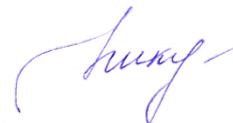


Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Пермский национальный исследовательский политехнический университет»



На правах рукописи

Никулина Светлана Анатольевна

**ВЛИЯНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ВИБРАЦИЙ  
И ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ РАЗЛИЧНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ  
НА КОНВЕКТИВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ НЬЮТОНОВСКОЙ И  
ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТЕЙ**

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
доцент А.В. Перминов

Пермь – 2024

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ .....</b>	<b>4</b>
<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>6</b>
<b>ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ – СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ .....</b>	<b>18</b>
1.1. Конвекция ньютоновской жидкости в поле высокочастотных вибраций.....	18
1.2. Конвекция неньютоновской жидкости в поле высокочастотных вибраций.....	25
1.3. Объект исследования .....	31
<b>ГЛАВА 2. КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ТЕРМОВИБРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ ОБОБЩЕННЫХ НЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ.....</b>	<b>33</b>
2.1. Обобщенные ньютоновские жидкости. Реологические модели .....	33
2.2. Постановка задачи вибрационной конвекции обобщенной ньютоновской жидкости.....	37
2.3. Уравнения переноса и их осреднение .....	39
2.4. Тензор вязких напряжений и его осреднение.....	42
2.5. Уравнения движения в безразмерной форме .....	44
2.6. Вибрационный параметр .....	46
2.7. Математические модели .....	47
2.7.1. Квадратная полость с псевдопластической жидкостью в условиях микрогравитации.....	48
2.7.2. Прямоугольная полость с псевдопластической жидкостью в невесомости .....	50
2.7.3. Квадратная полость с ньютоновской жидкостью при различной величине гравитационного поля.....	53
2.8. Краевые условия.....	56
2.9. Оценки параметров и области применения модели .....	57

2.10. Численная реализация и верификация модели .....	59
<b>ГЛАВА 3. РЕЖИМЫ ВИБРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ.....</b>	<b>64</b>
3.1 Постановка задачи .....	64
3.2 Основные результаты .....	65
3.2.1 Конвективные режимы при $V < 0.1$ .....	69
3.2.2 Конвективные режимы при $V \geq 0.1$ .....	84
3.2.3 Конвективные режимы при $V \geq 10$ .....	92
3.3 Выводы по главе .....	103
<b>ГЛАВА 4. ВИБРАЦИОННЫЕ КОНВЕКТИВНЫЕ РЕЖИМЫ ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ В УСЛОВИЯХ МИКРОГРАВИТАЦИИ.....</b>	<b>107</b>
4.1 Постановка задачи .....	107
4.2 Основные результаты .....	109
4.2.1 Конвективные структуры ньютоновской моды .....	115
4.2.2. Конвективные структуры неньютоновской моды .....	124
4.3 Выводе по главе .....	127
<b>ГЛАВА 5. ВИБРАЦИОННЫЕ КОНВЕКТИВНЫЕ РЕЖИМЫ ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ.....</b>	<b>129</b>
5.1 Постановка задачи .....	129
5.2 Основные результаты .....	130
5.3 Выводы по главе .....	138
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>140</b>
Итоги выполненного исследования .....	140
Рекомендации, перспективы дальнейшей разработки темы .....	144
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>146</b>

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

$\delta$  – аспектное соотношение

$\tau$  – тензор вязких напряжений

$\dot{\gamma}$  – скорость сдвига

$T$  – температура (К)

$P$  – давление (Па)

$t$  – время (с)

$\chi$  – коэффициент температуропроводности жидкости ( $\text{м}^2/\text{с}$ )

$\beta$  – коэффициент теплового расширения ( $1/\text{К}$ )

$\rho$  – плотность жидкости ( $\text{кг}/\text{м}^3$ )

$\vec{g}$  – ускорение свободного падения ( $\text{м}/\text{с}^2$ )

$\omega$  – циклическая частота ( $\text{рад}/\text{с}$ )

$H$  – вертикальный размер полости (м)

$h$  – характерный размер полости (м)

$\vec{n}$  – вектор нормали

$\vec{\gamma}$  – единичный вектор

$N$  – число разбиений сетки

$\Delta h$  – шаг пространственной сетки

$\Theta$  – характерная разность температур (К)

$\mu_0$  – динамическая вязкость при бесконечно малом сдвиге ( $\text{Па}\cdot\text{с}$ )

$\mu_\infty$  – динамическая вязкость при бесконечно больших скоростях сдвига ( $\text{Па}\cdot\text{с}$ )

$\lambda_c$  – длина звуковой волны (м)

$c$  – скорость звука ( $\text{м}/\text{с}$ )

$\vec{u}$  – скорость

$\psi$  – безразмерная функция тока осредненного течения

$\phi$  – функция тока пульсационного течения

$\Omega$  – завихренность осредненного течения

$\nu$  – коэффициент неньютоновости жидкости

## Безразмерные критерии

Gr – число Грасгофа  $Gr = \frac{g\beta\Theta h^3}{\nu^2}$

Gv – вибрационное число Грасгофа  $Gv = \left( \frac{a\omega\beta\Theta h\rho}{\mu_\infty} \right)^2$

Pr – число Прандтля  $Pr = \frac{\mu_\infty}{\rho\chi}$

Nu – число Нуссельта  $Nu = \frac{1}{2} \int_0^{h_z} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} dz$

V – вибрационный параметр  $V = \frac{\alpha a\omega^2}{g}, \left( \alpha = \frac{\mu_\infty}{\rho\omega h^2} \right) \ll 1$

Bh – реологический параметр  $Bh = \frac{\rho g\beta\Theta h}{A}$

v – параметр неньютоновости  $v = \frac{A}{B\mu_\infty}$

D – динамический предел текучести  $D = \frac{\rho h^2 A}{\mu_\infty^2}$

$\sigma$  – динамический предел текучести  $\sigma = h^2 A / \mu_\infty \chi$

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность и степень разработанности темы диссертации.**

Одним из эффективных средств воздействия на структуру и устойчивость конвективных течений в жидкости являются вибрации. Огромный вклад в теорию вибрационных воздействий внесли ученые Пермской гидродинамической школы. Профессора Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий, Д.В. Любимов неоспоримо являются основоположниками и авторами многих работ, посвященных устойчивости равновесия жидкости и конвективных течений. Тем не менее, в рамках этой теории остались неописанными некоторые области, изучение которых предадут ей бóльшую универсальность и завершенность, а также расширят возможность ее фундаментальных и практических приложений.

Вибрации являются неустранимым явлением. Они постоянно присутствуют и влияют на движение линейно- и нелинейно- вязких сред. С помощью вибраций можно осуществлять управление течением жидкостей. Актуальным является понимание и описание процессов, возникающих под влиянием вибраций.

Основной вклад данная диссертационная работа вносит в развитие и разработку фундаментальных основ теории термовибрационной конвекции линейно- и нелинейно- вязких сред.

Подробно степень разработанности выбранной темы анализируется в обзоре литературы.

**Цель** работы заключается в установлении закономерностей совместного влияния гравитационного и вибрационного воздействий различной интенсивности на движение ньютоновской и псевдопластической жидкостей в замкнутой прямоугольной полости.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**.

1. Анализ и обобщение существующих подходов к описанию ньютоновской и псевдопластической жидкостей и известных физических

эффектов, возникающих при вибрационном воздействии на такие жидкости; формирование единой методики изучения ньютоновской и псевдопластической жидкостей при действии вибрации в гравитационном поле и в его отсутствии.

2. Численное моделирование структур осреднённых и пульсационных течений, а также тепловых полей в ньютоновской и псевдопластической жидкостях при различных значениях реологических параметров в замкнутых прямоугольных полостях с различным аспектным соотношением при варьировании интенсивностей гравитационного и вибрационного воздействий.

3. Построение карты осредненных конвективных режимов ньютоновской жидкости на плоскости управляющих параметров: число Грасгофа – вибрационный параметр.

4. Определение закономерностей эволюции стационарных осредненных и периодических колебательных конвективных режимов течений ньютоновской и псевдопластической жидкостей.

5. Определение границ устойчивости стационарных осредненных конвективных течений ньютоновской и псевдопластической жидкостей при варьировании управляющих параметров.

### **Научная новизна результатов**

В работе впервые получены следующие результаты:

1. сформулирована нелинейная задача осредненной конвекции ньютоновской и псевдопластической жидкостей в замкнутой полости с различным аспектным соотношением в поле высокочастотных вибраций и показано, что вклад нелинейной вязкости в генерацию осредненной конвекции определяется специальным вибрационным параметром  $V$ ;

2. построены карты осредненных конвективных режимов ньютоновской жидкости в замкнутой квадратной полости, совершающей высокочастотные линейно-поляризованные вибрации, на плоскости

управляющих параметров число Гргофа  $Gr$  – вибрационный параметр  $V$  для различной интенсивности гравитационного и вибрационного воздействий;

3. исследованы структуры конвективных режимов ньютоновских и псевдопластических жидкостей при различных значениях управляющих параметров в прямоугольных полостях с различным аспектным соотношением в поле высокочастотных вибраций для различной интенсивности гравитационного воздействия;

4. определена граница устойчивости осредненного конвективного течения высоковязкой ньютоновской жидкости на плоскости управляющих параметров число Гргофа  $Gr$  – вибрационный параметр  $V$ ;

5. определены пороговые значения вибрационного числа Грасгофа и числа Нуссельта, соответствующие смене режимов стационарного конвективного течения, для случая термовибрационной конвекции псевдопластической жидкости в замкнутой прямоугольной полости;

6. обнаружены два типа решений в задаче об осредненной конвекции псевдопластической жидкости в замкнутой полости при воздействии высокочастотных вибрации в условиях микрогравитации.

### **Теоретическая и практическая значимость.**

Результаты работы важны с точки зрения фундаментальной механики жидкости, для развития знаний в области гидродинамики тепломассопереноса в нелинейно-вязких жидких средах при воздействии на них высокочастотных вибраций в условиях нормальной, пониженной и микро- гравитации. Применение результатов возможно для исследования нестационарных неизотермических режимов течений в ньютоновских и неньютоновских средах.

Кроме того, результаты могут использоваться при моделировании нефтегазовых процессов: условия добычи, хранения и транспортировки нефти и нефтепродуктов.

Изучение особенностей течений и теплообмена в неньютоновских средах важны для предприятий, обеспечивающих производство, перекачку, транспортировку и смешивание битумных вязких материалов для строительства дорожных покрытий.

