSD)), которые накапливаются, захватывая друг друга случайным образом, и геометрических необходимых дислокаций ρ_g (density for geometrically necessary dislocations (GND)), необходимых для совместной деформации различных частей кристалла:

$$\rho = \rho_s + \rho_g \quad (3.1.29)$$

Плотность дислокаций SSD ρ_s связана с напряжением течения и кривой одноосного деформирования материала при одноосном растяжении следующим соотношением:

$$\rho_s = \left[\sigma_{ref} f(\varepsilon^p) / M \alpha \mu b \right]^2 \quad (3.1.30)$$

Плотность дислокаций GND ρ_g определяется неоднородностью пластических деформаций или градиентом эффективных пластических деформаций η^p :

$$\rho_g = \bar{r} \frac{\eta^p}{b} \quad (3.1.31)$$

где \bar{r} – коэффициент Нуге, величиной порядка 1.9 для гранецентрированных кубических поликристаллов. Мера градиента эффективных пластических деформаций η^p введена Гао и др. [78] в форме трех тензоров квадратичных инвариантов градиентов пластических деформаций:

$$\eta^p = \int \dot{\eta} dt$$

$$\dot{\eta}^p = \sqrt{\frac{1}{4} \dot{\eta}_{ijk}^p \dot{\eta}_{ijk}^p} \quad (3.1.32)$$

$$\dot{\eta}_{ijk}^p = \dot{\varepsilon}_{ik,j}^p + \dot{\varepsilon}_{jk,i}^p - \dot{\varepsilon}_{ij,k}^p$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ – тензор скоростей пластических деформаций.

Напряжение течения при растяжении связано с напряжением течения при сдвиге следующим соотношением:

$$\sigma_{flow} = M\tau = M\alpha\mu b \sqrt{\rho_s + \bar{r} \frac{\eta^p}{b}} \quad (3.1.33)$$

Поскольку градиент пластических деформаций η^p исчезает при однородном одноосном растяжении, плотность дислокаций ρ_s (SSD) соответственно описывается уравнением (3.1.30) и напряжение течения можно представить как:

$$\sigma_{flow} = \sigma_{ref} \sqrt{f^2(\varepsilon^p) + l\eta^p} \quad (3.1.34)$$

где l – масштабный параметр структуры материала (intrinsic material length (IML)) в градиентной теории пластичности, который основан на параметрах упругости (модуль сдвига μ), пластичности (базовое напряжение σ_{ref}) и атомистическом расстоянии (вектор Бюргерса b):

$$l = 18\alpha^2 (\mu/\sigma_0)^2 b \quad (3.1.35)$$

Для металлических материалов параметр l имеет порядок не более десятка микрометров, как это установлено в работе [74]. Необходимо отметить, что предел текучести σ_0 и напряжение течения σ_{flow} являются различными характеристиками материала.

Для того чтобы исключить члены высоких порядков из рассмотрения и тем самым упростить определяющие соотношения, Huang и др. [95] предложили вязкопластичный аналог формулировки теории градиентной пластичности CMSG в форме следующих конституционных уравнений поведения материала:

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\varepsilon} \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_{flow}} \right)^m = \dot{\varepsilon} \left[\frac{\sigma_e}{\sigma_{ref} \sqrt{f^2(\varepsilon^p) + l\eta^p}} \right]^m \quad (3.1.36)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = K \dot{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \left[\dot{\varepsilon}'_{ij} - \frac{3\dot{\varepsilon}}{2\sigma_e} \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_{flow}} \right)^m \sigma'_{ij} \right] \quad (3.1.37)$$

где σ_e – эффективные или эквивалентные напряжения; $\dot{\varepsilon}'_{ij}$ – девиатор скоростей деформаций; m – экспонента, чувствительная к скорости деформаций. Упрощенная теория градиентной пластичности на основе механизмов деформирования (CMSG), как и другие теории пластичности сплошной среды, имеет нижний предел и не может быть использована на нанометровом масштабе структуры. Тем не менее, теории пластичности сплошной среды представляют коллективное поведение дискретных дислокаций, и, следовательно, эффекты градиента деформации значительны в масштабе, превышающем среднее расстояние между дислокациями, так что пластичность континуума все еще применима. Этот нижний предел не является фиксированной

константой и может варьироваться для разных материалов. Однако имеет место такой нижний предел, ниже которого CMSG и другие теории пластичности сплошной среды не применимы. Верхнего предела для применения CMSG не существует, т.к. вклад градиента деформации $l\eta^p$ становится незначительным, CMSG естественным образом трансформируется в классическую теорию пластичности при увеличении характеристического расстояния l [28].

В литературе представлены ограниченные численные решения для коэффициентов интенсивности напряжений по градиентной теории пластичности, и эти результаты рассматриваются в нескольких частных случаях и не имеют достаточного обобщения [96, 160, 215]. В своей работе Шлянников и др. [163] представили расчеты пластических КИН для модельных задач плоского напряженного состояния и плоской деформации для условий нагружения нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом, которые характеризуются амплитудой напряжения в вершине трещины и применимы в области доминирования CMSG теории пластичности [69].

В настоящей работе, на основе результатов Шлянникова и др. [163], используется обобщенная численная формулировка амплитудных $A_p^{FEM}(r, \theta)$ и пластических коэффициентов интенсивности деформаций K_p^{FEM} в рамках CMSG градиентной теории пластичности:

$$\bar{\sigma}_e^{FEM}(r, \theta) = K_p^{FEM} \bar{r}^{-\lambda} \hat{\sigma}_e^{FEM}(r, \theta) \quad (3.1.38)$$

$$A_p^{FEM}(r, \theta) = \bar{\sigma}_{ij}^{FEM}(r, \theta) / \hat{\sigma}_{ij}^{FEM}(r, \theta) \quad (3.1.39)$$

$$K_p^{FEM} = A_p^{FEM} / \bar{r}^{-\lambda} \quad (3.1.40)$$

где $\bar{r} = r/l$ – расстояние до вершины трещины нормированное на масштабный параметр структуры материала, а λ – показатель сингулярности напряжений. В уравнении (3.1.38) безразмерные угловые функции напряжений $\hat{\sigma}_{ij}^{FEM}(r, \theta)$ нормированы следующим образом $\hat{\sigma}_{e, \max}^{FEM} = (3/2 S_{ij}^{FEM} S_{ij, \max}^{FEM})^{1/2} = 1$ и $\bar{\sigma}_{ij}^{FEM} = \sigma_{ij}^{FEM} / \sigma_0$.

Значения пластических КИН, определенные численно методом конечных элементов на основе уравнения 3.1.40, будут представлены в параграфе 3.3 в виде кривых зависимостей от нормированной длины трещины $\sum a/w$ для диапазона рассматриваемых металлических материалов при нагружении нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом.

Краевая задача циклической теории пластичности

Рассматривалась плоская пластина бесконечных размеров, ослабленная односторонней боковой трещиной в виде математического разреза с локальной полярной системой координат с центром в вершине трещины. Плоскость расположения трещины совпадает с осями симметрии геометрии тела. Рассматривались условия плоской деформации.

Решение циклической теории пластичности ограничено рассмотрением только небольшой зоны в области вершины трещины, в которой значения пластических деформаций значительно выше, чем значения упругих деформаций.

В циклической теории пластичности вводятся константы нелинейного кинематического упрочнения модели Chaboche C и γ . Основная цель состоит в формулировке структуры полей параметров НДС в области вершины трещины.

Надо различать решение модельной задачи и численную реализацию, которая отличается конкретной геометрией CTS образца и способом реализации граничных условий. Подробное описание способа реализации граничных условий CTS образца в численном решении приведено в описании краевой задачи для классической теории пластичности по модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса [143]. В остальном аналитическое и численное решения совпадают по формулировкам.

Циклическая теория пластичности

При циклическом деформировании происходит накопление пластической деформации и, следовательно, смещение положения поверхности текучести в пространстве главных напряжений. Если поверхность текучести изменяется в размерах, то такое упрочнение называется изотропным, рисунок 3.1.3 а. Если размер поверхности текучести не изменяется, а изменяется лишь ее положение, то такое упрочнение

называется кинематическим, рисунок 3.1.3 б. Расстояние смещения центра поверхности текучести называют обратным напряжением.

Если изотропное упрочнение связано с плотностью дислокаций, то кинематическое упрочнение связано с состоянием внутренней концентрации микронапряжений, и его проявление становится значимым в момент изменения действия направления нагружения по отношению к исходному упругопластическому деформированию. Процессы упрочнения и разупрочнения материала, наблюдаемые при циклическом нагружении, могут быть описаны законом кинематического упрочнения. Типичным проявлением данного упрочнения является эффект Баушингера, который описывает явление уменьшения предела упругости при изменении знака нагружения (сжатия), если до этого имела место малая пластическая деформация [20].

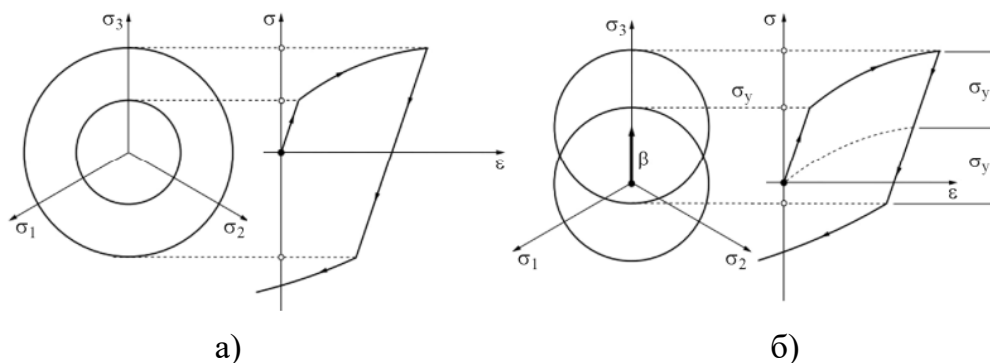


Рис. 3.1.3. Изотропное упрочнение (а) и кинематическое упрочнение с эффектом Баушингера (б) в пространстве главных напряжений [20]

В настоящей работе использовалась нелинейная кинематическая модель упрочнения Chaboche [53, 54] для описания поведения материала при циклическом нагружении. Нелинейное кинематическое упрочнение подходит для больших значений деформаций и циклических нагрузок, поскольку может имитировать эффект Баушингера. Согласно этой модели, функция текучести может быть выражена следующим образом:

$$F = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}) : (\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha})} - R = 0 \quad (3.1.41)$$

где s – девиатор напряжений, \mathbf{a} – девиатор обратных напряжений, R – константа, определяющая предел текучести. Обратные напряжения нелинейно связаны с пластическими деформациями ε_{pl} :

$$\alpha = \frac{C}{\gamma} \cdot \left(1 - e^{-\gamma \cdot \varepsilon_{pl}}\right) \quad (3.1.42)$$

где C – константа, пропорциональная показателю упрочнения, а γ – скорость уменьшения показателя упрочнения. Параметры нелинейной кинематической модели упрочнения Chaboche C и γ могут быть получены в результате серии циклических испытаний на растяжение-сжатие при симметричном жестком нагружении и различных амплитудах деформации или на основе кривой одноосного растяжения при монотонном нагружении. Из анализа уравнения (3.1.42) следует, что если $\varepsilon_{pl} \rightarrow \infty$, то $\alpha \rightarrow C/\gamma$. Следовательно, C/γ – это асимптотическое значение, равное обратному напряжению, величина которого определяется по кривым деформирования. Производная обратного напряжения по отношению к пластической деформации приводит к выражению, которое устанавливает связь между параметрами модели Chaboche:

$$\frac{d\alpha}{d\varepsilon_{pl}} = C e^{-\gamma \cdot \varepsilon_{pl}} \quad (3.1.43)$$

При $\varepsilon_{pl} = 0$ производная равна параметру C , который принимает значение начального модуля упрочнения. Известно, что при подборе кривой важное влияние оказывают обоснованные начальные значения. Поскольку C является начальным показателем упрочнения, угол наклона после предела текучести может быть взят в качестве оценки C и через соотношение C/γ может быть получено начальное значение γ .

Численная формулировка амплитуды $A_p^{FEM}(r, \theta)$ и пластического коэффициента интенсивности напряжений K_p^{FEM} для нелинейной кинематической модели упрочнения Chaboche определяются по аналогичной с градиентной теорией пластичности процедуре:

$$A_p^{FEM}(r, \theta) = \bar{\sigma}_{ij}^{FEM}(r, \theta) / \hat{\sigma}_{ij}^{FEM}(r, \theta) \quad (3.1.44)$$

$$K_p^{FEM} = A_p^{FEM} / \bar{r}^\lambda \quad (3.1.45)$$

Значения пластических КИН, определенные численно методом конечных элементов на основе уравнения 3.1.45, будут представлены в параграфе 3.3 в виде кривых зависимостей от нормированной длины трещины $\Sigma a/w$ для диапазона рассматриваемых металлических материалов при нагружении нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом и использованы для интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин в главе 4.

Таблица 3.1.4. Формулировка КИН для упругого решения, классической, градиентной и циклической теориям пластичности

Упругое решение:
$K_1 = \frac{F\sqrt{\pi a}}{wt} \sin\alpha \cdot Y_1\left(\frac{a}{w}\right), \quad K_2 = \frac{F\sqrt{\pi a}}{wt} \cos\alpha \cdot Y_2\left(\frac{a}{w}\right),$ $K_{eqv} \theta^* = 1 + \nu \cos^2\left(\frac{\theta^*}{2}\right) \left\{ \frac{1-\nu}{2} \left[K_1^2 (1 + \cos\theta^* - 4K_1K_2 \sin\theta^* + K_2^2 (5 - 3\cos\theta^*)) \right] \right\}$
Классическая пластичность:
$\bar{K}_M^P \theta^* = \left[\left(\frac{K_{eqv} \theta^*}{\sigma_0^2} \right) \frac{1}{\bar{a} I_n \theta^* L} \right]^{\frac{1}{n+1}}$
Градиентная пластичность:
$K_P^{FEM} = (A)_P^{FEM} / \bar{r}^\lambda$
Циклическая пластичность:
$K_P^{FEM} = (A)_P^{FEM} / \bar{r}^\lambda$

В результате выполненного в настоящем параграфе обзора различных конституционных моделей поведения среды получены уравнения пластических КИН, приведенные в таблице 3.1.4. На основе представленных уравнений рассчитаны коэффициенты интенсивности напряжений по линейной теории механики трещин и нелинейным классической, градиентной и циклической теориям пластичности, полученные результаты приведены в параграфе 3.3.

3.2. Распределения напряжений и деформаций по экспериментальным траекториям роста трещин в CTS-образцах из сталей, алюминиевого и титанового сплавов по линейной и нелинейным моделям монотонного и циклического деформирования

В рамках настоящей диссертационной работы выполнена серия численных упруго-пластических расчетов CTS образцов из сталей P2M и 34X, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов в полном диапазоне смешанных форм деформирования по линейной теории механики трещин и нелинейным классической, градиентной и циклической теориям пластичности. Для этой цели использовался вычислительный комплекс метода конечных элементов ANSYS.

Моделирование расчетных схем МКЭ было реализовано с учетом реальных геометрических параметров CTS образцов и экспериментальных условий их нагружения (табл. 2.1.2). В предыдущем параграфе рассмотрены краевые задачи линейного упругого решения и нелинейных классической, градиентной и циклической теорий пластичности. Также представлена методика приложения сил и граничных условий для CTS образца при нагружении нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом, используемая в численных расчетах настоящей работы [143]. В результате сформированы расчетные схемы МКЭ с моделированием каждой экспериментальной траектории роста трещины в условиях нормального отрыва и начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования для всех рассматриваемых металлических материалов. В таблицах 3.2.1 и 3.2.2 представлены значения суммарной длины трещины по реперным точкам экспериментальных траекторий роста трещины CTS образцов из сталей P2M и 34X, а также алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов при нормальном отрыве и начальном чистом сдвиге.

Таблица 3.2.1. Суммарная длина трещины вдоль криволинейной траектории роста в условиях нормального отрыва

Длина трещины a , мм					
Реперная точка №	1	2	3	4	5
Steel P2M	40.00	45.00	50.00	55.00	58.25
Steel 34X	40.00	45.00	50.00	55.00	60.60
Al-alloy 7050	40.00	44.00	48.00	52.00	56.00
Ti-6Al-4V	40.00	44.00	48.00	52.00	56.00

Таблица 3.2.2. Суммарная длина трещины вдоль криволинейной траектории роста в условиях начального чистого сдвига

Длина трещины a , мм							
Реперная точка №	1	2	3	4	5	6	7
Steel P2M	40.00	42.236	51.180	57.482	61.872	66.045	68.946
Steel 34X	40.00	43.162	51.256	57.543	61.271	65.218	67.454
Al-alloy 7050	40.00	43.162	51.628	56.190	63.002	65.695	66.300
Ti-6Al-4V	40.00	42.236	51.284	59.910	65.285	70.349	72.747

Пример двумерной расчетной схемы МКЭ экспериментального CTS образца в условиях нагружения нормальным отрывом при значении нормированной длины трещины $\sum a/w = 0.5$ (1-ая реперная точка вдоль траектории) представлен на рисунке 3.2.1. Плоскость расположения исходной трещины совпадает с направлением оси OX, центр декартовой системы координат расположен в вершине трещины. Рассматривались условия плоской деформации.

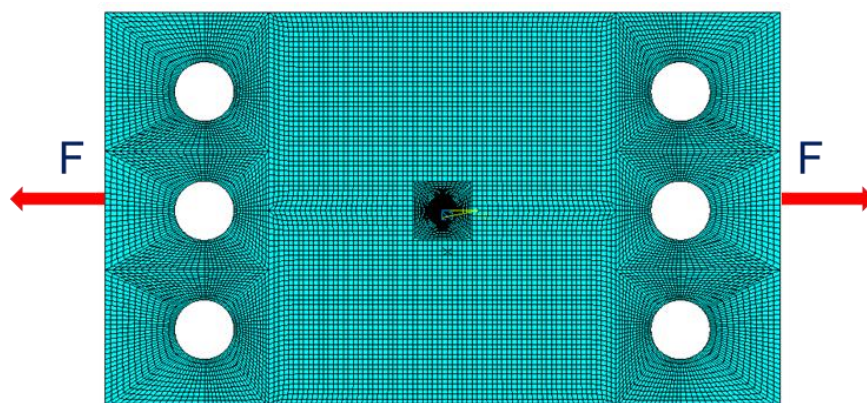


Рис. 3.2.1. Расчетная схема МКЭ экспериментального CTS образца в условиях нагружения нормальным отрывом при $\sum a/w = 0.5$

В порядке проведения численных расчетов особое внимание было уделено анализу чувствительности сетки к топологии и размерам конечных элементов. На рисунке 3.2.2 показаны распределения нормированных напряжений на продолжении вершины трещины для сетки конечных элементов разной плотности. Каждой полученной кривой зависимости соответствует свой минимальный размер элемента сетки $h = 1, 5, 10, 50, 100$ нм. При формировании расчетных схем МКЭ использовались 4-х узловые квадратичные плоские элементы PLANE 183. На рисунке 3.2.2 значения напряжений нормировались на предел текучести материала $\bar{\sigma}_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta} / \sigma_0$, а расстояние до вершины трещины представлено в логарифмическом масштабе и нормировано на

масштабный параметр структуры материала $\bar{r} = r/l$. Как следует из представленных данных, устойчивое решение достигается при минимальном размере элемента порядка 5 нм, поскольку дальнейшее уточнение в области вершины трещины приводит к почти идентичным результатам. Подобные результаты параметрических исследований представлены в работах Shlyannikov и др. [160] и Martínez-Pañeda и др. [119]. Расчетная схема каждого моделируемого экспериментального CTS образца с дефектом состояла примерно из 150 000 узлов и порядка 55 000 элементов. В работах [168, 171, 176] представлены дополнительные сведения, касающиеся формирования топологии сетки КЭ для задач нелинейной механики разрушения.

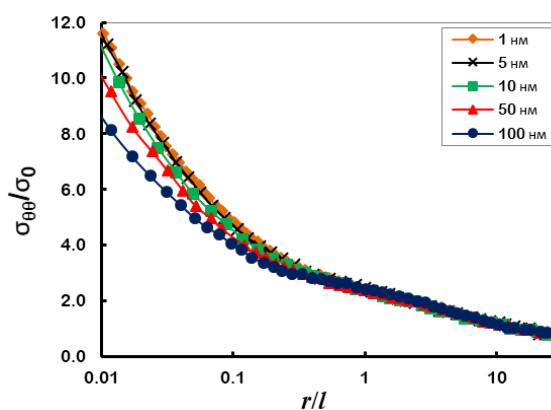


Рис. 3.2.2. Распределения нормированных напряжений на продолжении вершины трещины для сетки разной плотности

На рисунке 3.2.3 а представлена регулярная сетка конечных элементов вдоль криволинейной траектории трещины CTS образца из стали P2M (5-ая точка вдоль траектории трещины) в условиях нагружения начальным чистым сдвигом. В расчетных схемах МКЭ трещина моделировалась надрезом с конечным радиусом кривизны, размер радиуса составляет $\rho' = 60$ нм, рисунок 3.2.3 б. Вдоль траекторий роста трещин сформирована регулярная сетка четырехугольных конечных элементов высокой плотности, вблизи вершины трещины выполнено значительное и плавное сгущение. Переход от относительно больших конечных элементов к элементам меньших размеров осуществлялся постепенно, без резких изменений их размера.

В результате выполненных численных расчетов на основе МКЭ по различным конституционным моделям среды определены поля параметров напряженно-деформированного состояния CTS образцов из сталей, алюминиевого и титанового сплавов в диапазоне рассматриваемых условий нагружения.

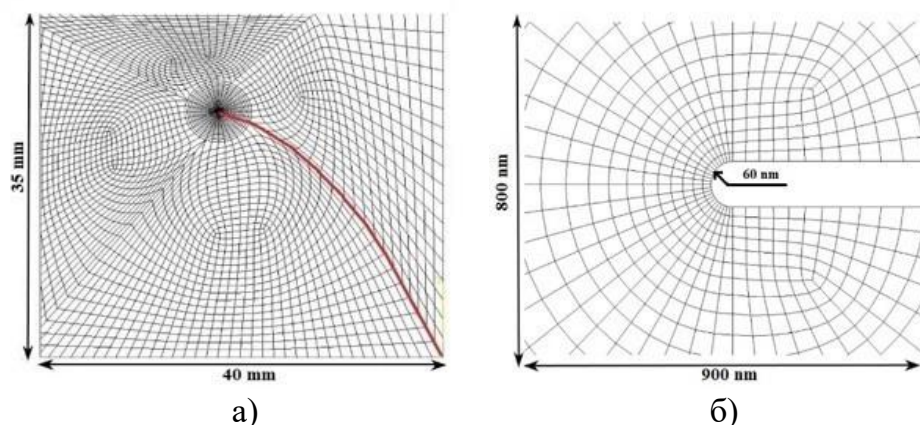


Рис. 3.2.3. Сетка конечных элементов вдоль криволинейной траектории трещины в условиях начального чистого сдвига (а) и в области вершины трещины (б)

На рисунке 3.2.4 в качестве примера представлены полученные контуры напряжений в зоне пластических деформаций в вершине трещины CTS образцов из стали P2M и сплава титана Ti-6Al-4V по классической теории пластичности (HRR решение) в полном диапазоне смешанных форм деформирования. Данные рисунка 3.2.4 а, б и 3.2.4 в, г соответствуют условиям нагружения нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом, соответственно. Также представлены полученные контуры напряжений для двух последовательных положений вершины трещины вдоль криволинейных траекторий роста в условиях начального чистого сдвига. На рисунке 3.2.4 д, е приведены данные 2-ой реперной точки вдоль траектории трещины, которая соответствует состоянию после образования поворота трещины относительно своего исходного положения и увеличению её начальной длины примерно на 2 мм, а также данные 7-ой реперной точки вдоль криволинейной траектории трещины, состояние в которой близко к окончательному разрушению образца.

Как следует из представленных данных, верхние изображения рисунка 3.2.4 иллюстрируют типичные формы зон пластичности (контуров упруго-пластических эквивалентных напряжений по Мизесу) для форм нормального отрыва и начального чистого сдвига. Во 2-ой точке криволинейной траектории трещины зоны пластичности формируются с небольшой асимметрией, обусловленной влиянием смешанных форм деформирования, т.е. совместного вклада формы нормального отрыва и начального чистого сдвига. Однако, степень асимметрии невелика и зависит от упруго-пластических свойств рассматриваемых металлических материалов (табл. 2.1.1). В 7-ой точке криволинейной траектории трещины форму зон пластичности можно охарактеризовать формой псевдо-нормального отрыва.

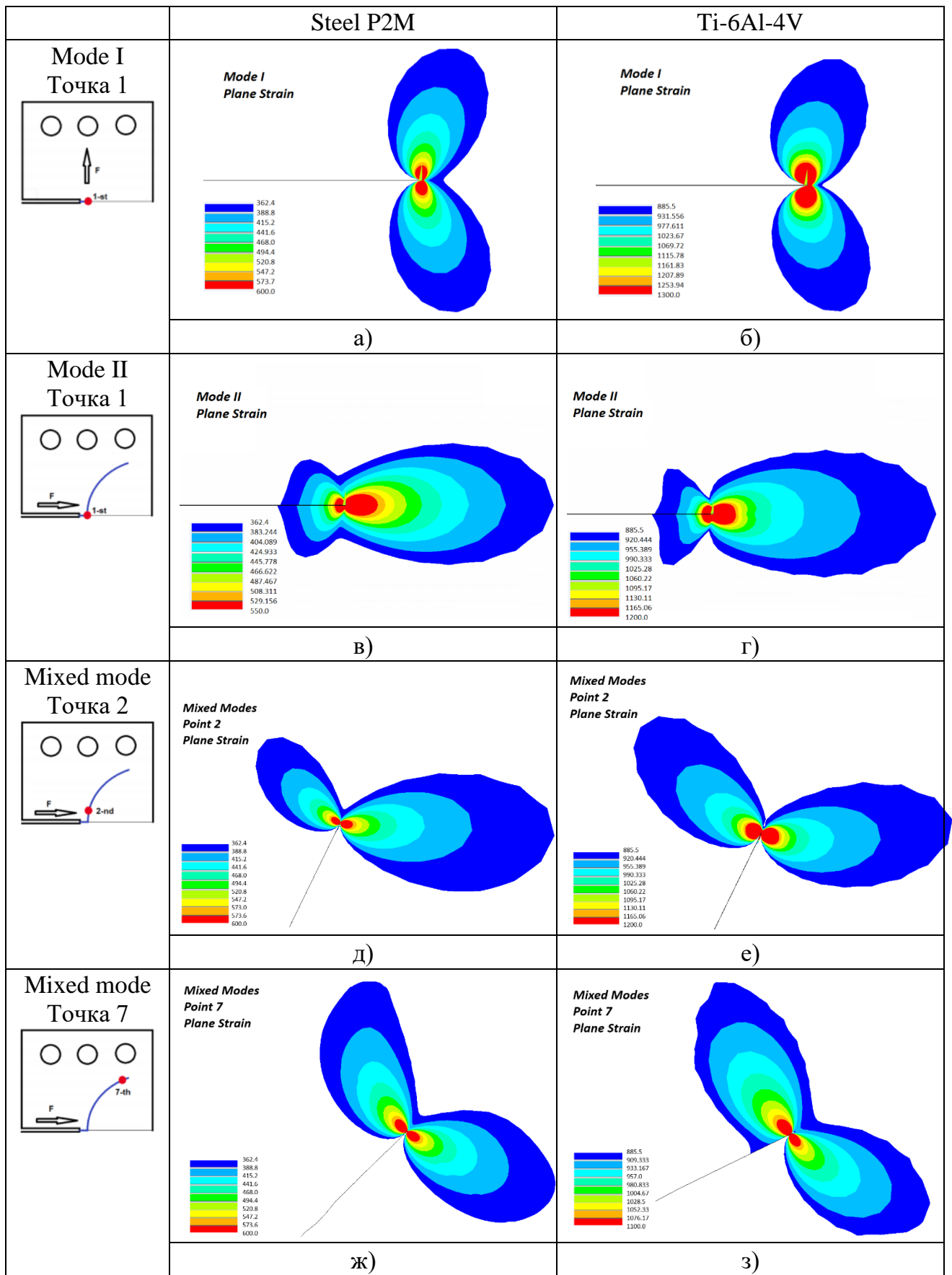


Рис. 3.2.4. Контуры напряжений в зоне пластических деформаций по траекториям роста трещин стали P2M и сплава титана при нормальном отрыве и начальном чистом сдвиге с последующими смешанными формами деформирования

Аналогичный характер распределения зон пластичности в области вершины трещины CTS образцов из сталей, алюминиевого и титанового сплавов при рассматриваемых условиях нагружения нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом наблюдается в результатах численных расчетов по градиентной и циклической теориям пластичности.

Параметры полей напряженно-деформированного состояния по классической и градиентной теориям пластичности

Задача численных расчетов состояла в определении и последовательном сравнении параметров полей напряженно-деформированного состояния по линейно-упругому решению, классической, градиентной и циклической теориям пластичности, на основе которых будут вычислены упругие и упруго-пластические параметры сопротивления разрушению, необходимые для интерпретации экспериментов по скорости роста трещин. Первый этап сравнения относится к сопоставлению распределений компонент напряжений в вершине трещины по классической теории пластичности по модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса (HRR решение) и градиентной теории пластичности (MSG).

Численные расчеты по градиентной теории пластичности выполнены с привлечением вычислительного комплекса ANSYS [35], в котором реализованы определяющие соотношения градиентной теории пластичности MSG через пользовательскую подпрограмму USER MATERIAL UMAT. Отдельное внимание было уделено анализу чувствительности сетки к топологии и размерам конечных элементов. В результате проведения параметрического исследования установлено, что устойчивое решение достигается при размере элемента от 5 до 10 нм, что хорошо согласуется с литературными данными.

В рамках градиентной теории пластичности определены радиальные распределения эквивалентных упруго-пластических напряжений по Мизесу σ_e в вершине трещины CTS образцов из сталей P2M и 34X, алюминиевого и титанового сплавов в полном диапазоне смешанных форм деформирования при значении варьируемого масштабного параметра структуры материала $l = 1, 5, 10$ мкм. Значение l может быть определено путем аппроксимации экспериментов в микромасштабе и, согласно литературным данным, обычно находится в диапазоне от 1 до 10 мкм.

Градиентная теория пластичности по определению совпадает с классической пластичностью при значении $l = 0$.

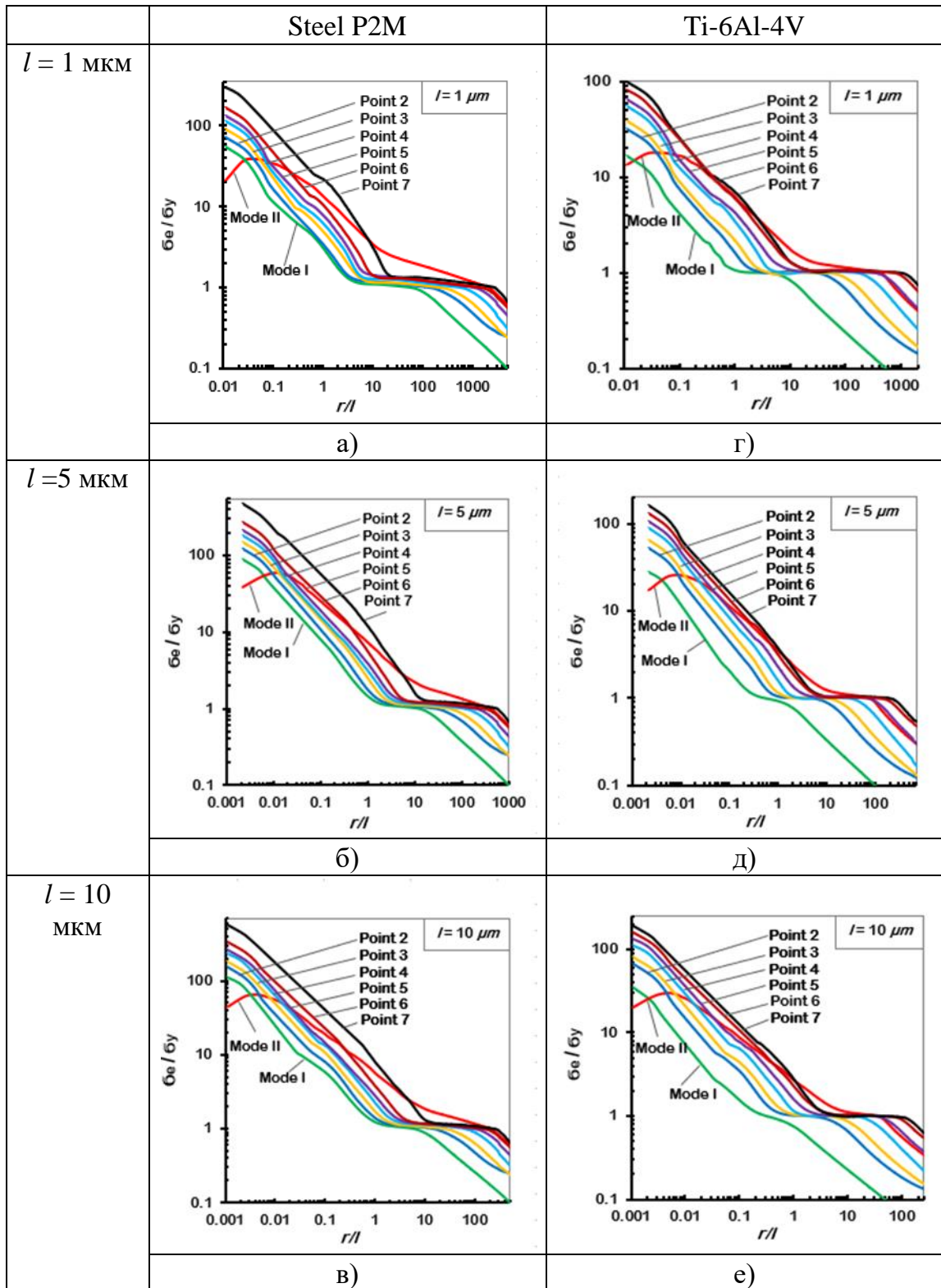


Рис. 3.2.5. Распределения нормированных эквивалентных напряжений в вершине трещины по градиентной теории пластичности

На рисунке 3.2.5 в качестве примера представлены полученные численные распределения эквивалентных напряжений для стали P2M ($n = 4.13$) и титанового сплава Ti-6Al-4V ($n = 12.59$) для условий нормального отрыва (Mode I, 1-ая реперная точка траектории трещины) и начального чистого сдвига (Mode II, 1-ая реперная точка траектории трещины) с последующими смешанными формами деформирования (со 2-ой по 7-ю точку вдоль траектории трещины). На графиках, приведенных на рисунке 3.2.5, по оси ординат представлены значения эквивалентных напряжений по Мизесу σ_e , нормированных на предел текучести соответствующего материала при одноосном растяжении, по оси абсцисс отложено расстояние до вершины трещины r , нормированное на масштабный параметр структуры материала l , входящий в конституционные уравнения теории градиентной пластичности CMSG.

Из анализа полученных данных, рисунок 3.2.5, установлены следующие особенности. Значения нормированных эквивалентных напряжений в области вершины трещины в условиях нагружения нормальным отрывом выше, чем при форме начального чистого сдвига. Для всего рассмотренного диапазона значений внутреннего масштабного параметра $l = 1, 5, 10$ мкм отмечается монотонно возрастающая последовательность нормированных эквивалентных напряжений σ_e/σ_0 в области вершины трещины по мере роста криволинейной траектории трещины в условиях начального чистого сдвига. Кроме того, реализованные численные расчеты подтверждают, что из-за высокой сингулярности напряжений и деформаций в области вершины трещины существуют большие значения градиента деформаций. Из сравнения данных, представленных на рисунке 3.2.5 следует, что при уменьшении значения внутреннего масштабного параметра структуры материала l снижается способность материала к упрочнению.

На рисунке 3.2.6 представлено сопоставление численных результатов в виде распределений напряжений в области вершины трещины по классической (HRR решение) и градиентной (CMSG) теориям пластичности: при нормальном отрыве (рис. 3.2.6 а) и начальном чистом сдвиге (рис. 3.2.6 б) с последующими смешанными формами деформирования (рис. 3.2.6 в, г). Данные приведены для всех рассматриваемых конструкционных металлических материалов: стали P2M и 34X, алюминиевый 7050 и титановый Ti-6Al-4V сплавы. Значения эквивалентных напряжений, нормированных на предел текучести соответствующего материала σ_e/σ_0 ,

представлены в зависимости от нормированного расстояния до вершины трещины r/l . В рамках градиентной теории пластичности значения нормированных эквивалентных напряжений σ_e/σ_0 соответствуют расчетным данным при значении масштабного параметра $l = 5$ мкм. Значение нормированных эквивалентных напряжений $\sigma_e/\sigma_0 = 1$ соответствует границе между упругим и пластическим состоянием материалов.

Установлено, что основным эффектом градиентной теории пластичности является кратное повышение значений напряжений в области вершины трещины. Это справедливо для всего ряда рассматриваемых материалов со своим набором упруго-пластических свойств и всего диапазона условий нагружения.