Результаты, описывающие поведение псевдопластической жидкости в вибрационном поле применимы для описания процессов в рамках инженерной реологии: для изучения реологических свойств реальных материалов, использование этих свойств для построения расчетных моделей машин и аппаратов перерабатывающей промышленности и для управления технологическими процессами для нужд пищевой промышленности.

### **Методология и методы исследования.**

Основным инструментом для получения результатов диссертации являлся вычислительный эксперимент. При расчете двумерных течений жидкостей применялся метод конечных разностей. Пространственные производные аппроксимированы центральными разностями второго порядка точности, а временные – первого порядка точности. Для решения уравнения движения применен двухполюсный метод (завихренность – функция тока). Уравнения движения решались по явной конечно-разностной схеме. Уравнение Пуассона решалось методом последовательной верхней релаксации. Для расчета применена равномерная не разнесенная сетка с квадратной ячейкой. Выбор сетки основывался на основании сходимости решений при последовательном уменьшении шага сетки. В результате выбрана сетка, которая обеспечивает нахождение надежных результатов при разумном времени счёта. Численный код создавался лично под руководством научного руководителя.

### **Положения, выносимые на защиту.**

1. Математическая модель конвекции псевдопластической жидкости в замкнутой полости, которая учитывает нелинейную зависимость вязкости от

скорости сдвига, наличие гравитационного поля разной интенсивности, высокочастотных малоамплитудных линейно-поляризованных неакустических вибраций вдоль гравитационного поля и наличие градиента температуры перпендикулярного полю тяжести.

2. Вибрационный параметр в нелинейных задачах термовибрационной конвекции, который является управляющим критерием и позволяет эффективно задавать интенсивность вибрационного воздействия на неоднородно нагретую жидкость на фоне свободной гравитационной конвекции. Для псевдопластических жидкостей вибрационный параметр определяет вклад осредненной вибрационной силы, связанной с нелинейной вязкостью.

3. Карта конвективных режимов течений ньютоновской жидкости и границы их устойчивости на плоскости управляющих параметров число Грасгофа – вибрационный параметр.

4. Два типа решений задачи осредненной конвекции псевдопластической жидкости в поле высокочастотных вибраций: ньютоновская мода, при которой структура и интенсивность течения совпадает с таковыми в ньютоновской жидкости, и неньютоновская мода, характерная только для псевдопластической жидкости и значительно отличающаяся от ньютоновской по интенсивности.

5. Стационарные и колебательные режимы течений псевдопластической жидкости в невесомости и значения управляющих параметров, определяющих границы перехода между ними.

### **Степень достоверности и апробация результатов.**

Достоверность результатов работы основывается на использовании проверенных методов и совпадении в предельных случаях с результатами других авторов.

Для выполнения расчетов использовались известные и хорошо зарекомендовавшие себя в гидродинамических задачах численные методы (метод конечных разностей, двухполевой метод).

Показана сходимость численных решений при последовательном уменьшении шага расчетной сетки. В результате для аппроксимации уравнений была выбрана оптимальная пространственная сетка.

Результаты диссертационной работы обсуждались на следующих конференциях:

1. XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Уфа, 2019;
2. XXVIII Всероссийская школа-конференция «Математическое моделирование в естественных науках», Пермь, 2019;
3. VI-я Всероссийская конференция «Пермские гидродинамические научные чтения», Пермь, 2019;
4. XXIX Всероссийская школа-конференция «Математическое моделирование в естественных науках», Пермь, 2020;
5. Международная конференция Пермские гидродинамические научные чтения, Пермь, 2020;
6. Международная конференция XXII Зимняя школа по механике сплошных сред, Пермь, 2021;
7. International Symposium NON-EQUILIBRIUM PROCESSES IN CONTINUOUS MEDIA PROGRAM AND BOOK OF ABSTRACTS Perm, 2021;
8. XXX Всероссийская школа-конференция «Математическое моделирование в естественных науках», Пермь, 2021,
9. VIII-я Всероссийская конференция «Пермские гидродинамические научные чтения», Пермь, 2022;
10. XIII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Санкт-Петербург, 2023;

11. XXIII Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, Дивноморское, Краснодарский край, 2023;

12. IX-я Всероссийская конференция «Пермские гидродинамические научные чтения» Пермь, 2023.

Диссертация представлена на следующих научных семинарах:

1. Научный семинар кафедры Общей физики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь, председатель д.т.н., И.Л. Никулин.

2. Научный семинар отдела Физической гидродинамики, Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, заведующий отделом: д. ф.-м.н., проф. П.Г. Фрик

3. Пермский городской гидродинамический научный семинар, Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Пермь, председатель д.ф.-м.н., проф. Т.П. Любимова.

4. Научно-образовательный семинар физического факультета Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета, г. Пермь, председатель д.ф.-м.н., проф. В.Г. Козлов.

5. Научный семинар Института механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, председатели д.ф.-м.н., проф. П.Г. Фрик и д.ф.-м.н., проф. Т.П. Любимова;

6. Научный семинар учебно-научной лаборатории «Физика конденсированных сред» Удмуртский государственный университет, г. Ижевск, председатель д.ф.-м.н., доцент М.Д. Кривилев;

7. Научный семинар кафедры Математическое моделирование систем и процессов Пермского национального исследовательского политехнического университета, г. Пермь, председатель д.ф.-м.н., проф. П.В. Трусов;

### **Публикации.**

Результаты диссертационного исследования представлены и опубликованы в 17 печатных работах [112 – 128] – из них 1 статья в Российском журнале, входящем в перечень ВАК; 3 статьи – в международных системах цитирования Web of Science и SCOPUS и 13 тезисов докладов на конференциях.

**Публикации в журналах, входящих в международные базы цитирования Web of Science и SCOPUS:**

**1. Perminov, A.V. Influence of high frequency vertical vibrations on convective regimes in a closed cavity at normal and low gravity conditions / A.V. Perminov, S.A. Nikulina, T.P. Lyubimova // Microgravity Science and Technology. - 2021. - Vol. 33, Iss. 4. - Art. 55. - P. 1-18.**

**2. Perminov, A.V-. Analysis of thermovibrational convection modes in square cavity under microgravity conditions / A.V. Perminov, S.A. Nikulina, T.P. Lyubimova // Microgravity Science and Technology. – 2022. – Vol. 34, Iss. 3. – Art. 34. – P. 1–10.**

**3. Никулина, С.А. Конвективные режимы псевдопластической жидкости в квадратной полости при воздействии высокочастотных вибраций в условиях пониженной гравитации / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Вычислительная механика сплошных сред. – 2024. – Т.17, № 2. – С. 202-218.**

**Публикации в журналах, входящих в Перечень ВАК:**

**4. Никулина, С.А. Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в прямоугольной полости / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. – 2020. – № 3. – С. 14–23. DOI: 10.17072/1994-3598-2020-3-14-23**

**Публикации в журналах, входящих в РИНЦ, материалы конференций и тезисы докладов:**

5. Перминов, А.В. Термовибрационная конвекция жидкости Уильямсона в прямоугольной полости в невесомости / А.В. Перминов, С.А. Никулина, Т.П. Любимова // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: Уфа, Респ. Башкортостан, Россия, 19–24 авг. 2019 г. : аннот. докл. / Рос. нац. ком. по теорет. и прикл. механике [и др.]. – Уфа : РИЦ БашГУ, 2019. – С. 87.

6. Перминов, А.В. Термовибрационная конвекция жидкости Уильямсона в прямоугольной полости в невесомости / А.В. Перминов, С.А. Никулина, Т.П. Любимова // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: 19–24 авг. 2019 г., Уфа, Респ. Башкортостан, Россия: сб. тр. В 4 т. Т. 2. Механика жидкости и газа. / Рос. нац. ком. по теорет. и прикл. механике [и др.]. – Уфа : РИЦ БашГУ, 2019. – С. 209–211.

7. Никулина, С.А. Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в прямоугольной полости / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Математическое моделирование в естественных науках : тезисы XXVIII Всерос. конф. / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т [и др.]. – Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2019. – С. 53.

8. Никулина, С.А. Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в прямоугольной полости / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Пермские гидродинамические научные чтения : сб. материалов VI Всерос. конф., посвящ. памяти проф. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова, [г. Пермь], 28–29 нояб. 2019 г. / Перм. гос. нац. исслед. ун-т [и др.]. – Пермь : Издат. центр ПГНИУ, 2019. – С. 124–126. – 1 USB флеш накопитель.

9. Никулина, С.А. Влияние высокочастотных вибраций малой интенсивности на конвективное течение в замкнутой квадратной полости /

С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Пермские гидродинамические научные чтения : сб. материалов VII Всерос. конф. с междунар. участием, посвящ. памяти проф. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова, [г. Пермь], 22–24 окт. 2020 г. / Перм. гос. нац. исслед. ун-т [и др.]. – Пермь : Perm University Press, 2020. – С. 307–311. – URL: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/permskie-gidrodinamicheskie-nauchnye-chteniya-2020.pdf>.

10. Никулина, С.А. Конвективное течение в замкнутой квадратной полости в поле высокочастотных вибраций малой интенсивности / С.А. Никулина, А.В. Перминов // Математическое моделирование в естественных науках : тез. XXIX Всерос. шк.-конф. / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т [и др.]. – Пермь: ИП Серегина О. Н., 2020. – С. 82.

11. Никулина, С.А. Влияние высокочастотных вертикальных вибраций на конвективные режимы в квадратной полости / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т. П. Любимова // XXII Зимняя школа по механике сплошных сред : тез. докл., [г. Пермь], 22–26 марта 2021 г. / Ин-т механики сплошных сред УрО РАН - фил. Федер. гос. бюджет. учр. науки Перм. федер. исслед. центра Урал. отд-ния Рос. акад. Наук [и др.]. – Пермь : [б. и.], 2021. – С. 236. – Режим доступа: <https://conf.icmm.ru/event/2/page/4>.

12. Nikulina, S.A. Vibrational convection of fluid in a square cavity under microgravity conditions / S.A Nikulina, Perminov A.V., Lyubimova T.P // Non-Equilibrium Processes in Continuous Media : Intern. Symp., Perm, Sept. 16th-18th, 2021 : progr. and book of abstr. / Perm State University, Inst. of Continuous Media Mechanics UB RAS. – Perm : [s. n.], 2021. – P. 92. – URL: <http://nrcm-perm.tilda.ws/#rec158012007>

13. Никулина, С.А. Термовибрационная конвекция в квадратной полости при малых числах Грасгофа / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Математическое моделирование в естественных науках : тезисы XXX Всерос. конф. / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т, [и др.]. – Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2021. – С. 53.