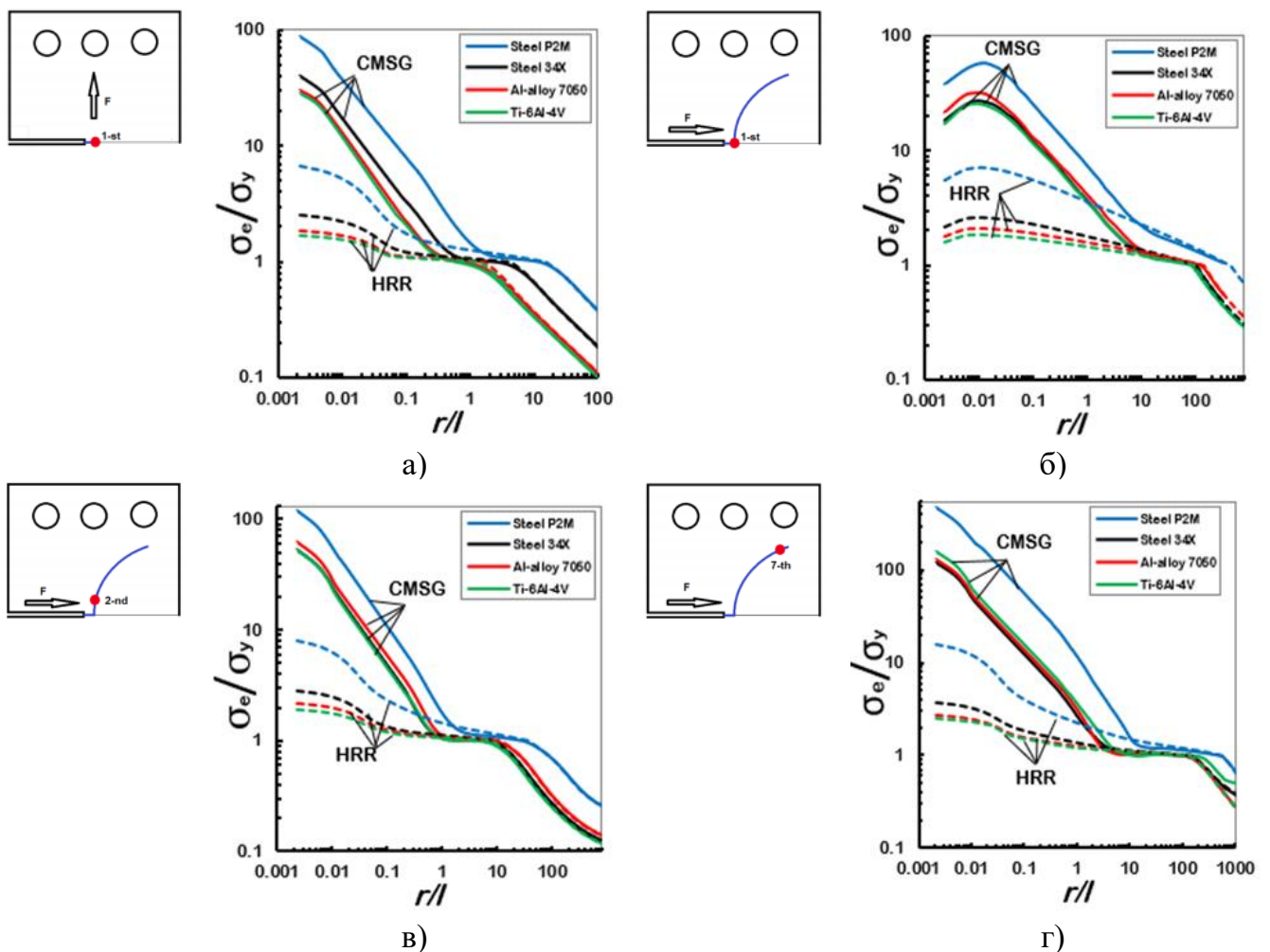


Рис. 3.2.6. Распределения напряжений в области вершины трещины по классической (HRR) и градиентной (MSG) теориям пластичности: при нормальном отрыве (а) и начальном чистом сдвиге (б) с последующими смешанными формами деформирования (в, г)

Согласно литературным данным [57, 95, 121, 136], именно учет вклада градиентов пластической деформации приводит к увеличению значений напряжений на небольшом

расстоянии перед вершиной трещины. Однако, по мере удаления от вершины трещины эффект градиентной пластичности исчезает, и распределения постепенно переходят в состояние близкое к классической теории пластичности по модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса ($l = 0$ мкм). Углы наклона линейных участков кривых распределений напряжений для классической и градиентной теориям пластичности значительно отличны друг от друга, что говорит о различном типе сингулярности в области вершины трещины. При этом диапазон изменения этих углов как функции показателя упрочнения N для классического HRR решения существенно больше, чем в градиентной пластичности CMSG. Максимальные значения нормированных напряжений в вершине трещины отмечаются у стали P2M (показатель деформационного упрочнения $N = 0.242$), наименьшие значения принадлежат титановому сплаву Ti-6Al-4V (показатель деформационного упрочнения $N = 0.079$). В диапазоне значений нормированного расстояния до вершины трещины $0.003 < r/l < 0.3$ для нагружения нормальным отрывом (рис. 3.2.6 а) и $0.003 < r/l < 7$ для условий начального чистого сдвига (рис. 3.2.6 б) характерно доминирование градиентной пластичности. Также стоит отметить, что по мере роста трещины, то есть при переходе от начального чистого сдвига к смешанным формам деформирования (рис. 3.2.6 б, в, г) влияние эффекта градиентов пластических деформаций оказывается более значительным.

Установлено, что эффект кратного увеличения значений напряжений в области вершины трещины связан с учетом составляющих полной плотности дислокаций, а именно геометрически необходимыми GND и статистически обусловленными SSD дислокациями. В настоящей работе расчет составляющих полной плотности дислокаций ρ , а именно SSD и GND выполнен на основе уравнений 3.1.30 и 3.1.31, соответственно.

На рисунке 3.2.7 показано распределение плотностей геометрически необходимых и статистически обусловленных дислокаций как функции нормированного расстояния от вершины трещины r/l для плоскости ее исходного расположения при значении полярного угла $\theta = 0$. Полученные результаты представлены для значения внутреннего масштабного параметра структуры материала $l = 5$ мкм.

Из данных рисунка 3.2.7 следует, что геометрически необходимые плотности дислокаций ρ_g имеют высокие значения в области вершины трещины, но быстро уменьшаются при увеличении этой дистанции. В противоположность этому плотность

статистически обусловленных дислокаций ρ_s не так велика, по сравнению с ρ_g , и изменяется в существенно меньшем диапазоне по мере удаления от вершины трещины. Эти данные подтверждают значимость распределений компонент SSD и GND общей плотности дислокаций ρ в вершине трещины. Кроме этого, именно величина ρ_g обуславливает резкое увеличение напряжений непосредственно в области вершины трещины.

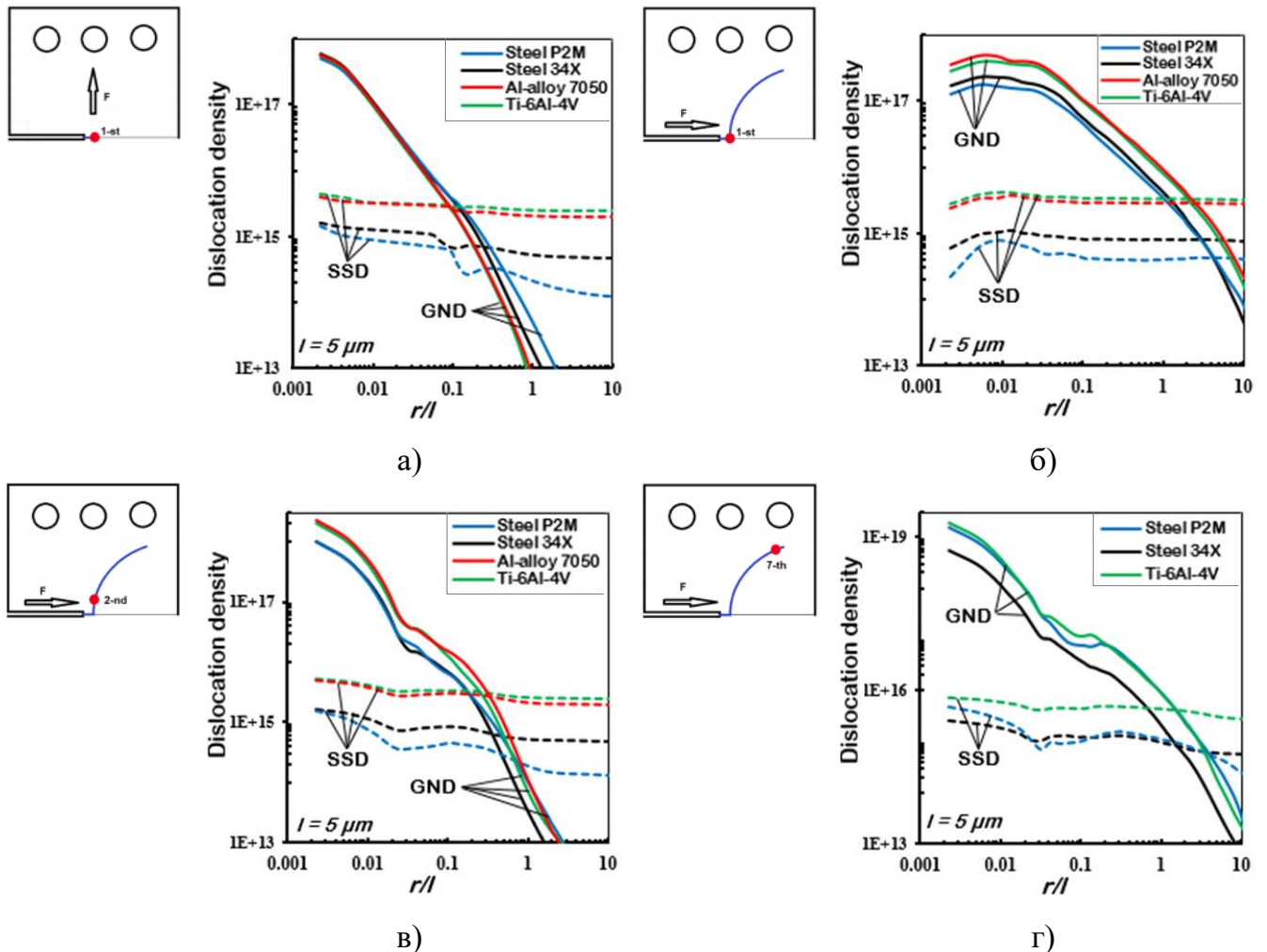


Рис. 3.2.7. Сравнение радиальных распределений составляющих полной плотности дислокаций GND и SSD [м^{-2}] при нагружении нормальным отрывом (в) и начальным чистым сдвигом (б) с последующими смешанными формами деформирования (в, г)

На основании данных рисунка 3.2.7 представлена оценка влияние свойств рассматриваемого металлического материала, в частности значения показателя деформационного упрочнения n . Установлено, что для алюминиевого и титанового сплавов с наибольшими значениями показателя деформационного упрочнения $n = 10.85$ и $n = 12.59$, соответственно, значения составляющих полной плотности дислокаций

GND и SSD больше по сравнению со сталями P2M и 34X, имеющими меньшие значения показателя деформационного упрочнения n ($n = 7.89$ и $n = 4.13$, соответственно).

Таким образом, полученные результаты позволяют предположить, что материал с низкой упрочняющей способностью будет приводить к большему накоплению геометрически необходимых дислокаций GND. Сравнение радиальных распределений общей плотности дислокаций GND и SSD показывает более высокую чувствительность плотности статистически обусловленных дислокаций к изменению свойств рассматриваемых материалов. Влияние условий нагружения на поведение полученных плотностей дислокаций (GND и SSD) является значительным, особенно очевидна разница между нормальным отрывом (рис. 3.2.7 а) и начальным чистым сдвигом (рис. 3.2.7 б). Геометрически необходимые GND и статистически обусловленные SSD дислокации связаны с упрочнением, однако их зарождение и локальный вклад различаются: GND возникают из-за градиентов пластической деформации (кривизна решетки), тогда как считается, что SSD обусловлены общей пластической деформацией.

В результате выполненных численных расчетов с использованием градиентной теории пластичности CMSG установлено влияние значения внутреннего масштабного параметра структуры материала l на распределения плотности геометрически необходимых дислокаций GND как функция расстояния до вершины трещины r , нормированное на длину трещины r/a . Полученные результаты, представленные на рисунке 3.2.8, показывают, что в условиях формы нормального отрыва (3.2.8 а, б) и начального чистого сдвига (3.2.8 в, г) с последующими смешанными формами деформирования (3.2.8 д-з) плотность GND дислокаций уменьшается при изменении внутреннего масштабного параметра l от 1 до 10 мкм.

Из уравнения (3.1.34) видно, что градиент пластической деформации становится менее важным, поскольку член, связанный с эквивалентной пластической деформацией, становится большим по сравнению с членом $l\eta^p$.

Согласно данным рисунка 3.2.8, установлено, что наибольшие различия в распределении плотности геометрически необходимых дислокаций GND в зависимости от значения внутреннего масштабного параметра l наблюдаются для формы нагружения начальным чистым сдвигом.

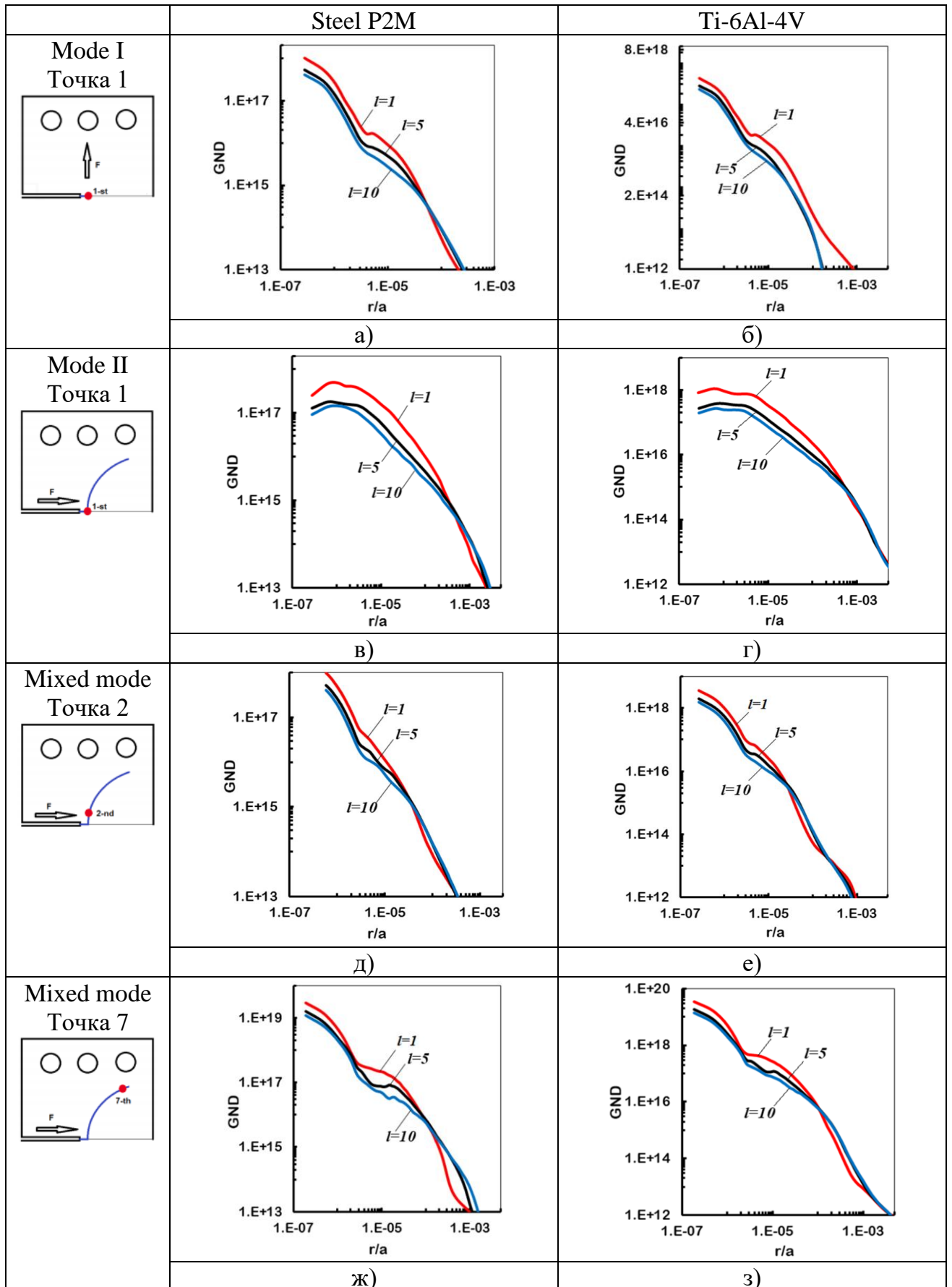


Рис. 3.2.8. Радиальные распределения GND дислокаций при нормальном отрыве (а, б) и начальном чистом сдвиге (в, г) с последующими смешанными формами деформирования (д-з) при вариации значения параметра $l=1, 5, 10$ мкм

На рисунках 3.2.9 и 3.2.10 представлены контурные графики геометрической ρ_g и статистической ρ_s составляющих полной плотности дислокаций ρ в условиях нормального отрыва и начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования. Масштабом плотности дислокаций является размерность м^{-2} , а для наглядности контуры GND и SSD дислокаций представлены в диапазоне $1 \cdot 10^{13} - 5 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-2}$. В качестве примера на рисунках 3.2.9 и 3.2.10 приведены результаты для стали P2M и сплава титана Ti-6Al-4V со значениями показателя деформационного упрочнения $n = 4.13$ и $n = 12.59$, соответственно, и при величине масштабного параметра структуры материала $l = 5$ мкм. Аналогично предыдущим сравнениям, представлено поведение контурных графиков плотности GND и SSD дислокаций для нескольких последовательных положений вершины трещины вдоль криволинейной траектории ее роста. На рисунках 3.2.9 и 3.2.10 показано сравнение контуров плотностей дислокаций для рассматриваемых материалов для формы нормального отрыва, а также начального чистого сдвига и двух последовательных положений вершины трещины вдоль траекторий роста. Вторая точка соответствует увеличению длины трещины на 2 мм, это состояние после образования поворота трещины, а седьмая точка соответствует состоянию близкому к окончательному разрушению.

Соответственно, два первых ряда изображений рис. 3.2.9 и 3.2.10, иллюстрируют типичные формы и размеры соответствующих контуров плотностей дислокаций GND и SSD, сформированных при нагружении нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом на основе градиентной теории пластичности. Во 2-ой точке траектории трещины, после образования поворота трещины, наблюдаются контуры плотностей дислокаций с небольшой асимметрией, что свидетельствует о смешанных формах деформирования. Однако, степень асимметрии невелика и зависит от пластических свойств рассматриваемых материалов. В конце траектории роста трещины (7-ая точка траектории), в состоянии близком к разрушению, в области вершины трещины реализуется форма псевдо-нормального отрыва. Сравнение контуров плотностей дислокаций GND и SSD показывает, что на небольшом расстоянии от вершины трещины, поля плотности ρ_g дислокаций более однородны, с постепенным снижением интенсивности по мере удаления от вершины трещины [69].

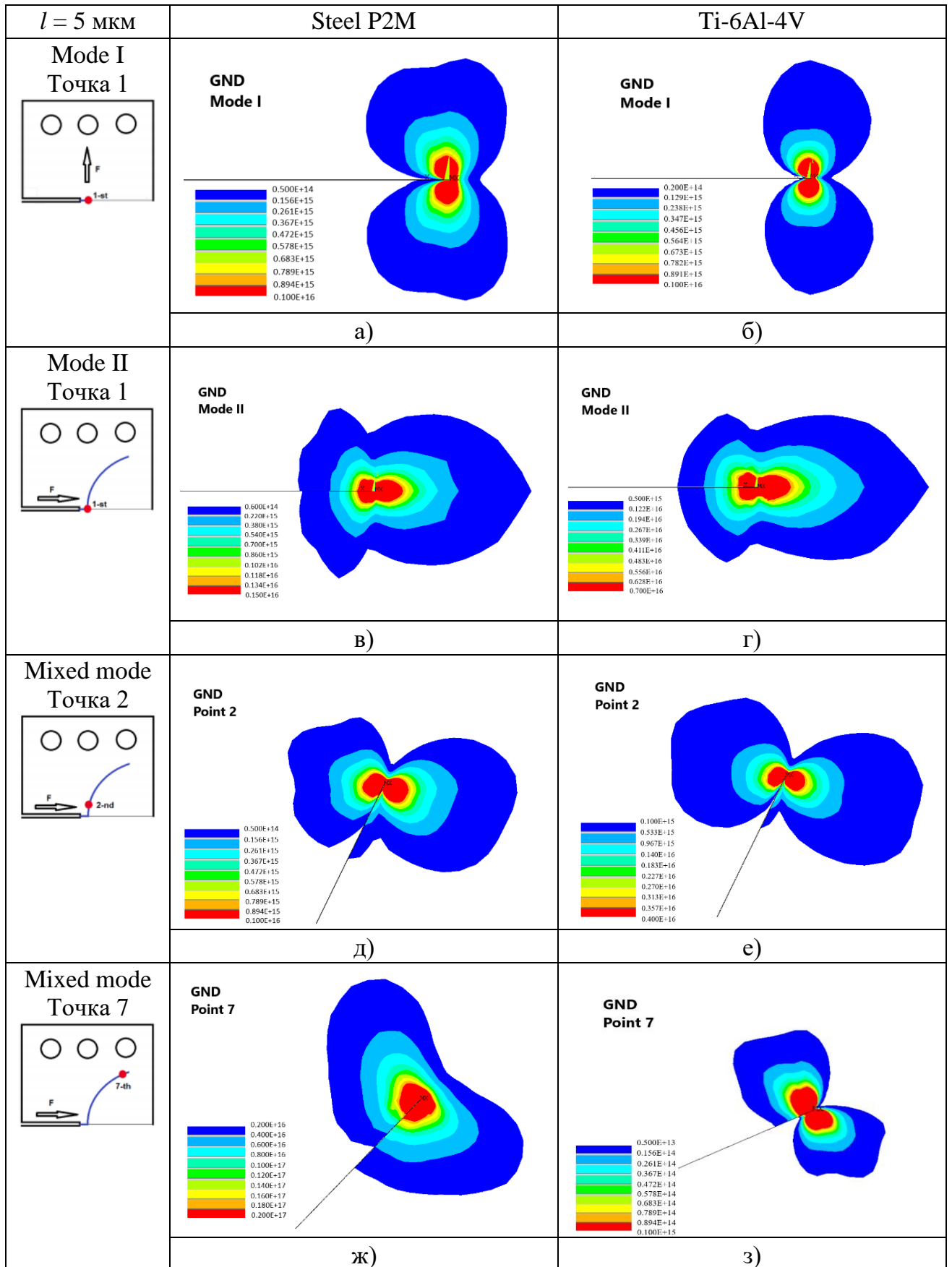


Рис. 3.2.9. Контуры плотностей дислокаций GND по траекториям роста трещин стали P2M и сплава титана при нормальном отрыве и начальном чистом сдвиге с последующими смешанными формами деформирования при $l = 5$ мкм

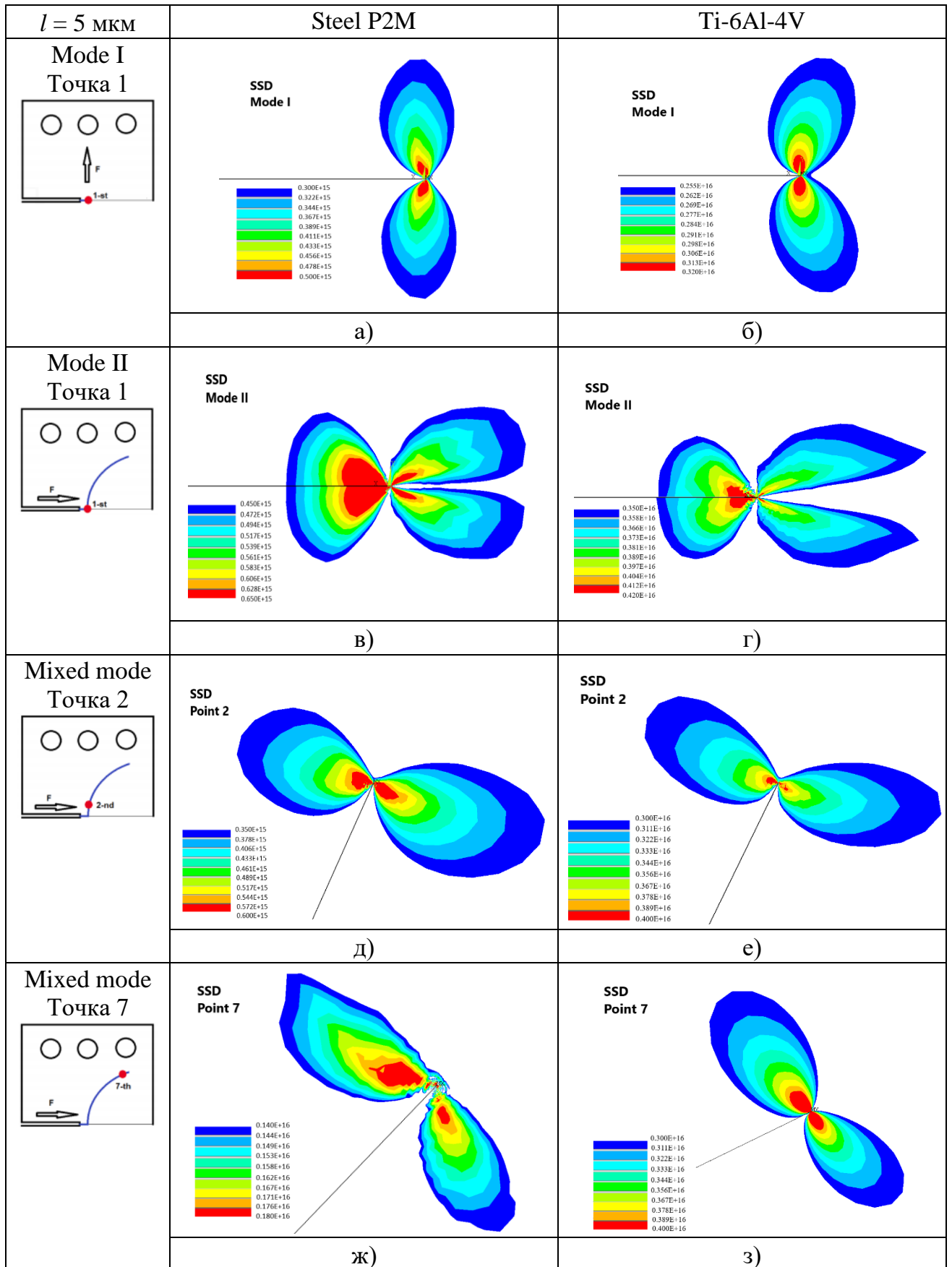


Рис. 3.2.10. Контуры плотностей дислокаций SSD по траекториям роста трещин стали P2M и сплава титана при нормальном отрыве и начальном чистом сдвиге с последующими смешанными формами деформирования при $l = 5 \text{ мкм}$

Параметры полей напряженно-деформированного состояния по классической и циклической теориям пластичности

Второй этап сравнения полученных численных результатов состоял в сопоставлении компонент напряжений в области вершины трещины по классической и циклической теориям пластичности в приложении ко всему набору условий нагружения и свойств рассматриваемых конструкционных металлических материалов.

На рисунке 3.2.11 представлены распределения нормированных окружных напряжений σ_{θ}/σ_0 на продолжении трещины нормального отрыва при монотонном статическом (HRR решение) и циклическом (НКН модель) деформировании. Для сравнительного анализа данных выбраны две крайние точки экспериментальных траекторий: первая (рис. 3.2.11 а) и пятая (рис. 3.2.11 б) точки вдоль траекторий роста трещины CTS образцов из стали P2M, алюминиевого и титанового сплавов. Состояние в 5-ой точке экспериментальной трещины нормального отрыва близко к окончательному разрушению. Установлены существенные различия в распределении компонент напряжений по рассматриваемым теориям пластичности. Следует отметить, что значения нормированных напряжений σ_{θ}/σ_0 по классической теории пластичности значительно выше, чем при циклическом деформировании, прежде всего это объясняется вкладом градиентов упруго-пластических напряжений, которые значительно увеличивают значения напряжений. По мере увеличения длины трещины, рисунок 3.2.11 б, влияние истории циклического нагружения становится более очевидным. Кривые распределений напряжений меняются от цикла к циклу (1, 2, 3 циклы), достигая стабилизации на третьем цикле усталостного деформирования. Этот результат подтверждает хорошо известный постулат о малоциклового усталости, согласно которому необратимая рассеиваемая энергия представляет собой площадь петли гистерезиса, которая существенно не изменяется после нескольких первых циклов нагружения.

Аналогичное сопоставление компонент напряжений в области вершины трещины CTS образцов выполнено для условий нагружения начальным чистым сдвигом с последующими смешанными формами деформирования. На рисунке 3.2.12 представлены распределения безразмерных сдвиговых $\sigma_{r\theta}/\sigma_0$ (рис. 3.2.12 а) и окружных σ_{θ}/σ_0 (рис. 3.2.12 б, в) напряжений в зависимости от нормированного расстояния до вершины трещины r/a для CTS образцов из стали P2M, сплава алюминия 7050 и титана

Ti-6Al-4V. Численные результаты представлены для трех последовательных положений вершины трещины вдоль криволинейных траекторий роста трещины. Первое положение соответствует начальному чистому сдвигу, при начальной длине трещины a_0 , (1-ая точка траектории трещины). Второе положение вершины трещины соответствует приращению исходной длины трещины на $\Delta a = 2$ мм, т.е. момент поворота и образования изогнутой трещины (2-ая точка траектории трещины). Численные данные, приведенные на рисунке 3.2.11 в, относятся к состоянию CTS образца, близкому к окончательному разрушению (7-ая точка криволинейной траектории трещины).

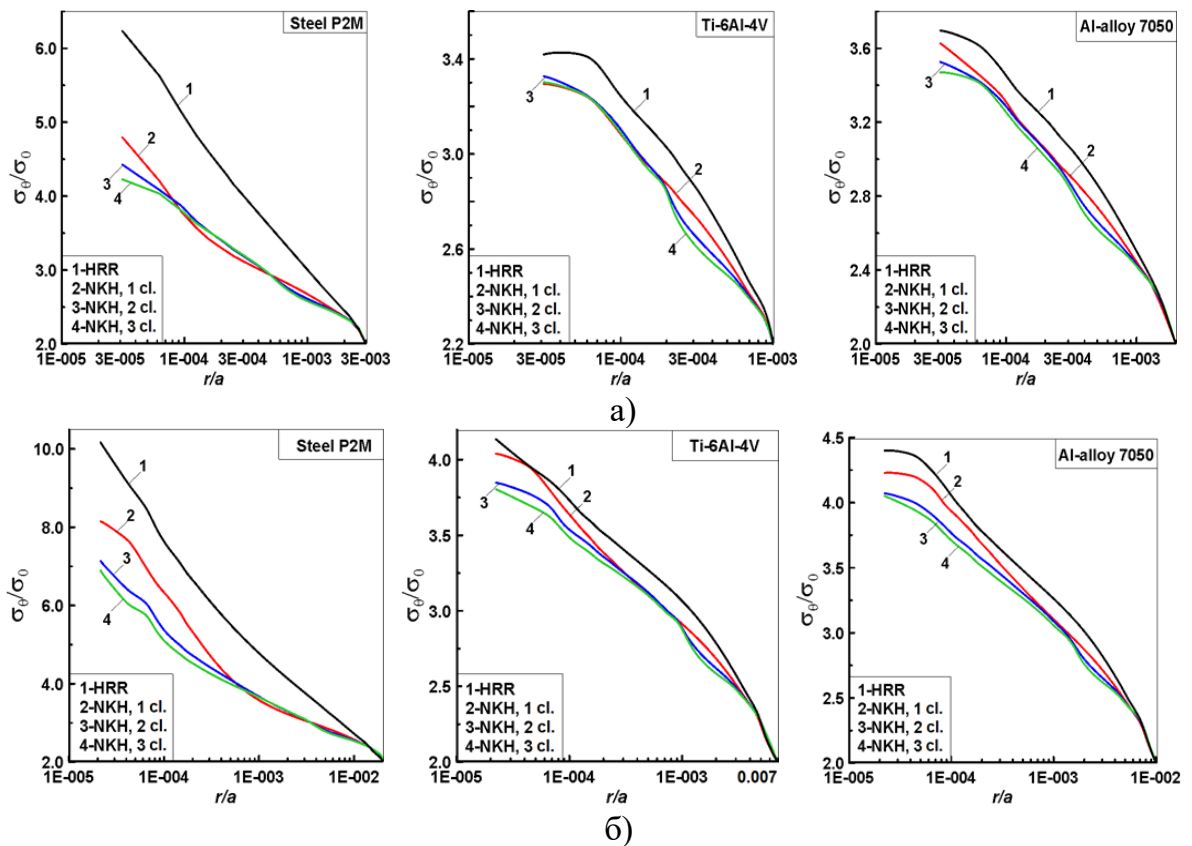


Рис. 3.2.11. Распределения компонент напряжений в вершине трещины по классической (HRR) и циклической (NKH) теориям пластичности стали P2M, титанового и алюминиевого сплавов в условиях нормального отрыва: 1-ая точка траектории трещины (а), 5-ая точка траектории трещины (б)

Следует отметить влияние упруго-пластических свойств исследуемых материалов на полученные зависимости. Как и следовало ожидать, по мере приближения к вершине трещины r/a значения компонент напряжений увеличиваются, как показано на рисунке 3.2.12. В ситуации начального чистого сдвига (рис. 3.2.12 а) эффект циклической пластичности по модели нелинейного кинематического упрочнения приводит к

увеличению заметных различий в поведении распределений нормированных сдвиговых напряжений $\sigma_{r\theta}/\sigma_0$ относительно классического HRR решения.

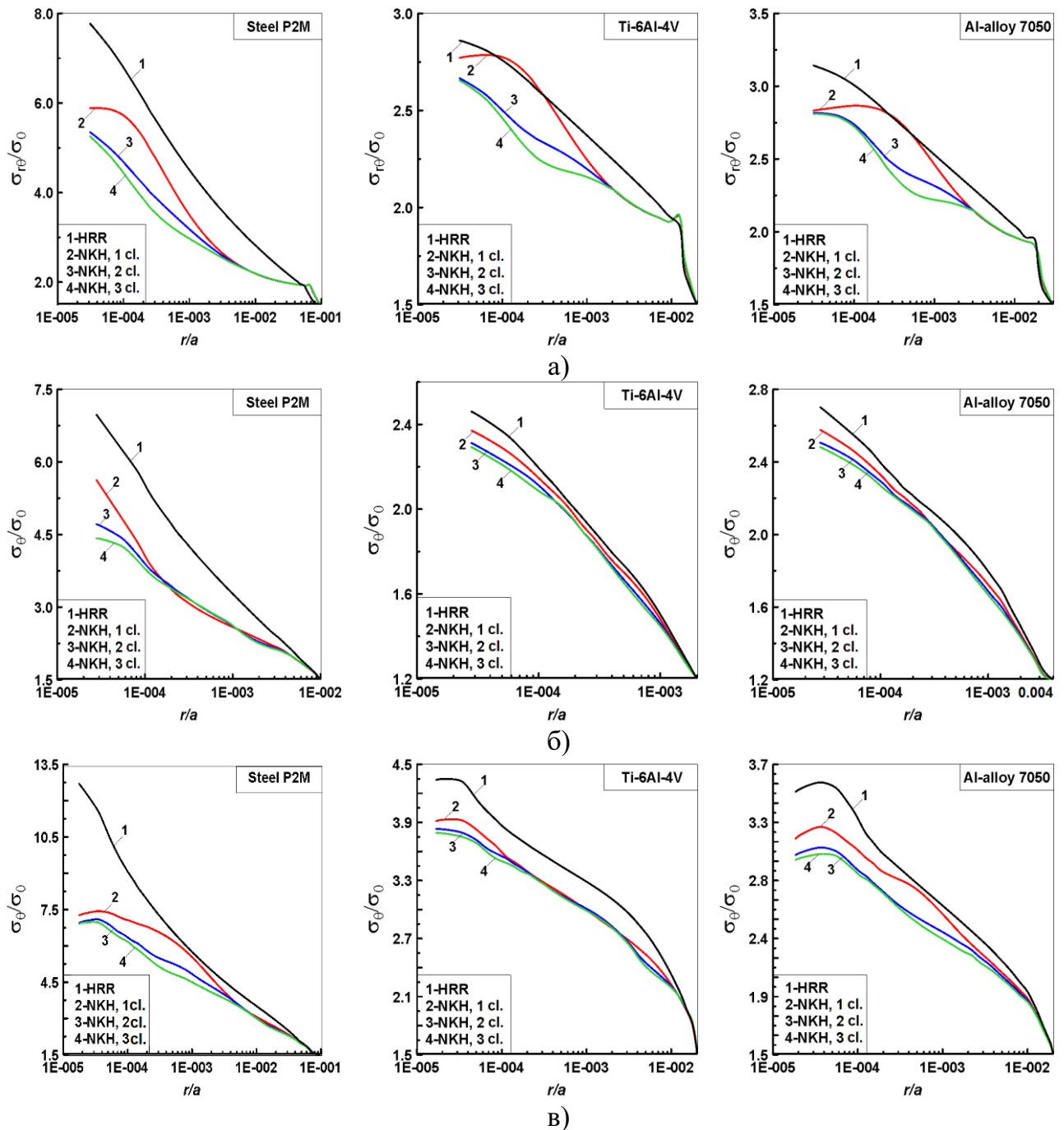


Рис. 3.2.12. Распределения компонент напряжений в вершине трещины по классической (HRR) и циклической (NKH) теориям пластичности стали P2M, титанового и алюминиевого сплавов в условиях начального чистого сдвига: 1-ая (а), 2-ая (б) и 5-ая точки траектории трещины

Распределения напряжений в вершине трещины по NKH модели изменяются от цикла к циклу, достигая стабилизации между вторым и третьим циклами нагружения. Тенденции, наблюдаемые на рис. 3.2.11 для формы нормального отрыва, характерны и

для условий начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования (рис. 3.2.12) в конструкционных материалах с различными упруго-пластическими свойствами. Асимптотические поля напряжений в вершине трещины (рис. 3.2.12) проявляют чувствительность к упруго-пластическим свойствам испытываемой стали Р2М, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов. Это подтверждается различиями в значениях нормированных сдвиговых $\sigma_{r\theta}/\sigma_0$ и окружных σ_θ/σ_0 напряжений в зависимости от безразмерного расстояния до вершины трещины r/a в CTS образцах, выполненных из конструкционных металлических материалов.