14. Никулина, С.А. Влияние вибраций на конвективные режимы псевдопластической жидкости в замкнутой полости в невесомости / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Пермские гидродинамические научные чтения : сб. ст. по материалам VIII Всерос. конф., посвящ. памяти проф. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова (г. Пермь, ПГНИУ, 5–7 окт. 2022 г.) / Перм. гос. нац. исслед. ун-т [и др.]. – Пермь : Perm University Press, 2022. – С. 359–363. – URL: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/permskie-gidrodinamicheskie-nauchnyechteniya-2022.pdf>.

15. Никулина, С.А. Влияние высокочастотных вибраций на конвекцию псевдопластической жидкости в условиях микрогравитации / А.В. Перминов, С.А. Никулина, Т.П. Любимова // XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике : сб. тез. докл., 21–25 авг. 2023 г., Санкт-Петербург. В 4 т. Т. 2. Механика жидкости и газа / М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Рос. акад. наук, Рос. нац. ком. по теорет. и прикл. механике. – Санкт-Петербург : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. – С. 201–203.

16. Никулина С.А. Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в условиях микрогравитации / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Материалы XXIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023) : 4–10 сент. 2023 г., Дивноморское, Краснодар. край / Моск. авиац. ин-т (нац. исслед. ун-т). – Москва : Изд-во МАИ, 2023. – С. 396–398.

17. Никулина, С.А. Конвективные режимы псевдопластической жидкости в условиях микрогравитации при воздействии высокочастотных вибраций / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Пермские гидродинамические научные чтения : сб. ст. по материалам IX Всерос. конф., посвящ. памяти проф. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова (г. Пермь, ПГНИУ, 4–6 октября 2023 г.) / Перм. гос. нац. исслед. ун-т [и др.]. – Пермь : Perm University Press, 2023. – С. 316–320. – URL:

[www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/permskie-gidrodinamicheskie-nauchnyechteniya-2023.pdf](http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/permskie-gidrodinamicheskie-nauchnyechteniya-2023.pdf).

**Личный вклад автора.** Литературный обзор выполнен автором самостоятельно и изложен в первой главе. Формулировки математических моделей, представленные во второй главе диссертации, выполнены автором совместно с научным руководителем. Постановка задач и обсуждение результатов исследований, представленные в третьей, четвертой и пятой главах диссертационной работы, выполнялись совместно с научным руководителем А.В. Перминовым. Результаты, описанные в этих главах, получены автором лично и опубликованы в [112 – 128].

**Соответствие содержания диссертации специальности, по которой она рекомендуется к защите.** Диссертационная работа соответствует специальности 1.1.9 «Механика жидкости, газа и плазмы» по следующим областям исследования, указанным в паспорте специальности: п. 2 «Реологические законы поведения текучих однородных и многофазных сред при механических и других воздействиях», п. 4 «Ламинарные и турбулентные течения», п. 14 «Гидродинамическая устойчивость», п. 16 «Тепломассоперенос в газах и жидкостях».

**Структура и объём работы.** Текст диссертационной работы состоит из введения, пяти глав, заключения и списка цитированной литературы, включающего 111 наименований. Общий объём диссертационной работы 163 страницы, включая 49 рисунков и 3 таблицы.

# ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ – СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

## 1.1. Конвекция ньютоновской жидкости в поле высокочастотных вибраций

Известно, что вибрации являются простым и эффективным средством воздействия на устойчивость и структуру конвективных течений в жидкости [1]. Когда период колебаний много меньше всех гидродинамических времен, а амплитуда смещения в некотором смысле мала, возможно применение метода осреднения [2], который позволяет получить замкнутую систему уравнений для осредненных и пульсационных полей. Вывод уравнений термовибрационной конвекции для случая однородных вибраций на основе этого метода был впервые предложен Симоненко И.Б. и Зеньковской С.М. [3]. Термовибрационная конвекция при однородных вибрациях для различных конфигураций была изучена во многих работах [4 – 12]. Подробное описание и систематическое изложение основных положений термовибрационной конвекции приведено в монографии [13].

Профессор Д.В. Любимов обнаружил, что в случае неоднородных вибраций возникающих, например, при наличии деформируемой свободной поверхности или поверхности раздела жидкостей, в жидкости с включениями или при непоступательных вибрациях, применение приближения Буссинеска для вывода уравнений осредненной конвекции становится некорректным. Он разработал теорию термовибрационной конвекции при неоднородных вибрациях и вибрациях общего вида и рассмотрел ряд конкретных задач термовибрационной конвекции при неоднородных вибрациях [14, 15].

Вибрации не только влияют на конвективные течения, но и сами могут являться их причиной. Вибрационно-конвективные течения в условиях невесомости, когда вибрации являются единственным источником существования движения, впервые изучались в работах Г.З. Гершуни и Е.М. Жуховицкого [16, 17]. Влияние вибраций на конвекцию ньютоновской

жидкости, находящейся в полости между двумя сферами в отсутствие поля тяжести, исследовалось в [18]. В этой работе рассматривались термовибрационные (объемные) и шлихтинговские (генерируемые в пограничных слоях) течения и их взаимодействие. Проведены как аналитические, так и численные исследования. Как было показано в работе Бириха Р.В. [19], в плоском слое жидкости с продольным градиентом температуры при линейно-поляризованных высокочастотных вибрациях плоскопараллельное адвективное течение возникает даже в отсутствие поля тяжести. Структура возникающего течения близка к гравитационному адвективному течению в плоском слое при продольных вибрациях [20], или конвективному течению в вертикальном слое с наклонным градиентом температуры. Интенсивность и устойчивость таких течений зависит от направления вибраций. В работе [21] было показано, что высокочастотные поперечные вибрации повышают устойчивость плоскопараллельного адвективного течения между двумя твердыми плоскостями при всех значениях числа Прандтля, кроме диапазона, в котором неустойчивость вызывается спиральной колебательной модой.

С помощью вибраций можно эффективно управлять структурой и интенсивностью осредненного конвективного течения. Это наглядно показано в работе [22], где задача термовибрационной конвекции в горизонтальном цилиндре, заполненном жидкостью с квадратичным законом зависимости плотности от температуры, аналитически решена для произвольной ориентации градиента температуры, силы тяжести и оси колебаний.

При определенных условиях в жидкости, подверженной действию высокочастотных вибраций, могут существовать состояния квазиравновесия, в которых среднее течение отсутствует, имеется лишь пульсационное течение. Условия квазиравновесия для различных конфигураций и жидкостей сформулированы в [13, 23 – 25].

Вибрации могут служить простым низкоэнергетическим средством управления различными технологическими процессами, в частности,

выращиванием кристаллов, фазовым разделением, управлением положением границ раздела жидкость-воздух и жидкость-жидкость в условиях микрогравитации. Эффективность вибрационного управления ростом кристаллов из расплавов и жидких зон показана в работах [26 – 40].

Одно из первых численных исследований свободной тепловой конвекции (в отсутствие вибраций) в замкнутой полости было выполнено Таруниным Е.Л. [41]. В этой работе были изучены конвективные течения в квадратной полости, возникающие в случаях горизонтального (нагрев сбоку) и вертикального (подогрев снизу) равновесных градиентов температуры. В случае нагрева сбоку при любом сколь угодно малом значении числа  $Gr$  (перепада температур) в полости возникает одновихревое течение, которое с увеличением  $Gr$  приобретает погранслоный характер. В центре полости формируется малоподвижное ядро, а интенсивное конвективное течение замыкается в пограничных слоях, примыкающих к твердым стенкам. Дальнейшее увеличение числа Грасгофа приводит к неустойчивости стационарного конвективного течения и возникновению периодических колебаний теплового потока в полости.

В работе [42] Батчелора (Batchelor) высказано предположение, что при стремлении числа Релея к бесконечности ядро течения становится изотермическим с величиной безразмерной температуры равной  $1/2$  и вращается с постоянной конечной угловой скоростью, определяемой из решения задачи о пограничном слое. С гипотезой Батчелора согласуются результаты численных расчетов Путса (Poots) [43]. Некоторые выводы Батчелора и Путса об общих тенденциях развития конвективных структур в замкнутых полостях подтвердились в более поздних экспериментальных [44, 45] и численных [46 – 51] работах. Однако, большинство дальнейших исследований привели к результатам, противоречащим гипотезе Батчелора. Они показали, что градиент температуры в ядре хотя и уменьшается, но не до нуля, а до какого-то конечного значения, а скорости в ядре стремятся к нулю.

В [52] авторами в стационарной постановке исследованы термогравитационные конвективные течения в квадратной полости, подогреваемой с боку, в широком диапазоне значений числа Прандтля  $Pr$ . Как и в [41] найдено, что при  $Pr \leq 1$  в полости с увеличением числа Релея формируется малоподвижное ядро с однородным вертикальным градиентом температуры. Обнаружено, что рост числа Прандтля приводит к уменьшению величины вертикального градиента температуры в малоподвижном ядре. Колебаний при больших числах Релея, в силу стационарности постановки задачи, зафиксировано не было.

Экспериментально и численно исследовалась устойчивость конвективного пограничного слоя в полости квадратного сечения при боковом нагреве в работе [53]. Для воздуха было определено критическое значение числа Грасгофа, при котором происходит переход от стационарного режима к колебательному.

Вибрации являются одним из механизмов генерации конвективного течения. В области малых и умеренных частот вибраций вибрационный механизм возникновения свободной конвекции связан с наложением поля вибрационного ускорения  $a$  на гравитационное  $g$ , что приводит к модуляции подъемной силы. При высокочастотных вибрациях, когда времена пульсаций много меньше характерных вязких времен, осреднение уравнений движения жидкости приводит к появлению в них массовой осредненной вибрационной силы. Таким образом, вибрации являются не зависимым механизмом генерации конвекции, т.е. могут порождать конвективное течение даже в отсутствие поля тяжести [13].

Моделирование структур течений и исследование устойчивости вторичных колебательных режимов при вертикальных вибрациях, нагреваемой снизу квадратной полости с ньютоновской жидкостью проведено в работе [54]. Расчеты проводились для трех значений  $Pr = 0.02$ ; 1; и 15. Показано, что высокочастотные вертикальные вибрации оказывают различное влияние на устойчивость конвективных течений: относительно слабые

оказывают стабилизирующее воздействие, увеличение вибрационного числа Рэлея приводит к снижению порога устойчивости вплоть до их полной дестабилизации. Аналогичная система исследована в статье [55] для значений числа Рэлея:  $Ra=1$ ;  $10^4$ ;  $10^6$  при безразмерной частоте вибраций в пределах  $1 \dots 10^4$ . Показано, что для малых  $Ra$  доминирует вибрационный механизм генерации течения, вибрационное движение значительно увеличивает скорость теплопереноса. Для  $Ra=10^6$  преобладает гравитационный механизм, а вибрации не приводят к значительному усилению теплопереноса.

В работе [56] представлены экспериментальные результаты в земных условиях и на борту станции «Мир» прибора ДАКОН, который предназначен для изучения конвекции, вызванной низкочастотными микроускорениями. В работе приведено большое количество результатов натуральных экспериментов, которые могут использоваться для верификаций математических моделей.

В работе [57] исследуется влияние вибраций с различными углами наклона вибрационного ускорения и силы тяжести в полости и слое. Получены карты устойчивости режимов конвективных течений ньютоновской жидкости при различных углах на плоскости  $Pr \cdot Gv - Ra$ .

В работе [58] экспериментально и теоретически рассмотрено влияние высокочастотных горизонтальных вибраций на конвекцию ньютоновской жидкости в прямоугольной ячейке Хеле-Шоу, нагреваемой снизу и расположенной в однородном поле тяжести. В качестве рабочей жидкости использовалось трансформаторное масло. Время стабилизации определенного конвективного режима оценивалось по характерным временам релаксации температурных и гидродинамических возмущений и составило около 1,5 ч; время выхода на устойчивый режим в эксперименте составило более двух часов. Показано, что горизонтальные вибрации снижают порог квазиравновесной устойчивости. Определены области существования различных устойчивых и неустойчивых режимов вибрационной конвекции. Найдены новые устойчивые автоколебательные режимы, которые названы вибрационными потоками.

Еще одно экспериментальное исследование термовибрационной конвекции ньютоновской жидкости в условиях пониженной гравитации проведено в работе [9]. Изучено температурное поле в различных плоскостях. Показано, что значительный перенос тепла, обнаружен при вибрациях в условиях низкой гравитации, тогда как в отсутствии вибраций он слабее, а при нормальной гравитации пренебрежимо мал, что совпадает с выводами [55].

Экспериментальное и теоретическое исследование термовибрационной конвекции в условиях пониженной гравитации приведено в [59]. Показано, что увеличение переноса тепла связано с усредненным течением, интенсивность которого пропорциональна вибрационному ускорению. Результаты трехмерного прямого численного моделирования и двумерного численного моделирования, основанного на осредненных уравнениях термовибрационной конвекции, хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Своими разнообразными работами значительный вклад в изучение вибрационной конвекции внесли ученые Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета под руководством профессора Козлова В.Г. [60 – 63]. Так в работе [60] экспериментально изучалась влияние вертикальных вибраций на конвекцию в вертикальном слое. Показано, что при  $G_v \sim Gr$  вибрации не влияют на теплоперенос, далее поток тепла линейно растет с увеличением  $G_v$ , резкое возрастание теплового потока происходит при развитии вибрационных вихрей. Гравитационная конвекция играет роль стабилизирующего фактора: развитие вибрационных вихрей происходит тем позже, чем выше число Грасгофа.

В работе [61] методом осреднения получены уравнения вибрационной конвекции в полости, совершающей высокочастотные вращательные качания. Показано, что при такой конфигурации вибраций сила Кориолиса выполняет роль конвективной подъемной силы.

В работе [62] экспериментально изучается волновая неустойчивость конвективных пограничных слоев в горизонтальном цилиндрическом слое, подверженном действию вертикальных высокочастотных вибраций.

Показано, что вибрации значительно снижают предел волновой неустойчивости, а период осцилляций температуры зависит только от гравитационного числа Рэлея.

В работе [63] проведено сравнение сверхкритических потоков, возбуждаемых сферическим ядром, колеблющимся во вращающейся сферической полости для различных случаев дифференциального вращения ядра. Показано, что неустойчивости всегда проявляются по одному и тому же сценарию – формирование двумерных вихрей около оси вращения, развитие волн Россби и, наконец, распространение валов.

В большинстве работ о влиянии вибраций на конвективные течения жидкости в качестве параметра, управляющего интенсивностью вибраций, выбирается вибрационное число Грасгофа, пропорциональное произведению амплитуды скорости вибраций и конвективного параметра  $a\omega\beta\Theta$ . Такой выбор закономерен при изучении термовибрационных течений, возникающих в невесомости, когда единственным механизмом генерации конвекции является осредненная вибрационная сила, характерная величина которой определяется произведением  $a\omega\beta\Theta$ .

В диссертационной работе рассматривается влияние высокочастотных вибраций на свободную конвекцию жидкости в замкнутой полости в поле тяжести. В этом случае основным механизмом, порождающим конвективное течение, является подъемная сила Архимеда, величина которой пропорциональна  $g\beta\Theta$ . Параметром, управляющим интенсивностью конвекции, порождаемой подъемной силой, является гравитационное число Грасгофа. Совместное использование гравитационного и вибрационного чисел Грасгофа не позволяет четко разделить вибрационный и гравитационный механизмы генерации конвекции, т.к. оба безразмерных критерия содержат параметр  $\beta\Theta$ . Для разделения механизмов представляется разумным характеризовать интенсивность вибрационного воздействия на систему с помощью безразмерного вибрационного параметра  $V$ , пропорционального отношению амплитуды вибрационного ускорения к

ускорению свободного падения  $a\omega^2/g$  и не содержащего  $\beta\Theta$ . Похожий параметр использовался ранее в работе [64] при исследовании влияния вибраций на возникновение конвекции в двухслойной системе чистая жидкость-пористая среда, насыщенная той же жидкостью, и в работе [65], где изучалось влияние вибраций на устойчивость стационарного плоскопараллельного течения псевдопластической жидкости в бесконечном вертикальном слое, ограниченном твердыми идеально теплопроводными границами, поддерживаемыми при постоянных разных температурах.

## **1.2. Конвекция неньютоновской жидкости в поле высокочастотных вибраций**

Из всего многообразия неньютоновских жидкостей можно выделить класс обобщённых ньютоновских жидкостей [66], при движении которых вязкие напряжения являются однозначной функцией скорости сдвига. Для описания обобщённых ньютоновских жидкостей в зависимости от их реологии и условий движения применяются различные реологические модели, такие как: Шведова-Бингама (Shvedov-Bingham) [67, 68]; Уильямсона (Williamson) [69]; Освальда-де Виля (Ostwald-de Waele) [70 – 72]; Гершеля-Балкли (Herschel-Bulkley) [73].

Систематическое изучение гидродинамической устойчивости равновесия и конвективных течений в неньютоновских жидкостях началось в начале 70-е годы прошлого столетия. В ранних работах, касающихся конвекции неньютоновских жидкостей рассматривалась только свободная конвекция и принималась в расчёт нелинейная вязкость среды.

В монографии [74] анализируются течения жидкостей, которые описываются степенной реологической моделью. Авторами получены уравнения движения и теплопереноса таких жидкостей в приближении пограничного слоя и предложены методы решения динамических и тепловых задач на основе этих уравнений. В [75] рассмотрен тепломассоперенос в

жидкости, описываемой степенной моделью Освальда-де Виля, заключённой между вертикальными плоскостями с заданным перепадом температуры. Тепловой поток охарактеризован числом Нуссельта  $Nu$ , для которого получено соотношение  $Nu = C(Gr \cdot Pr^n)^{1/(3n+2)}$ , здесь  $n$  – показатель степени неньютоновости,  $C$  – некоторая постоянная, значение которой определяется на основании расчетов. В работе [76] численно исследовали движение жидкости Освальда-де Виля в широких диапазонах чисел Прандтля  $Pr \in [5; 12500]$  и показателя неньютоновости  $n \in [0,4; 1,0]$ . Для жидкостей с числом Прандтля  $Pr < 10^3$  показатель неньютоновости  $n$  оказывается основным определяющим реологическим параметром. Свободная поверхность и малые скорости сдвига существенно влияют на профили скоростей во внешней части пограничного слоя и мало влияют на локальный теплообмен.

Вязкость неньютоновской жидкости является функцией не только скорости сдвига, но и температуры; важность этого факта показана в [68]. В [77] установлено, что в нелинейно-вязкой жидкости при превышении некоторой критической температуры возможна реализация нескольких стационарных конвективных режимов. Были определены значения управляющих параметров, определяющих границы между режимами. При  $T > T_{кр}$  вязкие напряжения сдвига, обусловленные подъемной силой, превышают предельные напряжение сдвига, этом случае жидкость становится фактически ньютоновской.

Свободной конвекции неньютоновской жидкости в плоской треугольной полости посвящена работа [78]. В ней с помощью метода конечных элементов было получено численное решение уравнений неразрывности, импульса и энергии, управляющими параметрами являются число Рэлея ( $Ra = 10^4 - 10^6$ ), число текучести ( $Y = 0 - Y_{max}$ ), аспектное отношение ( $H/L = 0.5 - 2.5$ ) и угол наклона ( $\phi = 0 - \pi$ ) полости. Показано, что реологические свойства жидкости в такой геометрии значительно влияют на теплопередачу.

В работах [25, 79] изучены механизмы неустойчивости в слоях неньютоновской жидкости различной пространственной ориентации. Показано что при малых значениях числа Прандтля неустойчивость обусловлена монотонными гидродинамическими возмущениями, а при числах Прандтля, превышающих некоторое значение – тепловыми волнами. Пороговое значение числа Прандтля, при котором происходит смена механизма неустойчивости, уменьшается с ростом вязкости при малых скоростях сдвига.

Условия квазиравновесия и жесткого состояния обобщенных ньютоновских жидкостей в невесомости описаны в [25]. Показано, что жесткое состояние таких жидкостей в наклонном слое возможно в невесомости или при одновременном совпадении направлений вибрации, гравитационного поля и градиента температуры. В невесомости жесткое состояние абсолютно устойчиво.

В работе [80] на основании уравнений термовибрационной конвекции для случая невесомости решена линейная задача устойчивости квазиравновесия бесконечного слоя жидкости Уильямсона, относительно малых периодических вдоль слоя возмущений. Численные исследования проводились для различных углов наклона оси вибраций относительно слоя. Показано, что наиболее опасными являются гидродинамические монотонные возмущения. Усиление вязкопластических свойств жидкости приводит к дестабилизации основного состояния при всех углах наклона оси вибраций. Увеличение числа Прандтля стабилизирует квазиравновесное состояние псевдопластической жидкости.