Одной из целей настоящей работы является исследование механизмов и особенностей развития трещин при смешанных формах деформирования CTS образцов из основных конструкционных материалов. В рамках сравнительного анализа полей параметров НДС вдоль криволинейных траекторий трещины выполнены численные расчеты на основе МКЭ по классической и циклической теориям пластичности. По результатам численных исследований были получены безразмерные распределения напряжений в зависимости от положения вершины трещины вдоль экспериментальной траектории трещины нормального отрыва (от 1-ой до 5-ой точки траектории) и начального чистого сдвига с последующими смешанными формами разрушения (от 1-ой до 7-ой точки криволинейной траектории трещины) в каждом испытанном CTS образце, рисунок 3.2.13).

Особенности распределений компонент напряжений σ_θ/σ_0 , представленных на рисунке 3.2.13 а, сохраняются и для трещин начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования, рисунок 3.2.13 б. Следует отметить, что сингулярность напряжений в рамках циклической теории пластичности чувствительна к условиям нагружения и параметрам модели нелинейного кинематического упрочнения C и γ , рисунок 3.2.13 б.

Среди полученных численных данных особый интерес представляет ситуация начального чистого сдвига. На рисунке 3.2.13 б красные линии обозначают нормированные сдвиговые напряжения $\sigma_{r\theta}/\sigma_0$ в вершине трещины CTS образцов в условиях начального чистого сдвига (1-ая точка траектории трещины). Эти результаты подтверждают, что при начальном чистом сдвиге вблизи вершины трещины существуют меньшие градиенты деформаций, поскольку меньшие значения степени сингулярности

напряжений и деформаций для плоской деформации при нормальном отрыве больше, чем те, которые получены для чистого сдвига.

Численные результаты, представленные на рисунке 3.2.13, в рамках циклической теории пластичности, показывают чувствительность полей упруго-пластических напряжений в вершине трещины к асимптотической сингулярности напряжений. Распределения окружных напряжений σ_θ/σ_0 в условиях нормального отрыва на небольшом расстоянии от вершины трещины $r/a < 2 \times 10^{-3}$ имеют менее крутой угол наклона, чем у линейно-упругих твердых тел. Такая особенность наблюдается для всех рассматриваемых материалов и имеет важное значение. Во-первых, сингулярность напряжений, которая меньше классической упругой сингулярности $r^{-1/2}$, означает иное асимптотическое поведение по сравнению с другими классами моделей градиента деформации. Во-вторых, как и в случае классической теории пластичности, сингулярность напряжений $r^{-\lambda}$, по-видимому, зависит от параметров модели нелинейного кинематического упрочнения Chaboche C и γ .

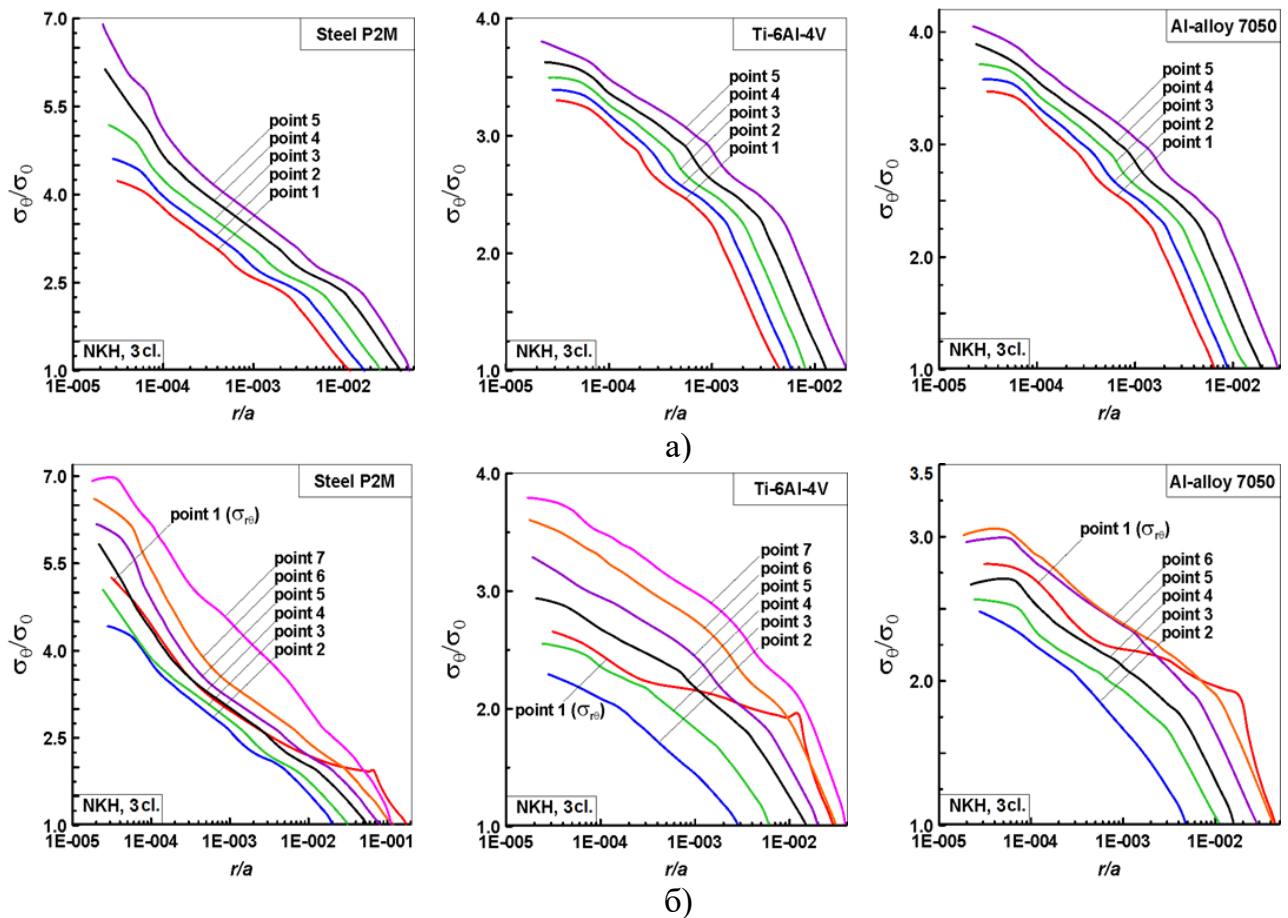


Рис. 3.2.13. Распределение напряжений по НКН в зависимости от положения вершины трещины вдоль траектории: нормальный отрыв (а) и начальный чистый сдвиг с последующими смешанными формами разрушения (б)

В отличие от предыдущих численных исследований, установлена чувствительность компонент напряжений к циклическим упруго-пластическим свойствам материала и положению вершины трещины вдоль кривой роста в условиях нормального отрыва и смешанных форм деформирования [162].

3.3. Анализ распределений коэффициентов интенсивности напряжений и показателей сингулярности в вершине трещины по упругому решению, классической, градиентной и циклической теориям пластичности для нормального отрыва и смешанных форм разрушения

На основе представленных в предыдущем параграфе результатов численных исследований полей напряженно-деформированного состояния в области вершины трещины CTS образцов из исследуемых металлических материалов в полном диапазоне смешанных форм деформирования выполнен анализ распределений коэффициентов интенсивности напряжений и показателей сингулярности по линейному упругому решению и нелинейным классической, градиентной и циклической теориям пластичности. Численные расчеты линейных упругих и нелинейных пластических коэффициентов интенсивности напряжений выполнены в соответствии с формулировками, представленными в таблице 3.1.4. Результаты выполненных расчетов, приведенные в этом параграфе, будут использованы в порядке интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин CTS образцов из сталей P2M и 34X, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов в условиях нагружения нормальным отрывом и начальным чистым сдвиге с последующими смешанными формами деформирования.

В настоящей работе для интерпретации диаграмм усталостного разрушения CTS образцов в качестве параметров сопротивления циклическому разрушению были использованы упругие коэффициенты интенсивности напряжений и упруго-пластические КИН по различным теориям пластичности. В рамках упругого решения для интерпретации НДС в области вершины трещины в качестве параметров сопротивления разрушению использован упругий K_I (форма нормального отрыва) и эквивалентный K_{eqv} (учитывающий вклад нормального отрыва и начального чистого сдвига K_1 и K_2) коэффициенты интенсивности напряжений, определенные на основе уравнений 3.1.7 и 3.1.8, соответственно.

В таблицах 3.3.1 и 3.3.2 на основе состоявшихся численных расчетов представлены значения упругих коэффициентов интенсивности напряжений для нескольких последовательных положений вершины трещины вдоль экспериментальных траекторий трещин в CTS образцах из сталей P2M и 34X, алюминиевого и титанового сплавов для форм нормального отрыва и начального чистого сдвига, соответственно. Также приведены полученные численные значения упругого параметра смешанности M_e для каждого рассматриваемого металлического материала для форм нагружения нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом.

Таблица 3.3.1. Упругие КИН CTS образцов из сталей, алюминиевого и титанового сплавов при нормальном отрыве

Точка траектории	$\Sigma a/w$	K_I [МПа*м ^{0.5}]	Y_1	M_e
Steel P2M				
1	0.50	18.224	2.837	1.0
2	0.5625	23.816	3.496	1.0
3	0.625	31.962	4.451	1.0
4	0.6875	44.594	5.921	1.0
5	0.728	57.041	7.359	1.0
Steel 34X				
1	0.50	18.186	2.850	1.0
2	0.5625	23.767	3.512	1.0
3	0.625	31.945	4.478	1.0
4	0.6875	44.570	5.957	1.0
5	0.7575	69.483	8.847	1.0
Al-alloy 7050				
1	0.50	7.248	2.832	1.0
2	0.55	8.963	3.339	1.0
3	0.60	11.275	4.021	1.0
4	0.65	14.466	4.957	1.0
5	0.70	19.076	6.299	1.0
Ti-6Al-4V				
1	0.50	12.555	2.833	1.0
2	0.55	15.525	3.340	1.0
3	0.60	19.530	4.023	1.0
4	0.65	25.057	4.959	1.0
5	0.70	33.094	6.312	1.0

Таблица 3.3.2. Упругие КИН СТС образцов из сталей, алюминиевого и титанового сплавов при начальном чистом сдвиге

Точка траектории	$\sum a/w$	K_1 [МПа*м ^{0.5}]	Y_1	K_2 [МПа*м ^{0.5}]	Y_2	M_e
Steel P2M						
1	0.500	0.029	0.002	18.427	1.340	0.00
2	0.556	26.363	1.871	1.286	0.091	0.97
3	0.640	37.408	2.564	2.565	0.176	0.96
4	0.719	54.383	3.572	0.523	0.034	0.99
5	0.773	70.449	4.492	3.134	0.200	0.97
6	0.826	90.979	5.641	2.885	0.179	0.98
7	0.880	119.748	7.230	2.147	0.130	0.99
Steel 34X						
1	0.500	0.028	0.002	17.397	1.265	0.00
2	0.567	25.799	1.935	0.289	0.022	0.99
3	0.641	35.517	2.574	0.721	0.052	0.99
4	0.719	51.192	3.555	2.140	0.149	0.97
5	0.766	62.010	4.180	9.478	0.640	0.90
6	0.815	79.838	5.233	8.455	0.555	0.93
7	0.857	96.602	6.166	13.837	0.885	0.91
Al-alloy 7050						
1	0.500	0.021	0.002	13.033	0.948	0.00
2	0.567	19.338	1.939	0.217	0.022	0.99
3	0.645	25.574	2.506	4.605	0.451	0.89
4	0.702	33.553	3.215	5.616	0.538	0.89
5	0.788	49.560	4.602	4.068	0.378	0.95
6	0.845	62.903	5.725	8.573	0.780	0.91
Ti-6Al-4V						
1	0.500	0.032	0.002	20.102	1.462	0.00
2	0.556	28.760	1.870	1.403	0.091	0.97
3	0.641	40.808	2.564	2.798	0.176	0.96
4	0.749	67.812	4.042	1.399	0.083	0.99
5	0.816	92.188	5.288	9.098	0.522	0.94
6	0.879	123.304	6.824	19.001	1.052	0.90
7	0.922	152.718	8.241	24.737	1.320	0.90

На рисунке 3.3.1 представлены распределения упругих КИН в СТС образцах из рассматриваемых металлических материалов для условий нормального отрыва (рис. 3.3.1 а) и начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования (рис. 3.3.1 б). Графики построены на основе данных таблиц 3.3.1 и

3.3.2. Результаты представлены в виде зависимостей упругих КИН от относительной суммарной длины трещины $\Sigma a/w$. Из этих данных следует, что эквивалентные упругие КИН не чувствительны к переходу от формы начального чистого сдвига к последующим смешанным формам деформирования, рисунок 3.3.1 б. Это связано с тем, что величина эквивалентного упругого КИН K_{eqv} одновременно определяется значениями упругих КИН K_1 и K_2 , а также углом девиации трещины θ^* .

Для более полного учета потенциала материалов по сопротивлению циклическому разрушению в настоящей работе использованы нелинейные коэффициенты интенсивности напряжений, которые учитывают не только константы упругости, но и комплекс упруго-пластических свойств материалов.

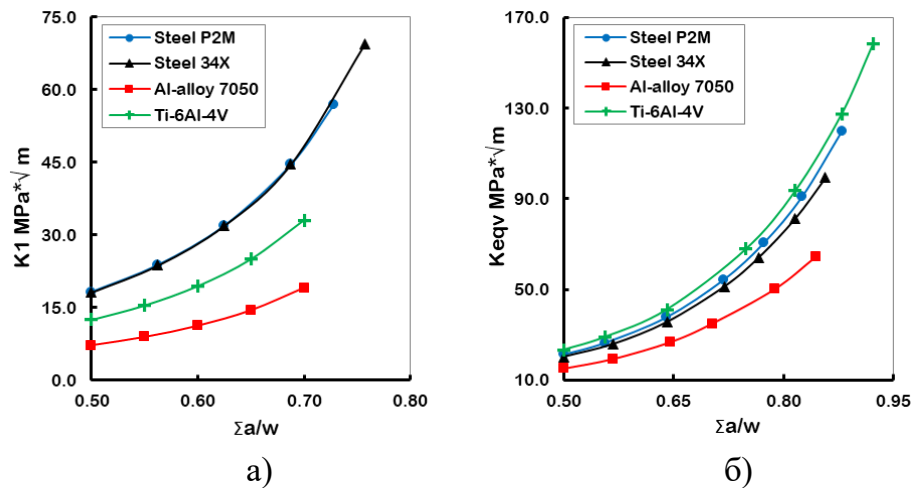


Рис. 3.3.1. Распределения упругих КИН вдоль траекторий роста трещин CTS образцов из сталей, алюминиевого и титанового сплавов при нормальном отрыве (а) и начальном чистом сдвиге (б)

Для определения пластических коэффициентов интенсивности напряжений по классической теории пластичности на основе уравнения 3.1.23 установлены зависимости параметра I_n -интеграла в области вершины трещины от нормированной длины трещины $\Sigma a/w$ для форм нагружения нормальным отрывом (рис. 3.3.2 а) и начальным чистым сдвигом (рис. 3.3.2 б). Для условий нормального отрыва характерно равномерное распределение параметра I_n -интеграла вдоль всей траектории роста трещины. Та же последовательность кривых сохраняется и для условий начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования. Установлено, что значения I_n -интеграла резко изменяются при повороте трещины, и масштаб этого эффекта определяется пластическими свойствами рассматриваемых металлических

материалов. Наибольший скачок наблюдается в высокопрочной стали 34X, тогда как в наиболее пластичной стали P2M переход от начального чистого сдвига к смешанным формам деформирования практически не приводит к изменению значений параметра I_n -интеграла.

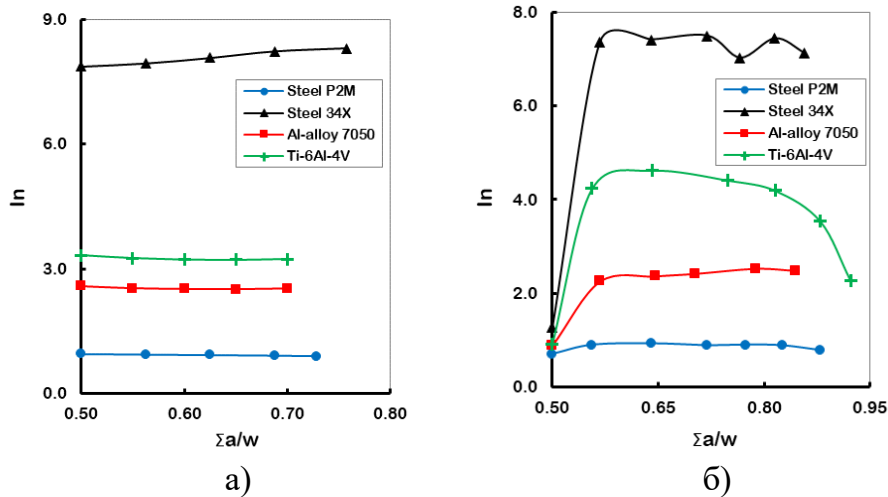


Рис. 3.3.2. Распределение I_n -интеграла для формы нагружения нормальным отрывом (а) и начальным чистым сдвигом с последующими смешанными формами деформирования (б)

На рисунке 3.3.3 представлены распределения пластических КИН K_p по классической теории пластичности по модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса вдоль криволинейных траекторий CTS образцов из сталей, алюминиевого и титанового сплавов в диапазоне рассматриваемых условий нагружения. Расчеты пластических КИН K_p выполнены на основе уравнений таблицы 3.1.4. Данные на рисунке 3.3.3 а соответствуют форме нормального отрыва, тогда как на рисунке 3.3.3 б представлены результаты при начальном чистом сдвиге с последующими смешанными формами деформирования.

Из сопоставления данных рис. 3.3.1 и 3.3.3, на примере формы нормального отрыва, очевидно влияние пластических свойств исследуемых материалов на распределения упругих K_{eqv} и пластических K_p коэффициентов интенсивности напряжений вдоль экспериментальных траекторий трещин. Для сталей P2M и 34X, обладающими близкими по значениям упругими свойствами ($E = 226.9$ ГПа и 216.2 ГПа, соответственно), распределения упругих КИН K_I близки между собой. Напротив, для тех же сплавов стали, при одинаковых условиях нагружения, кривые распределений

пластических КИН K_p по HRR решению значительно отличаются друг от друга, что связано с вкладом пластических свойств материалов.

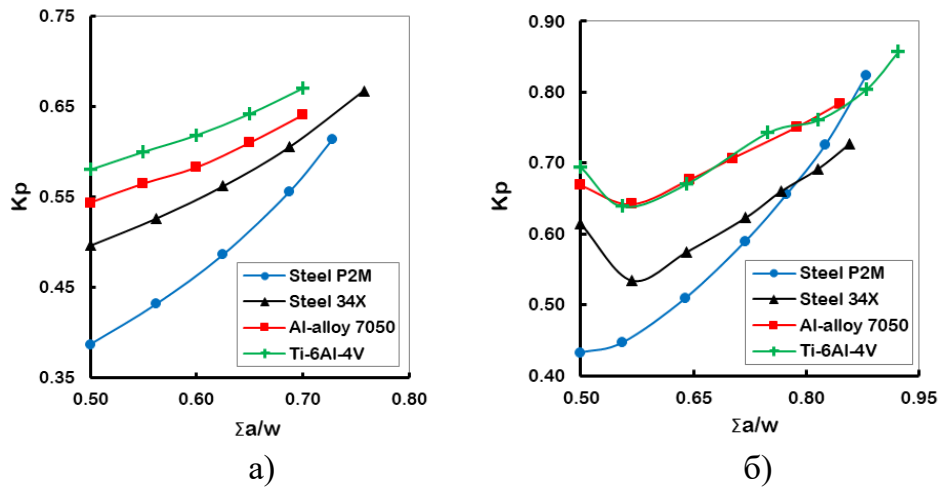


Рис. 3.3.3. Распределения пластических КИН по HRR решению вдоль траекторий роста трещин CTS образцов из сталей, алюминиевого и титанового сплавов при нормальном отрыве (а) и начальном чистом сдвиге (б)

Задача численных расчетов состояла в последовательном сравнении результатов по различным теориям пластичности, которые будут использованы для интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин. Первая интерпретация данных выполнена по классической теории пластичности по модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса (рис. 3.3.3) Вторым вариантом сравнения выступили численные результаты по градиентной теории пластичности (уравнение 3.1.40). Внимание к градиентной теории обусловлено стремлением более полного учета характеристик поведения материалов, включая параметры масштаба структуры.

Важной характеристикой моделей параметров напряженно-деформированного состояния в вершине трещины является показатель сингулярности. Из литературных данных известны значения этой величины для упругого решения $r^{-1/2}$ и классического HRR решения $r^{-1/(n+1)}$. В градиентной теории пластичности имеют место более высокие значения показателя сингулярности, причем с разными величинами для форм нормального отрыва и начального чистого сдвига. На рисунке 3.3.4 схематично представлено сопоставление трех различных областей в вершине трещины, которые могут быть идентифицированы как функции асимптотических полей напряжений: линейное упругое решение, классическое HRR решение и решение градиентной теории пластичности.

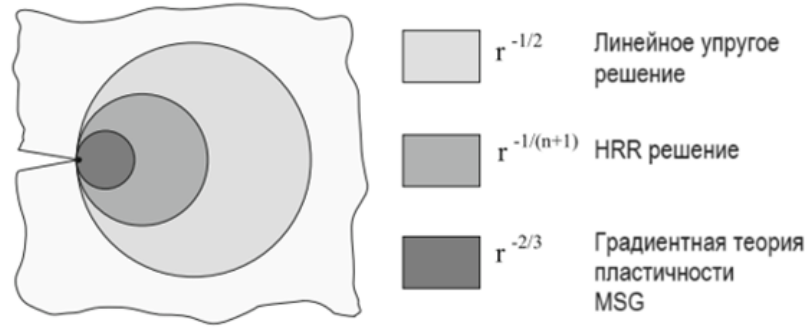


Рис. 3.3.4. Области вокруг вершины трещины, которые могут быть идентифицированы как функции асимптотических полей напряжений: линейное упругое решение, HRR решение и решение градиентной теории пластичности

Показатель сингулярности λ представлен в уравнении пластического коэффициента интенсивности напряжений K_p^{FEM} (табл. 3.1.4):

$$K_p^{FEM} = \frac{A_p^{FEM}}{\bar{r}^\lambda} \quad (3.3.1)$$

где $\bar{r} = r/l$ – нормированное расстояние до вершины трещины; l – масштабный параметр структуры материала; $A_p^{FEM} = \bar{\sigma}_{ij}^{FEM} / \tilde{\sigma}_{ij}^{FEM}$ – амплитудный коэффициент интенсивности напряжений; $\bar{\sigma}_{ij}^{FEM} = \sigma_{ij}^{FEM} / \sigma_0$ – компоненты напряжений σ_{ij}^{FEM} , нормированные на предел текучести σ_0 материала; $\tilde{\sigma}_{ij}^{FEM} = \sigma_{ij}^{FEM} / \sigma_{ij,max}^{FEM}$ – компоненты напряжений σ_{ij}^{FEM} , нормированные на максимальные значения напряжений $\sigma_{ij,max}^{FEM}$ в диапазоне от $-\pi$ до $+\pi$.

Исходя из уравнения (3.3.1) показатель сингулярности λ может быть определен на основе следующего выражения:

$$\bar{r}^\lambda = \frac{\bar{\sigma}_{ij}^{FEM}}{K_p^{FEM} \cdot \tilde{\sigma}_{ij}^{FEM}}$$

$$\lambda \ln \bar{r} = \ln \left(\frac{\bar{\sigma}_{ij}^{FEM}}{K_p^{FEM} \cdot \tilde{\sigma}_{ij}^{FEM}} \right) \quad (3.3.2)$$

$$\lambda = \frac{\ln(\bar{\sigma}_{ij}^{FEM}) - \ln(K_p^{FEM} \tilde{\sigma}_{ij}^{FEM})}{\ln \bar{r}}$$

Другой способом определения значений показателя сингулярности, который использовался в настоящей работе, заключается в определении угла наклона распределений нормированных напряжений σ_{ij}^{FEM} в диапазоне устойчивых решений \bar{r} . Таким образом, определение значений показателя сингулярности было выполнено на основе аппроксимации полученных радиальных распределений компонент напряжений на продолжении вершины трещины CTS образцов, представленных в параграфе 3.2. Полученные величины напряжений σ_{ij}^{FEM} нормировались на предел текучести σ_0 соответствующего материала $\bar{\sigma}_{ij}^{FEM}$. Распределения компонент напряжений $\bar{\sigma}_{ij}^{FEM}$ представлены как функция нормированного расстояния до вершины трещины \bar{r} . В рамках градиентной теории пластичности расстояние до вершины трещины r нормировалось на внутренний масштабный параметр структуры $\bar{r} = r/l$. В результате проведения серии параметрических расчетов был установлен диапазон значений r/l для каждого рассматриваемого металлического материала при нагружении нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом, при котором решение является устойчивым, рисунок 3.3.5. Значение нормированных компонент напряжений $\bar{\sigma}_{ij}^{FEM} = 1$ соответствует границе упругой и пластической среды. В настоящей работе для нахождения показателя сингулярности в области вершины трещины в рамках градиентной теории пластичности рассматривалась только зона пластически деформированного материала. В результате проведения серии расчетов были установлены значения показателей сингулярности в области вершины трещины CTS образцов, необходимые для дальнейших расчетов пластических коэффициентов интенсивности напряжений K_p в рамках градиентной теории пластичности.

В работе Шлянникова и др. [160] представлены результаты распределений показателя сингулярности в вершине трещины в зависимости от показателя деформационного упрочнения материала $N = 1/n$ в рамках линейного упругого решения, HRR решения, градиентных теорий пластичности высокого (MSG) и низкого (CMMSG) порядков, результаты работы приведены на рисунке 3.3.6. В настоящей работе наблюдаются схожие тенденции распределений показателя сингулярности в области вершины трещины (значения показателей деформационного упрочнения сталей P2M и 34X $N = 0.24$ и $N = 0.13$, соответственно).

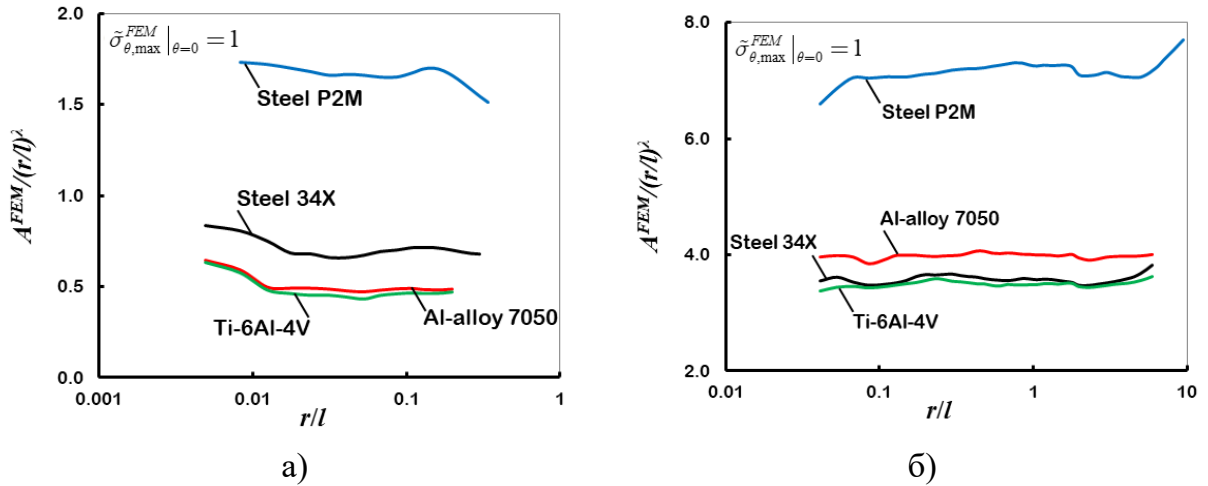


Рис. 3.3.5. Распределения пластических КИН по градиентной теории пластичности в диапазоне устойчивых решений r/l : условия нормального отрыва (а) и начального чистого сдвига (б) (1-ые точки вдоль траекторий роста трещин)

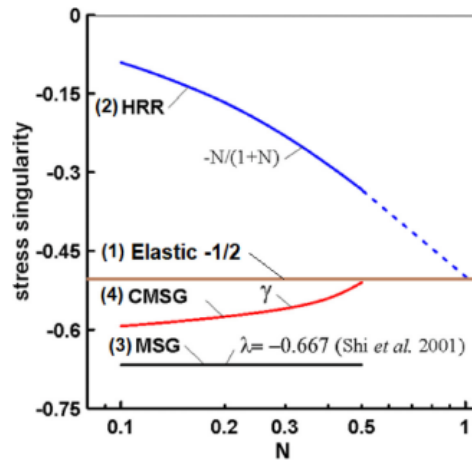


Рис. 3.3.6. Поведение показателя сингулярности в вершине трещины по упругому решению, HRR, CMSG и MSG теориям пластичности. Результаты представлены для SET образца при внешней приложенной нагрузке $K_1/\sigma_y \sqrt{l} = 30.58$ при $l = 5$ мкм [160]

В таблице 3.3.3 приведены полученные значения показателей сингулярности рассматриваемых металлических материалов с различными упруго-пластическими свойствами (табл. 2.1.1.). Результаты представлены для условий нагружения нормальным отрывом (Mode I, 1-ая точка экспериментальной траектории трещины), начальным чистым сдвигом (Mode II, 1-ая точка экспериментальной траектории трещины) и последующих смешанных форм деформирования (Mixed mode, реперные точки 2-7 вдоль криволинейных траекторий трещины). Численные расчеты были выполнены в диапазоне значений внутреннего масштабного параметра $l = 1, 5, 10$ мкм.

Проанализировав полученные численные данные, было установлено, что значения показателя сингулярности в области вершины трещины в условиях

нормального отрыва больше, чем значения при начальном чистом сдвиге. Кроме того, значения показателей сингулярности во всех рассматриваемых условиях нагружения, включая условия начального чистого сдвига, больше, чем при классическом упругом решении $r^{-1/2}$. Данное замечание справедливо для всех рассматриваемых конструкционных металлических материалов и во всем диапазоне варьируемого масштабного параметра l . Как уже отмечалось ранее, в условиях начального чистого сдвига, после поворота трещины, дальнейшее распространение экспериментальной траектории происходит в условиях смешанных форм деформирования с преобладанием формы нормального отрыва. Этот факт также подтверждается на основании данных, представленных в таблице 3.3.3 [22]. Установлено, что после образования поворота трещины в условиях начального чистого сдвига (Mixed mode, реперные точки 2-7), значения показателя сингулярности близки к значениям при нормальном отрыве (Mode I, точка 1).

Таблица 3.3.3. Значения показателей сингулярности в области вершины трещины в рамках градиентной теории пластичности

$l = 1$ мкм	Mode I				Mode II			
	Steel P2M	Steel 34X	Alloy 7050	Ti-6Al-4V	Steel P2M	Steel 34X	Alloy 7050	Ti-6Al-4V
Точка 1	-0.647	-0.659	-0.662	-0.649	-0.562	-0.557	-0.542	-0.539
Точка 2	-0.649	-0.649	-0.652	-0.645	-0.676	-0.659	-0.671	-0.664
Точка 3	-0.650	-0.637	-0.660	-0.654	-0.674	-0.649	-0.609	-0.639
Точка 4	-0.640	-0.619	-0.648	-0.644	-0.681	-0.663	-0.615	-0.619
Точка 5	-0.641	-0.616	-0.632	-0.629	-0.678	-0.610	-0.618	-0.614
Точка 6					-0.673	-0.651	-0.624	-0.610
Точка 7					-0.678	-0.623		-0.611

$l = 5$ мкм	Mode I				Mode II			
	Steel P2M	Steel 34X	Alloy 7050	Ti-6Al-4V	Steel P2M	Steel 34X	Alloy 7050	Ti-6Al-4V
Точка 1	-0.669	-0.672	-0.664	-0.656	-0.548	-0.530	-0.513	-0.516
Точка 2	-0.656	-0.653	-0.661	-0.655	-0.675	-0.669	-0.661	-0.666
Точка 3	-0.644	-0.635	-0.664	-0.664	-0.671	-0.665	-0.625	-0.625
Точка 4	-0.638	-0.632	-0.649	-0.644	-0.680	-0.670	-0.631	-0.642
Точка 5	-0.639	-0.615	-0.633	-0.643	-0.674	-0.647	-0.634	-0.635
Точка 6					-0.672	-0.648	-0.616	-0.608
Точка 7					-0.648	-0.617		-0.610

$l = 10$ мкм	Mode I				Mode II			
	Steel P2M	Steel 34X	Alloy 7050	Ti-6Al-4V	Steel P2M	Steel 34X	Alloy 7050	Ti-6Al-4V
Точка 1	-0.648	-0.660	-0.654	-0.649	-0.526	-0.518	-0.505	-0.500
Точка 2	-0.642	-0.656	-0.653	-0.655	-0.675	-0.673	-0.669	-0.664
Точка 3	-0.643	-0.641	-0.652	-0.653	-0.670	-0.654	-0.614	-0.646
Точка 4	-0.631	-0.631	-0.648	-0.643	-0.665	-0.680	-0.615	-0.631
Точка 5	-0.644	-0.626	-0.640	-0.636	-0.669	-0.642	-0.611	-0.621
Точка 6					-0.671	-0.638	-0.614	-0.614
Точка 7					-0.624	-0.626		-0.613

Используя полученные значения показателей сингулярности в области вершины трещины CTS образцов из сталей, алюминиевого и титанового сплавов были выполнены численные расчеты пластических КИН K_p в соответствии с градиентной теорией пластичности (уравнение 3.1.40). На рисунке 3.3.7 приведены полученные распределения пластических КИН в зависимости от суммарной длины трещины, нормированной на ширину CTS образца $\Sigma a/w$, в условиях нагружения нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом. Результаты представлены для диапазона значений масштабного параметра $l = 1, 5, 10$ мкм. Установлено, что для всех рассматриваемых металлических материалов и реализуемых экспериментальных условий нагружения, максимальные значения пластических КИН K_p достигаются при значении внутреннего масштабного параметра $l = 1$ мкм. Полученные результаты подтверждают, что основным преимуществом градиентной теории пластичности является её чувствительность к изменению значения внутреннего масштабного параметра l , что невозможно в рамках упругой модели и классического пластического решения по модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса.

Для проведения корректного сравнительного анализа распределений пластических коэффициентов интенсивности напряжений K_p в рамках классической и градиентной теорий пластичности, численные результаты были приведены в нормированном виде. Левый столбец данных рисунка 3.3.8 представляет сопоставление нормированных распределений пластических КИН в зависимости от безразмерной длины трещины $\Sigma a/w$ по двум теориям пластичности в условиях нормального отрыва, правая часть рисунка 3.3.8 соответствует условиям начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования.