В статьях [71, 72] рассмотрена устойчивость конвективного течения неньютоновской жидкости в вертикальном слое на примере степенной трехпараметрической реологической модели, где в отличие от классической степенной модели Освальда-де Вилля используется дополнительный регуляризационный параметр – динамическая вязкость при нулевой скорости сдвига. Показано, что усиление псевдопластических свойств жидкостей

оказывает дестабилизирующее действие, а усиление дилатантных свойств, наоборот, стабилизирует течение.

Имеются работы, в которых анализируются результаты применения к сходным системам различных реологических моделей. Так в работе [81] установлено, что структуры квазитвердых зон, рассчитанные с использованием модели Гершеля–Балкли при числах Релея, незначительно превышающих пороговые значения, близки к таковым, рассчитанным с использованием модели Шведова–Бингама в [69]. В цикле работ Матвиенко О.В. и Литвиновой А.Е. [73, 82, 83] изучены установившиеся течения сред, описываемых различными реологическими моделями. Исследовались течения закрученных потоков в цилиндрическом канале псевдопластической [73], дилатантной [82] и термовязкой [83] жидкостей. Псевдопластическая и дилатантная жидкости описывались реологической моделью Гершеля–Балкли, термовязкая жидкость моделью Сиско. Показано, что при низких значениях перепада давления псевдопластические свойства среды приводят к значительному гидравлическому сопротивлению. С увеличением перепада давления гидравлическое сопротивление потока уменьшается, что связано с разрушением внутренней структуры среды, определяющей псевдопластические свойства.

В работе [84] рассматривается применение различных моделей вязкости (простейшая алгебраическая модель Берковера и Инглемана и модель Папанастасиоу), применительно к течениям псевдопластической жидкости ( $n = 0.6$ ) в квадратной полости на основе двухполевого метода. В результате численного моделирования и сравнения результатов исследования с данными других авторов оптимальной признана модель Берковера и Инглемана, в которой эффективная вязкость  $\mu_{eff}$  задаётся соотношением 
$$\mu_{eff} = \left( \sqrt{(A)^2 + \varepsilon^2} \right)^{n-1},$$
 где  $A$  – интенсивность скорости деформации,  $\varepsilon$  – параметр регуляризации ( $\varepsilon = 0.01$ ).

Особый интерес представляют работы, в которых получены аналитические решения применительно к неньютоновским жидкостям. Так в [69] впервые в рамках реологической модели Уильямсона было получено аналитическое выражение, связывающее пороговое значение числа Рэлея, при котором возникает конвекция линейно-вязкопластической жидкости Бингама, и предельное напряжение сдвига, а в [85] сформулированы два вариационных принципа для определения пороговых значений числа Рэлея и формы квазитвердых зон при возникновении конвекции в вязкопластической жидкости Бингама в вертикальной прямоугольной полости с различным соотношением сторон.

В [86] приводятся результаты численного моделирования естественного конвективного теплообмена между вертикальной изотермической поверхностью и псевдопластической или дилатантной жидкостями. Представлена зависимость числа Нуссельта, характеризующего интенсивность теплообмена, от скорости сдвига.

Приближённое аналитическое выражение поля скорости в слое жидкости Уильямсона, помещённом между двумя осциллирующими плоскостями получено в работе [87]. Решение, записанное для случая ламинарного течения, учитывает параметры жидкости Уильямсона, толщину слоя, перепад давления, температуру, частоту вибраций и может использоваться для верификации вычислительных алгоритмов.

В работе [88] рассмотрено влияние гравитационных, тепловых, вибрационных и магнитных полей на движение тонкого слоя псевдопластической жидкости Уильямсона со свободной поверхностью по вибрирующей наклонной плоскости, помещённой в магнитное поле. Авторы наблюдали сначала синхронные колебания плёнки в целом с вибрирующим основанием, затем – нарастание колебаний на свободной поверхности.

В работе [89] аналитически решена двумерная задача установившегося течения в слое наножидкости, помещённой на растягиваемую с заданной скоростью  $u_0$  подложку, нормальной к магнитному полю. Рассматриваемая

жидкость образована взвесью подвижных магнитных наночастиц и описывается реологической моделью Уильямсона. Решения учитывают энергию активации и диффузию наночастиц в температурном и магнитном полях, а также их конвективный перенос. Выявлено, что большие значения параметра  $\lambda = 3\Gamma(2u_0^3/\nu)^{1/2}$ , где  $\Gamma$  – константа модели Уильямсона, снижает коэффициент поверхностного трения, тогда как рост магнитного параметра  $M = 3\sigma B_0^2/\rho u_0$  влияет противоположно, здесь  $\sigma$  – электропроводность,  $B_0$  – индукция магнитного поля.

В последнее время появились исследования, связанные с изучением перистальтических течений в связи их важностью в области физиологии и биомедицины. В работе [90] рассмотрено перистальтическое течение жидкости Уильямсона в асимметричном канале. Управляющим критерием является число Вайсенберга  $We = \Gamma c/d$ , где  $\Gamma$  – это постоянная размерности времени,  $c$  – скорость движения жидкости,  $d$  – поперечный размер канала, оно представляет собой соотношение между скоростью релаксации механических напряжений и скоростью сдвига. Показано, что при больших  $We$  зависимости для давления нелинейные, а при малых  $We$  они ведут себя как для ньютоновской жидкости (прямая линия). В области перистальтической перекачки с увеличением  $We$  градиент давления уменьшается, при этом уменьшается поток в верхней половине канала и увеличивается в нижней. В работе [91] рассматривается трехмерное нестационарное перистальтическое течение на основе модели жидкости Уильямсона в прямоугольном канале. Численно найдено выражение для давления, в графическом виде представлены расчеты для скорости, градиента давления и функций тока при различных значениях управляющих параметров. Выводы, сделанные в работе совпадают с [90].

В [92] разработана математическая модель покрытия лопатки тонкой пленкой жидкости Уильямсона при ее прохождении через малый зазор между лопаткой и движущейся подложкой. Результаты получены для толщины покрытия, распределения давления, напряжения и мощности, подводимой к

лопатке. Обнаружено, что сила вязкого трения играет доминирующую роль в толщине покрытия, распределении мощности и давления. Нагрузка на лопатку уменьшается с увеличением числа Вайссенберга, при этом оно позволяет контролировать скорость потока, толщину покрытия, потребляемую мощность и давление.

Тепломассоперенос в неньютоновских жидкостях имеет практическое значение, например, для определения режимов работы центробежных насосов [93]. Неньютоновские свойства проявляют суспензии концентрированных твердых частиц, возникающие при разрыве пласта [94].

Из приведенного выше обзора литературных источников следует, что вопросы влияния вибраций на структуру течений, режимы переноса тепловой энергии и границы реализации режимов в нелинейно-вязких средах остаются недостаточно изученными. Целью диссертационного исследования является установить связь совместного влияния гравитационного и вибрационного механизмов воздействия на течения обобщенной ньютоновской жидкости в замкнутых прямоугольных полостях с различными аспектными соотношениями.

### **1.3. Объект исследования**

Объектом исследования настоящей работы является обобщенная ньютоновская жидкость, которая находится в замкнутой неоднородно прогретой полости в гравитационном и вибрационном полях. В диссертации изучается влияние высокочастотных вибраций на структуру и устойчивость осредненных конвективных течений ньютоновской и псевдопластической жидкостей.

Влияние вибраций на конвективное движение обобщенной ньютоновской жидкости определялось безразмерным вибрационным параметром  $V$  пропорциональным отношению вибрационного ускорения к ускорению свободного падения и не зависящим от перепада температуры. Интенсивность гравитационной конвекции характеризовалась числом Грасгофа  $Gr$ .

В случае псевдопластической жидкости рассматривалась термовибрационная конвекция, т.е. полость с жидкостью находилась в невесомости и единственным конвективным механизмом являются вибрации, интенсивность которых определялась классическим для таких задач вибрационным числом Грасгофа.

Следует отметить, что автору известен лишь ограниченный круг работ, где рассматривается влияние вибраций на конвекцию неньютоновских жидкостей. Результаты настоящей работы являются вкладом автора в развитие теории термовибрационной конвекции нелинейно-вязких жидкостей.

## **ГЛАВА 2. КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ТЕРМОВИБРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ ОБОБЩЕННЫХ НЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ**

В главе дано определение и классификация обобщенных ньютоновских жидкостей, приведены их примеры. Сформулирована полная нелинейная задача осредненной конвекции обобщенной ньютоновской жидкости в замкнутой полости в поле высокочастотных вибраций. Написаны уравнения термовибрационной конвекции для псевдопластической и ньютоновской жидкостей, находящиеся в замкнутых прямоугольных полостях с различными аспектными соотношениями в поле тяжести и в невесомости. Написан тензор вязких напряжений и его осреднение. Сформулированы граничные условия. Приведены оценки параметров и области применения модели, а также описаны использованные численные методы и процедуры, проведена верификация численной модели.

### **2.1. Обобщенные ньютоновские жидкости. Реологические модели**

Существует целый класс жидкостей, главной особенностью которых заключается в том, что зависимость вязких напряжений в них от скорости сдвига не подчиняется линейному закону. Такие жидкости называются неньютоновскими жидкостями. В отличие от ньютоновских жидкостей [95, 96], в которых вязкость зависит только от температуры и давления и не зависит от скорости сдвига, вязкость неньютоновской жидкости не остается постоянной при заданных температуре и давлении, а зависит от различных факторов, например, от скорости сдвига (деформаций), конструктивных особенностях аппаратуры, в которой находится жидкость, от предыстории жидкости.

Неньютоновские жидкости обычно разбивают на три большие группы, подробное описание которых приведено в [66]. Дадим краткую классификацию неньютоновских жидкостей.

1. Системы, для которых скорость сдвига в каждой точке представляет некоторую функцию только напряжения сдвига в этой же точке, называются обобщёнными ньютоновскими. К данному классу жидкостей можно отнести и обычную ньютоновскую жидкость. Среды такого типа изучались, например [85, 97 – 99] К ним относятся растворы полимеров, целлюлозы и суспензии с асимметричной структурой частиц, суспензии крахмала, различные клеи.

2. Системы, в которых связь между напряжением и скоростью сдвига зависит от времени действия напряжения или от предыстории жидкости подразделяются на тиксотропные (смазки, вязкие печатные чернила) и реопектические (водный раствор гипса) жидкости. Среды такого типа изучались, например, в [100, 101].