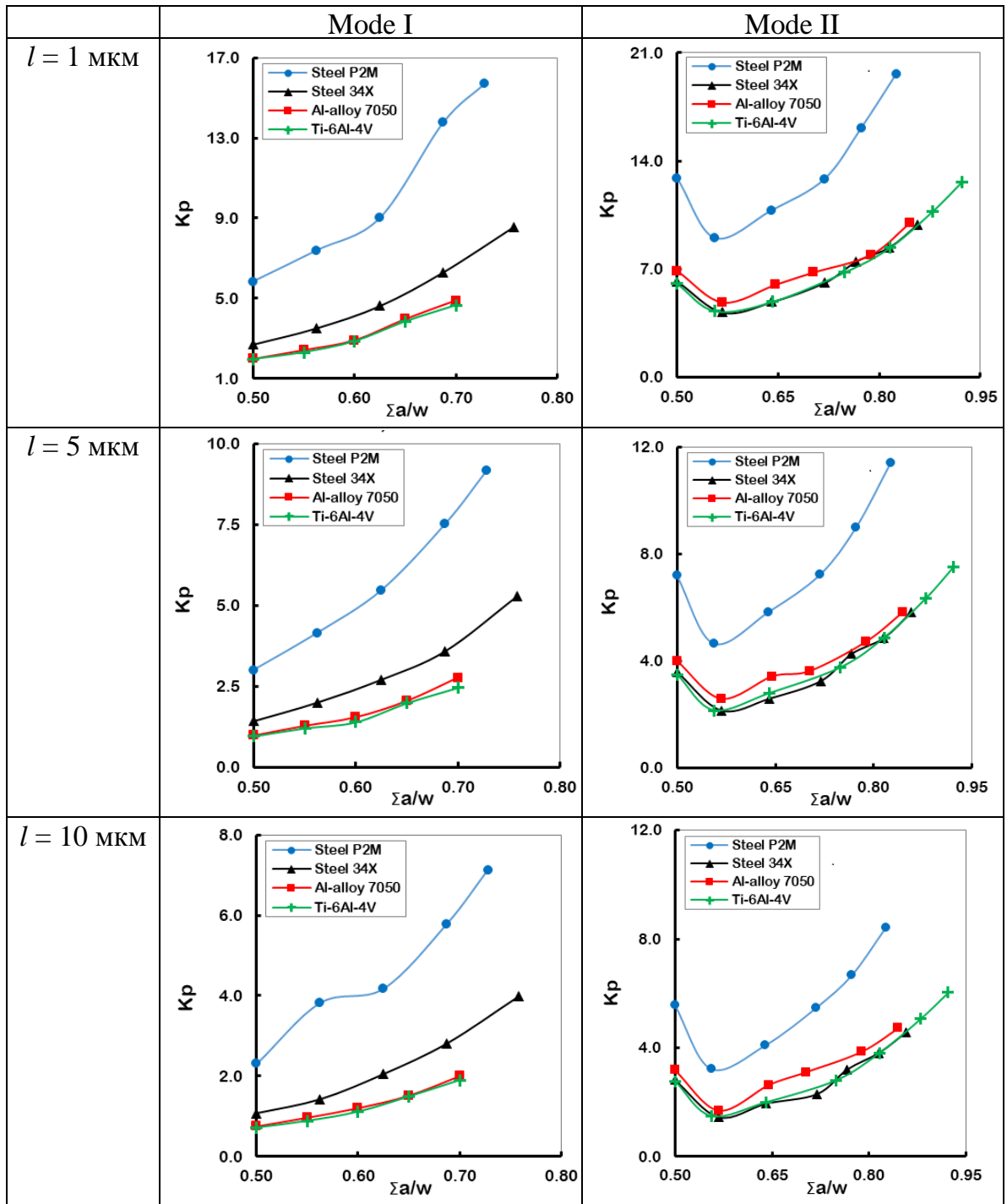


Рис. 3.3.7. Распределения пластических КИН по градиентной теории пластичности с вариацией значений l [1, 5, 10 мкм] при нормальном отрыве и начальном чистом сдвиге

Нормирование параметров сопротивления циклическому разрушению (рис. 3.3.8) выполнено следующим образом, $\bar{K}_p = K_p / K_{p1}$, где K_{p1} это значение пластического КИН в условиях нормального отрыва или начального чистого сдвига при значении $\Sigma a_0/w = 0.5$, а K_p соответствует текущему значению КИН в вершине трещины при $\Sigma a_i/w$. Для всего ряда рассматриваемых металлических материалов значения K_p нормированы

по одному принципу. Все численные расчеты выполнены в диапазоне значений варьируемого масштабного параметра $l = 1, 5, 10$ мкм.

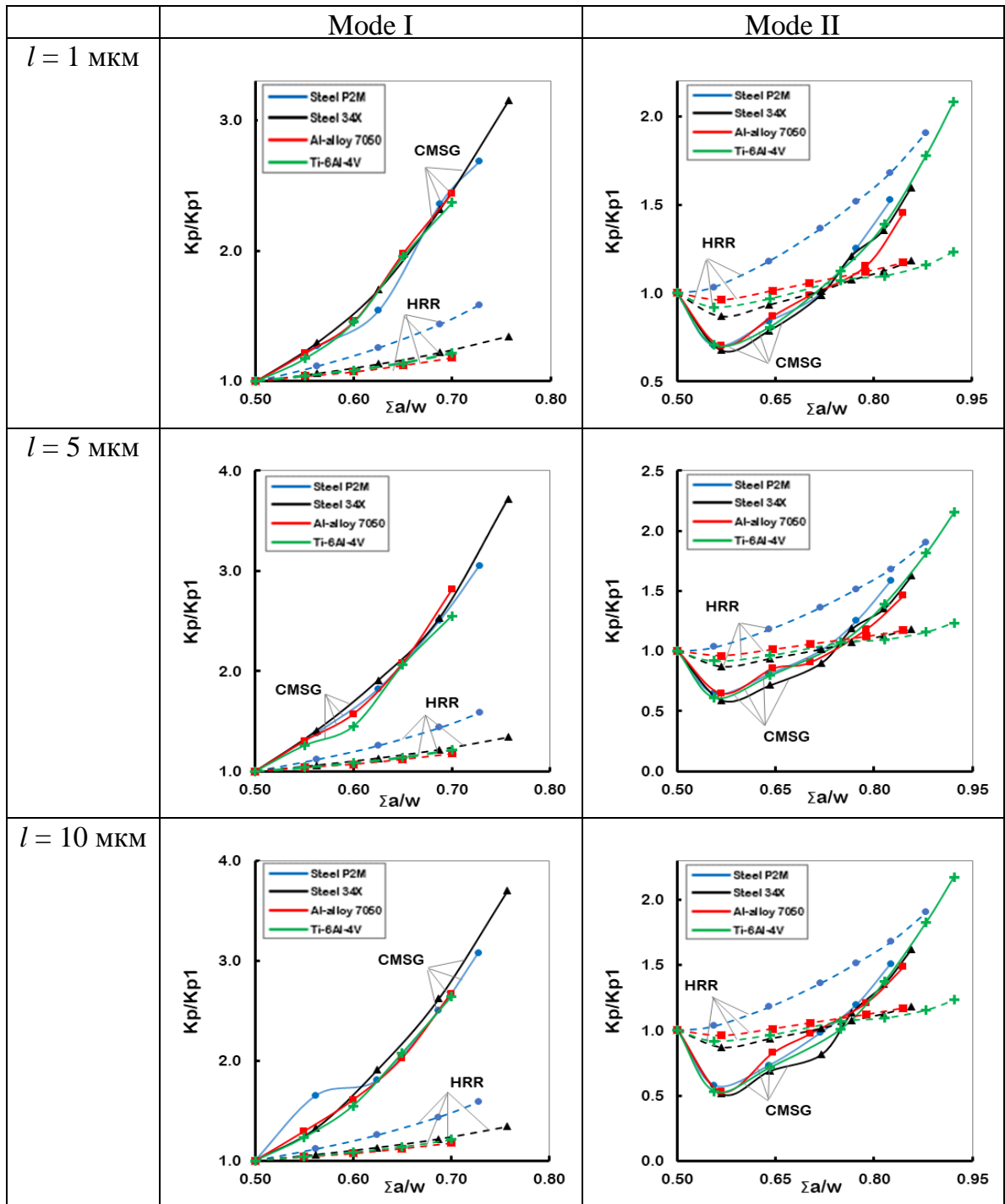


Рис. 3.3.8. Сравнение нормированных распределений пластических КИН по классической и градиентной теориям пластичности с вариацией значений l [1, 5, 10 мкм] при нормальном отрыве и начальном чистом сдвиге

В результате выполненного сравнительного анализа численных данных установлено, что в исследуемом диапазоне свойств металлических материалов

распределения нормированных пластических КИН K_p по градиентной теории пластичности укладываются в одну общую кривую с узкой полосой разброса, что отличается для результатов по классическому HRR решению. Это заключение справедливо для всех рассматриваемых условий нагружения (Mode I и Mode II) и для различных значений внутреннего масштабного параметра l [70].

Следующий этап расчетов состоял в определении значений показателей сингулярности в вершине трещины CTS образцов и пластических КИН K_p по циклической теории пластичности по модели Chaboche. Определение значений показателей сингулярности выполнено аналогичным способом как для градиентной теории пластичности. Значения показателей сингулярности в области вершины трещины CTS образцов при нормальном отрыве и начальном чистом сдвиге, таблицы 3.3.4 и 3.3.5, соответственно, получены на основе аппроксимации ранее представленных полей параметров НДС (параграф 3.2). В таблицах 3.3.4 и 3.3.5 приведены значения показателей сингулярности для стали P2M, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов. Следует отметить, что во всех рассматриваемых условиях нагружения и для всего ряда исследуемых металлических материалов значения показателей сингулярности по циклической теории пластичности меньше, чем при классическом упругом решении $r^{-1/2}$.

Используя данные таблиц 3.3.4 и 3.3.5 были определены численные значения пластических КИН по циклической теории пластичности для каждой экспериментальной траектории трещины, рис. 3.3.9 б, г. Полученные численные результаты в рамках циклической теории пластичности сопоставлены с результатами численных расчетов по классической теории пластичности модели HRR. Следствием учета поциклового изменения пластических деформаций в вершине трещины при расчете пластического КИН по модели нелинейного кинематического упрочнения явился присущий каждому испытанному материалу свой диапазон значений, который отличен от распределений пластических КИН K_p по классической теории пластичности (рис. 3.3.9 а, в). На этой основе высказаны рекомендации о преимущественном использовании нелинейных КИН по модели циклической пластичности в силу возможности учета истории нагружения.

Таблица 3.3.4. Показатели степени сингулярности в области вершины трещины CTS образцов при нормальном отрыве (NKH модель, 3-й цикл нагружения)

Реперная точка траектории трещины	Steel P2M	Ti-6Al-4V	Al-alloy 7050
Точка 1	-0.16363	-0.13155	-0.13004
Точка 2	-0.15807	-0.12908	-0.12323
Точка 3	-0.15253	-0.12169	-0.11521
Точка 4	-0.14947	-0.10651	-0.10595
Точка 5	-0.14941	-0.10184	-0.09902

Таблица 3.3.5. Показатель степени сингулярности в области вершины трещины CTS образцов при начальном чистом сдвиге (NKH модель, 3-й цикл нагружения)

Реперная точка траектории трещины	Steel P2M	Ti-6Al-4V	Al-alloy 7050
Точка 1 (начальный чистый сдвиг)	-0.13457	-0.04688	-0.06460
Точка 2	-0.17089	-0.15531	-0.12620
Точка 3	-0.16610	-0.10481	-0.09567
Точка 4	-0.16445	-0.10211	-0.09248
Точка 5	-0.16353	-0.09519	-0.08810
Точка 6	-0.16320	-0.08903	-0.08283
Точка 7	-0.16206	-0.08411	-

На рисунке 3.3.9 а, б представлены распределения пластических КИН по классической и циклической теориям пластичности для условий нагружения нормальным отрывом, данные рисунка 3.3.9 в, г соответствуют условиям начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования.

Как и следовало ожидать, значения пластических КИН K_p в условиях нагружения нормальным отрывом монотонно увеличиваются по мере роста трещины в CTS образцах из исследуемых металлических материалов, рисунок 3.3.9 а, б. Распределения пластических КИН K_p при начальном чистом сдвиге имеют свои отличительные особенности, рисунок 3.3.9 в, г. Пластические коэффициенты интенсивности напряжений, полученные на основе численных расчетов по классической теории монотонного и циклического нелинейного деформирования, реагируют на преобразование формы начального чистого сдвига в смешанные формы деформирования. Из сопоставления распределений пластических КИН по HRR решению и модели NKH, представленных на рисунке 3.3.9, очевидно, что различия в поведении K_p обусловлены переходом от свойств материалов при монотонном

нагрузении к характеристикам циклического деформирования с учетом эффекта Баушингера.

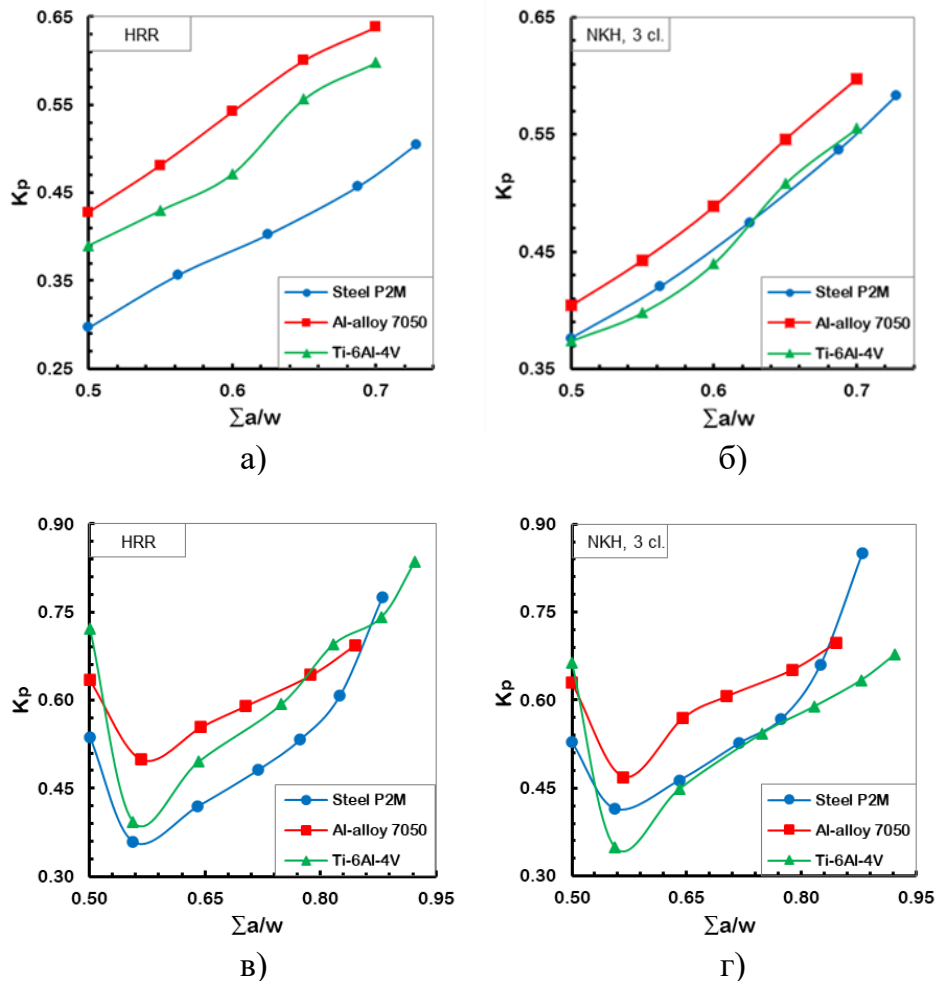


Рис. 3.3.9. Распределения пластических КИН по HRR и НКН решениям в условиях нормального отрыва (а, б) и начального чистого сдвига (в, г)

Полученные в настоящем параграфе упругие и упруго-пластические параметры сопротивления разрушения будут использованы при интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещины, которые представлены в главе 4. В качестве упругого параметра рассчитан традиционный упругий коэффициент интенсивности напряжений, а в качестве пластического - обобщённый параметр сопротивления разрушению в форме пластического коэффициента интенсивности напряжений по классической, градиентной и циклической теориям пластичности.

3.4. Сравнение распределения деформаций в вершине трещины по классической, градиентной и циклической теориям пластичности с измерениями по методу корреляции цифровых изображений

В завершающем параграфе этой главы представлено сопоставление результатов численного упруго-пластического анализа по различным конституционным моделям поведения среды с результатами прямых экспериментальных измерений деформаций в области вершины трещины с привлечением бесконтактной оптической системы VIC-3D. Были использованы результаты численных расчетов по классической, градиентной и циклической теориям пластичности, представленные в параграфе 3.2 настоящей работы. А именно, использованы распределения эквивалентных деформаций по Мизесу на продолжении вершины трещины CTS образцов из сталей P2M и 34X, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов в рамках нелинейных моделей монотонного и циклического деформирования. Экспериментальные распределения деформаций в области вершины трещины CTS образцов были получены с привлечением бесконтактной оптической системы VIC-3D. Подробная методика измерений полей перемещений и деформаций в CTS образцах в процессе выполнения усталостных испытаний приведена в параграфе 2.3 настоящей работы.

Определение экспериментальных зон пластических деформаций вдоль траекторий роста трещин CTS образцов при условии нагружения начальным чистым сдвигом имело ряд трудностей. Так как основной особенностью развития трещины в условиях смешанных форм деформирования является то, что трещина развивается не в направлении плоскости исходной ориентации, а имеет криволинейную траекторию, направление которой заранее неизвестно. На рисунке 3.4.1 приведены экспериментальные VIC-3D зоны пластических деформаций по траектории роста трещины CTS образца из стали P2M в условиях нагружения начальным чистым сдвигом. На рисунке 3.4.1 а экспериментальные контуры деформаций соответствуют начальному чистому сдвигу (1-ая реперная точка вдоль траектории трещины), рисунок 3.4.2 б относится к моменту поворота трещины (2-ая реперная точка вдоль траектории трещины), то есть увеличение начальной длины трещины примерно на $\Delta a=2$ мм и VIC-3D контуры деформаций на рисунке 3.4.2 в соответствуют состоянию трещины близкому к окончательному разрушению (7-ая реперная точка вдоль траектории трещины).

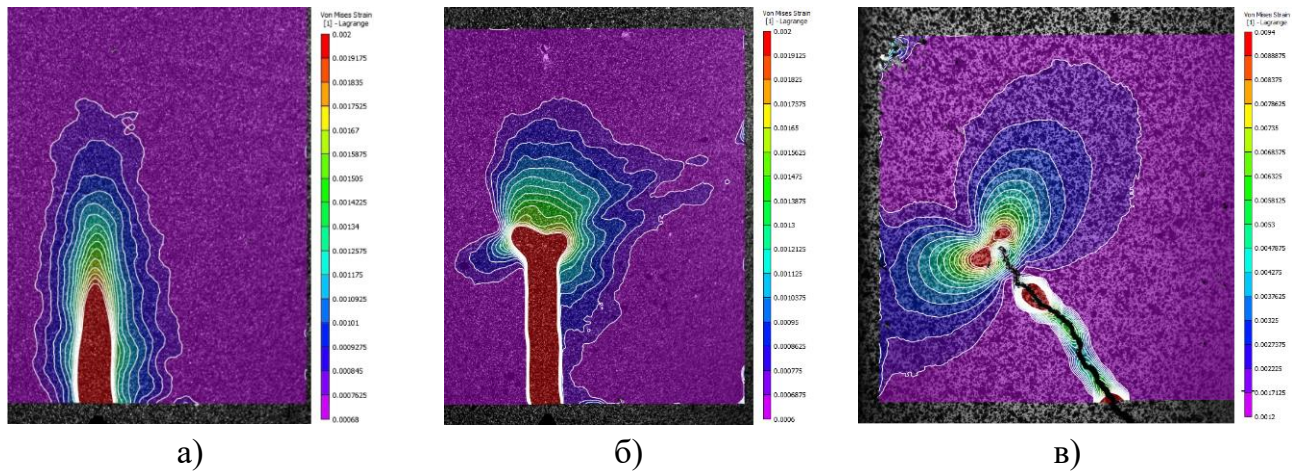


Рис. 3.4.1. Экспериментальные VIC-3D зоны деформаций по траектории роста трещины CTS образца из стали P2M в условиях начального чистого сдвига: начальная трещина (а), момент поворота трещины (б) и состояние близкое к окончательному разрушению (в)

На рисунке 3.4.2 более детально представлен момент поворота начальной трещины CTS образца из стали P2M при нагружении начальным чистым сдвигом. Слева приведена фотография боковой поверхности экспериментального образца, а правая часть иллюстрирует VIC-3D зоны деформаций, полученные в процессе усталостных испытаний. Из данных рисунка 3.4.2 видно, что в вершине исходного надреза реализуются ветвление трещины. Более подробная информация о феномене ветвления трещин при нагружении начальным чистым сдвигом представлена в параграфе 4.2 настоящей работы.

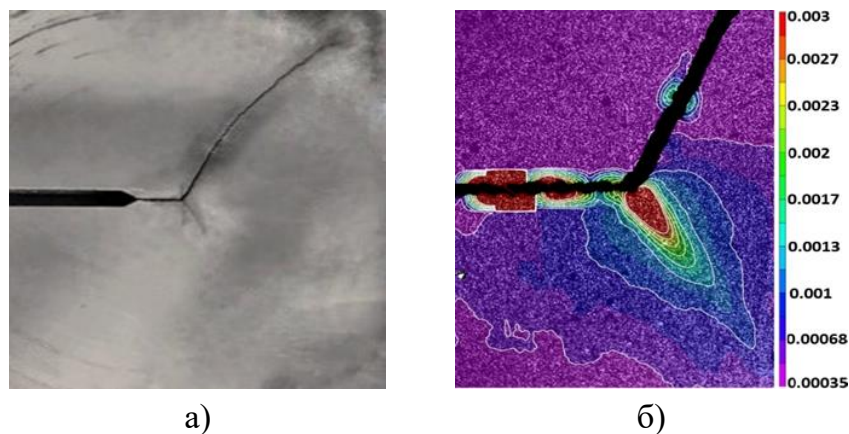


Рис. 3.4.2. Момент поворота трещины CTS образца из стали P2M при начальном чистом сдвиге

В результате отработки методики определения экспериментальных полей параметров НДС в области вершины трещины CTS образцов из сталей, алюминиевого и

титанового сплавов в полном диапазоне смешанных форм деформирования были получены VIC-3D контуры пластических деформаций.

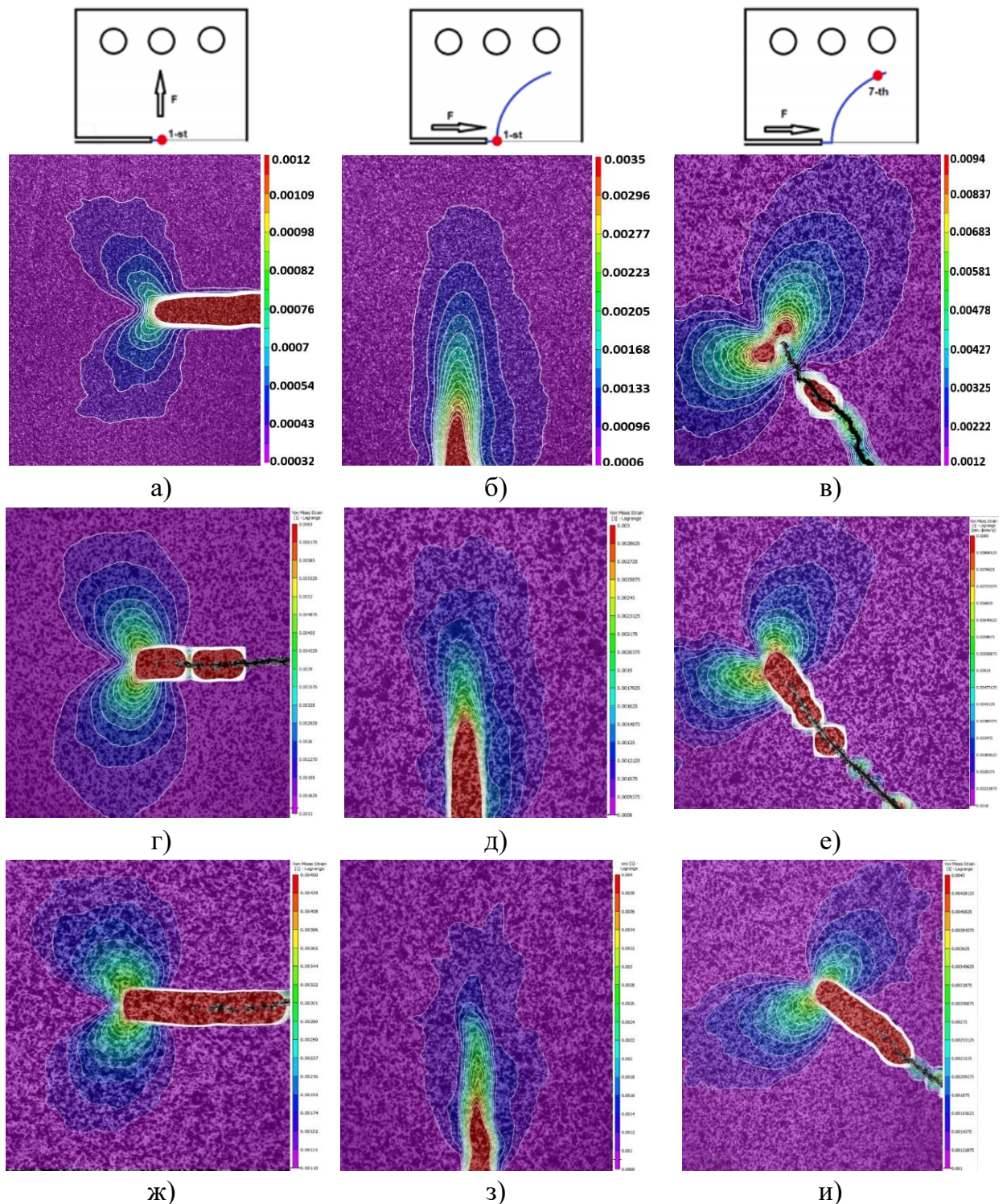


Рис. 3.4.3. Экспериментальные VIC-3D зоны деформаций по траекториям роста трещин стали P2M (а, б, в), титанового Ti-6Al-4V (г, д, е) и алюминиевого 7050 (ж, з, и) сплавов: при нормальном отрыве (а, г) и начальном чистом сдвиге (б, д) с последующими смешанными формами деформирования (в, е)

На рисунке 3.4.3 приведены экспериментально полученные VIC-3D контуры пластических деформаций для стали P2M (рис. 3.4.3 а, б, в), титанового Ti-6Al-4V (рис. 3.4.3 г, д, е) и алюминиевого 7050 (рис. 3.4.3 ж, з, и) сплавов. Данные рис. 3.4.3 а, г, ж и 3.4.3 б, д, з относятся к форме нормального отрыва и начального чистого сдвига, соответственно. Контур имеет типичный для этих условия нагружения вид и размерность. На рисунке 3.4.3 (в, е, и) представлены экспериментальные контуры пластических деформаций в области вершины трещины, соответствующие точке траектории, состояние в которой близко к окончательному разрушению. Из полученных данных для нагружения начальным чистым сдвигом следует, что с увеличением длины трещины контуры зон пластических деформаций формируются с малой асимметрией, которая обусловлена проявлением смешанных форм деформирования. Это явление можно назвать формой псевдо-нормального отрыва.

С целью сопоставления экспериментальных VIC-3D и численных МКЭ контуров зон пластических деформаций в области вершины трещины CTS образцов использовались результаты численных расчетов по классической, градиентной и циклической теориям пластичности, которые представлены в параграфе 3.2 настоящей работы. Упруго-пластический анализ был выполнен с учетом реальных геометрических параметров CTS образцов из сталей, алюминиевого и титанового сплавов и экспериментальных условий их нагружения.

В качестве примера на рисунке 3.4.4 представлены МКЭ контуры зон пластических деформаций в области вершины трещины экспериментальных CTS образцов из стали P2M в условиях нагружения нормальным отрывом (рис. 3.4.4 а) и начальным чистым сдвигом (рис. 3.4.4 б) с последующими смешанными формами деформирования (рис. 3.4.4 в). Приведенные МКЭ контуры соответствуют классической теории пластичности по модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса. Аналогичные результаты были получены при решении задач в соответствии с градиентной и циклической теориями пластичности.

Форма и размер МКЭ контуров зон пластических деформаций, представленных на рисунке 3.4.4, являются типичными для рассматриваемых условий нагружения. Из сравнительного анализа данных, следует, что численные результаты (рис. 3.4.4) хорошо согласуются с результатами, полученными в процессе выполнения усталостных

испытаний с привлечением бесконтактной цифровой оптической системы VIC-3D (рис. 3.4.3).

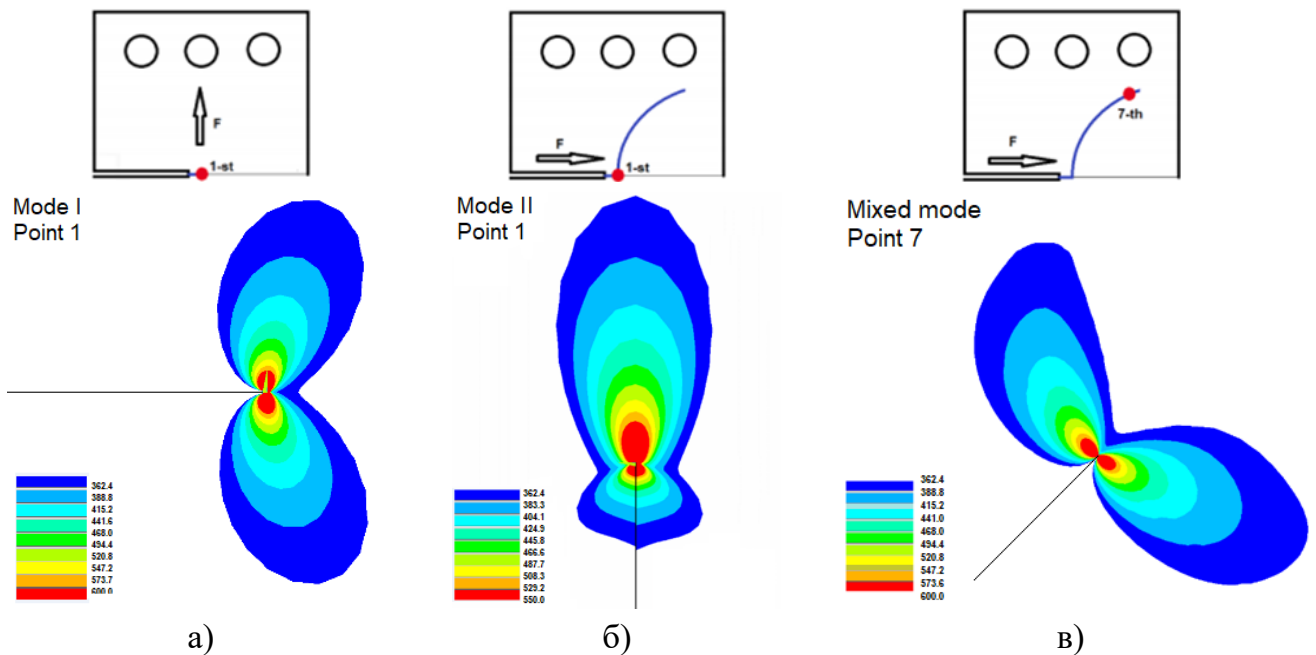


Рис. 3.4.4. Зоны пластических деформаций по траекториям роста трещин стали P2M: при нормальном отрыве (а) и начальном чистом сдвиге (б) с последующими смешанными формами деформирования (в) по HRR решению

Кроме сопоставления полученных наблюдаемых и измеренных контуров полей деформаций в области вершины трещины CTS образцов из рассматриваемых металлических материалов (рис. 3.4.3 и 3.4.4) выполнено сравнение распределений деформаций на продолжении вершины трещины в соответствии с нелинейными классической, градиентной и циклической теориями пластичности с результатами прямых измерений деформаций, полученных с привлечением бесконтактной оптической системы VIC-3D. Для получения экспериментальных распределений деформаций на продолжении вершины трещины CTS образцов были использованы кадры области вокруг вершины трещины, которые соответствуют максимальному нагружению в процессе цикла изменения нагрузки. На рисунке 3.4.5, в качестве примера, приведены экспериментальные кадры рабочей поверхности CTS образца с графиком периода одного цикла изменения нагрузки для стали P2M для ситуации нормального отрыва (рис. 3.4.5 а) и смешанных форм деформирования (рис. 3.4.5 б).

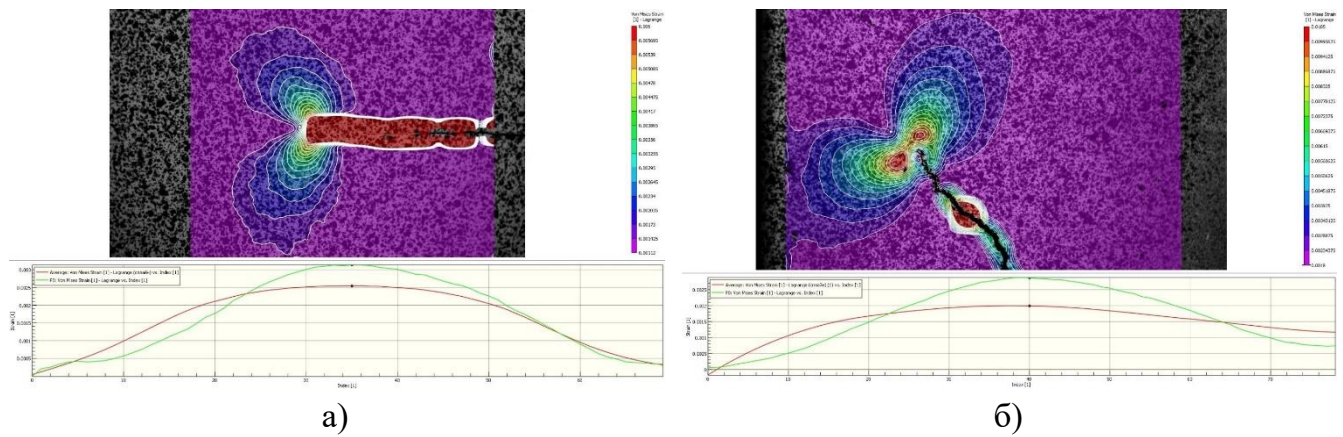


Рис. 3.4.5. VIC-3D контуры деформаций стали P2M в пиковый момент цикла нагружения для ситуации нормального отрыва (а) и смешанных форм деформирования(б)

Следующий этап состоял в получении экспериментальных значений деформаций на продолжении трещин CTS образцов с помощью электронного экстензометра, с началом координат в вершине трещины. На рисунке 3.4.6, в качестве примера, приведены графики экспериментальных значений деформаций на продолжении трещин CTS образцов из стали P2M при нагружении нормальным отрывом (рис. 3.4.6 а) и начальным чистым сдвигом (рис. 3.4.6 б) с последующими смешанными формами деформирования (рис. 3.4.6 в). Подобная последовательность действий была выполнена для всех исследуемых металлических материалов в диапазоне рассматриваемых условий нагружения.

Первый этап сравнения полученных результатов заключается в сопоставлении распределений деформаций по классической и градиентной теориям пластичности с прямыми экспериментальными измерениями, полученных методом корреляции цифровых изображений. Данные приведены для двух рассматриваемых материалов с максимально отличными друг от друга упруго-пластическими свойствами: сталь P2M и сплав титана Ti-6Al-4V. Распределения эквивалентных деформаций по Мизесу на продолжении вершины трещины экспериментальных CTS образцов представлены для условий нагружения нормальным отрывом (рис. 3.4.7 а, б) и начальным чистым сдвигом (рис. 3.4.7 в, г) с последующими смешанными формами деформирования (рис. 3.4.7 д, е).

В результате сравнения экспериментальных (VIC-3D) и численных (HRR, CMSG) данных установлены области их взаимного соответствия. Определен диапазон значений расстояний x , м до вершины трещины от $1 \cdot 10^{-5}$ м до $1 \cdot 10^{-3}$ м, в пределах которого

представленные результаты близки между собой. Однако, по мере уменьшения расстояния до вершины трещины эта тенденция становится менее очевидной. Следует отметить, что кривые распределений эквивалентных деформаций ε_{eqv} , полученные с помощью бесконтактной оптической системы VIC-3D находятся в области нелинейности. Значения предела упругости стали P2M и титанового сплава составляют $\sigma_0/E=0.0016$ и $\sigma_0/E=0.0075$, соответственно [159].

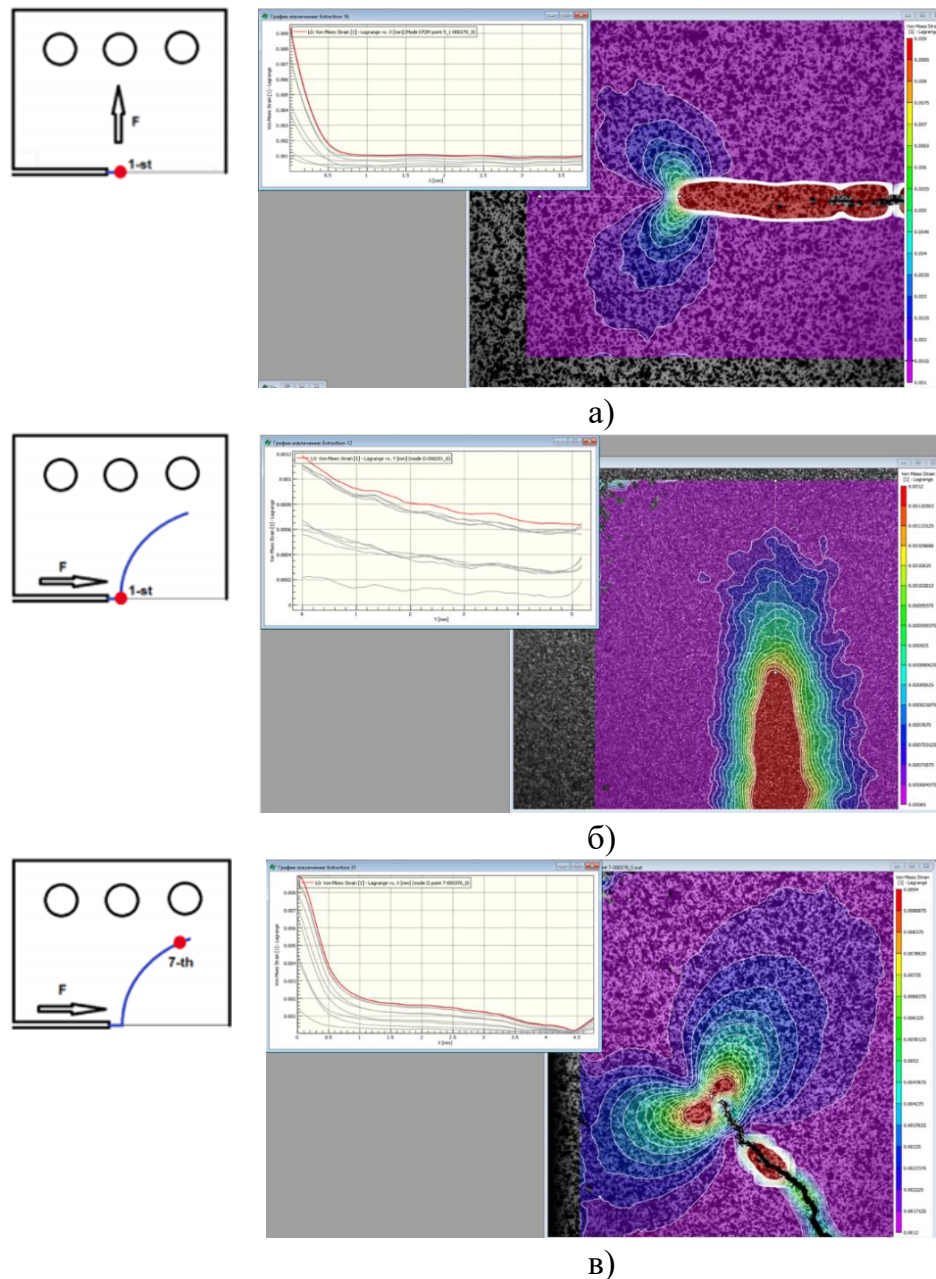


Рис. 3.4.6. Графики экспериментальных значений деформаций на продолжении трещин CTS образцов из стали P2M в условиях нормального отрыва (а) и начального чистого сдвига (б) с последующими смешанными формами деформирования (в)

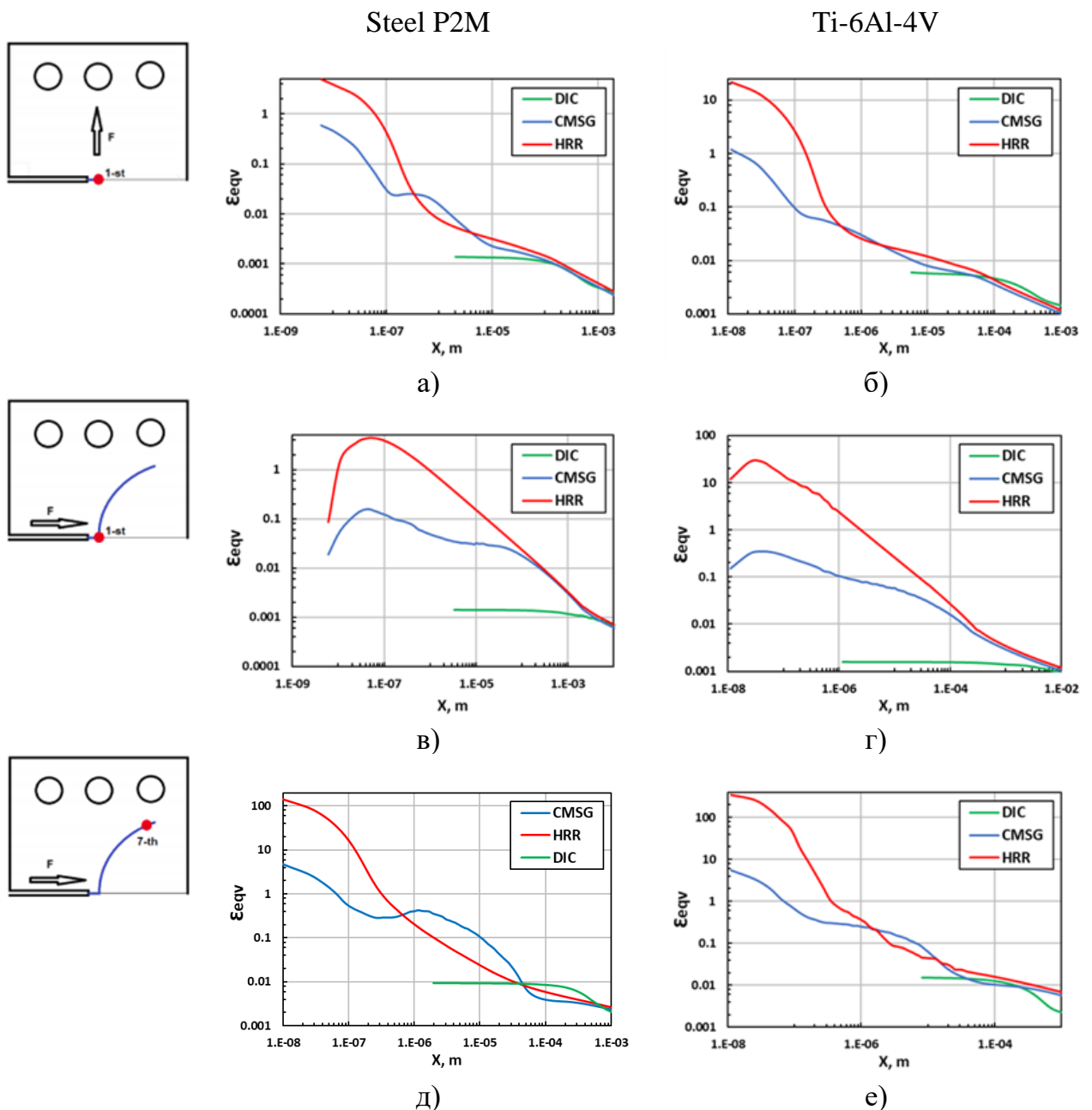


Рис. 3.4.7. Распределения эквивалентных деформаций на продолжении трещины для стали P2M и сплава титана: нормальный отрыв (а, б) и начальный чистый сдвиг (в, г) с последующими смешанными формами деформирования (д, е)

Второй этап сравнения распределений деформаций в вершине трещины состоял в сопоставлении численных данных по классической и циклической теориям пластичности с результатами прямых измерений, полученных в процессе усталостных испытаний с привлечением бесконтактной оптической системы VIC-3D. На рисунке 3.4.8 представлены распределения эквивалентных деформаций по Мизесу ϵ_{eqv} на продолжении вершины трещины CTS образцов из пластичной стали P2M. Численные расчеты были выполнены в рамках классической теории пластичности по модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса и модели нелинейного кинематического упрочнения

Chaboche. На рисунке 3.4.8 цифрами обозначены следующие позиции: 1 – HRR решение; 2, 3, 4 – соответствуют первому, второму и третьему циклам нагружения по модели НКН; 5 – экспериментальные измерения, полученные с привлечением бесконтактной оптической системы VIC-3D.

Согласно представленному сопоставлению результатов упруго-пластических численных МКЭ расчетов и прямых экспериментальных DIC измерений деформаций на продолжении вершины трещины CTS образцов при условии нагружения нормальным отрывом, рисунок 3.4.8 а, следует, что область взаимного соответствия результатов находится в диапазоне значений нормированных расстояний до вершины трещины $r/a > 2 \cdot 10^{-3}$. Кроме того, в диапазоне расстояний до вершины трещины $4 \cdot 10^{-4} > r/a > 4 \cdot 10^{-3}$, наблюдается увеличение значений эквивалентных деформаций ϵ_{eqv} при последовательном переходе от первого к третьему циклу нагружения в соответствии с циклической теорией пластичности, которая учитывает ротационный эффект в поведении материала при малоцикловом деформировании. В случае начального чистого сдвига, рисунок 3.4.8 б, численные результаты по HRR решению и модели нелинейного кинематического упрочнения Chaboche близки друг к другу, в то время как экспериментальные VIC-3D измерения существенно отличаются от результатов полученных методом конечных элементов.

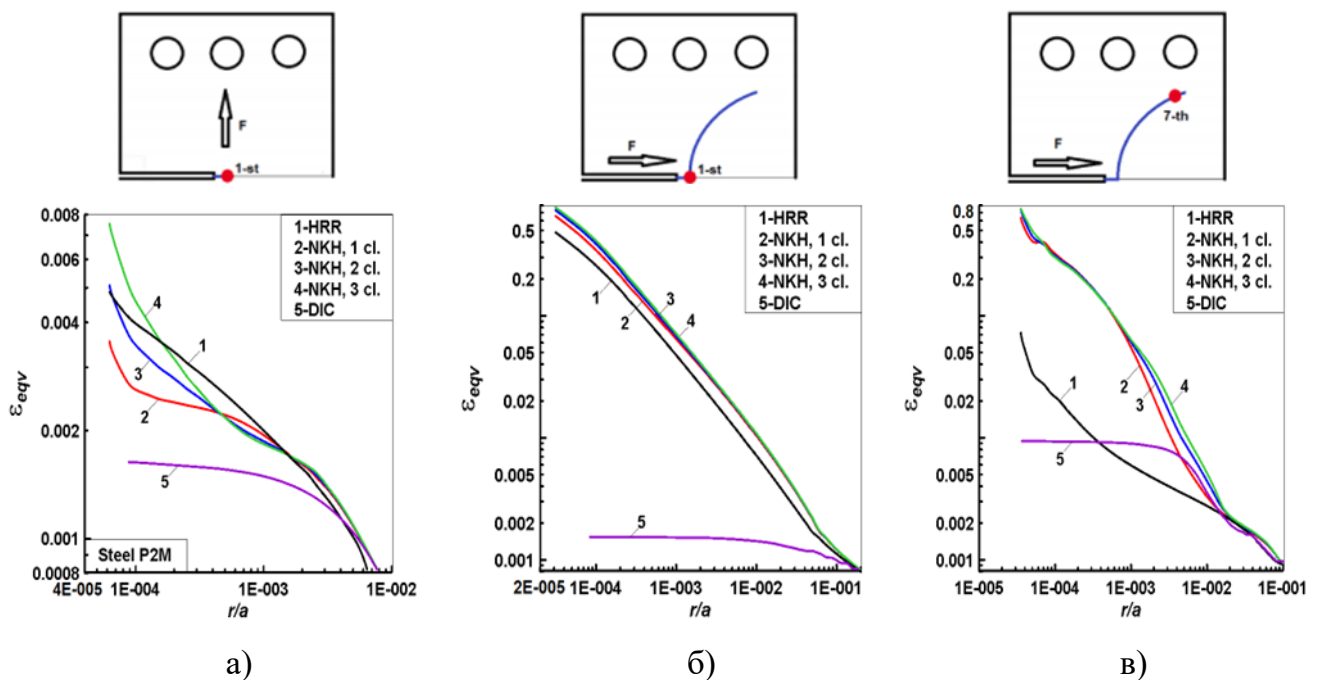


Рис. 3.4.8. Распределения эквивалентных деформаций на продолжении трещины CTS образцов из стали P2M: нормальный отрыв (а) и начальный чистый сдвиг (б) с последующими смешанными формами деформирования (в)

В случае смешанных форм деформирования, рисунок 3.4.8 в, когда в вершине трещины реализуется сценарий формы псевдо-нормального отрыва, численные МКЭ результаты и VIC-3D измерения хорошо согласуются друг с другом в диапазоне расстояний до вершины трещины $2 \cdot 10^{-3} > r/a > 1 \cdot 10^{-1}$. Следует отметить, что когда материал подвергается циклическому деформированию, его стабильная кривая циклического деформирования по НКН модели может существенно отличаться от кривой монотонного HRR решения, как это показано на рисунке 3.4.8 в.

Полученные результаты, представленные в данной главе, будут использованы для интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин CTS образцов из конструкционных металлических материалов в условиях нормального отрыва и начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования.

ГЛАВА 4. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ СТАЛЕЙ, АЛЮМИНИЕВОГО И ТИТАНОВОГО СПЛАВОВ ПРИ СМЕШАННЫХ ФОРМАХ РАЗРУШЕНИЯ

В настоящей главе представлены диаграммы усталостного разрушения рассматриваемых сталей Р2М и 34Х, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов при условиях нагружения нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом с последующими смешанными формами деформирования. Установлены различия в поведении диаграмм усталостного разрушения в терминах линейного упругого решения, классической и циклической теориям пластичности. На основе полученных диаграмм усталостного разрушения установлено совместное влияние упруго-пластических свойств рассматриваемых материалов и смешанных форм циклического деформирования на характеристики циклической трещиностойкости. Для интерпретации экспериментальных данных использованы результаты численных расчетов, представленные в главе 3. Выполнен сравнительный анализ результатов, полученных методами конечных элементов, электронной микроскопии и корреляции цифровых изображений.

4.1. Интерпретация экспериментальных диаграмм усталостного разрушения исследованных материалов в терминах упругих и пластических КИН

Основная цель экспериментальной части работы состояла в анализе скорости роста трещин в рассматриваемых конструкционных металлических материалах при интерпретации результатов в терминах классических упругих и новых нелинейных коэффициентов интенсивности напряжений.

В основу построения диаграмм усталостного разрушения положены полученные экспериментальные данные по скорости роста трещин для сталей, алюминиевого и титанового сплавов в полном диапазоне смешанных форм деформирования [параграф 2.4 настоящей работы] и результаты численных упруго-пластических расчетов по линейно упругой модели и нелинейным классической (HRR решение) и циклической (НКН решение) теориям пластичности [параграф 3.3 настоящей работы].

Интерпретация экспериментальных данных по характеристикам циклической трещиностойкости заключается в установлении зависимости скорости роста трещины от размаха коэффициента интенсивности напряжений. Необходимо сопоставить каждой

длине трещины a_i при определенном накопленном количестве циклов нагружения N_i своё значение коэффициента интенсивности напряжений K_i .

Первая интерпретация экспериментальных данных по скорости роста трещин выполнена в соответствии с линейным упругим решением. На рисунке 4.1.1 представлены полученные зависимости экспериментальной скорости роста трещины da/dN от упругих эквивалентных K_{eqv} коэффициентов интенсивности напряжений в условиях нормального отрыва (Mode I) и начального чистого сдвига (Mode II) с последующими смешанными формами деформирования. На рисунках 2.4.3 и 2.4.4 представлены используемые экспериментальные данные по скорости роста трещин, распределения упругих эквивалентных КИН приведены на рисунке 3.3.1.

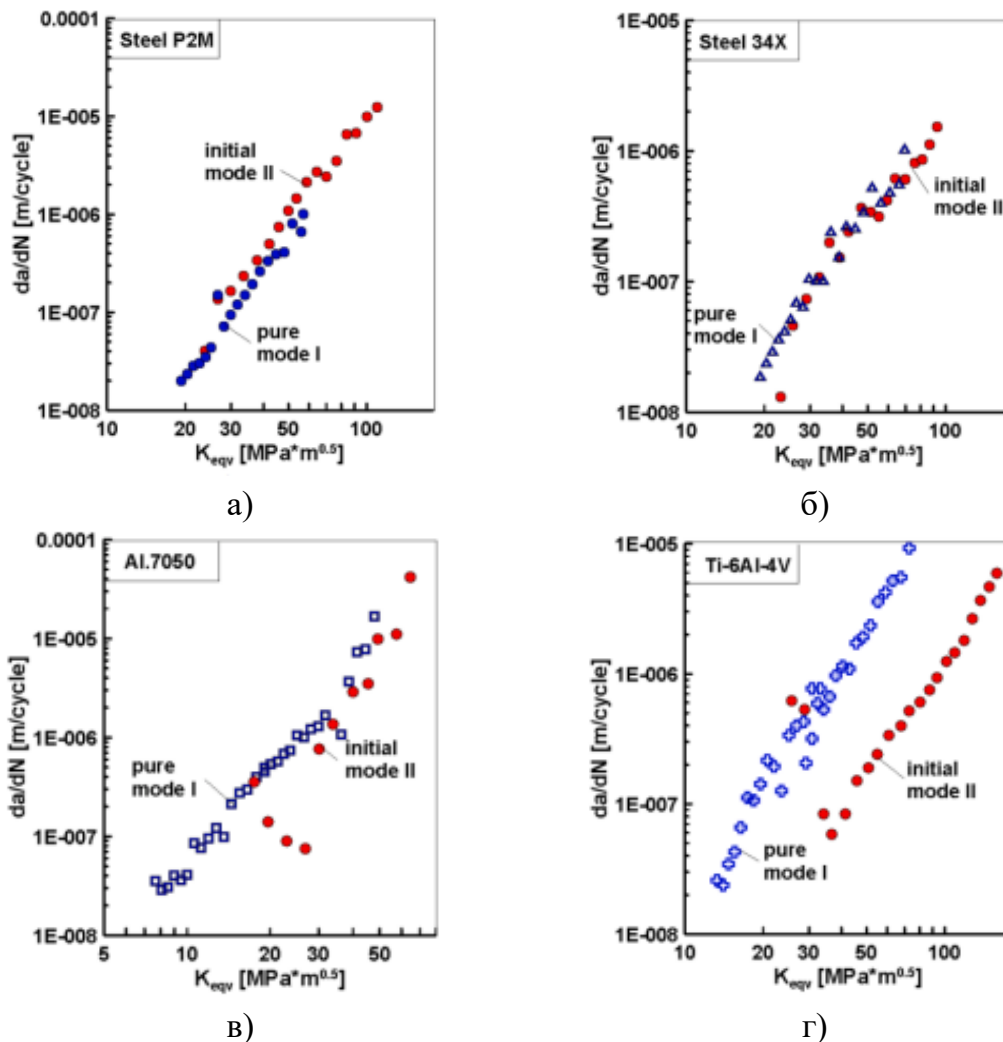


Рис. 4.1.1. Диаграммы усталостного разрушения в терминах упругих КИН для СТС образцов из сталей P2M (а) и 34Х (б), алюминиевого (в) и титанового (г) сплавов

Согласно рисунку 4.1.1 а, б для сталей P2M и 34Х переход от начального чистого сдвига к последующим смешанным формам деформирования оказывает незначительное

влияние на последующую скорость развития трещин, наблюдается небольшой эффект ускорения по отношению к форме нормального отрыва. В случае алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов (рис. 4.1.1 в, г) наблюдаются более значительные расхождения между результатами по скорости роста трещин в форме нормального отрыва и начального чистого сдвига. Согласно рисунку 4.1.1.г после поворота криволинейной траектории трещины в момент перехода от формы начального чистого сдвига к смешанным формам деформирования скорость роста трещины снижается на один порядок. Можно предположить, что последующий рост криволинейной траектории трещины в условиях смешанных форм деформирования происходил с постепенным уменьшением вклада формы начального чистого сдвига.

Результаты выполненных экспериментальных и численных исследований подтверждают, что после образования поворота трещин вдоль криволинейных траекторий роста трещин реализуется форма псевдо-нормального отрыва.

Подобный вывод подтверждается в работе Kalthoff и др. [103], где говорится о том, что для статического разрушения необходимо приложить большее количество энергии. В ситуации усталости из-за стабильного роста трещины предполагается, что непрерывная тенденция траектории трещины адаптироваться к условиям формы нормального отрыва способствует более медленному росту трещины. Значительный рост трещины в условиях начального чистого сдвига можно объяснить следующим образом.

В своих работах Nayeb-Hashemi и Taslim [128], Matsunaga и др. [122], Dahlin и Olsson [64] предположили, что замедление или ускорение роста трещины, в условиях нагружения начальным чистым сдвигом объясняется механизмами закрытия усталостных трещин, вызванными шероховатостью и несоответствием между гранями трещины из-за относительного тангенциального смещения и большого растяжения материала вблизи вершины трещины. Они установили, что из-за большего размера зерен микроструктуры, в ферритных сталях шероховатость поверхностей разрушения и уровень раскрытия трещин больше, чем в алюминиевых сплавах.

В настоящей работе усталостные испытания выполнены при положительном коэффициенте асимметрии цикла нагружения $R = 0.1$, который уменьшает влияние шероховатости поверхностей разрушения и, следовательно, преобладает эффект пластичности. Действительно, эти обстоятельства могут объяснить различия в

поведении криволинейных траекторий трещин CTS образцов из сталей, алюминиевого и титанового сплавов (рис. 2.4.4) и связанные с ними изменения скорости роста трещин в условиях начального чистого сдвига (рис. 4.1.1).

В этом отношении алюминиевые и титановые сплавы обладают уникальными усталостными характеристиками, отличающимися от характеристик сталей. Таким образом, при оценке влияния нагружения начальным чистым сдвигом можно сделать вывод, что упруго-пластические свойства и микроструктура материалов играют ключевую роль в определении характера роста трещин. Однако точный механизм в настоящее время не определен. В случае алюминиевых и титановых сплавов (рис. 4.1.1 в, г) форма начального чистого сдвига оказала умеренное влияние на последующий рост трещин в условиях смешанных форм деформирования, что приводит к замедлению скорости роста трещин по отношению к форме нормального отрыва на линейных участках диаграмм усталостного разрушения.

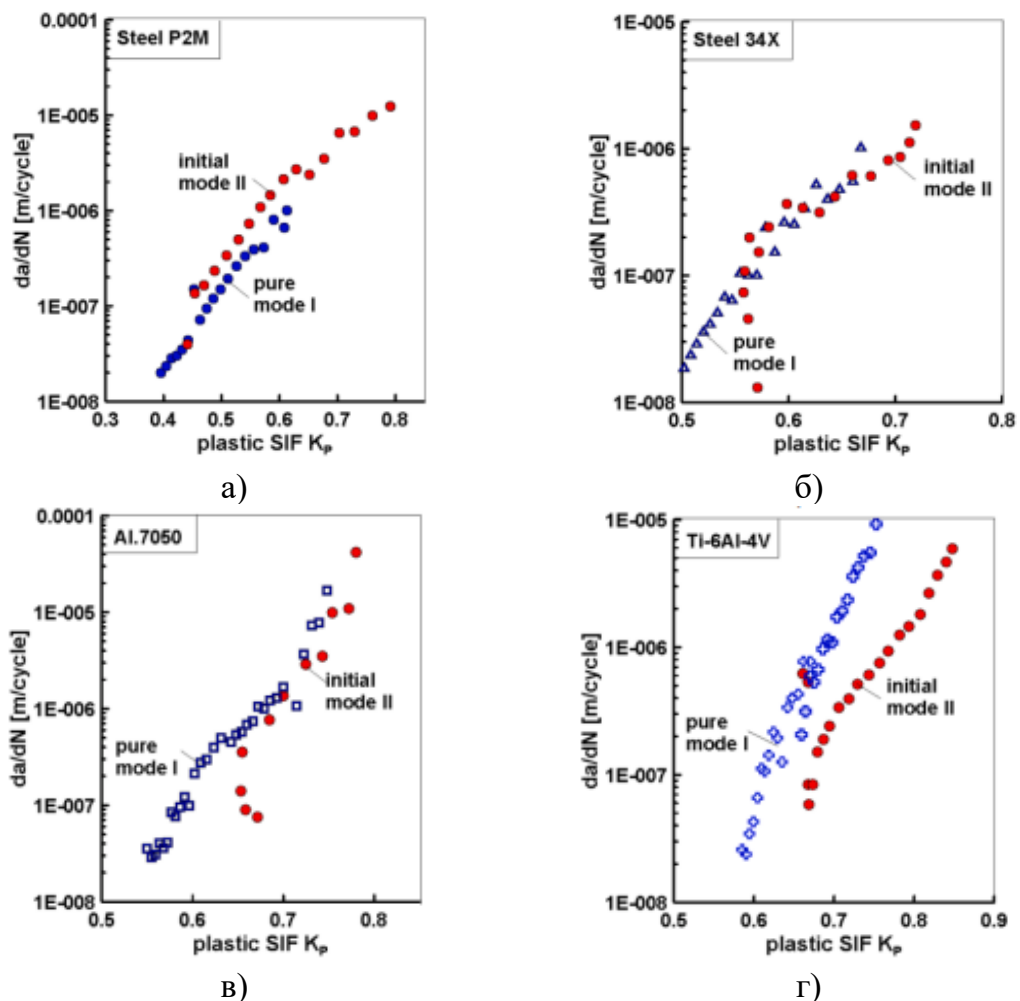


Рис. 4.1.2. Диаграммы усталостного разрушения в терминах пластических КИН по HRR решению для CTS образцов из сталей P2M (а) и 34X (б), алюминиевого (в) и титанового (г) сплавов

Для более полного учета потенциала материалов по сопротивлению циклическому разрушению в настоящей работе использованы нелинейные коэффициенты интенсивности напряжений, которые учитывают не только константы упругости, но и комплекс упруго-пластических свойств материалов. На рисунке 4.1.2. представлена интерпретация развития трещин в терминах пластических коэффициентов интенсивности напряжений по классическому решению Хатчинсона-Розенгрена-Райса. На рисунке 3.3.3 приведены используемые распределения пластических КИН, полученные в результате численных расчетов по классической теории пластичности. Таким образом, на рисунке 4.1.2. представлено сопоставление данных по скорости роста трещин при нормальном отрыве и начальном чистом сдвиге для каждого рассматриваемого в этой работе металлического материала: стали P2M и 34X, алюминиевый 7050 и титановый Ti-6Al-4V сплавы.

Представление диаграмм усталостного разрушения в терминах упругих и пластических КИН показывает сходные тенденции в развитии скорости роста трещин в приложении ко всему рассматриваемому набору условий нагружения и свойств основных конструкционных металлических материалов [161].

Следующим этапом интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин является определение констант уравнения типа Пэриса [132] для линейных участков диаграмм усталостного разрушения, представленных на рисунках 4.1.1 и 4.1.2. Константы C и m рассматриваются как свойства материалов и находятся из аппроксимационного уравнения следующего вида:

$$da/dN = C(\Delta K)^m \quad (4.1.1)$$

В таблице 4.1.1 представлены значения искомым характеристик сопротивления росту трещин (C и m) для сталей 34X и P2M, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов при нагружении формой нормального отрыва и начального чистого сдвига в терминах эквивалентных упругих K_{eqv} и пластических K_p (HRR решение) коэффициентов интенсивности напряжений. Полученные константы могут служить основой для прогнозов остаточной долговечности и длительности безопасной эксплуатации реальных элементов конструкций.

Таблица 4.1.1. Константы линейных участков диаграмм усталостного разрушения

Материал	Форма разрушения	Упругое решение			Упруго-пластическое решение		
		m	C	R _E	m	C	R _P
Steel P2M	I	3.524	0.603*10 ⁻¹²	0.571	8.726	0.661*10 ⁻⁴	0.516
	II	3.501	0.105*10 ⁻¹¹		8.874	0.130*10 ⁻³	
Steel 34X	I	2.857	0.492*10 ⁻¹¹	0.178	12.83	0.156*10 ⁻³	4.739
	II	2.421	0.234*10 ⁻¹⁰		8.874	0.228*10 ⁻⁴	
Al-alloy 7050	I	3.054	0.500*10 ⁻¹⁰	4.651	17.48	0.103*10 ⁻²	0.482
	II	3.361	0.118*10 ⁻¹⁰		21.17	0.260*10 ⁻²	
Ti-6Al-4V	I	3.263	0.664*10 ⁻¹¹	4.331	21.79	0.367*10 ⁻²	11.04
	II	2.981	0.140*10 ⁻¹¹		15.25	0.233*10 ⁻⁴	

Однако, выполненный двухпараметрический анализ диаграмм усталостного разрушения дает неоднозначную оценку сопротивления материала к росту трещин. Поэтому, для количественной оценки характеристик циклической трещиностойкости конструкционных материалов использован безразмерный параметр, который имеет следующий вид:

$$R_{F(E,P)} = \frac{m_{mm} C_1}{m_1 C_{mm}} \quad (4.1.2)$$

где m_1 и C_1 – соответствуют диаграмме усталостного разрушения в условиях нормального отрыва, а m_{mm} и C_{mm} – соответствуют любой другой диаграмме усталостного разрушения при смешанных формах деформирования.

Очевидно, что чем больше значение этого параметра, тем выше материал оказывает сопротивление циклическому разрушению. Нормирование по характеристикам диаграммы усталостного разрушения формы нормального отрыва является обоснованным, поскольку эта форма деформирования наиболее широко представлена в экспериментальных исследованиях механики разрушения. Значения переменных в уравнении 4.1.2 в условиях нагружения нормальным отрывом равны между собой $m_1 = m_{mm}$ и $C_1 = C_{mm}$ и безразмерный параметр циклическому разрушению равен $R_{F(E,P)} = 1$. Как следует из таблицы 4.1.1. значения безразмерного параметра с точки зрения упругого решения $R_{F(E)}$ для сталей P2M и 34X меньше единицы $R_{F(E)} < 1$, тогда как для титанового и алюминиевого сплавов больше $R_{F(E)} > 1$. Однако, безразмерный параметр сопротивления разрушению по упруго-пластическому решению $R_{F(P)}$ дает неоднозначную оценку свойств материалов. Для сталей P2M и 34X влияние

смешанных форм разрушения приводит к высокой скорости роста трещин и, как следствие, к снижению параметра R_F . Это обстоятельство подтверждает, что параметр $R_{F(E)}$ следует рассматривать как количественную характеристику сопротивления циклическому разрушению. На первый взгляд очевидных преимуществ использования нелинейных параметров сопротивления разрушению K_p по сравнению с упругими коэффициентами интенсивности напряжений K_{eqv} не установлено. Однако, при высоких уровнях нагрузки, которые провоцируют более высокий уровень пластичности в области вершины трещины, различия могут быть более значительными. Кроме того, разница в значениях констант C и m в терминах упругих K_{eqv} и пластических K_p КИН может привести к различным прогнозам остаточного усталостного ресурса.

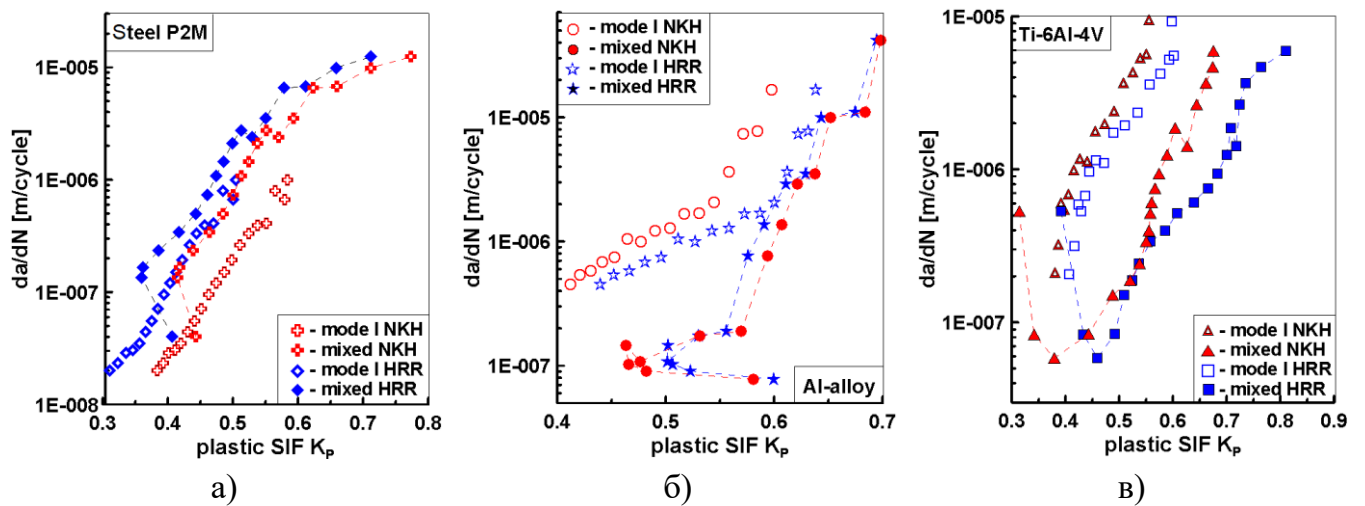


Рис. 4.1.3. Сравнение диаграмм усталостного разрушения нормального отрыва и начального чистого сдвига в терминах нелинейных КИН по классической и циклической теориям пластичности для CTS образцов из стали P2M (а), алюминиевого (б) и титанового (в) сплавов

Следующий этап интерпретации диаграмм усталостного разрушения исследованных металлических материалов состоял в терминах пластических коэффициентов интенсивности напряжений по классической (HRR решение) и циклической (NKH модель) теориям пластичности. На рисунках 4.1.3 и 4.1.4 приведено сравнение диаграмм усталостного разрушения стали P2M, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов в терминах пластических КИН K_p при нагружении формой нормального отрыва и начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования. Графики построены для каждой экспериментальной траектории трещины (рис. 2.4.1), на основе численных расчетов

параметров сопротивления разрушению в соответствии с HRR и НКН решениями. Установлено, что в отличие от результатов стали P2M (рис. 4.1.3 а), в алюминиевом 7050 и титановом Ti-6Al-4V сплавах (рис. 4.1.3 б, в) значения скорости роста трещин da/dN в терминах пластических КИН K_p по циклической теории пластичности выше, чем при использовании классической теории пластичности.

Дополнительное сравнение экспериментальных данных по скорости роста трещин для стали P2M, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов на основе двух нелинейных HRR и НКН решений представлено на рисунке 4.1.4.

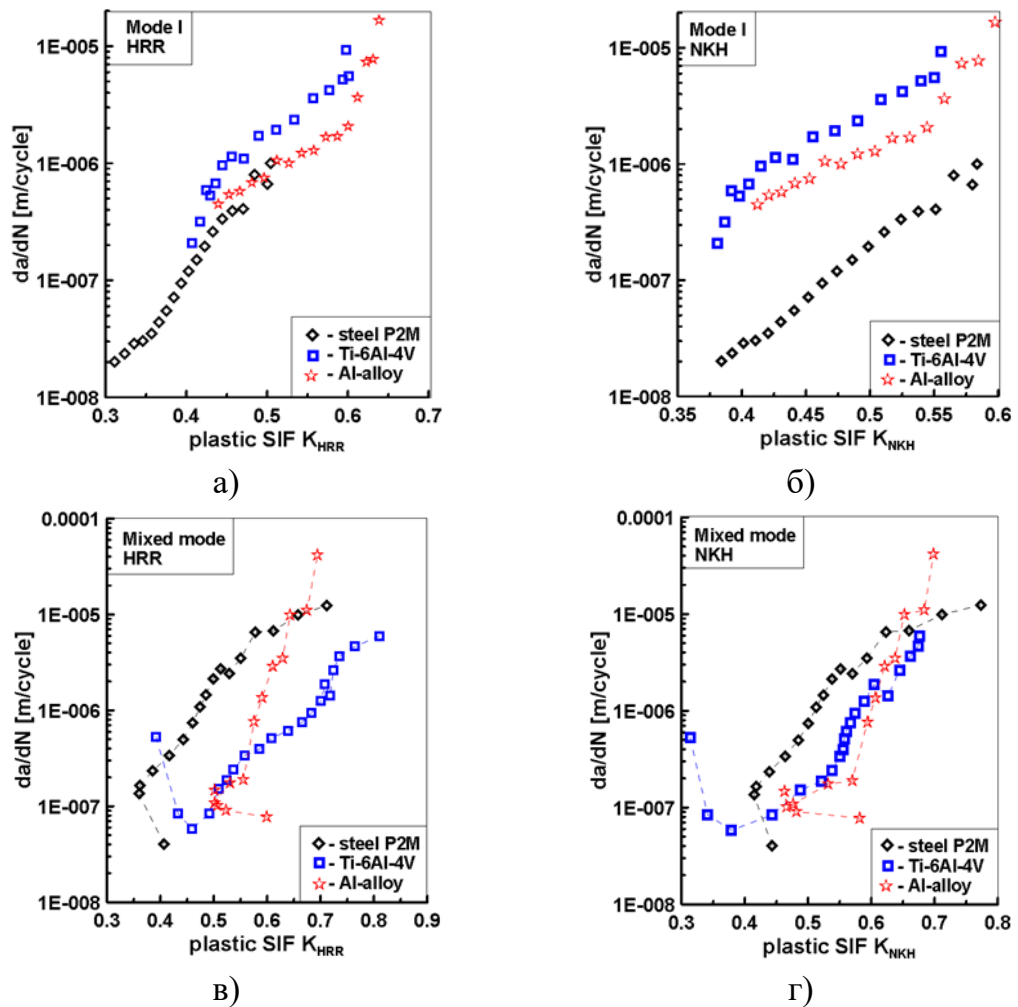


Рис. 4.1.4. Сравнение диаграмм усталостного разрушения нормального отрыва (а, б) и начального чистого сдвига (в, г) в терминах нелинейных КИН по классической и циклической теориям пластичности для CTS образцов из стали P2M, алюминиевого и титанового сплавов

Данные, приведенные на рисунке 4.1.4 а, б содержат информацию для всех рассматриваемых металлических материалов в условиях нормального отрыва. Отмечено, что диаграммы усталостного разрушения, полученные с использованием

классической теории пластичности, рис. 4.1.4 а практически укладываются в одну общую кривую. Результаты, представленные на рис. 4.1.1 б, демонстрируют предпочтительность использования модели нелинейного кинематического упрочнения, так как она проявляет чувствительность к изменениям напряженно-деформированного состояния в области вершины трещины и учитывает историю циклического нагружения [162].

4.2. Особенности циклического разрушения трещин начального чистого сдвига в CTS-образцах из исследованных материалов

В процессе выполнения усталостных испытаний в условиях нагружения начальным чистым сдвигом был обозначен феномен ветвления трещин, проявление которого зависит от свойств рассматриваемых материалов [табл. 2.1.1].

Необходимо отметить, что все реализованные усталостные испытания CTS образцов выполнены при одинаковых условиях нагружения на одной испытательной установке Zwick/Roell HA100 с использованием одного комплекта S-образных захватов.

На рисунке 4.2.1 представлено образованное в процессе испытаний в условиях начального чистого сдвига ветвление исходной трещины в роторной стали Р2М. Хорошо видно, что одна криволинейная траектория трещины является доминирующей, так как рост второй траектории трещины в процессе усталостного испытания затухает и окончательный разлом CTS образца происходит по главной траектории роста трещины.