3. Вязкоупругие среды (растворы и расплавы полимеров, смолы) обладают свойствами как твердого тела, так и жидкости. Эти среды частично восстанавливают форму после снятия внешнего напряжения. Среды такого типа изучались в [102, 103].

Свойства жидкостей, которые относятся к системам 1-го типа (обобщённым ньютоновским жидкостям), не зависят от времени и описываются реологическим уравнением вида  $\dot{\gamma} = f(\tau)$ , где  $\tau$  – вязкое напряжение сдвига, а  $\dot{\gamma}$  – скорость сдвига, которая для одномерного течения имеет вид  $\dot{\gamma} = \partial u / \partial z$ . Такие жидкости в свою очередь можно разделить на следующие группы в зависимости от вида функции  $f$ :

а) дилатантные жидкости – это жидкости, у которых отсутствует предел текучести (начальное напряжение сдвига), однако их кажущаяся вязкость (отношение напряжения сдвига к скорости сдвига) повышается с возрастанием скорости сдвига (линия *a* рис. 2.1). К ним относятся суспензии с большим содержанием твердой фазы, крахмальные клейстеры, густые краски и др.;

б) ньютоновские жидкости – это жидкости вязкость которых зависит только от температуры и давления и не зависит от скорости сдвига. График

зависимости напряжения от скорости сдвига (линия б рис. 2.1) представляет собой прямую линию. К таким жидкостям относятся вода, спирт, глицерин и др;

в) псевдопластические жидкости не обнаруживают предела текучести, кривая течения у них (линия в рис. 2.1) показывает, что кажущаяся вязкость постепенно понижается с ростом скорости сдвига. К ним относятся суспензии, содержащие асимметричные частицы, растворы высокополимеров;

г) нелинейно-вязкопластические жидкости с предельным напряжением сдвига – это жидкости, кажущаяся вязкость которых постепенно понижается с ростом скорости сдвига. Кривая течения становится линейной только при очень больших по величине скоростях деформации сдвига. Предельный наклон графика (линия г рис. 2.1) получил название вязкости при бесконечно большом сдвиге  $\tau_{\infty}$ . К таким жидкостям относятся глинистые растворы, ряд нефтей, шламы, масляные краски, растворы и расплавы полимеров, натуральный каучук, жидкие пищевые продукты;

д) бингамовские пластичные жидкости (линия д рис. 2.1) являются вязкопластичными жидкостями они способны оказывать сопротивление сдвигу не только за счет вязкости, но и за счет статического трения. Вязкопластичные жидкости совмещают в себе свойства как вязкой жидкости, так и твердого пластичного тела. К ним можно отнести шламы, буровые растворы, масляные краски, зубная паста, сточные грязи.

Примеры реологических моделей для неньютоновских жидкостей можно найти в [67, 70, 104, 105]. На рисунке 2.1 изображены реологические кривые для одномерных стационарных сдвиговых течений обобщенных ньютоновских жидкостей, отражающие зависимости напряжения сдвига  $\tau$  от скорости сдвига  $\dot{\gamma}$ .

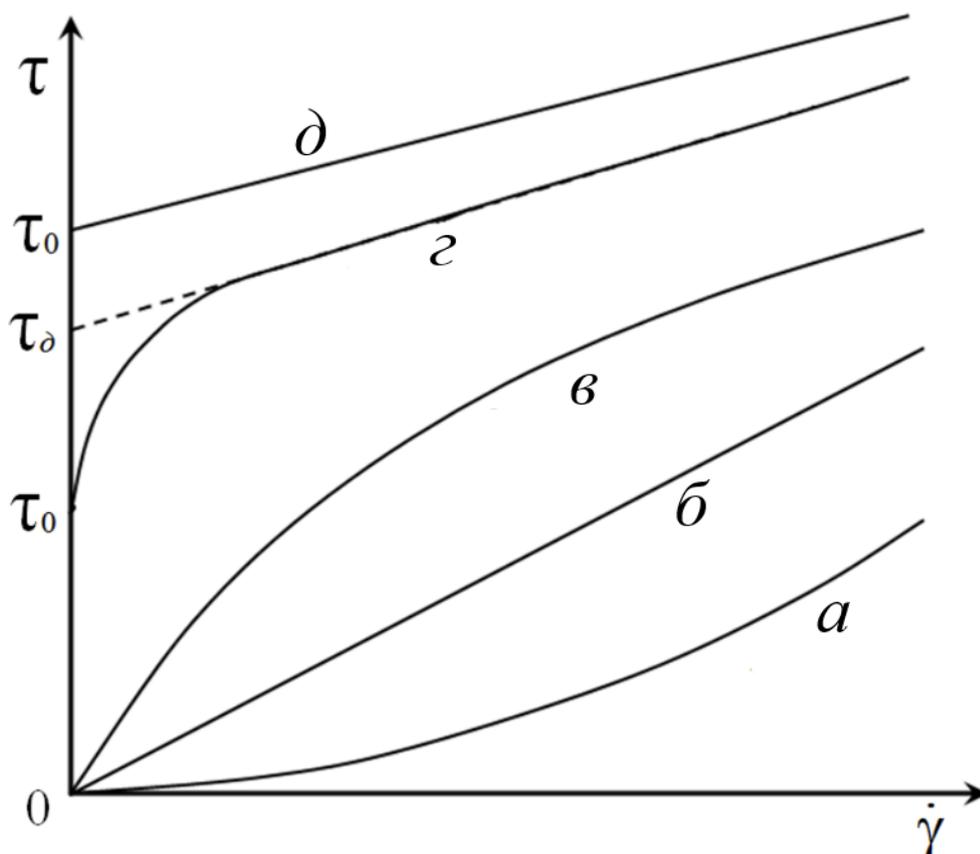


Рис. 2.1 Реологические кривые течения для различных типов обобщенных ньютоновских жидкостей: *а* – дилатантная жидкость; *б* – ньютоновская жидкость; *в* – псевдопластическая жидкость; *г* – нелинейно-вязкопластическая жидкость с предельным напряжением сдвига; *д* – линейно-вязкопластическая жидкость Бингама (Шведова-Бингама).

Систематическое изучение гидродинамической устойчивости равновесия и конвективных течений в нелинейно-вязких жидкостях началось в середине прошлого столетия [41, 47, 75, 69, 71, 72, 77].

В диссертационной работе рассматривается замкнутая полость с твердыми идеально теплопроводными границами, целиком заполненная обобщенной ньютоновской жидкостью: ньютоновской (глава 3) или псевдопластической (главы 4, 5), в неоднородном поле температуры.

Реологические свойства псевдопластической жидкости описываются моделью Уильямсона [69]:

$$\bar{\tau}_{ij} = \left( \frac{A}{B + \sqrt{I_2}} + \mu_\infty \right) e_{ij}, \quad e_{ij} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad I_2 = \frac{1}{2} e_{ij} e_{ji}, \quad (2.1)$$

где  $A, B$  – реологические параметры модели Уильямсона,  $I_2$  – второй инвариант тензора скорости сдвига,  $\mu_\infty$  – динамическая вязкость при бесконечно больших скоростях сдвига. Необходимо отметить, что в предельном случае, когда  $A = 0$  реологическая модель Уильямсона трансформируется в реологическую модель для ньютоновской жидкости. В случае конечных  $A$  и  $B \rightarrow 0$  ( $A \gg B$ ) модель Уильямсона описывает вязкопластические среды.

## 2.2. Постановка задачи вибрационной конвекции обобщенной ньютоновской жидкости

В диссертационной работе рассматривается замкнутая прямоугольная полость с различным аспектным соотношением  $\delta$ , целиком заполненная обобщенной ньютоновской жидкостью (ньютоновская и псевдопластическая). Под аспектным соотношением понимается отношение высоты полости к её длине  $\delta = h_z/h_x$ . Границы полости полагаются идеально теплопроводными.

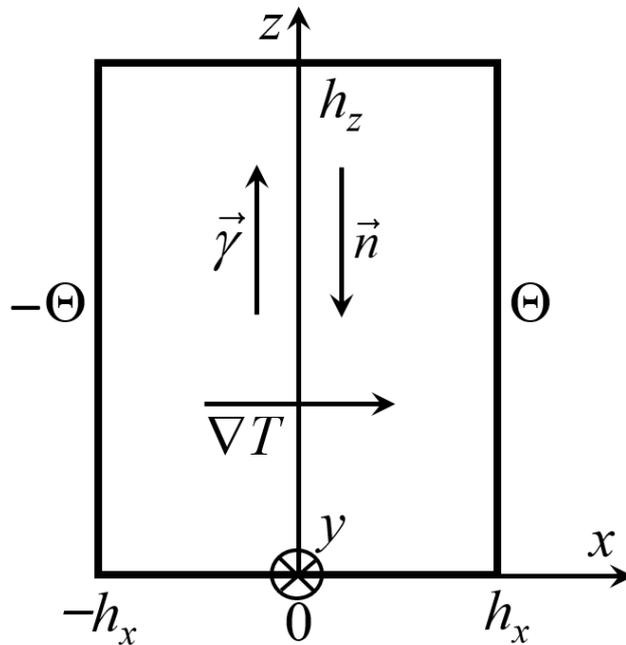


Рис. 2.2. Геометрия задачи

На рисунке 2.2 изображена расчетная область или исследуемая полость прямоугольного сечения с твердыми идеально теплопроводными границами,

которая заполнена псевдопластической или вязкой ньютоновской жидкостью. Направление осей и положение начала координат показаны на рисунке 2.2. Единичный вектор  $\vec{\gamma}$  направлен вертикально вверх против направления силы тяжести. Полость совершает линейно-поляризованные высокочастотные вибрации вдоль оси  $z$ . Направление вибраций задано вектором  $\vec{n}$ . На вертикальных границах полости заданы постоянные разные температуры  $\pm\Theta$ , т.е. внешний градиент температуры направлен горизонтально (вдоль оси  $x$ ), перпендикулярно к направлению оси вибрации. На горизонтальных границах полости температура меняется по линейному закону  $T = \Theta x/h$ .

Вибрации считаем высокочастотными, т.е. для них выполняется условие

$$\omega \gg \left\{ \frac{\mu_0}{\rho h^2}, \frac{\chi}{h^2} \right\}, \quad (2.2)$$

малоамплитудными

$$a\beta\Theta \ll h \quad (2.3)$$

и неакустическими

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \gg h, \quad (2.4)$$

где  $h$  – характерный размер полости,  $\omega$  – циклическая частота вибрации,  $\mu_0 = (A/B + \mu_\infty)$  – эффективная динамическая вязкость при бесконечно малом сдвиге,  $\mu_\infty$  – вязкость при бесконечно большой скорости сдвига,  $\lambda$  – длина звуковой волны, соответствующая частоте вибраций,  $c$  – скорость звука,  $a$  – амплитуда смещения.

Выполнение условия неакустических вибраций (2.4) позволяет считать жидкость несжимаемой

$$\operatorname{div}\vec{u} = 0. \quad (2.5)$$

### 2.3. Уравнения переноса и их осреднение

Движение жидкости рассматриваем в неинерциальной системе отсчета, связанной с полостью, это приводит к перенормировке ускорения свободного падения. Тогда размерные уравнения свободной конвекции принимают вид:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{1}{\rho}\text{div } \vec{\tau} + \vec{g}\beta T\vec{\gamma} + a\omega^2\beta\vec{n}T \cos \omega t, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)T = \chi\Delta T, \quad \text{div } \vec{u} = 0.$$

где  $\vec{u}$  – скорость жидкости,  $p$  – давление,  $\rho$  – плотность,  $\vec{g}$  – ускорение свободного падения,  $\beta$  – коэффициент теплового расширения,  $\vec{\gamma}$  – единичный вектор, направленный вертикально вверх,  $\vec{n}$  – единичный вектор, показывающий направление вибраций,  $\nabla$ ,  $\Delta$ ,  $\text{div}$  – обозначения дифференциальных операторов градиента, Лапласа и дивергенции.

К системе (2.6) в случае высокочастотных линейно-поляризованных вибраций можно применить метод осреднения [1, 13, 28], т.е. все физические поля можно разделить на быстро меняющиеся пульсационные и медленные осредненные части. Сделанные выше предположения позволяют пренебречь нелинейными слагаемыми в уравнениях для пульсационных компонент. Согласно методу осреднения вводим иерархию времен:  $t_- = \omega t$ ,  $t_0 = t$ ,  $t_1 = \omega^{-1}t$ ,  $t_2 = \omega^{-2}t, \dots$ . Будем считать, что все поля скорости, давления и температуры зависят как от «быстрого» (пульсационного) времени  $t_-$ , так и от «медленных» (конвективных) времен  $t_0, t_1, t_2, \dots$ . Характерное время изменения пульсационных частей, т.е. «быстрое» время  $t_-$  одного порядка с  $\omega^{-1}$ . Производная по времени представится в виде ряда по степеням  $\omega$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} = \omega \frac{\partial}{\partial t_-} + \frac{\partial}{\partial t_0} + \omega^{-1} \frac{\partial}{\partial t_1} + \omega^{-2} \frac{\partial}{\partial t_2} + \dots \quad (2.7)$$

Тогда физические переменные запишутся в виде степенных рядов:

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \bar{u}_0 + \omega^{-1}\bar{u}_1 + \omega^{-2}\bar{u}_2 + \dots \\ T &= T_0 + \omega^{-1}T_1 + \omega^{-2}T_2 + \dots \\ P &= \omega P_- + P_0 + \omega^{-1}P_1 + \dots\end{aligned}\quad (2.8)$$

Характерная скорость вибрации  $a\omega$  является конечной величиной при  $\omega \rightarrow \infty$ , поэтому вибрационное ускорение  $a\omega^2$  и главная часть давления пропорциональны первой степени  $\omega$  [65, 106].

Подставив разложения (2.7) и (2.8) в уравнение (2.6) и собрав слагаемые одного порядка малости, в главном порядке разложения получаем:

$$\frac{\partial \bar{u}_0}{\partial t_-} = -\frac{1}{\rho} \nabla p_- + a\omega\beta\bar{n}T_0 \cos t_-, \quad \frac{\partial T_0}{\partial t_-} = 0. \quad (2.9)$$

В нулевом порядке по  $\omega$  решение ищем в виде:

$$\bar{u}_0 = a\omega\beta\bar{w}_0 \sin t_- + \bar{u}, \quad p_- = a\omega p_0 \cos t_- + \bar{p}, \quad (2.10)$$

где  $\bar{u}$  и  $\bar{p}$  – медленно меняющиеся части полей скорости и давления, не зависящие от  $t_-$ . Из второго уравнения (2.8) следует, что  $T_0$  не зависит от быстрого времени. Подставляя выражения (2.9) в первое уравнение (2.8), для амплитуд пульсационных частей полей скорости и давления получаем

$$\rho\beta(\bar{w}_0 - T_0\bar{n}) = -\nabla p_0 \quad (2.11)$$

Для медленно меняющейся части давления в этом порядке имеем  $\nabla\bar{p} = 0$ .

Уравнения (2.6) в следующем порядке разложения по  $\omega$  принимают вид:

$$\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t_-} + \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial t_0} + (\bar{u}_0 \nabla) \bar{u}_0 = -\frac{1}{\rho} \nabla p_0 + \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \bar{\tau}_0 + \bar{g}\beta T_0 \bar{\gamma} + \beta \bar{n} b T_1 \cos t_-, \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t_-} + \frac{\partial T_0}{\partial t_0} + (\bar{u}_0 \nabla) T_0 = \chi \Delta T_0, \quad \operatorname{div} \bar{u}_0 = 0.$$

Поля  $\vec{u}_1$ ,  $p_0$ , и  $T_1$  будем находить в виде сумм «быстрых» и «медленных» частей, при этом учитываем, что последние не зависят от быстрого времени  $t_-$ .

$$T_1 = a\omega\beta(\vec{w}_0\nabla)T_0 \cos t_- + \bar{T}_1, \quad \vec{u}_1 = a\omega\vec{v}_1 \sin t_- + \vec{u}_1, \quad (2.13)$$

$$p_0 = a\omega p_0 \cos t_- + \bar{p}_0$$

Подставляя (2.9) и (2.12) в систему (2.11) и усредняя полученные уравнения по периоду быстрых пульсаций, получаем систему размерных уравнений, которая определяет медленное осредненное конвективное движение жидкости:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{1}{\rho}\operatorname{div} \bar{\tau} + \vec{g}\beta T\vec{\gamma} + \frac{1}{2}(a\omega\beta)^2 \vec{w}\nabla(T\vec{n} - \vec{w}), \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u}\nabla T = \chi\Delta T, \quad \operatorname{div} \vec{u} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{w} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{w} = \nabla T \times \vec{n}.$$

Первое уравнение системы (2.14) – уравнение Навье – Стокса, здесь  $\vec{u}$ ,  $T$ ,  $p$  – функции медленного времени  $t$ , описывающие осредненное конвективное течение. Индексы «0» у всех переменных и черта над давлением опущены. При выводе системы (2.14) безразмерная амплитуда пульсационного поля скорости представлялась в виде  $\vec{u} = \beta\vec{w}$  [3, 107].

Второе уравнение – уравнения теплопроводности, третье – уравнение неразрывности для осредненного течения. Третье и четвертое уравнения в (2.14) вытекают из условия несжимаемости жидкости. Последнее уравнение в (2.14) получено путем применения оператора ротор к равенству (2.11), оно описывает амплитуду пульсационного течения. Пульсационное течение считается невязким, в тех приближениях, которые мы используем и носит вихревой характер. Уравнения (2.14) справедливы для случая, когда исследуемая жидкость полностью занимает замкнутую полость.

Система (2.14) фактически совпадает с системой уравнений термовибрационной конвекции для ньютоновской [13] жидкости за исключением вязкого слагаемого  $\text{div} \bar{\tau}$ , вид которого определяется реологической моделью.

#### 2.4. Тензор вязких напряжений и его осреднение

Аналогично, используя (2.8) запишем разложения тензора скорости сдвига и второго инварианта этого тензора в ряд относительно малого параметра  $\omega^{-1}$

$$e_{ij} = e_{0ij} + \omega^{-1}e_{1ij} + \omega^{-2}e_{2ij} \dots, \quad (2.15)$$

$$I_2 = \frac{e_{ij}e_{ji}}{2} = \frac{1}{2} \left( e_{0ij}e_{0ji} + \omega^{-1}e_{0ij}e_{1ji} + \omega^{-1}e_{1ij}e_{0ji} + \omega^{-2}e_{1ij}e_{1ji} + \dots \right).$$

Подставляя разложения (2.15) в реологическую модель Уильямсона (2.1), получим разложение тензора вязких напряжений в ряд относительно малого параметра  $\omega^{-1}$

$$\tau_{ij} = f_0(I_{00})e_{0ij} + \omega^{-1}(f_1(I_{00}, I_{01})e_{0ij} + f_0(I_{00})e_{1ij}) + \dots, \quad (2.16)$$

$$I_{00} = \frac{1}{2}e_{0ij}e_{0ji}, \quad I_{01} = e_{0ij}e_{1ji}.$$

В (2.16) учитывается симметричность тензора скорости сдвига  $e_{ij}$ . Определим явный вид разложения тензора вязких напряжений относительно малого параметра  $\omega^{-1}$  и явный вид функций  $f_0$  и  $f_1$  для реологической модели Уильямсона (2.1). С учетом разложения по скоростям (2.8) и тензора скорости сдвига (2.16) нелинейная часть тензора вязких напряжений принимает вид:

$$f = \frac{A}{B + \sqrt{I_{00} + \omega^{-1}I_{01} + \dots}}.$$

Полученное выражение разложим в ряд Тейлора по степеням. В качестве переменной в разложении выбираем сумму слагаемых, порядок малости которых выше нулевого.

$$f = \frac{A}{B + \sqrt{I_{00}}} - \frac{\omega^{-1} AI_{01}}{2(B + \sqrt{I_{00}})^2 \sqrt{I_{00}}} = \dots$$

Тогда разложение тензора вязких напряжений по степеням обратной частоты, с точностью до слагаемых порядка  $\omega^{-1}$  имеет вид:

$$\tau_{ij} = \left( \frac{A}{B + \sqrt{I_{00}}} + \mu_{\infty} \right) e_{0ij} - \frac{\omega^{-1} AI_{01} e_{0ij}}{2(B + \sqrt{I_{00}})^2 \sqrt{I_{00}}} + \omega^{-1} \left( \frac{A}{B + \sqrt{I_{00}}} + \mu_{\infty} \right) e_{1ij} + \dots$$

Функции  $f_0$  и  $f_1$  входящие в разложение (2.16) принимают вид:

$$f_0 = \frac{A}{B + \sqrt{I_{00}}} + \mu_{\infty}, \quad f_1 = \frac{AI_{01}}{2(B + \sqrt{I_{00}})^2 \sqrt{I_{00}}}.$$

В разложении (2.16) необходимо ограничиться только первым слагаемым, т.к. остальные слагаемые имеют более высокий порядок малости. После осреднения по быстрому времени  $t_-$  получаем:

$$\tau_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [f(I_{00}) e_{0ij}] dt_-, \quad e_{0ij} = a\omega\beta e_{wij} \sin t_- + e_{uij}. \quad (2.17)$$

В (2.17) тензор скорости сдвига разделился на две части: первая –  $e_{wij} = (\partial w_i / \partial x_j + \partial w_j / \partial x_i)$  определяется амплитудой скорости пульсаций, вторая –  $e_{uij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$  скоростью осредненного конвективного течения. Пульсационное течение жидкости считаем невязким.