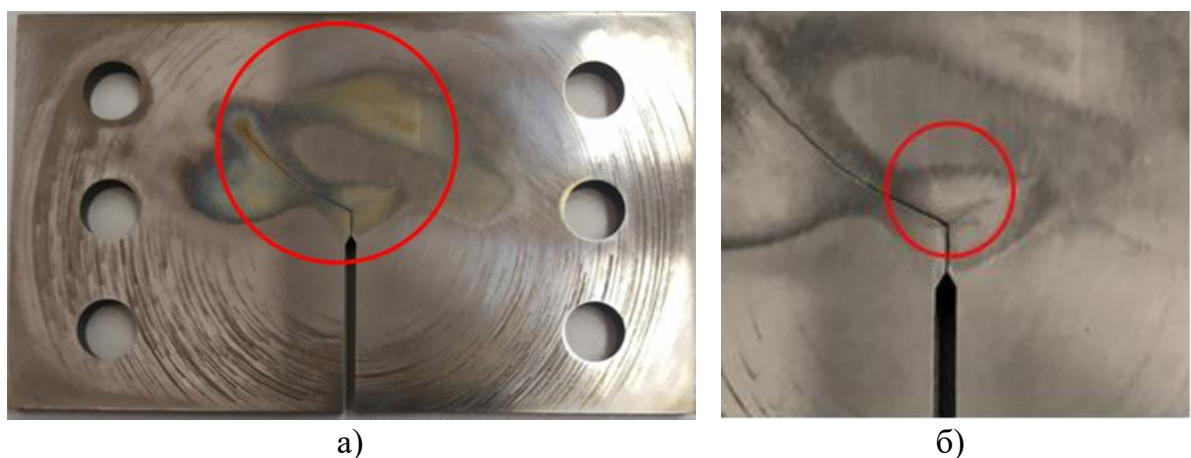


Рис. 4.2.1. Ветвление трещины в условиях начального чистого сдвига в CTS образце

С привлечением оптического микроскопа МБС-10 были получены кадры ветвления трещин в сталях Р2М и 34Х, и алюминиевом сплаве 7050, которые приведены

на рисунке 4.2.2. На этих кадрах отчетливо видно расположение исходного надреза, момент поворота трещины и само ветвление. Установлено, что в высокопрочной стали 34Х имеют место несимметричные смешанные формы деформирования I/II (рис. 4.2.2. а), в роторной стали Р2М наблюдаются симметричные смешанные формы деформирования I/II (рис. 4.2.2 б), а в алюминиевом сплаве 7050 возникают формы нормального отрыва и начального чистого сдвига (рис. 4.2.2 в).

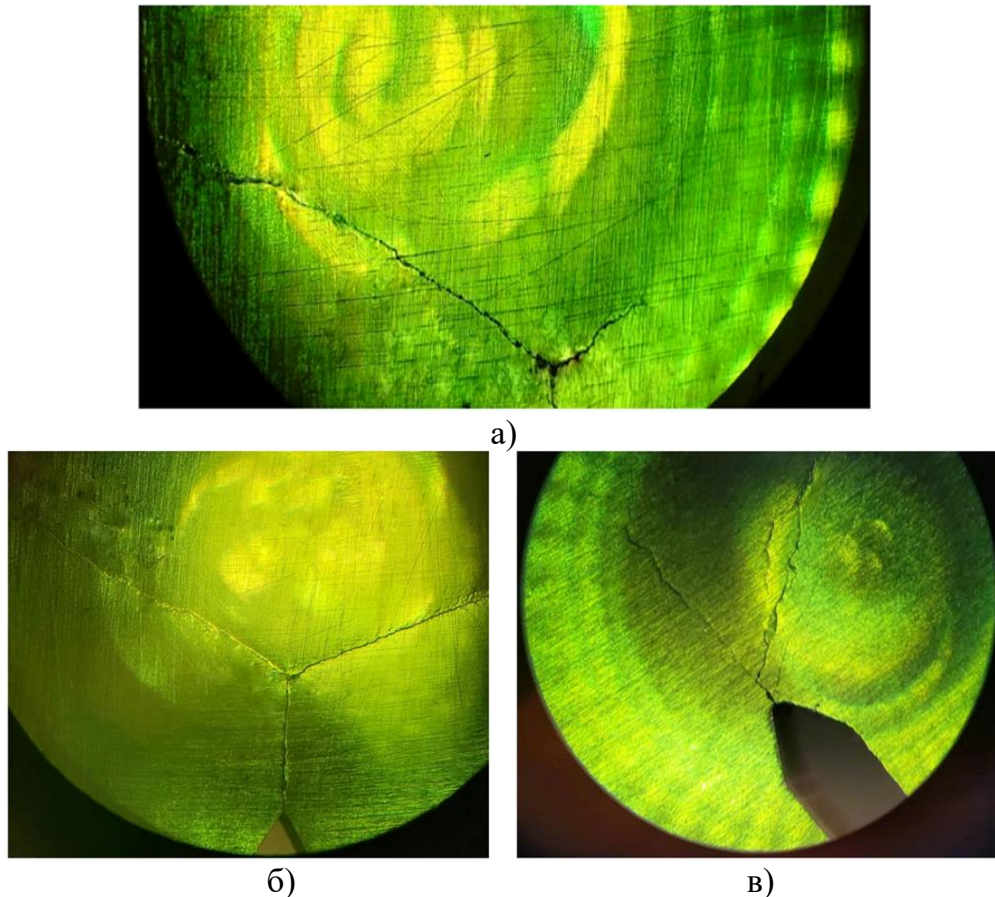


Рис. 4.2.2. Ветвление трещины в условиях начального чистого сдвига в CTS образцах из сталей 34Х (а) и Р2М (б), и алюминиевого сплава 7050 (в)

Для получения более детальной информации о феномене ветвления трещин в условиях начального чистого сдвига с помощью электронного сканирующего микроскопа ZEISS Merlin были сделаны кадры рабочей поверхности экспериментальных CTS образцов. На рисунке 4.2.3 а, б приведены изображения момента поворота трещины в стали Р2М в масштабе 10 и 1 микрон, соответственно. По полученной фотографии, на рисунке 4.2.3 в видно, что вершина трещины имеет закругленный вид, что обосновывает выбор способа моделирования вершины трещины надрезом с конечным радиусом кривизны в численных расчетах настоящей работы.

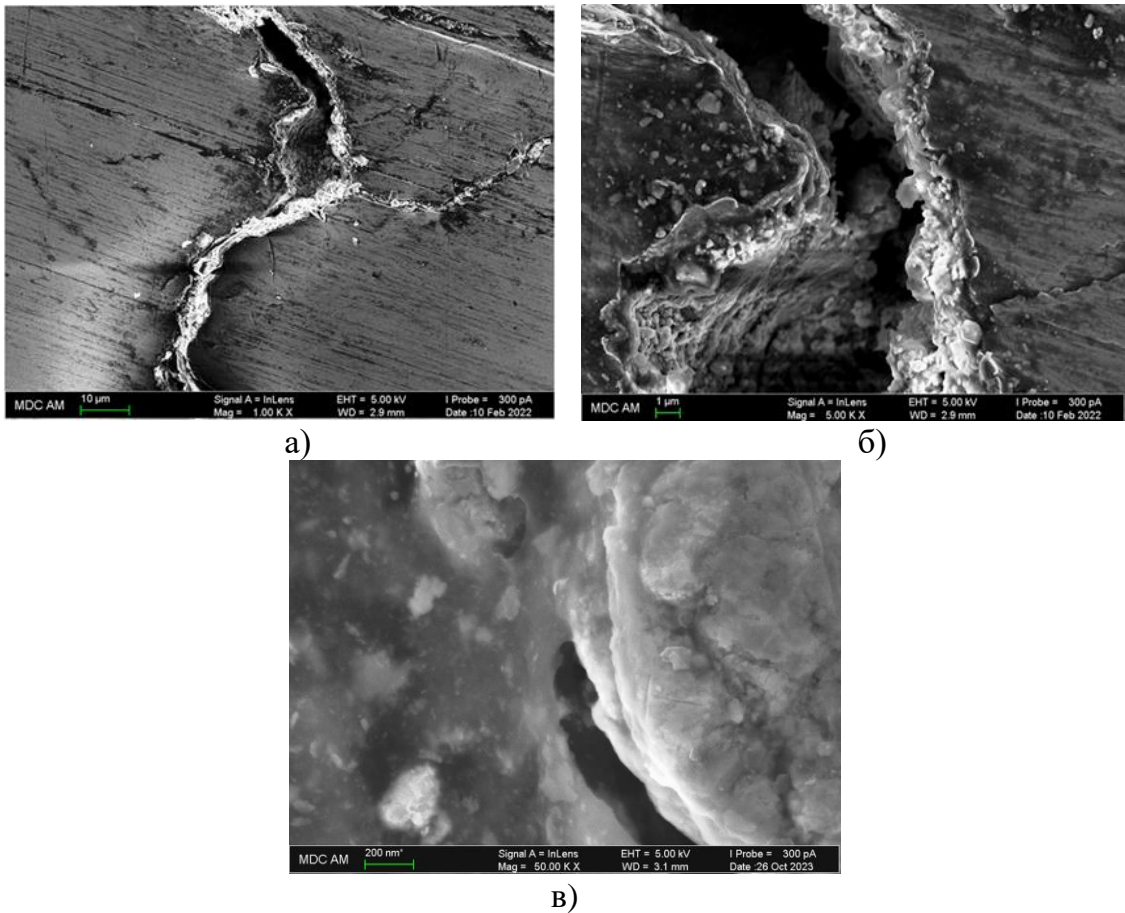


Рис. 4.2.3. Кадры ветвления трещины в условиях начального чистого сдвига в CTS образце из стали P2M, полученные с помощью электронного микроскопа ZEISS Merlin в масштабе 10 (а) и 1 (б) микрон и область вершины трещины с конечным радиусом кривизны (в) (увеличение 50 кх)

Полученные результаты, в виде ветвления трещин в условиях нагружения начальным чистым сдвигом в конструкционных металлических материалах, требуют дальнейшего более детального изучения.

4.3. Сравнительный анализ и закономерности изменения характеристик циклической трещиностойкости в нормализованных координатах для сталей, алюминиевого и титанового сплавов

Для удобства оценок и сравнения характеристик сопротивления циклическому разрушению материалов с различным набором упруго-пластических свойств, введены новые безразмерные координаты скорости роста трещины и параметров сопротивления разрушению в терминах линейных упругих K_{eqv} и нелинейных пластических K_p коэффициентов интенсивности напряжений, в качестве которых могут выступать

результаты по классической и циклической теориям пластичности. Предложенные параметры записываются в следующем виде [161]:

$$\frac{da}{dN}_{norm} = 1 - \frac{da/dN_f - da/dN_i}{da/dN_f - da/dN_0} \quad (4.3.1)$$

$$K_{eqv}_{norm} = 1 - \frac{K_{eqv}_f - K_{eqv}_i}{K_{eqv}_f - K_{eqv}_0} \quad (4.3.2)$$

$$K_p_{norm} = 1 - \frac{K_p_f - K_p_i}{K_p_f - K_p_0} \quad (4.3.3)$$

где $(da/dN)_0$ и $(da/dN)_f$ это значения скорости роста трещины в первой точке диаграммы усталостного разрушения и при окончательном циклическом разрушении, соответственно; $(da/dN)_i$ обозначает текущее значение скорости роста трещины. Нормирование упругих и пластических КИН выполнено аналогичным способом. Поэтому в следующем представлении экспериментальных результатов использованы безразмерные переменные $(da/dN)_{norm}$, $(K_{eqv})_{norm}$, $(K_p)_{norm}$, которые изменяются в диапазоне от 0 до 1.

На рисунке 4.3.1 представлены полученные данные для сталей P2M и 34X, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов в безразмерном виде на основе уравнений 4.3.1-4.3.3. Левый ряд рисунков 4.3.1 иллюстрирует зависимости между нормированной скоростью роста трещины и упругими, а также пластическими КИН в условиях нагружения нормальным отрывом, в то время как правый ряд рисунков 4.3.1 соответствует поведению этих параметров в условиях нагружения начальным чистым сдвигом с последующими смешанными формами деформирования.

Из данных, представленных на рисунке 4.3.1 следует, что в условиях нормального отрыва наибольшая скорость роста трещины у стали 34X, а наименьшая характерна алюминиевому сплаву 7050. Сталь P2M и сплав титана Ti-6Al-4V занимают промежуточные положения в этой серии сравнений. В терминах нормированных пластических КИН $(K_p)_{norm}$ установленные различия в поведении материалов становятся более очевидными. Значения нормированных параметров скорости роста трещин

$(da/dN)_{norm}$ для ситуации нормального отрыва положительные для всех рассматриваемых металлических материалов.

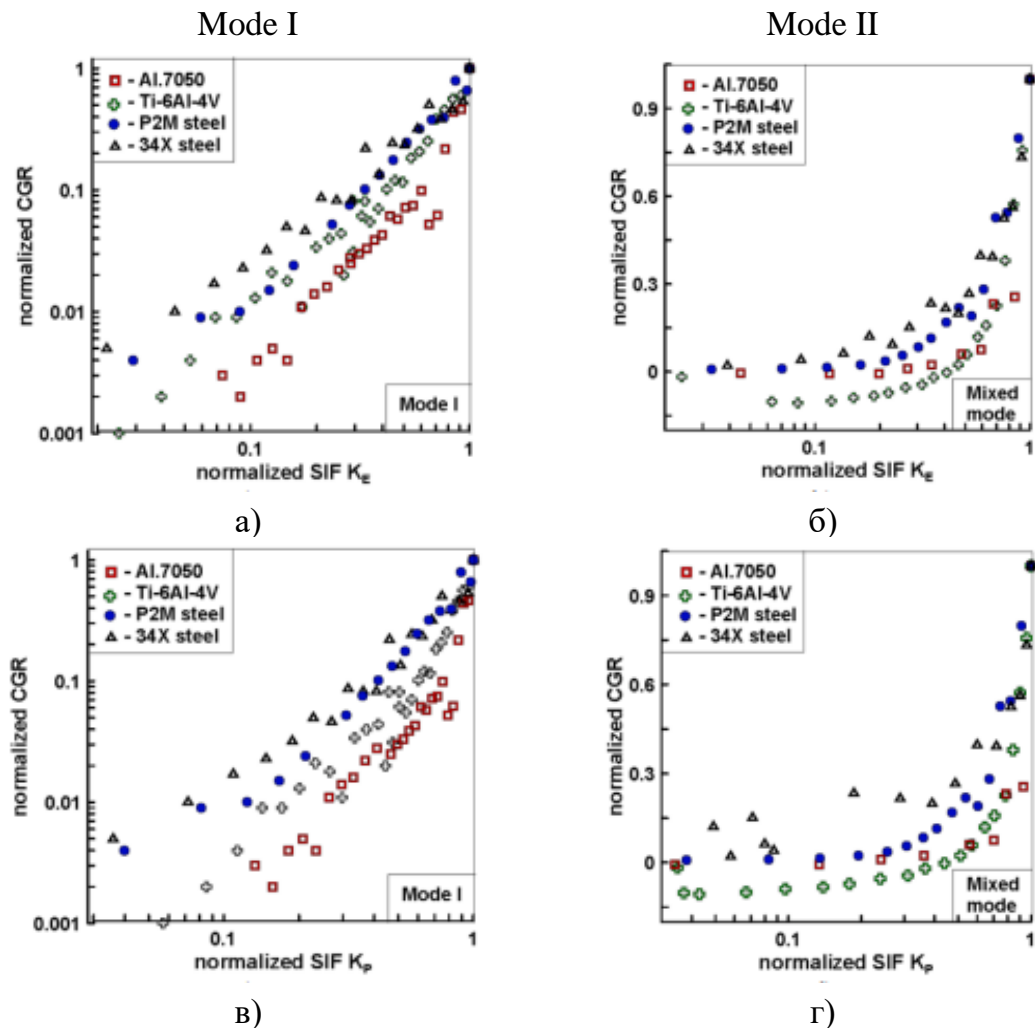


Рис. 4.3.1. Нормированные диаграммы усталостного разрушения в терминах упругих (а, б) и пластических (в, г) КИН в условиях нормального отрыва и начального чистого сдвига

Согласно данным для условий нагружения начальным чистым сдвигом с последующими смешанными формами деформирования (рис. 4.3.1 б, г) можно выделить две группы материалов. К первой группе относятся стали 34X и P2M, у которых скорость роста трещин выше, чем у материалов второй группы, к которой относятся алюминиевый 7050 и титановый Ti-6Al-4V сплавы. В сталях нормированная скорость роста трещины $(da/dN)_{norm}$ имеет положительные значения во всем диапазоне изменения параметров сопротивления разрушению $(K_{eqv})_{norm}$ и $(K_p)_{norm}$. Напротив, в диапазоне значений $(K_{eqv})_{norm}, (K_p)_{norm} < 0.2$ нормированная скорость роста трещины $(da/dN)_{norm}$ для алюминиевого сплава имеет небольшие отрицательные значения, а для сплава титана

она заметно ниже 0. Полученные результаты указывают на очевидные эффекты замедления роста трещин в рассматриваемых металлических сплавах, которые наблюдались на рис. 4.1.1 и 4.1.2. Таким образом, как указано выше, ускорение или замедление роста трещин зависит от типа рассматриваемого материала, что может влиять на поведение трещин при нагружении начальным чистым сдвигом с последующими смешанными формами деформирования.

Также, из представленных данных, в предлагаемом формате, установлено, что минимальным сопротивлением циклическому разрушению обладает сталь 34X, а максимальные свойства показывают алюминиевый 7050 или титановый Ti-6Al-4V сплавы, в зависимости от условий нагружения.

4.4. Фрактографические особенности механизмов циклического разрушения и формирования усталостных бороздок в образцах из исследованных материалов по данным электронной сканирующей микроскопии

В современной механике разрушения актуальным является поиск корреляций характеристик напряженно-деформированного состояния с параметрами структуры материалов. В настоящей диссертационной работе были рассмотрены основные классы металлических конструкционных материалов, исходные структуры которых приведены на рисунке 4.4.1. Исследуемые стали P2M и 34X (рис. 4.4.1 а, б) обладают ферритно-перлитной структурой. Она характерна практически для всех конструкционных сталей. Ферритные зёрна представлены в виде светлых участков с выраженными границами, в то время как перлитные зёрна – темные зоны без видимых границ. Алюминиевому сплаву 7050 характерна зернистая структура с интерметаллидами по границам зёрен. На рисунке 4.4.1 в штриховой красной линией выделена область одного зерна, принадлежащего структуре сплава алюминия; широкими белыми стрелками указаны интерметаллиды; а тонкими красными стрелками отмечены границы зёрен. С точки зрения структуры материала, титановый сплав Ti-6Al-4V это двухфазный α - β сплав с глобулярной формой α -фазы, представленный на рисунке 4.4.1 г. Глобулярная структура характеризуется зернами первичной α -фазы, которые обозначены красными замкнутыми линиями, ограниченные по границам β -фазой в виде тонких прослоек.

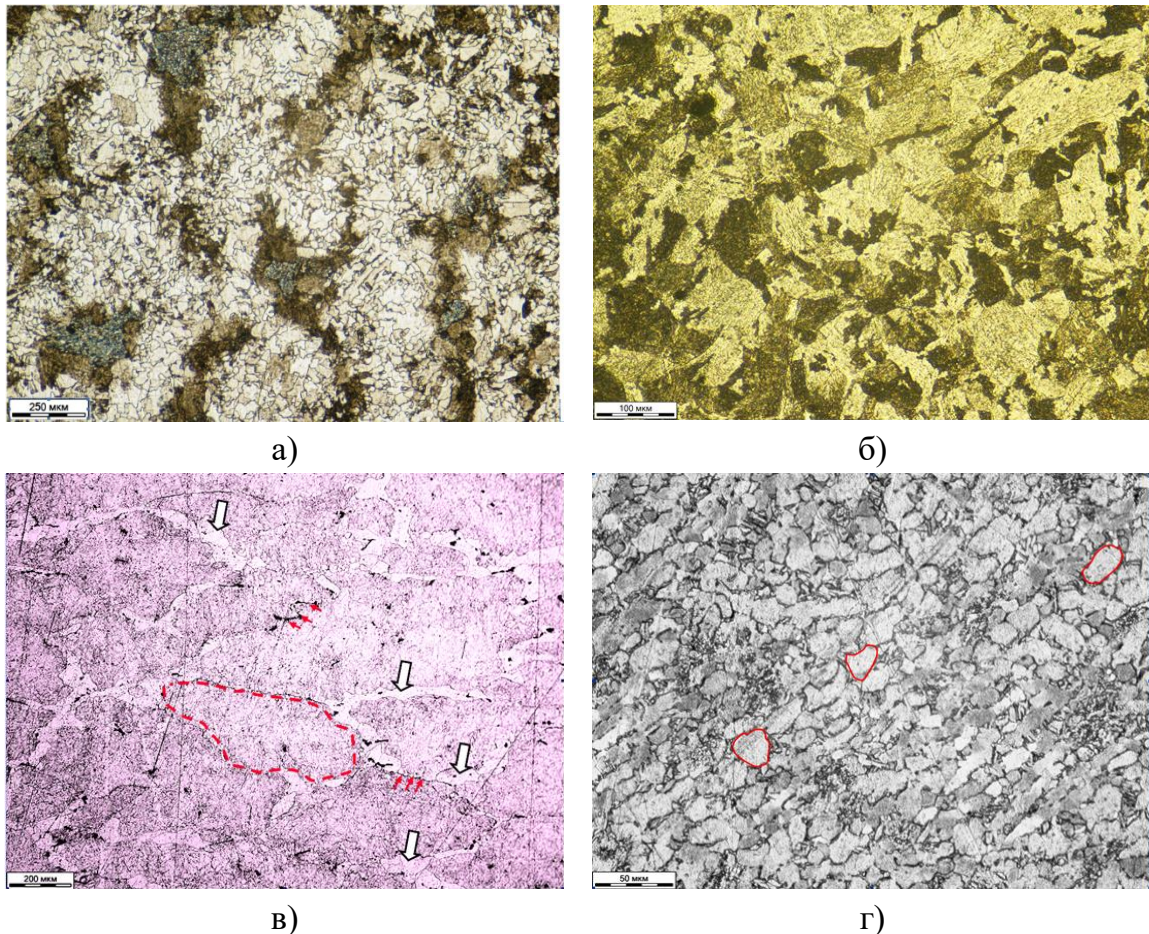


Рис. 4.4.1. Структура рассматриваемых материалов: стали P2M (а) и 34X (б), алюминиевый 7050 (в) и титановый Ti-6Al-4V (г) сплавы

После завершения усталостных испытаний поверхности разрушения каждого CTS образца из сталей P2M и 34X, алюминиевого и титанового сплавов подвергались тщательному фрактографическому анализу с использованием сканирующего электронного микроскопа Zeiss Merlin для установления доминирующих механизмов разрушения вдоль экспериментальных траекторий роста трещин.

На рисунке 4.4.2 представлены полученные фрактограммы поверхностей разрушения сплава алюминия 7050 в условиях нагружения нормальным отрывом (4.4.2 а, б, в) и начальным чистым сдвигом с последующими смешанными формами деформирования (4.4.2 г, д, е). Установлено, что на начальной стадии роста трещины (рис. 4.4.2 а, г) доминирующим является строчечный рельеф. Этот начальный процесс развития трещин приводит к образованию площадок, которые в последующем соединяются между собой, образуя границы между площадками в виде ступенек особенно четко наблюдаемые для начального чистого сдвига, рис. 4.4.2 г. Наблюдаемая строчечность, на площадках которой не сформированы какие-либо профили рельефа,

соответствует низкой скорости роста трещины и является признаком развитого скольжения.

При увеличении длины трещины более чем на 5 мм в изломе начинают проявляться усталостные бороздки, шаг которых монотонно возрастает по направлению распространения трещины с 0.1 мкм до 1.5 мкм. Для этих размеров усталостных бороздок характерным является бороздчатый рельеф периодической структуры, представленный на рисунке 4.4.2 б, д. Сопоставление данных измерений шага усталостных бороздок по длине трещины показало, что результаты имеют близкие значения к величинам по измерению скорости роста трещины по боковой поверхности испытанного образца. Следует отметить, что после образования поворота трещины, то есть при переходе от начального чистого сдвига к смешанным формам деформирования, рельеф сопровождался усталостными бороздками с выраженными признаками смятия поверхности из-за возникавшего контакта между берегами трещины.

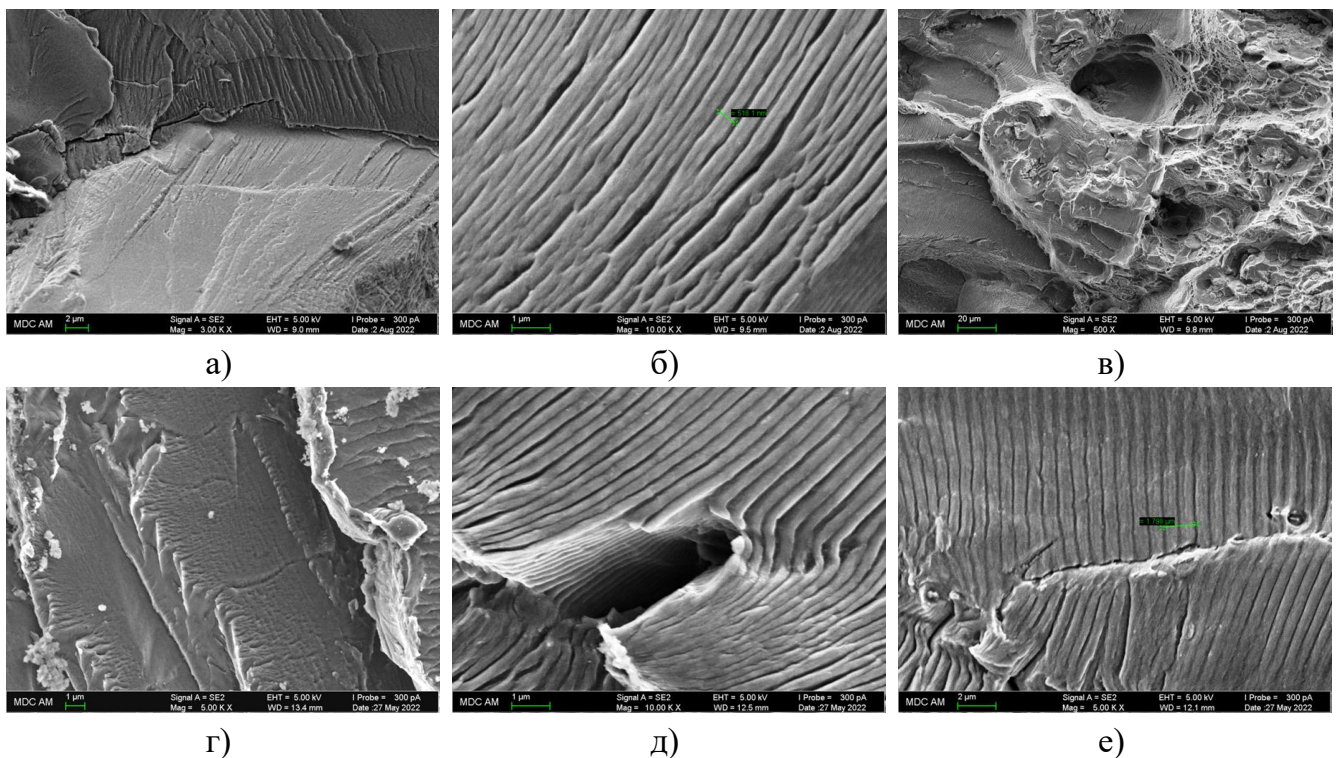


Рис. 4.4.2. Поверхности разрушения сплава алюминия 7050 вдоль траекторий роста трещин при нормальном отрыве (а, б, в) и начальном чистом сдвиге (г, д, е)

При достижении шага усталостных бороздок более 1.5 мкм в изломе начинали проявляться локальные участки разрушения с ямочным рельефом, что указывает на ускорение в развитии трещины и реализации третьей стадии усталостного разрушения.

Наиболее отчетливо ямочный рельеф наблюдается для ситуации нормального отрыва (рис. 4.4.2 в). В зоне доминирования ямочного рельефа присутствует растрескивание материала по границам волокон штампованного материала, а также наблюдаются фрагменты мелко ямочного рельефа по границам зёрен при испытаниях образца в условиях нагружения начальным чистым сдвигом (рис. 4.4.2 е). Этот факт свидетельствует о низкой пластичности алюминиевого сплава 7050.

Подобная последовательность доминирующих механизмов циклического разрушения наблюдалась и в остальных исследованных металлических материалах с вариациями профиля относительных площадей доминирующей морфологии. На рисунках 4.4.3 представлены фрактограммы для стали Р2М.

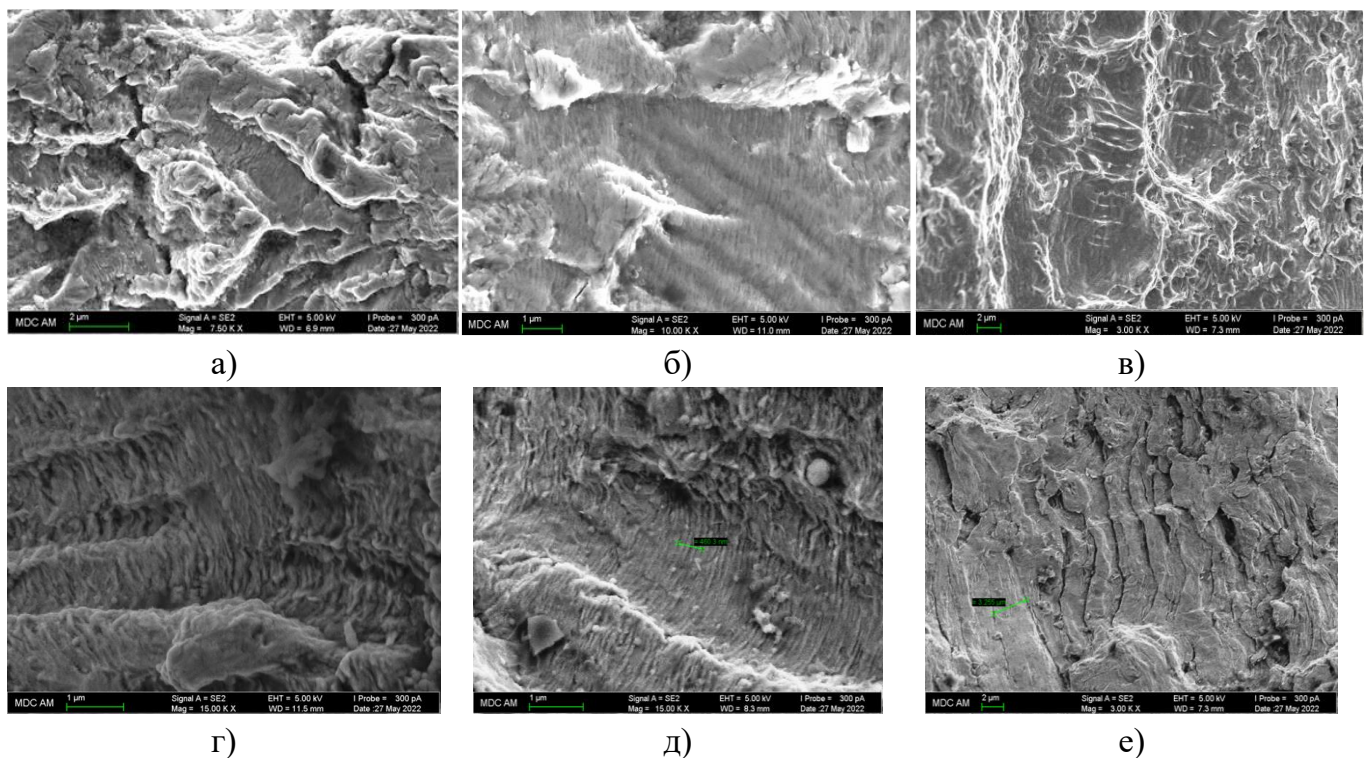


Рис. 4.4.3. Поверхности разрушения стали Р2М вдоль траекторий роста трещин при нормальном отрыве (а, б, в) и начальном чистом сдвиге (г, д, е)

Итак, первоначально развитие трещин в условиях нагружения нормальным отрывом (рис. 4.4.3 а) и начальным чистым сдвигом (рис. 4.4.3 г) характеризуется типичным рельефом излома, который наблюдают на первой стадии роста усталостных трещин в условиях циклического растяжения образцов. По мере увеличения длины трещин и интенсификации зоны пластичности (рис. 4.4.3 б, д) в изломе наблюдаются значительные области рельефа с усталостными бороздками. Следует отметить, что

наиболее отчётливо усталостные бороздки наблюдаются в случае начального чистого сдвига. Это обстоятельство связано с тем, что в указанном случае контактное взаимодействие берегов распространявшейся трещины было менее значительным, чем в случае роста трещины в условиях нормального отрыва. На последнем этапе роста трещин (рис. 4.4.3 в, е) перед доломом СТС образцов из стали Р2М происходило растрескивание материала, которое было реализовано по границам сульфидных включений. При формировании шага бороздок более 1.5 мкм по границам сульфидов, первоначально, происходило формирование ямочного рельефа, а на последующей длине реализовывалось растрескивание материала, хотя формирование усталостных бороздок ещё имело место.

На рисунке 4.4.4 представлены фрактограммы поверхностей разрушения стали 34Х вдоль траекторий роста трещин при нормальном отрыве (рис. 4.4.4 а, б, в) и начальном чистом сдвиге (рис. 4.4.4 г, д, е).

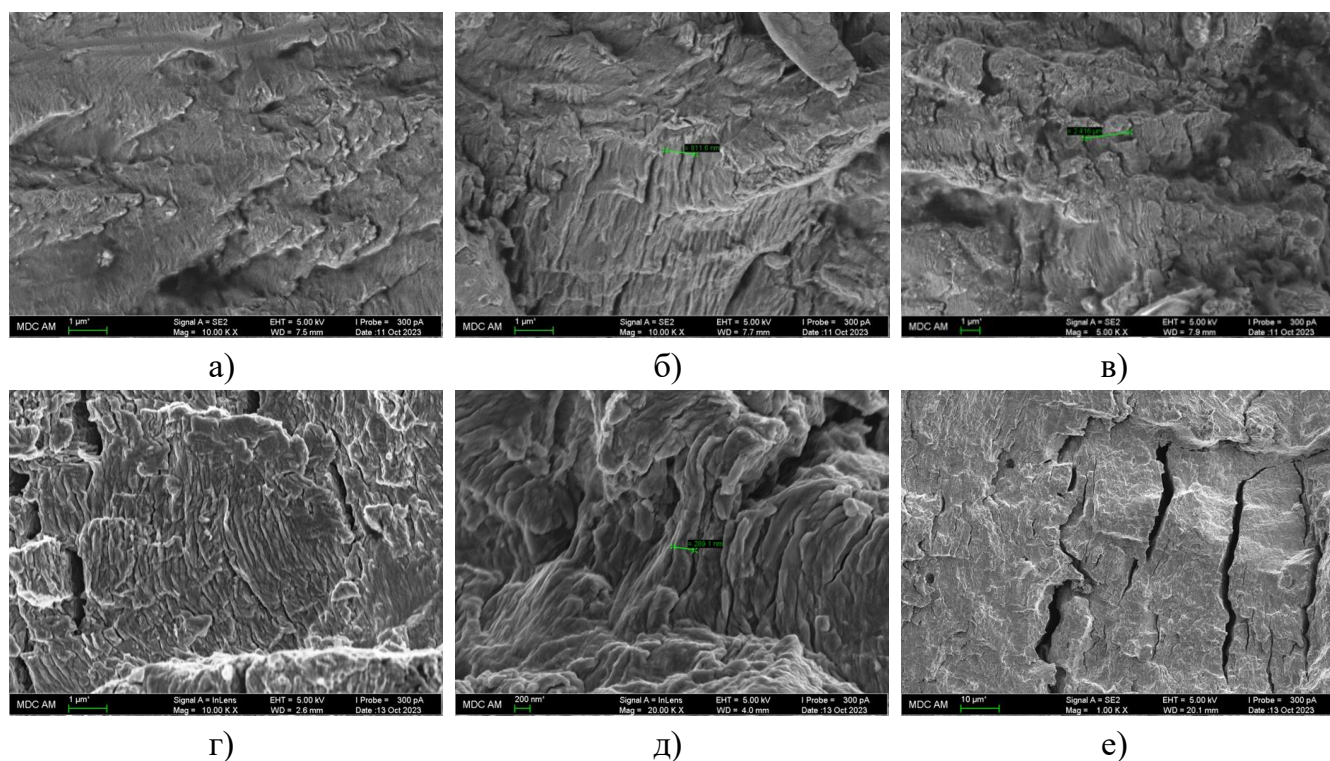


Рис. 4.4.4. Поверхности разрушения стали 34Х вдоль траекторий роста трещин при нормальном отрыве (а, б, в) и начальном чистом сдвиге (г, д, е)

Аналогично представленным выше результатам начальный этап развития трещин в СТС образцах из стали 34Х (рис. 4.4.4 а, г) характеризуется развитым рельефом излома со ступеньками, строчечностью и каскадом пересекающихся площадок. С увеличением

длины экспериментальных трещин (рис. 4.4.4 б, д) при переходе стадии циклического разрушения к линейной части диаграмм усталостного разрушения в изломе начинают наблюдаться значительные области с усталостными бороздками. Наиболее отчетливо усталостные бороздки наблюдаются в условиях нагружения начальным чистым сдвигом (рис. 4.4.4 д). Для завершающей стадии циклического разрушения (рис. 4.4.4 в, е) характерен вязкий ямочный рельеф с интенсивным растрескиванием.

На рисунке 4.4.5 скомпонованы фрактограммы титанового сплава Ti-6Al-4V в условиях нагружения нормальным отрывом (рис. 4.4.5 а, б, в) и начальным чистым сдвигом с последующими смешанными формами деформирования (рис. 4.4.5 г, д, е).

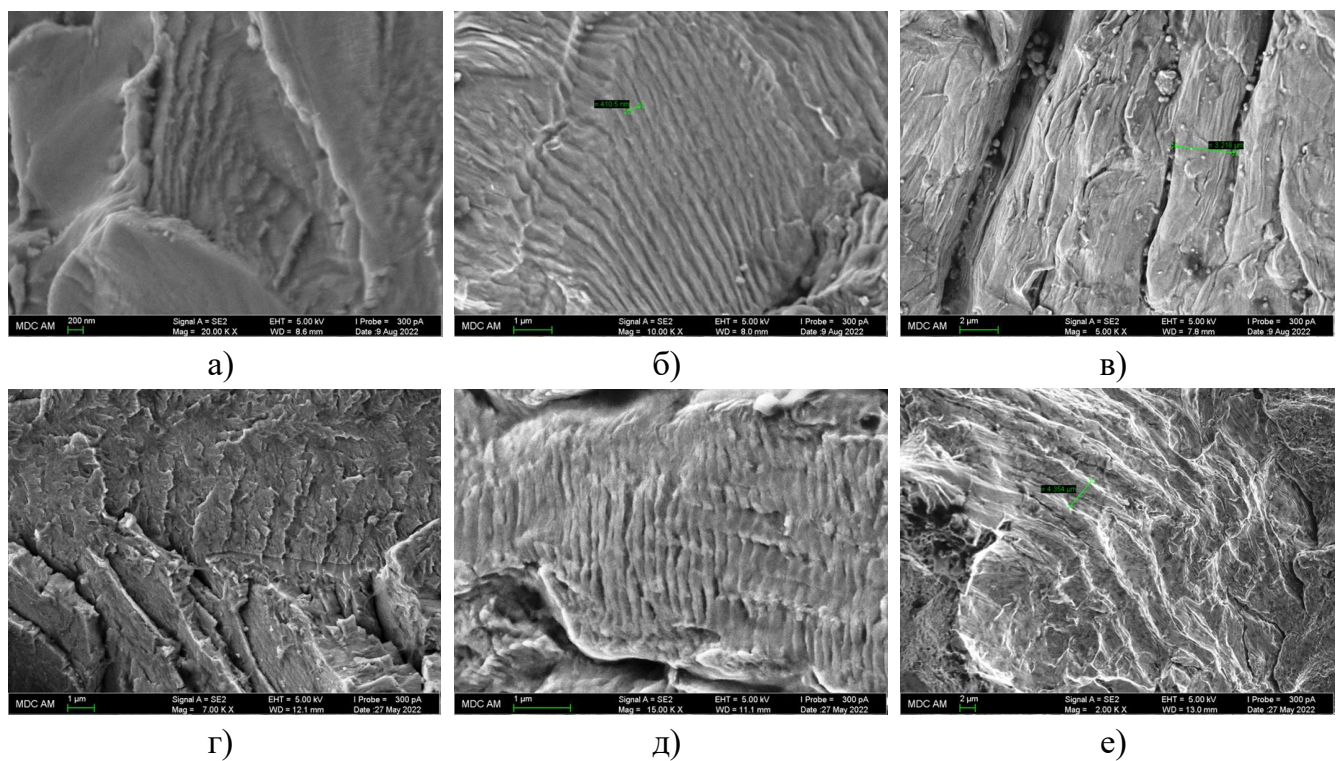


Рис. 4.4.5. Поверхности разрушения сплава титана Ti-6Al-4V вдоль траекторий роста трещин при нормальном отрыве (а, б, в) и начальном чистом сдвиге (г, д, е)

Последовательность доминирующих механизмов циклического разрушения по стадиям роста трещин в CTS образцах, изготовленных из титанового сплава Ti-6Al-4V аналогична представленным выше данным для сталей P2M и 34X, а также алюминиевого сплава 7050. Следует отметить, что в рассматриваемых условиях нагружения (нормальный отрыв и начальный чистый сдвиг) доминирующую роль играет процесс формирования усталостных бороздок, что отражает эффект нормального раскрытия берегов в вершине трещины. Изменение траектории трещины в условиях

начального чистого сдвига приводит к возникновению контактного взаимодействия берегов трещины после того, как рельеф излома уже был сформирован. Контактное взаимодействие снижает скорость роста трещины, однако при этом шаг усталостных бороздок характеризует среднюю скорость распространения трещины, которая фиксируется по боковой поверхности образца в процессе усталостных испытаний.

На рисунке 4.4.6 приведены поверхности разрушения сталей P2M и 34X, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов в условиях нагружения нормальным отрывом (Mode I) и начальным чистым сдвигом (Mode II), в стадии устойчивого развития трещин на линейной части диаграмм усталостного разрушения в форме периодического профиля бороздок. Представленные результаты могут быть использованы в качестве атласов идентифицированных условий нагружения при анализе аварийных ситуаций в элементах реальных конструкций.

В дополнение к представленным на рисунке 4.4.6 характеристикам поверхностей разрушения в устойчивой стадии развития трещин CTS образцов из рассматриваемых металлических материалов были определены количественные показатели стадии устойчивого развития дефектов в виде зависимостей шага усталостных бороздок δ от длины трещины a . На рисунке 4.4.7 приведены сравнения полученных зависимостей шага усталостных бороздок от длины трещины для условий нагружения нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом для сталей P2M и 34X (рис. 4.4.7 а и б, соответственно), алюминиевого 7050 (рис. 4.4.7 в) и титанового (рис. 4.4.7 г) сплавов.

Следует отметить, что до определенных размеров трещины развитие является однотипным и неразличимым с точки зрения формирования рельефа излома при различных условиях нагружения. При дальнейшем увеличении длины трещин a шаг усталостных бороздок δ для формы нагружения нормальным отрывом увеличивается более интенсивно по сравнению с формой начального чистого сдвига. При этом шаг усталостных бороздок при обоих видах сопоставляемых условий нагружения CTS образцов характеризует подрастание трещины в цикле нагружения, т.е. соответствует скорости роста усталостных трещин.

Таким образом, в рассматриваемых условиях нагружения (Mode I и Mode II), после завершения начальной стадии роста трещин происходит переход к формированию усталостных бороздок, что отражает реализацию условий нормального раскрытия берегов усталостной трещины.

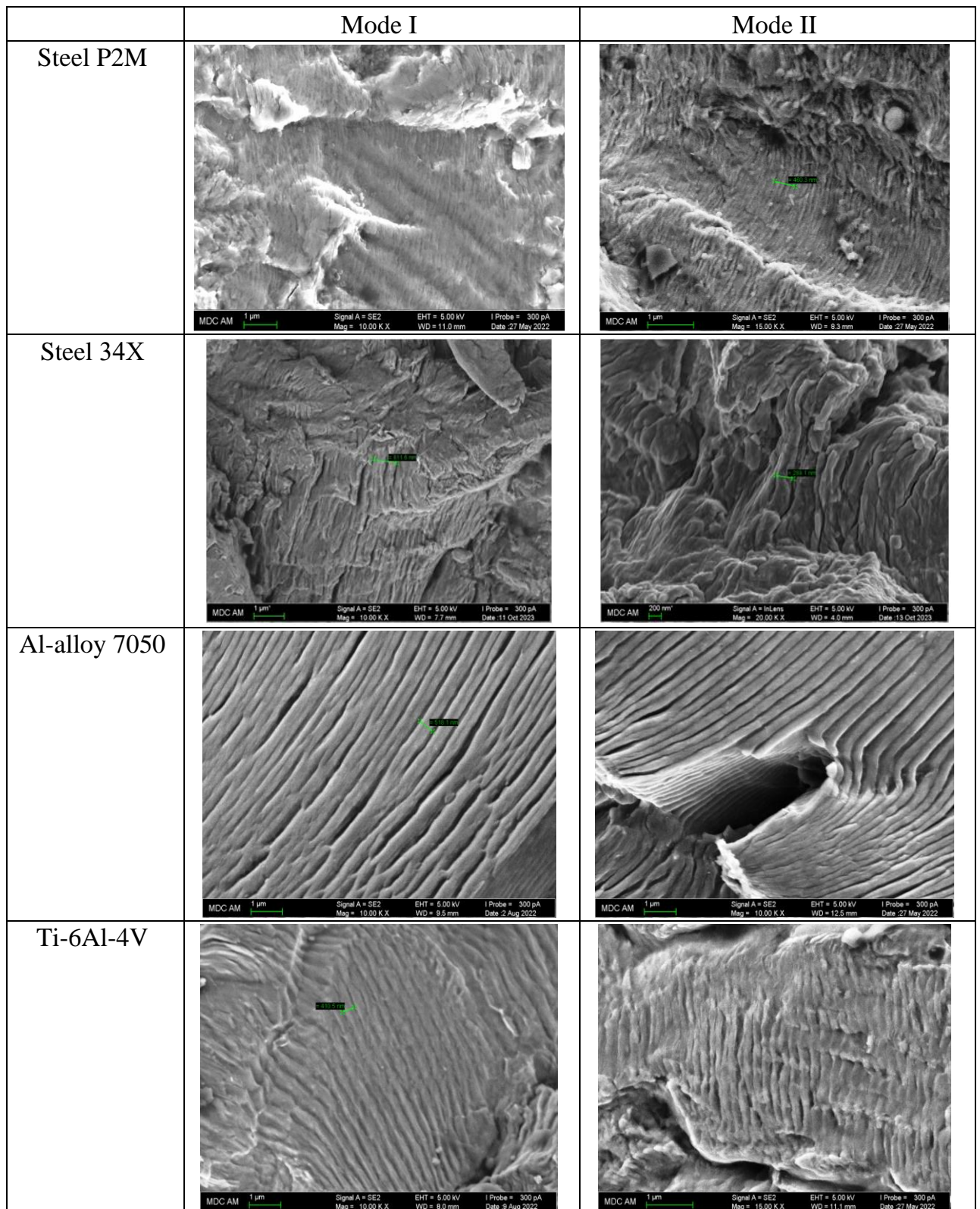


Рис. 4.4.6. Поверхности разрушения СТС в устойчивой стадии развития трещины при нормальном отрыве и начальном чистом сдвиге для рассмотренных металлических материалов

Описанные закономерности указывают на тот факт, что при развитии усталостной трещины доминировал механизм нормального раскрытия берегов трещины, который является ведущим в процессе формирования усталостных бороздок. Возникновение

контактного взаимодействия берегов трещины и частичное смятие поверхности излома обуславливает более низкую скорость развития трещины в условиях начального чистого сдвига с последующими смешанными формами деформирования.

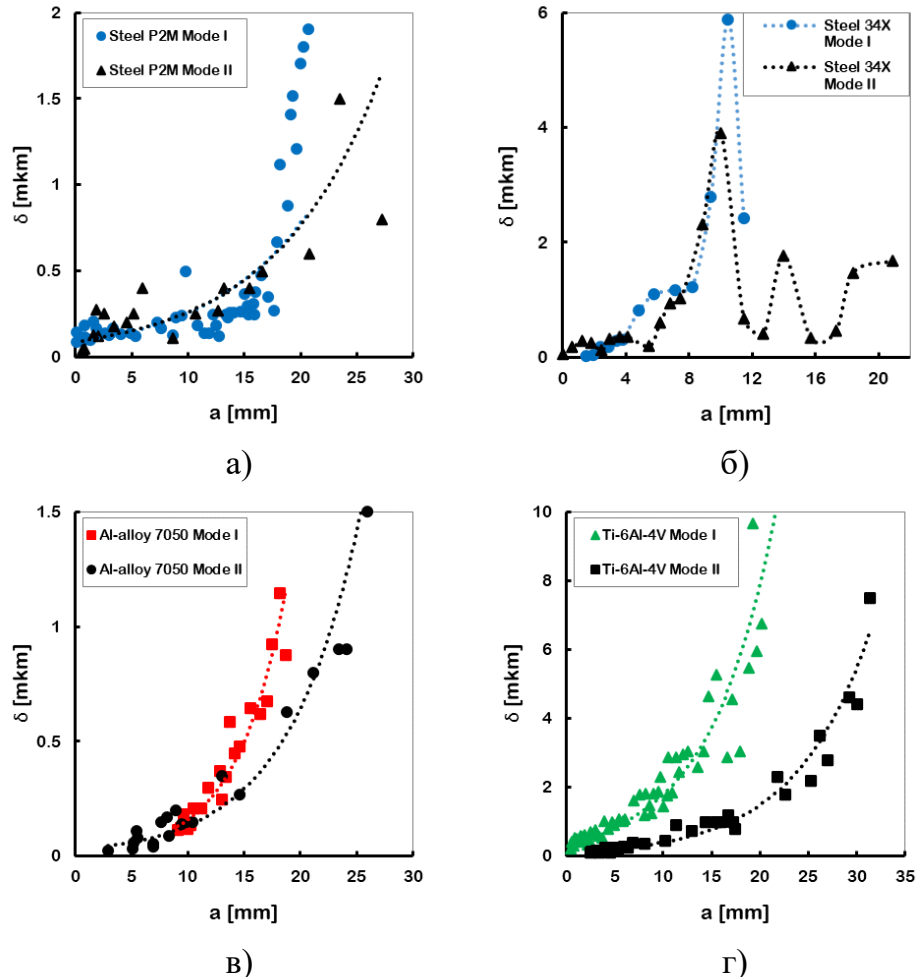


Рис. 4.4.7. Зависимость шага усталостных бороздок от длины трещины при нормальном отрыве и начальном чистом сдвиге для сталей P2M (а) и 34X (б), алюминиевого (в) и титанового (г) сплавов

Дополнительно, выполнено сопоставление зависимостей шага усталостных бороздок от длины трещины для каждого рассматриваемого металлического материала в рамках нагружения формой нормального отрыва (рис. 4.4.8 а) и начального чистого сдвига (рис. 4.4.8 б). Из представленных на рисунке 4.4.8 данных, установлено, что в высокопрочных материалах, таких как сталь 34X и сплав титана Ti-6Al-4V ($\sigma_u = 1260.4$ МПа и $\sigma_u = 1289.6$ МПа, соответственно) шаг усталостных бороздок δ существенно выше по сравнению с материалами средней прочности, т.е. сталь P2M и сплав алюминия 7050 ($\sigma_u = 1190.0$ МПа и $\sigma_u = 701.0$ МПа, соответственно). Обобщение полученных измерений морфологии поверхностей разрушения представлено в таблице 4.4.1, в виде

аппроксимационных уравнений для сталей P2M и 34X, алюминиевого 7050 и титанового Ti-6Al-4V сплавов.

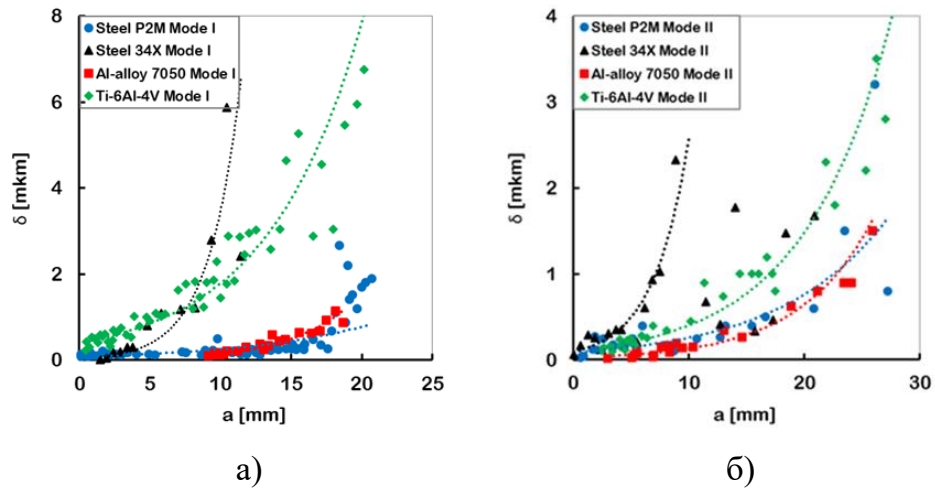


Рис. 4.4.8. Зависимость шага усталостных бороздок от длины трещины для сталей, алюминиевого и титанового сплавов при нормальном отрыве (а) и начальном чистом сдвиге (б)

Таблица 4.4.1. Уравнения аппроксимации

Материал	Mode I	Mode II
Steel P2M	$y = 0.0858e^{0.1102x}$	$y = 0.0898e^{0.107x}$
Steel 34X	$y = 0.0437e^{0.4377x}$	$y = 0.098e^{0.3274x}$
Al-alloy 7050	$y = 0.0161e^{0.2289x}$	$y = 0.028e^{0.1569x}$
Ti-6Al-4V	$y = 0.4077e^{0.1479x}$	$y = 0.1104e^{0.13x}$

На основе данных электронной сканирующей микроскопии в настоящем параграфе приведены фрактографические особенности механизмов циклического разрушения и формирования усталостных бороздок в CTS образцах из сталей, алюминиевого и титанового сплавов для условий нагружения нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом.

4.5. Сравнительный анализ результатов экспериментальных измерений, численных расчетов и морфологии поверхностей разрушения при нормальном отрыве и смешанных формах деформирования

Цель настоящей работы состояла в разработке и экспериментальном обосновании именно комплексного метода исследования механизмов и особенностей развития

трещин при смешанных формах циклического деформирования основных классов конструкционных металлических материалов.

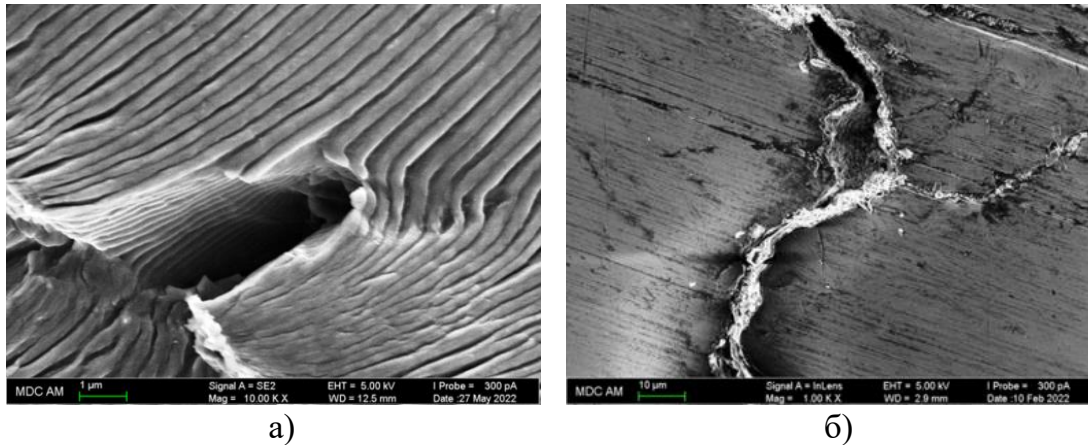


Рис. 4.5.1. Фрактограммы стадии устойчивого роста трещины алюминиевого сплава 7050 при начальном чистом сдвиге (а) и кадр ветвления трещины в условиях начального чистого сдвига для стали P2M в масштабе 10 микрон (б)

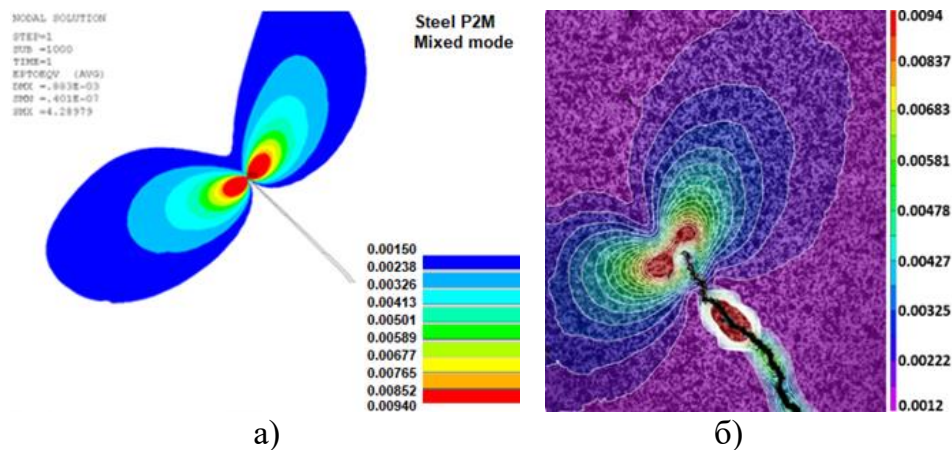


Рис. 4.5.2. Численные (а) и экспериментальные VIC-3D (б) зоны пластических деформаций стали P2M при смешанных формах деформирования

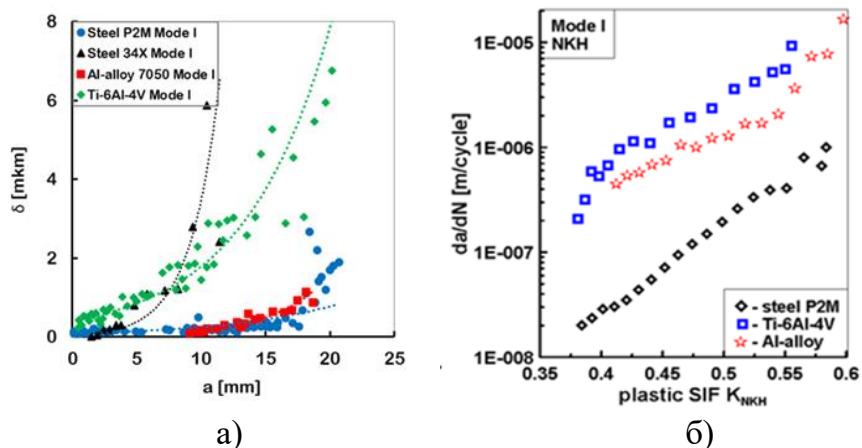


Рис. 4.5.3. Зависимость шага усталостных бороздок от длины трещины (а) и диаграмма усталостного разрушения в терминах пластических КИН (б) для всех рассматриваемых металлических материалов в условиях нормального отрыва

Полученные результаты количественной фрактографии замкнули комплексность развиваемого подхода и позволили доказать следующие результаты настоящей работы:

- собственно появление и развитие усталостных бороздок при начальном чистом сдвиге (рис. 4.5.1 а);
- упруго-пластический характер циклического деформирования по преимущественно псевдо-нормальному отрыву с малой асимметрией контуров зон пластичности (рис. 4.5.2);
- необходимость использования нелинейных коэффициентов интенсивности напряжений для интерпретации экспериментальных результатов;
- наличие конечного радиуса кривизны вершины трещины и отсутствие угловой сингулярности при повороте трещины в условиях начального чистого сдвига, рис. 4.5.1 а;
- различия в кинетике усталостных бороздок для нормального отрыва и смешанных форм разрушения в зависимости от свойств материалов, рис. 4.5.3 а;
- корреляцию шага бороздок и скорости развития трещин нормального отрыва и смешанных форм разрушения, рис. 4.5.3;
- корреляцию ветвления трещин начального чистого сдвига и фазовых полей разрушения.

ВЫВОДЫ

Цель работы заключалась в разработке и экспериментальном обосновании комплексного расчетно-экспериментального метода исследования механизмов и особенностей развития трещин при смешанных формах циклического разрушения с учетом свойств основных классов конструкционных металлических материалов сталей, алюминиевого и титанового сплавов. Основные выводы по достижению поставленной цели состоят в следующем.

1. Разработан и реализован комплексный метод исследования и интерпретации характеристик циклической трещиностойкости металлических материалов при смешанных формах деформирования на основе МКЭ, количественной фрактографии и корреляции цифровых изображений.

2. Проведены экспериментальные исследования характеристик циклической трещиностойкости для форм нормального отрыва и начального чистого сдвига и получены диаграммы усталостного разрушения для двух типов сталей, титанового и алюминиевого сплавов.

3. Для экспериментальных траекторий роста трещин численно на основе МКЭ получены и описаны распределения локальных упругих и упруго-пластических характеристик состояния материала по классической, градиентной и циклической теориям пластичности для смешанных форм деформирования, включая поля параметров НДС, коэффициенты интенсивности напряжений, плотности дислокаций и типа сингулярности.

4. Проведен сравнительный анализ экспериментальных данных по скорости роста трещин смешанных форм деформирования в сталях, титановом и алюминиевом сплавах в терминах пластических коэффициентов интенсивности напряжений по классической и циклической теориям пластичности.

5. Введена и обоснована новая форма представления диаграмм усталостного разрушения для обобщения и описания совместного влияния смешанных форм деформирования и упруго-пластических свойств сталей, титанового и алюминиевого сплавов.

6. Экспериментально установлены и подтверждены фрактографическим анализом закономерности и особенности развития трещин в сталях, титановом и алюминиевом сплавах при смешанных формах циклического разрушения.

7. На основе экспериментальных и численных данных проведен сравнительный анализ результатов и установлены области взаимного соответствия параметров напряженно-деформированного состояния, полученных на основе МКЭ, количественной фрактографии и корреляции цифровых изображений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итоги выполненного исследования и рекомендации

Предложена и реализована новая методика исследования механизмов и особенностей развития трещин при смешанных формах циклического разрушения с учетом свойств конструкционных металлических материалов различных классов на основе МКЭ, количественной фрактографии и корреляции цифровых изображений.

Найденные в результате численных расчетов распределения упругих и упруго-пластических параметров напряженно-деформированного состояния вдоль криволинейных траекторий трещин в условиях нагружения нормальным отрывом и начальным чистым сдвигом для сталей, алюминиевого и титанового сплавов имеют обобщенный справочный характер, пригодный для широкого использования.

Предложена форма диаграмм усталостного разрушения в нормализованных координатах для оценки совместного влияния вида нагружения и упруго-пластических свойств основных классов конструкционных металлических материалов.

В результате проведения сравнительного анализа экспериментальных и численных данных установлены области взаимного соответствия параметров напряженно-деформированного состояния, полученных на основе численных расчетов, количественной фрактографии и корреляции цифровых изображений.

Перспективы дальнейшей разработки темы

Полученные в рамках исследования характеристики циклической трещиностойкости при смешанных формах деформирования с учетом свойств конструкционных материалов различных классов обеспечат возможность построения новых критериальных уравнений и моделей прогнозирования развития трещин, и их практическое приложение в оценке несущей способности элементов конструкций на стадии развития дефектов.

Выполненный тщательный фрактографический анализ поверхностей разрушения имеет самостоятельное значение в порядке анализа аварийных ситуаций, а также может служить основой для тарировки моделей нового перспективного направления в форме фазовых полей разрушения с учетом дискретной кристаллической структуры металлических конструкционных материалов.

Очевидные перспективы экспериментальной механики трещин связаны с широким применением цифровых средств непосредственных измерений перемещений и деформаций на поверхности испытательных образцов. Повышение разрешающей способности комплексов цифровой корреляции изображений в порядке валидации и верификации может опираться на очень малые расстояния и распределения пластической деформации, полученные в настоящей работе в соответствии с теорией градиентной пластичности с учетом параметров, отнесенных к масштабному уровню дислокационной структуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авадзи, Н. Измерение трещиностойкости при комбинированном разрушении с помощью испытаний дисковых образцов / Н. Авадзи, С. Сато // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. – 1978. – № 2. – С. 67–75.
2. Вильдеман, В.Э. Механика материалов. Методы и средства экспериментальных исследований / В.Э. Вильдеман, А.В. Бабушкин // Пермь: Изд-во ПНИПУ. – 2011. – 165 с.
3. Ву, Е.М. Применение механики хрупкого разрушения к анизотропным пластинкам / Е.М. Ву // Труды американского общества инженеров-механиков. Прикладная механика. – 1967. – № 4. – С. 247–255.
4. Голос, К. Теория накопления усталостных повреждений, основанная на критерии удельной энергии полной деформации / К. Голос, Ф. Эллин // Труды американского общества инженеров-механиков. Современное машиностроение. – 1989. – № 1. – С. 64–71.
5. Дель, Г.Д. Определение предельных нагрузок для тела с трещиной по критериям сопротивления материалов / Г.Д. Дель, А.С. Соляник, Б.П. Чабаевский // Физ. хим. мех. матер. – 1977. – Vol. 13. – С. 90–93.
6. Долгоруков, В.А. Упругопластические функции напряжений для трещин нормального отрыва и поперечного сдвига / В.А. Долгоруков, В.Н. Шлянников // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения. – 1988. – С. 49–55.
7. Дэвидсон, Д. Распределение пластической деформации у вершин распространяющихся усталостных трещин / Д. Дэвидсон, Дж. Лэнкфорд // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. – 1976. – № 1. – С. 23–30.
8. Красовский, А.Я. Влияние низких температур на скорость и микрофрактографические особенности развития усталостной трещины в малоуглеродистой стали / А.Я. Красовский, О.П. Остап, В.А. Степаненко, С.Я. Ярема // Проблемы прочности. – 1977. – № 4. – С. 74–78.
9. Красовский, А.Я. Хрупкость металлов при низких температурах / А.Я. Красовский // Киев: Наукова думка. – 1980. – С. 337.

10. Лэнкфорд, Дж. Пластичность у вершины усталостной трещины при перегрузках и последующем циклическом нагружении / Дж. Лэнкфорд, Д. Дэвидсон // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. – 1976. – № 1. – С. 15–23.
11. Махутов, Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность / Н.А. Махутов // М.: Машиностроение. – 1981. – С. 271.
12. Методические указания. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик трещиностойкости (вязкости разрушения) при циклическом нагружении // РД 50-345-82. – М.: Издательство стандартов. – 1983. – С. 96.
13. Парис, П. Критический анализ законов распространения трещин / П. Парис, Ф. Эрдоган // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретическая механика. – 1963. – № 4. – С. 60–68.
14. Писаренко, Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г.С. Писаренко, А.Я. Лебедев // Киев: Наукова думка. – 1976. – С. 416.
15. Романив, О.Н. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: 4 т. / О.Н. Романив, С.Я. Ярема и др. // Под общей ред. Панасюка В.В. Киев: Наук. думка. – 1988–1990.
16. Ромвари, П. Анализ закономерностей распространения усталостных трещин в металлах / П. Ромвари, Л. Тот, Д. Надь // Пробл. прочн. – 1980. – N 12. – С. 18–29.
17. Си, Дж. Коэффициенты интенсивности напряжений у вершины трещины при плоском растяжении и изгибе пластин / Дж. Си, П. Парис, Ф. Эрдоган // Труды американского общества инженеров-механиков. Прикладная механика. – 1962. – № 2. – С. 101–108.
18. Теокарис, П.С. Критерий минимума плотности упругой энергии в динамических задачах о распространяющихся трещинах / П.С. Теокарис, Г. Пападопулос // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. – 1982. – Vol. 104. – С. 58–65.
19. Уилер, О.Е. Спектр нагрузок и рост трещины / О.Е. Уилер // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. – 1972. – № 1. – С. 200–206.

20. Федоренков, Д.И. Методика определения констант и параметров модели накопления повреждений с изотропным и кинематическим упрочнением / Д.И. Федоренков, Д.А. Косов, А.В. Туманов // Физическая мезомеханика. – 2022. – № 25. – С. 63–74.
21. Федотова, Д.В. Развитие трещин в условиях начального чистого сдвига / Д.В. Федотова, Р.М. Хамидуллин // Труды Академэнерго. – 2020. – № 4. – С. 49–56.
22. Хамидуллин, Р.М. Анализ полей напряжений в вершине трещины и параметры сопротивления разрушению в условиях градиентной пластичности / Р.М. Хамидуллин, Д.В. Федотова // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2021. – № 4. – С. 136–148.
23. Черепанов, Г.П. Механика хрупкого разрушения / Г.П. Черепанов // М.: Наука. – 1974. – 640 с.
24. Шанявский, А.А. // ФХММ. – 1980. – № 5. – С. 44–45.
25. Шанявский, А.А. Безопасное усталостное разрушение элементов авиаконструкций. Синергетика в инженерных приложениях / А.А. Шанявский // Уфа: Монография. – 2003. – 803 с.
26. Шанявский, А.А. Моделирование усталостных разрушений металлов. Синергетика в авиации / А.А. Шанявский // Уфа: Монография. – 2007. – 500 с.
27. Шканов, И.Н. Об одном подходе к критериальному анализу предельных деформаций при сложном напряженном состоянии / И.Н. Шканов, В.Н. Шлянников, Н.З. Брауде // Изв. вузов СССР. Авиационная техника. – 1980. – № 4. – С. 98–101.
28. Шлянников, В.Н. Эффекты градиентной пластичности в вершине трещины при плоском напряженном состоянии и плоской деформации / В.Н. Шлянников, А.В. Туманов, Р.М. Хамидуллин // Физическая мезомеханика. – 2021. – № 24. – С. 41–55.
29. Эллин, Ф. Влияние растягивающей средней деформации на энергию пластической деформации и циклические свойства / Ф. Эллин // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. – 1985. – № 2. – С. 25–32.
30. Эллин, Ф. Критерий усталостного разрушения при многоосном напряженном состоянии / Ф. Эллин, К. Голос // Труды американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. – 1988. – № 4. – С. 98–108.

31. Эрдоган, Ф. О развитии трещины в пластинах под действием продольной и поперечной нагрузок / Ф. Эрдоган, Дж.С. Си // Труды американского общества инженеров-механиков. Техническая механика. – 1963. – № 4. – С. 49–59.
32. Ярема, С.Я. Предельное равновесие и развитие косых трещин. Обзор критериев / С.Я. Ярема, Г.С. Иваницкая // Физ. хим. мех. мат. – 1986. – Vol. 1. – P. 45–57.
33. Abanto-Bueno, J. Investigation of crack growth in functionally graded materials using digital image correlation / J. Abanto-Bueno, J. Lambros // Eng. Fract. Mech. – 2002. – Vol. 69. – P. 1695–711.
34. Ahmad, J. Analysis of fatigue crack propagation under biaxial loading using an inclined strip yield zone model of crack tip plasticity / J. Ahmad, B.N. Leis, M.F. Kanninen // Fatigue Eng. Mater. Struct. – 1986. – Vol. 9. – P. 291–304.
35. ANSYS Mechanical APDL Theory Reference Release 14.5 // ANSYS, Inc. Southpointe, 275 Technology Drive, Canonsburg, PA. – 2012.
36. Antolovich, S.D. A model for fatigue crack propagation / S.D. Antolovich, A. Saxena, C.R. Chanani // Eng. Fract. Mech. – 1975. – Vol. 7. – P. 649–652.
37. Aoki, S. Energy-release rate in elastic-plastic fracture problems / S. Aoki, K. Kishimoto, M. Sakata // J. Appl. Mech. – 1981. – Vol. 48. – P. 825–829.
38. ASTM Standard E647-83. Standard test method for constant-load-amplitude fatigue crack growth rates above 10^{-8} m/cycle // Annual Book of ASTM standards. – Philadelphia: Amer. Soc. Test. Mater. – 1983. – Vol. 03.01. – P. 739–759.
39. Au, J.J. Correlation between fatigue crack growth rate and fatigue striation spacing in AISI 9310 (AMS) / J.J. Au, J.S. Ke. // In: Fractography and Materials Science. ASTM STP 733, ASTM, Philadelphia. – 1981. – P. 202–221.
40. Au, N.N. Safe-life analysis of structures subjected to general in-plane loadings / N.N. Au // Proc. Int. Conf. Appl. Fat. Mech. Mater. Struct., Freiburg. – 1983. – P. 23–37.
41. Awaji, H. Combined mode fracture toughness measurement by the disc test / H. Awaji, S. Sato // J. Eng. Mater. Technol. – 1978. – Vol. 100. – P. 175–182.
42. Ayatollahi, M.R. A new fixture for fracture tests under mixed mode I/III loading / M.R. Ayatollahi, B. Saboori // Eur. J. Mech. A Solids. – 2015. – Vol. 51. – P. 67–76.
43. Berto, F. Local strain energy density to predict size-dependent brittle fracture of cracked specimens under mixed mode loading / F. Berto, M.R. Ayatollahi, T. Borsato, P. Ferro // Theor. Appl. Fract. Mech. – 2016. – Vol. 86. – P. 217–224.

44. Bichler, C.H. Engineering Against Fatigue / C.H. Bichler, R. Pippin // Eds. by J.H. Beynon, M.W. Brown, R.A. Smith, T.C. Lindley, B. Tomkins. – 1999. – P. 211–218.
45. Bigger, R. A Good Practices Guide for Digital Image Correlation / R. Bigger, B. Blaysat, C Boo, M Grewer et al. // Computer Science, Engineering. – 2018.
46. Bolotin, V.V. Energetic approach to description fatigue crack growth under nonuniaxial stress state / V.V. Bolotin // J. Appl. Mech. Tech. Phys. – 1985. – Vol. 2. – P. 136–143.
47. Bolotin, V.V. United models in fracture mechanics / V.V. Bolotin // Rep. USSR Acad. Sci. Mech. Solids. – 1984. – Vol. 3. – P. 127–137.
48. Bowles, C.Q. On the formation of fatigue striations / C.Q. Bowles, D.B. Broek // Int. J. Fract. Mech. – 1972. – Vol. 8. – P. 75–85.
49. Broek, D. Elementary engineering fracture mechanics / D. Broek // Martinus, Nithoff Publisher. – 1986.
50. Brown, M.W. Initiation and growth of cracks in biaxial fatigue / M.W. Brown, K.J. Miller // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1979. – Vol. 1. – P. 231–246
51. Bruck, H.A. Digital image correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction / H.A. Bruck, S.R. McNeill, M.A. Sutton, W.H. Peters // Exp. Mech. – 1989. – Vol. 29. – P. 262–267.
52. Buchhols, F.-G. Numerical and experimental mixed-mode analysis of a compact tension -shear specimen / F.-G. Buchhols, P.J. Pirro, H.A. Richard // Numerical methods in fracture mechanics. – 1987. – P. 641–656.
53. Chaboche, J.L. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity / J.L. Chaboche // Int. J. Plast. – 1989. – Vol. 5. – P. 247–302.
54. Chaboche, J.L. On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratchetting effects / J.L. Chaboche // Int. J. Plast. – 1991. – Vol. 7. – P. 661–678.
55. Chang, J. A general mixed-mode brittle fracture criterion for cracked materials / J. Chang, J. Xu, Y. Mutoh // Eng. Fract. Mech. – 2006. – Vol. 73. – P. 1249–1263.
56. Chang, K.J. A further examination on the application of the strain energy density theory to the angled crack problem / K.J. Chang // J. Appl. Mech. – 1982. – Vol. 49. – P. 377–382.
57. Chen, J.Y. The crack tip fields in strain gradient plasticity: the asymptotic and numerical analyses / J.Y. Chen, Y. Wei, Y. Huang, J.W. Hutchinson, K.C. Hwang // Eng. Fract. Mech. – 1999. – Vol. 64. – P. 625–648.

58. Chen, W.R. Fatigue crack growth in mixed mode loading / W.R. Chen, L.M. Keer // *J. Eng. Mater. Tech.* – 1991. – Vol. 113. – P. 223–227.
59. Chu, T.C. Applications of digital image correlation techniques to experimental mechanics / T.C. Chu, W.F. Ranson, M.A. Sutton, W.H. Peters // *Exp. Mech.* – 1985. – Vol. 25. – P. 232–44.
60. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, International Digital Imaging Correlation Society: Proceedings of the First Annual Conference. – 2016.
61. Cooke, M.L. Fracture propagation paths under mixed mode loading within rectangular blocks of polymethyl methacrylate / M.L. Cooke, D.D. Pollard // *J. Geophys. Res.* – 1996. – Vol. 101. – P. 3387–3400.
62. Cornet, F.H. Comparative analysis by the displacement-discontinuity method of two energy criteria of fracture / F.H. Cornet // *J. Appl. Mech.* – 1979. – Vol. 42. – P. 349–355.
63. Cotterel, B. Mixed mode plane stress ductile fracture / B. Cotterel, E. Lee, Y.W. May // *Int. J. Fract.* – 1982. – Vol. 20. – P. 243–250.
64. Dahlin, P. Mode I fatigue crack growth reduction mechanisms after a single mode II load cycle / P. Dahlin, M. Olsson // *Eng. Fract. Mech.* – 2006. – Vol. 73. – P. 1833–1848.
65. Davidson, D.L. Fatigue crack growth in metals and alloys: mechanisms and micromechanics / D.L. Davidson, J. Lankford // *Int. Mater. Rev.* – 1992. – Vol. 37. – P. 45–76.
66. Eftis, J. The inclined crack under biaxial load / J. Eftis, N. Subramonian // *Eng. Fract. Mech.* – 1978. – Vol. 10. – P. 43–67.
67. Ellin, F. Crack growth rate under cyclic loading and effect of singularity fields / F. Ellin // *Eng. Fract. Mech.* – 1986. – Vol. 25. – P. 463–473.
68. Eshelby, J.E. Energy relations and the energy momentum tensor in continuum mechanics / J.E. Eshelby // *Inelastic Behaviour of Solids.* – 1970. – P. 77–115.
69. Fedotova, D. Inversion of dislocation densities under mixed mode fracture / D. Fedotova, R. Khamidullin, V. Shlyannikov // *Engineering Failure Analysis.* – 2022. – Vol. 138. – P. 106311.
70. Fedotova, D. Mixed mode crack paths in terms of plastic stress intensity factors based on conventional and strain gradient plasticity / D. Fedotova, R. Khamidullin // *Procedia Structural Integrity.* – 2022. – Vol. 39. – P. 419–431.

71. Fett, T. Fracture tests for ceramics under mode-I, mode-II and mixed-mode loading / T. Fett, G. Gerteisen, S. Hahnenberger, G. Martin, D. Munz // *J. Eur. Ceram. Soc.* – 1995. – Vol. 15. – P. 307–312.
72. Fischer, K.-F. Bruchkriterien bei statischer und schwingender Beanspruchung / K.-F. Fischer // *Tech. Mech.* – 1984. – Vol. 5. – P. 26–3.
73. Fleck, N.A. A phenomenological theory for strain-gradient effects in plasticity / N.A. Fleck, J.W. Hutchinson // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1993. – Vol. 41. – P. 1825–1857.
74. Fleck, N.A. Strain gradient plasticity / N.A. Fleck, J.W. Hutchinson // *Adv. Appl. Mech.* – 1997. – Vol. – P. 295–361.
75. Fleck, N.A. Strain gradient plasticity-theory and experiment / N.A. Fleck, G.M. Muller, M.F. Ashby, J.W. Hutchinson // *Acta Metall. Mater.* – 1994. – Vol. 42. – P. 475–487.
76. Forsyth, P.J.E. Fatigue damage and crack growth in aluminium alloys / P.J.E. Forsyth // *Acta Metall.* – 1963. – Vol. 11. – P. 703–715.
77. Forsyth, P.J.E. Some results derived from the microscopic examination of crack surfaces / P.J.E. Forsyth, D.A. Ruder // *Aircraft Engineering.* – 1960. – Vol. 374. – P. 96–101.
78. Gao, H. Mechanism-based strain gradient plasticity–I. Theory / H. Gao, Y. Huang, W.D. Nix, J.W. Hutchinson // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1999. – Vol. 47. – P. 1239–1263.
79. Gao, H. Mixed-mode fatigue thresholds / H. Gao, M.W. Brown, K.J. Miller // *Fatigue Eng. Mater. Struct.* – 1982. – Vol. 5. – P. 1–17.
80. Gdoutos, E.E. Mixed-mode crack growth predictions / E.E. Gdoutos // *Eng. Fract. Mech.* – 1987. – Vol. 28. – P. 211–221.
81. Goldstein, R.V. Brittle fracture of solids with arbitrary cracks / R.V. Goldstein, R.L. Salganik // *Int. J. Fract.* – 1974. – Vol. 10. – P. 507–523.
82. Gómez, F.J. Fracture of V-notched specimens under mixed mode (I+II) loading in brittle materials / F.J. Gómez, M. Elices, F. Berto, P. Lazzarin // *Int. J. Fract.* – 2009. – Vol. 159. P. 121–135.
83. Gómez, F.J. Local strain energy to assess the static failure of U-notches in plates under mixed mode loading / F.J. Gómez, M. Elices, F. Berto, P. Lazzarin // *Int. J. Fract.* – 2007. – Vol. 145. – P. 29–45.
84. Hartranft, R.J. Stress singularity for a crack with an arbitrary curved front / R.J. Hartranft, G.C. Sih // *Eng. Fract. Mech.* – 1977. – Vol. 9. – P. 705–718.

85. Hayden, H.W. The fatigue behavior of fine grained two-phase alloys / H.W. Hayden, S. Floren // *Metall. Trans.* – 1973. – Vol. 4. – P. 561–568.
86. Hellier, A.K. A practical mixed mode II/III fatigue test rig / A.K. Hellier, D.J.H. Corderoy, M.B. McGirr // *Int. J. Fatigue.* – 1987. – Vol. 9. – P. 95–101.
87. Henn, K. Effects of mixed mode and mode II overloads on mode I fatigue crack growth / K. Henn, P. Mitschang, H.A. Richard // *Low Cycle Fatigue and Elasto-Plastic Behaviour of Materials.* – 1987. – P. 544–549.
88. Henn, K. Fatigue crack growth under mixed mode and mode II cyclic loading / K. Henn, H.A. Richard, W. Linning // In Gzoboly E. (ed.) *Proc. 7th European Conference on Fracture, Budapest.* – 1988. – P. 1104–1113.
89. Hertzberg, R.W. Application of Electron Fractography and Fracture Mechanics to Fatigue Crack Propagation / R.W. Hertzberg, P.C. Paris // In: *Proceedings of the First International Conference on Fracture, Sendai, Japan, 12-17 September 1965.* – 1965. – P. 459–478.
90. Hertzberg, R.W. Fatigue fracture surface appearance / R.W. Hertzberg // *Fatigue crack propagation. ASTM STP 415, ASTM, Philadelphia.* – 1967. – P. 205–225.
91. Hertzberg, R.W. On the relationship between fatigue striation spacings and stretch zone width / R.W. Hertzberg // *Int. J. Fract.* – 1979. – Vol. 15. – P. R69–R72
92. Hopkins, S.W. Prediction of structural crack growth behaviour under fatigue loading / S.W. Hopkins, C.A. Rau // *Fatigue Crack Growth Measurement and Data Analysis ASTM STP 738.* – 1981. – P. 255–270.
93. Horng, J.L. Near threshold mixed mode 1-2 fatigue crack propagation: parallel superposition model / J.L. Horng, M.E. Fine // *Scripta Metal.* – 1983. – Vol. 17. – P. 1427–1430.
94. Hoshide, T. Mechanics of mixed mode small fatigue crack growth / T. Hoshide, D.F. Socie // *Eng. Fract. Mech.* – 1987. – Vol. 26. – P. 841–850.
95. Huang, Y. A conventional theory of mechanism-based strain gradient plasticity / Y. Huang, S. Qu, K.C. Hwang, M. Li, H. Gao // *Int. J. Plast.* – 2004. – Vol. 20. – P. 753–782.
96. Huang, Y. Mixed mode near-tip fields for cracks in materials with strain gradient effects / Y. Huang, L. Zhang, T.F. Guo, K.-C. Hwang // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1997. – Vol. 45. – P. 439–465.

97. Hult, J.A. Elastic-plastic stress and strain distributions around sharp notches under repeated shear / J.A. Hult, F.A. McClintock // *Proceed. 9th Int. Cong. Appl. Mech., University of Brussels.* – 1957. – P. 51–58.
98. Hutchinson, J.W. Plastic stress and strain fields at a crack tip / J.W. Hutchinson // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1968. – Vol. 16. – P. 337–347.
99. Hutchinson, J.W. Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material / J.W. Hutchinson // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1968. – Vol. 16. – P. 13–31.
100. Iida, S. Crack propagation rate in 7075-T6 plates under cyclic tension and shear loadings / S. Iida, A.S. Kobayashi // *J. Eng. Mater. Technol.* – 1969. – Vol. 91. – P. 764–769.
101. Ishii, H. Progress in Mechanical Behaviour of Metals / H. Ishii, S.J. Choi, K. Tohgo // *Proc. ICM8, Victoria, B.C., Canada, May 16-21 1999.* – 1999. – Vol. 1. – P. 73–78.
102. Jeng, Y.S. Mixed-mode fracture of concrete / Y.S. Jeng, S.P. Shah // *Int. J. Fract.* – 1988. – Vol. 38. – P. 123–142.
103. Kalthoff, J.F. Singular stress fields and instability conditions for mode-II and mixed-mode loaded cracks / J.F. Kalthoff, A. Fernandez-Canteli, A. Blazquez, D. Fernandez-Zuniga // *Strength, Fract. Complex.* – 2006. – Vol. 4. – P. 141–160.
104. Kamat, S. Mixed mode I/III fracture toughness of Armco iron / S. Kamat, M. Srinivas, P.R. Rao // *Acta Mater.* – 1998. – Vol. 46. – P. 4985–4992.
105. Kipp, M.E. The strain energy density failure criterion applied to notched elastic solids / M.E. Kipp, G.C. Sih // *Int. J. Solids Struct.* – 1975. – Vol. 11. – P. 153–173.
106. Krasovsky, A.S. Quantitative Stereoscopic Fractographic Study of the Mechanism of Fatigue Crack Propagation in Nicle / A.J. Krasowsky, V.A. Stepanenko // *Int. J. Fract.* – 1979. – Vol. 3. – P. 203–215.
107. Kujawski, D. A fatigue crack growth model with load ratio effects / D. Kujawski, F. Ellin // *Eng. Fract. Mech.* – 1987. – Vol. 28. – P. 367–378.
108. Kujawski, D. On the size of plastic zone ahead of crack tip / D. Kujawski, F. Ellin // *Eng. Fract. Mech.* – 1986. – Vol 25. – P. 229–236.
109. Kumar, A. A suggested test procedure to measure mixed mode I-III fracture toughness of brittle materials / A. Kumar, J. Hirth, R. Hoagland, F. Xiaoxin // *J. Test Eval.* – 1994. – Vol. 22. – P. 327–334.

110. Laird, C. The Influence of Metallurgical Structure on the Mechanisms of Fatigue Crack Propagation / C. Laird // *Fatigue Crack Propagation*, ASTM STP 415, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, U.S.A. – 1967. – P. 131–168.
111. Li, M. Damage and fracture predication of plastic-bonded explosive by digital image correlation processing / M. Li, J. Zhang, C.Y. Xiong, J. Fang et al. // *Opt. Lasers Eng.* – 2005. – Vol. 43. – P. 856–868.
112. Lim, I.L. Fracture testing of a soft rock with semi-circular specimens under three-point bending, part 2-mixed mode / I.L. Lim, I.W. Johnston, S.K. Choi, J.N. Boland // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* – 1994. – Vol. 31. – P. 199–212.
113. Lin, B. Criterion for initiation of cracks under mixed-mode I+III loading / B. Lin, M. Mear, K. Ravi-Chandar // *Int. J. Fract.* – 2010. – Vol. 165. – P. 175–188.
114. Lynch, S.P. Mechanisms of Fatigue and Environmentally Assisted Fatigue / S.P. Lynch // *Fatigue Mechanisms*, ASTM STP 675, ASTM. – 1979. – P. 174–213.
115. Maiti, S.K. Criteria for brittle fracture in biaxial tension / S.K. Maiti, R.A. Smith // *Eng. Fract. Mech.* – 1984. – Vol. 19. – P. 793–804.
116. Maiti, S.K. Theoretical and experimental studies on the extension of crack subjected to concentrated loading near their faces to compare the criteria for mixed mode brittle fracture / S.K. Maiti, R.A. Smith // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1983. – Vol. 31. – P. 389–404.
117. Makhutov, N.A. Deformation criteria of fracture and calculation elements structure strength / N.A. Makhutov // *Mashinostroenie Press, Moscow.* – 1981.
118. Marsavina, L. Experimental and numerical crack paths in PUR foams / L. Marsavina, D.M. Constantinescu, E. Linul, F.A. Stuparu, D.A. Apostol // *Eng. Fract. Mech.* – 2016. – Vol. 167. – P. 68–83.
119. Martínez Pañeda, E. Strain Gradient Plasticity-Based Modeling of Damage and Fracture / E. Martínez-Pañeda // *Springer International Publishing AG.* – 2018.
120. Martínez-Pañeda, E. Gradient plasticity crack tip characterization by means of the extended finite element method / E. Martínez-Pañeda, S. Natarajan, S. Bordas // *Comp. Mech.* – 2017. – Vol. 59. – P. 831–842.
121. Martínez-Pañeda, E. Mode I crack tip fields: Strain gradient plasticity theory versus J2 flow theory / E. Martínez- Pañeda, N.A. Fleck // *Europ. J. Mech.* – 2019. – Vol. 75. – P. 381–388.

122. Matsunaga, H. Acceleration of fatigue crack growth due to occasional mode II loading in 7075 aluminum alloy / H. Matsunaga, M. Makizaki, D.F. Socie, K. Yanase, M. Endo // *Eng. Fract. Mech.* – 2014. – Vol. 123. – P. 126–36.
123. McEvily, A.J. Current aspects of fatigue / A.J. McEvily // *Met. Sci.* – 1977. – P. 274–284.
124. McMillan, J.C. Fatigue crack propagation under program and random loads / J.C. McMillan, R.M.W. Pelloux // *Fatigue crack propagation, STP 415, ASTM, Philadelphia.* – 1967. – P. 508–535.
125. Melin, S. When does a crack grow under mode II conditions? / S. Melin // *Int. J. Fract.* – 1986. – Vol. 30. – P. 103–114.
126. Merati, A.A. On the mixed mode II/III fatigue threshold behaviour for aluminium alloys 2014-T6 and 7075-T6 / A.A. Merati, A.K. Hellier, K. Zarrabi // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2012. – Vol. 35. – P. 2–12.
127. Miller, K.J. Fatigue under complex stress / K.J. Miller // *Metal. Sci.* – 1977. – Vol. 11. P. 432–438.
128. Nayeb-Hashemi, H. Effects of the transient mode II on the steady state crack growth in mode I / H. Nayeb-Hashemi, M.E. Taslim // *Eng. Fract. Mech.* – 1987. – Vol. 26. – P. 789–807.
129. Nix, K.J. The metallography of fatigue in the high strength aluminium alloy 7010 / K.J. Nix, H.M. Flower // *Advanced Fracture Research, Proc. Conf., Cannes, France* – 1981. – P. 915–922.
130. Otsuka, A. Fatigue crack growth / A. Otsuka // *Proc. Japan National Symposium on Strength, Fracture and Fatigue, Tokyo, April 4-8 1977.* – 1977. – P. 1–27.
131. Pandey, R.K. Mixed-mode fatigue crack growth under biaxial loading / R.K. Pandey, A.B. Patel // *Int. J. Fatigue.* – 1984. – Vol. 6. – P. 119–123.
132. Paris, P.C. The Fracture Mechanics Approach to Fatigue / P.C. Paris // *Proceedings of the Tenth Sagamore Army Materials Research Conference, August 13-16 1963, Syracuse University Press.* – 1964. – P. 107–132.
133. Pelloux, R.M.N. Mechanisms of formation of ductile fatigue striations / R.M.N. Pelloux // *Trans. ASM.* – 1969. – Vol. 62. – P. 281–285.
134. Peters, W.H. Digital image techniques on experimental stress analysis / W.H. Peters, W.F. Ranson // *Optical Engineering.* – 1982. – Vol. 21. – P. 427–431.

135. Pook, L. The fatigue crack direction and threshold behaviour of mild steel under mixed mode I and III loading / L. Pook // *Int. J. Fatigue*. – 1985. – Vol. 7. – P. 21–30.
136. Qu, S. Fracture analysis in the conventional theory of mechanism-based strain gradient (CMSG) plasticity / S. Qu, Y. Huang, H. Jiang, C. Liu, P.D. Wu, K.C. Hwang // *Int. J. Fract.* – 2004. – Vol. 129. – P. 199–220.
137. Razavi, S.M.G. A new fixture for fracture tests under mixed mode I/II/III loading / S.M.J. Razavi, F. Berto // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2019. – Vol. 42. – P. 1874–1888.
138. Rice, J.R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks / J.R. Rice // *J. Appl. Mech.* – 1968. – Vol. 35. – P. 379–386.
139. Rice, J.R. Limitations to the small scale yielding approximation for crack tip plasticity / J.R. Rice // *J. Mech. Phys. Solids*. – 1974. – Vol. – 22. – P. 17–26.
140. Rice, J.R. Mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue / J.R. Rice // *Fatigue Crack Propagation ASTM STP 415*. – 1967. – P. 247–311.
141. Rice, J.R. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material / J.R. Rice, G.F. Rosengren // *J. Mech. Phys. Solids*. – 1968. – Vol. 16. – P. 1–12.
142. Richard, H.A. A loading device for the creation of mixed mode in fracture mechanics / H.A. Richard, K. Benitz // *Int. J. Fract.* – 1983. – Vol. 22. – R55–R58.
143. Richard, H.A. Bruchvorhersagen bei überlagerter Normal und Schubbeanspruchung von Rissen / H.A. Richard // *VDI-Verlag, Düsseldorf*. – 1985. – Vol. 631. – P. 1–60.
144. Richard, H.A. Concepts and experimental results for stable and unstable crack growth under 3D-mixed-mode-loadings / H.A. Richard, A. Eberlein, G. Kullmer // *Eng. Fract. Mech.* – 2017. – Vol. 174. – P. 10–20.
145. Richard, H.A. Crack problems under complex loading / H.A. Richard // *Proc. Int. Conf. Role Fract. Mech. Modern Technology, Fukuoka, June 2-6 1986*. – 1986. – P. 577–588.
146. Richard, H.A. Cracks on mixed mode loading-theories, experiments, simulations / H.A. Richard, B. Schramm, N.H. Schirmeisen // *Int. J. Fatigue*. – 2014. – Vol. 62. – P. 93–103.
147. Richard, H.A. Examination of Brittle fracture criteria for overlapping mode I and II loading applied to cracks / H.A. Richard // *Proc. Int. Conf. Appl. Fract. Mech. Mat. Struct., Freiburg, June 20-24 1983*. – 1983. – P. 309–316.

148. Richard, H.A. Safety estimation for construction units with cracks under complex loading / H.A. Richard // Proc. 2d Int. Conf. Structural Failure, Product Liability and Technical Insurance, Vienna, July 1-3 1986. – 1986. – P. 423–437.
149. Richard, H.A. Some theoretical and experimental aspects of mixed mode fractures / H.A. Richard // Advances in Fracture research, Proceedings of the 6th International Conference on Fracture (ICF6), New Delhi, India, 4-10 December 1984. – 1984. – P. 3337–3344.
150. Richard, H.A. Theoretical and experimental study of superimposed fracture modes I, II and III / H.A. Richard, M. Kuna // Eng. Fract. Mech. – 1990. – Vol. 35. – P. 949–960.
151. Roberts, R. Mode II fatigue crack propagation / R. Roberts, J. Kibler // J. Basic Eng. – 1971. – Vol. 93. – P. 671–680.
152. Saboori, B. A novel test configuration designed for investigating mixed mode II/III fracture / B. Saboori, M.R. Ayatollahi // Eng. Fract. Mech. – 2018. – Vol. 197. – P. 248–258.
153. Schick, E. Estimation of the R-curve by in-situ measurements / E. Schick, J. Ude, F. Michel, H. Blumenauer // In: Mechanisms and Mechanics of Damage and Failure (ed. J. Petit), Proc. 11th Biennial Europ. Conf. Fract.-ECF11, Poitiers-Futuroscope, France, 3-6 September 1996, EMAS. – 1996. – Vol. 1. – P. 157–162.
154. Schijve, J. Shear lips on fatigue fractures in aluminium alloy sheet materials / J. Schijve // Eng. Fract. Mech. – 1981. – Vol. 4. – P. 789–800.
155. Shanyavsky, A.A. Shear lips on fatigue fractures of aluminium alloy sheets subjected to biaxial cyclic loads at various R-ratios / A.A. Shanyavsky, M.Z. Koronov // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1994. – Vol. 17. – P. 1003–1013.
156. Shetty, D.K. Mixed-mode fracture in biaxial stress state: application of the diametral-compression test / D.K. Shetty, A.R. Rosenfield, W.H. Duckworth // Eng. Fract. Mech. – 1987. – Vol. 26. – P. 825–840.
157. Shih, C.F. Small-scale yielding analysis of mixed-mode plane strain crack problems / C.F. Shih // Fracture Analysis, ASTM STP 560, Philadelphia, American Society for Testing and Materials. – 1974. – P. 187–210.
158. Shih, C.F. Requirements for a one parameter characterization of crack tip fields by the HRR singularity / C.F. Shih, M.D. German // Int. J. Fract. – 1981. – Vol. 17. – P. 27–43.
159. Shlyannikov, V. Couple analysis of DIC and FEM to quantify strain fields and crack-flank displacements in structural materials under cyclic mixed-mode I/II fracture / V.

- Shlyannikov, D. Fedotova, R. Khamidullin // *Procedia Structural Integrity*. – 2022. – Vol. 42. – P. 714–721.
160. Shlyannikov, V. Crack tip fields and fracture resistance parameters based on strain gradient plasticity / V. Shlyannikov, E. Martínez-Pañeda, A. Tumanov, A. Tartygasheva // *Int. J. Solids Struct.* – 2020. – Vol. 208–209. – P. 63–82.
161. Shlyannikov, V. Distinctive features of crack growth rate for assumed pure mode II conditions / V. Shlyannikov, D. Fedotova // *Int. J. Fatigue*. – 2021. – Vol. 147. – P. 106163.
162. Shlyannikov, V. Mixed mode crack growth analysis using cyclic plasticity model / V. Shlyannikov, D. Fedotova, R. Khamidullin // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2023. – P. 104136.
163. Shlyannikov, V. Mode I and mode II stress intensity factors and dislocation density behaviour in strain gradient plasticity / V. Shlyannikov, E. Martínez-Pañeda, A. Tumanov, R. Khamidullin // *Theor. Appl. Fract. Mech.* – 2021. – Vol. 116. – P. 103128.
164. Shlyannikov, V.N. A model for predicting crack growth rate for mixed mode fracture under biaxial loads / V.N. Shlyannikov, N.Z. Braude // *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* – 1992. – Vol. 15. – P. 825–844.
165. Shlyannikov, V.N. Analysis of the crack propagation under biaxial cyclic load taking into account their orientation / V.N. Shlyannikov, V.A. Dolgorukov // *Failure analysis-theory and practice proceedings of the 7th European Conference on Fracture, Hungary*. – 1988. – Vol. 2. – P. 1095–1103.
166. Shlyannikov, V.N. Characterization of crack tip stress fields in test specimens using mode mixity parameters / V.N. Shlyannikov, A.V. Tumanov // *Int. J. Fract.* – 2014. – Vol. 185. – P. 49–76.
167. Shlyannikov, V.N. Crack growth and plastic, fracture process and damage zones behavior under mixed mode loading / V.N. Shlyannikov, D.V. Fedotova // *Structural Integrity*. – 2020. – Vol. 16. – P. 117–123.
168. Shlyannikov, V.N. Elastic and plastic parts of strain energy density in critical distance determination / V.N. Shlyannikov, N.V. Boychenko, A. Fernandez-Canteli, M. Muniz-Calvente // *Eng. Fract. Mech.* – 2015. – Vol. 147. – P. 100–118.
169. Shlyannikov, V.N. Elastic-plastic mixed mode fracture criteria and parameters / V.N. Shlyannikov // *Springer Verlag Berlin Heidelberg*. – 2003.

170. Shlyannikov, V.N. Fatigue life prediction of aircraft structures by crack resistance criteria depending on stress strain-state type and manufacturing processes / V.N. Shlyannikov // Ph. D. thesis, Kazan Aviation Institute. – 1981.
171. Shlyannikov, V.N. Generalization of mixed mode crack behaviour by the plastic stress intensity factor / V.N. Shlyannikov, A.P. Zakharov // *Theor. Appl. Fract. Mech.* – 2017. – Vol. 91. – P. 52–65.
172. Shlyannikov, V.N. Mixed-mode static and fatigue crack growth in central notched and compact tension specimens / V.N. Shlyannikov // *Mixed-Mode Crack Behavior. ASTM STP 1359*, ASTM, Philadelphia, PA. – 1999. – P. 279–294.
173. Shlyannikov, V.N. Modelling of crack growth by fracture damage zone / V.N. Shlyannikov // *Theor. Appl. Fract. Mech.* – 1996. – Vol. 25. – P. 187–210.
174. Shlyannikov, V.N. Stress intensity factors for complex cracks under arbitrary direction loading / V.N. Shlyannikov, N.A. Ivanishin // *Sov. Aeronaut.* – 1983. – Vol. 26. – P. 64–69.
175. Shlyannikov, V.N. The mixed mode crack growth rate in cruciform specimens subject to biaxial loading / V.N. Shlyannikov, A.V. Tumanov, A.P. Zakharov // *Theor. Appl. Fract. Mech.* – 2014. – Vol. 73. – P. 68–81.
176. Shlyannikov, V.N. T-stress for crack paths in test specimens subject to mixed mode loading / V.N. Shlyannikov // *Eng. Fract. Mech.* – 2013. – Vol. 108. – P. 3–18.
177. Shukla, S.S. A new simple specimen for mixed-mode (I/II) fracture and fatigue tests: Numerical and experimental studies / S.S. Shukla, S. Sajith, K.S.R.K. Murthy // *Europ. J. Mech. A Solids.* – 2022. – Vol. 94. – P. 104566.
178. Sih, G.C. Mixed mode fatigue crack growth predictions / G.C. Sih, B.M. Barthelemy // *Eng. Fract. Mech.* – 1980. – Vol. 13. – P. 439–451.
179. Sih, G.C. Some basic problems in fracture mechanics and new concepts / G.C. Sih // *Eng. Fract. Mech.* – 1973. – Vol. 5. – P. 365–377.
180. Sih, G.S. A fracture criterion for three-dimensional crack problems / G.S. Sih, B.C. Cha // *Lehigh University.* – 1974. – P. 58.
181. Sih, G.S. Mechanics of ductile fracture / G.S. Sih // *Proc. Int. Conf. Fract. Mech. Technology*, Hong Kong. – 1977. – P. 767–784.
182. Sih, G.S. Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems / G.S. Sih // *Int. J. Fract.* – 1974. – Vol. 10. – P. 305–321.

183. Sih, G.S. Surface layer energy and strain energy density for a blunted crack or notch / G.S. Sih // Proc. Int. Conf. Prosp. Fract. Mech. Delft, 24-28 June 1974. – 1974. – P. 85–102.
184. Smith, E.W. The behaviour of fatigue cracks subject to applied biaxial stress: a review of experimental evidence / E.W. Smith, K.J. Pascoe // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1983. – Vol. 6. – P. 201–224.
185. Smith, R.N. Second-order terms and strain energy density for the angled crack problem / R.N. Smith // Eng. Fract. Mech. – 1987. – Vol. 26. – P. 463–469.
186. Sun, Z. Measuring microscopic deformations with digital image correlation / Z. Sun, J.S. Lyons, S.R. McNeil // Opt. Lasers Eng. – 1997. – Vol. 27. – P. 409–428.
187. Suresh, S. Mixed-mode fracture toughness of ceramic materials / S. Suresh, C.F. Shih, A. Morrone, N.P. O'Dowd // J. Am. Ceram. Soc. – 1990. – Vol. 73. – P. 1257–1267.
188. Sutton, M.A. Determination of displacements using an improved digital image correlating method / M.A. Sutton, W.J. Wolters, W.H. Peters, W.F. Ranson et al. // Image Vis. Comput. – 1983. – Vol. 1. – P. 133–139.
189. Sutton, M.A. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements: Basic Concepts, Theory and Applications / M.A. Sutton, J.-J. Orteu, H.W. Schreier // University of South Carolina, Columbia, SC 29208, USA. – 2009. – P. 364.
190. Tanaka, K. Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis / K. Tanaka // Eng. Fract. Mech. – 1974. – Vol. 6. – P. 493–507.
191. Tanaka, K. Fatigue crack propagation in biaxial stress fields / K. Tanaka, T. Hoshide, A. Yamada, S. Taira // Fatigue Eng. Mater. Struct. – 1979. – Vol. 2. – P. 181–194.
192. Taylor, G.I. Plastic strain in metals / G.I. Taylor // J. Inst. Metals. – 1938. – Vol. 62. – P. 307–324.
193. Theocaris, P.S. The distribution of the Elastic Strain Energy Density at the Crack Tip for Fracture Modes I and II / P.S. Theocaris, G. Papadopoulos // Int. J. Fract. – 1982. – Vol. 18. – P. 81–112.
194. Theokaris, P.S. A higher-order approximation for the T-criterion of fracture in biaxial fields / P.S. Theokaris // Eng. Fract. Mech. – 1984. – Vol. 19. – P. 975–991.
195. Theokaris, P.S. A modified straineenergy density criterion applied to crack propagation / P.S. Theokaris, N.P. Andrianopoulos // J. Appl. Mech. – 1982. – Vol. 49. – P. 81–86.

196. Theokaris, P.S. Propagation predictions for branched cracks by the strain energy density criterion / P.S. Theokaris, N.P. Andrianopoulos // *J. Mech. Phys. Solids*. – 1982. – Vol. 30. – P. 23–36.
197. Theokaris, P.S. The distribution of the elastic strain-energy density at the crack tip for fracture modes I and II / P.S. Theokaris, G. Papadopoulos // *Int. J. Fract.* – 1982. – Vol. 18. – P. 81–112.
198. Theokaris, P.S. The Mises elasticplastic boundary as the core region in fracture criteria / P.S. Theokaris, N.P. Andrianopoulos // *Eng. Fract. Mech.* – 1982. – Vol. 16. – P. 425–432.
199. Theokaris, P.S. The T-criterion for ductile fractures in HRR plastic singular fields / P.S. Theokaris, T.P. Philippidis // *Int. J. Fract.* – 1987. – Vol. 35. – P. 21–37.
200. Tomkins, B. Low endurance fatigue in metals and polymers / B. Tomkins, W.D. Biggs // *J. Mater. Sci.* – 1969. – Vol. 4. – P. 544–552.
201. Tomkins, B. The mechanism of stage II fatigue crack growth / B. Tomkins // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1996. – Vol. 19. – P. 1295–1300.
202. Toor, P.M. On fracture mechanics under complex stress / P.M. Toor // *Eng. Fract. Mech.* – 1975. – Vol. 7. – P. 321–329.
203. Tuo, Wang. Revision of the maximum stress criterion of combined modes of fracture / Wang Tuo, Shan-Yi Tu // *AJAA/ASME/ASCE Struct., Struct. Dyn. Mat. Cont.* – 1980. – Vol. 1. – P. 219–225.
204. Ueda, Y. Characteristics of brittle fracture under general combined modes including those under biaxial tensile loads / Y. Ueda, K. Ikeda, T. Yao, M. Aoki // *Eng. Fract. Mech.* – 1983. – Vol. 18. – P. 1133–1158.
205. Van Mao Xua. Mixed-mode fatigue crack growth // *Guti Lixue Xuebao*. – 1983 – P. 620–626.
206. Van, MaoHua. The determination of strain under mixed mode fracture / Van MaoHua // *Guti Lixue Xuebao*. – 1982. – Vol 4. – P. 571–581.
207. Vendroux, G. Submicron deformation field measurements: Part 2. Improved digital image correlation / G. Vendroux, W.G. Knauss // *Exp. Mech.* – 1998. – Vol. 38. – P. 86–91.
208. Vogel, D. Determination of packaging material properties utilizing image correlation techniques / D. Vogel, R. Kuhnert, M. Dost, B. Michel // *J. Electron. Packag.* – 2002. – Vol. 124. – P. 345–51.

209. Voyiadjis, G.Z.. Strain gradient continuum plasticity theories: Theoretical, numerical and experimental investigations / G.Z. Voyiadjis, Y. Song // *Int. J. Plast.* – 2019. – Vol. 121. – P. 21–75.
210. Wanhill, R.J.H. Fractography of fatigue crack propagation in 2024-T3 and 7075-16 aluminum alloys in air and vacuum / R.J.H. Wanhill // *Metall. Trans A.* – 1975. – Vol. 6. – P. 1587–1596.
211. Wieghardt, K. Uber das Spalten und Zerreiben elastischer korper / K. Wieghardt // *Z. Math. Phys.* – 1907. – Vol. 55. – P. 60–103.
212. Willams, J.C. The-Influence of Microstructure on the Fracture Topography of Titanium Alloys / J.C. Willams, R.R. Boyer, M.J. Blacklum // *Electron Microfractography. ASTM STP 453, ASTM.* – 1967. – P. 215–235.
213. Williams, M.L. On the stress distribution at the base of a stationary crack / M.L. Williams // *J. Appl. Mech.* – 1957. – Vol. 24. – P. 109–114.
214. Woo, C.W. On angled crack initiation under biaxial loading / C.W. Woo, L.H. Ling // *J. Strain Anal.* – 1984. – Vol. 19. – P. 51–59.
215. Xia, Z.C. Crack tip fields in strain gradient plasticity / Z.C. Xia, J.W. Hutchinson // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1996. – Vol. 44. – P. 1621–1648.
216. Yarema, S.Y. Curvilinear crack propagation in plates / S.Y. Yarema // *Rep. USSR Acad. Sci. Mech. Solids.* – 1988. – Vol. 2. – P. 156–163.
217. Yoder, G.R. Quantitative analysis of microstructural effects on fatigue crack growth in Widmanstaetten Ti-6Al-4V and Ti-8Al-1Mo-1V / G.R. Yoder, L.A. Cooley, T.W. Crooker // *Eng. Fract. Mech.* – 1979. – Vol. 11. – P. 805–816.
218. Yokoboi, I., Kiyoshi, S. // *Eng. Fract. Mech.* – 1976. – Vol. 8. – P. 81–88.
219. Yokobori, A.T. Fatigue crack growth under mixed modes 1 and 2 / A.T. Yokobori, T. Yokobori, K. Sato // *Fatigue Eng. Mater. Struct.* – 1985. – Vol. 8. – P. 315–325.
220. Yokobori, T. Fracture of Solids / T. Yokobori, A. Otsuka, T. Takahashi // In Drucker D.C. (ed.) *AIME, Interscience Publ.* – 1963.
221. Yukio, U. Characteristics of brittle fracture under general combined modes including those under bi-axial tensile loads / U. Yukio, I. Kazuo, Y. Tetsuya, A. Mitsuru // *Eng. Fract. Mech.* – 1983. – Vol. 18. – P. 1131–1158.
222. Zakharov, A.P. Couple effects of mixed mode biaxial loading and crack tip configuration on plastic stress intensity factor behavior at small and large scale yielding / A.P.

Zakharov, V.N. Shlyannikov, A.M. Tartygasheva, D.V. Fedotova // *Procedia structural Integrity*. – 2019. – Vol. 18. – P. 749–756.

223. Zeinedini, A. A novel fixture for mixed mode I/II/III fracture testing of brittle materials / A. Zeinedini // *Fatigue Fract. Eng. Mater Struct.* – 2018. – Vol. 42. – P. 1–16.

224. Zhao, Yishu. Griffith's criterion for mixed mode crack propagation / Yishu Zhao // *Eng. Fract. Mech.* – 1987. – Vol. 26. – P. 683–689.