В итоге, для тензора скорости сдвига получаем [65, 106]:

$$\tau_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \left( \frac{A}{B + \sqrt{I_2}} + \mu_\infty \right) e_{0ij} \right] dt_-,$$

$$I_2 = \frac{1}{2} e_{0ij} e_{0ji}, \quad e_{0ij} = a\omega\beta e_{wij} \sin t_- + e_{uij} \quad (2.18)$$

$$e_{wij} = \left( \frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right), \quad e_{uij} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

Далее выражение (2.18) подставляем в уравнение движения (2.14) и безразмериваем эти уравнения.

Вывод осредненных уравнений движения жидкости и тензора вязких напряжений, описанный в разделах 2.3. и 2.4. представлен в работах [13, 28, 105].

## 2.5. Уравнения движения в безразмерной форме

При безразмеривании уравнений (2.14) и (2.18) в качестве характерных масштабов выбраны: для длины –  $h$ ; для скорости осредненного течения –  $g\beta\Theta h^2\rho/\mu_\infty$ ; для времени –  $h^2\rho/\mu_\infty$ , температуры и амплитуды пульсационной скорости –  $\Theta$ , давления –  $g\beta\Theta h\rho$ . Таким образом, уравнения движения (2.14) и тензор вязких напряжений (2.18) в безразмерной форме принимают вид:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \text{Gr}(\vec{u}\nabla)\vec{u} = -\nabla p + \text{div } \bar{\tau} + T\vec{\gamma} + \frac{1}{2} V^2 \text{Gr}(\vec{w}\nabla)(T\vec{n} - \vec{w}), \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \text{Gr}(\vec{u}\nabla)T = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta T, \quad \text{div } \vec{u} = 0, \quad \text{div } \vec{w} = 0, \quad \text{rot } \vec{w} = \nabla T \times \vec{n},$$

$$\tau_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \left( \frac{\nu}{1 + \nu B h \sqrt{I_2}} + 1 \right) e_{0ij} \right] dt_-,$$

$$I_2 = \frac{1}{2} e_{0ij} e_{0ji}, \quad e_{0ij} = V e_{wij} \sin t_- + e_{uij} \quad (2.20)$$

$$e_{wij} = \left( \frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right), \quad e_{uij} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

Задача характеризуется следующими безразмерными параметрами:

число Прандтля:

$$\text{Pr} = \frac{\mu_\infty}{\rho \chi} \quad (2.21)$$

реологический параметр

$$\text{Bh} = \frac{\rho g \beta \Theta h}{A} \quad (2.22)$$

параметр неньютоновости

$$\nu = \frac{A}{B \mu_\infty} \quad (2.23)$$

число Грасгофа

$$\text{Gr} = \frac{g \beta \Theta h^3 \rho^2}{\mu_\infty^2}, \quad (2.24)$$

вибрационный параметр

$$V = \alpha \frac{a \omega^2}{g}, \quad (2.25)$$

где безразмерный параметр  $\alpha = \mu_\infty / (\omega \rho h^2) \ll 1$ .

Параметры  $\text{Bh}$  и  $\nu$ , характеризующие нелинейную вязкость жидкости, будут обсуждаться ниже.

## 2.6. Вибрационный параметр

Вибрационный параметр  $V$  характеризует интенсивность вибрационного воздействия на жидкость и не зависит от конвективного параметра  $\beta\Theta$ , связанного с равновесным градиентом температуры. В параметре  $V$  можно выделить два сомножителя. Первый множитель  $\alpha = t_{\text{виб}} / t_{\text{вяз}}$ , где  $t_{\text{виб}} = 1/\omega$  – вибрационное время равное с точностью до множителя  $2\pi$  периоду пульсации жидкости и вязкое время  $t_{\text{вяз}} = \rho h^2 / \mu_\infty$  характерное для медленного осредненного конвективного движения жидкости. В случае высокочастотных вибраций вибрационные времена  $t_{\text{виб}} \sim 10^{-1}$  малы по сравнению с вязкими временами  $t_{\text{вяз}} \sim 10^4$ . Оценки сделаны при частоте вибрации  $\omega = 12,5$  рад/с; амплитуде смещения  $a \approx 10^{-3}$  м, толщине полости  $h \approx 10^{-2}$  м и физических параметров нефти: плотности  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup> и динамической вязкости при бесконечно большом сдвиге  $\mu_\infty = 0,5-2000$ , мПа·с [108]. Таким образом, параметр  $\alpha \ll 1$ . Вторым множителем  $a\omega^2/g$  равен отношению вибрационного ускорения  $a\omega^2$  к ускорению свободного падения  $g$ . В зависимости от величины гравитационного поля и частоты вибраций этот множитель может принимать любые значения. Таким образом, вибрационный параметр  $V$  варьируется в достаточно широком диапазоне в зависимости от условий, при которых находится жидкость. Оценки параметра  $V$  будут обсуждаться ниже.

В задачах о влиянии вибраций на конвективные течения ньютоновских жидкостей для характеристики интенсивности вибрационного воздействия традиционно применяется вибрационное число Грасгофа  $Gv = (a\omega\beta\Theta h\rho/\mu_\infty)^2$  или вибрационное число Релея  $Ra_v = Gv \cdot Pr$  [1, 13, 23]. Вибрационный параметр  $V$  связан с вибрационным  $Gv$  и гравитационным  $Gr$  числами Гасгофа соотношением  $V = \sqrt{Gv}/Gr$ . Для описания осредненного вибрационно-конвективного течения ньютоновской жидкости можно использовать любой из параметров:  $V$  или  $Gv$ . Необходимо отметить, что вибрационный параметр  $V$  не зависит от конвективного множителя  $\beta\Theta$ , поэтому даже в случае

ньютоновской жидкости, находящейся в поле силы тяжести, его использование для характеристики интенсивности вибрационного воздействия на жидкость более разумно нежели  $Gv$  или  $Ra_v$ . Параметр  $V$  позволяет четко отделить влияние вибрационного механизма генерации конвекции от теплового [65].

В случае описания осредненной конвекции нелинейно-вязкой жидкости, находящейся в гравитационном поле, вибрационный параметр  $V$  дополнительно характеризует влияние нелинейно-вязких (неньютоновских) свойств жидкости на её движение в поле высокочастотных вибраций. Из (2.20) видно, что вибрационный параметр входит в качестве управляющего параметра в осредненную часть тензора скоростей сдвига

Если вибрационный параметр  $V$  принимает достаточно большие значения, то нелинейно-вязкие свойства оказывают существенное влияние на конвективные течения неньютоновской жидкости подверженной вибрациям. Например, в условиях приближенных к микрогравитации вибрационный параметр  $V \gg 1$ .

В невесомости, когда ускорение свободного падения  $g \rightarrow 0$ , вибрационный  $V \rightarrow \infty$ . В этом случае его использование становится не удобным для описания задач термовибрационной конвекции. Тогда, целесообразно применение вибрационного числа Грасгофа  $Gv$  или вибрационного числа Релея  $Ra_v$ , которые характеризуют термовибрационный механизм генерации конвективного течения обобщенной ньютоновской жидкости.

## 2.7. Математические модели

Проанализируем более подробно математические модели решаемых в рамках диссертационной работы задач. Запишем для них уравнения движения и граничные условия.

### 2.7.1. Квадратная полость с псевдопластической жидкостью в условиях микрогравитации

В главе 4 рассмотрена квадратная полость (аспектное соотношение  $\delta=1$ ) с твердыми идеально теплопроводными границами, заполненная псевдопластической жидкостью и находящаяся в условиях микрогравитации (пониженной гравитации). Полость совершает вертикальные линейно-поляризованные высокочастотные (2.2), малоамплитудные (2.3), не акустические (2.4) вибрации в направлении единичного вектора  $\vec{n}$ . Геометрия задачи, направление осей и положение начала координат показаны на рисунке 2.2, вдоль оси  $y$  полость полагается бесконечной. Единичный вектор  $\vec{j}$  направлен вертикально вверх против направления силы тяжести. На вертикальных границах полости заданы постоянные разные температуры  $\pm\Theta$ , на горизонтальных границах температура изменялась по линейному закону. На всех границах выполняется условие прилипания. Для описания поведения псевдопластической жидкости использовалась реологическая модель Уильямсона (2.1) [69].

Высокочастотные вибрации полости с жидкостью в неоднородном поле температуры вызывают осредненные вибрационно-конвективные течения, для описания которых используются ранее полученные уравнения (2.19) и (2.20).

Для плоской геометрии удобно переписать систему уравнений (2.19) и (2.20) в терминах завихренности  $\vec{\Omega} = -\nabla \times \vec{u}$ , функции тока  $u_z = -\partial\psi/\partial x$ ,  $u_x = \partial\psi/\partial z$  осредненного движения и функции тока  $w_z = -\partial\phi/\partial x$ ,  $w_x = \partial\phi/\partial z$  пульсационного движения, исключив из уравнения (2.19) давление. При этом подходе уравнение движения разделяется на уравнение переноса завихренности:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \text{Gr} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \Omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} V^2 \text{Gr} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial \phi}{\partial x \partial z} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \\
& = \frac{\partial T}{\partial x} + H_u \Delta \Omega - 4 \frac{\partial^2 H_u}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + 2 \left( \frac{\partial H_u}{\partial x} \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial H_u}{\partial z} \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) - \\
& - \left( \frac{\partial^2 H_u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 H_u}{\partial z^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial^2 \tau_{wxz}}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 \tau_{wxx}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \tau_{wxx}}{\partial z^2},
\end{aligned} \tag{2.26}$$

уравнения для осреднённой и пульсационной функции тока:

$$\Omega = - \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right), \tag{2.27}$$

$$\left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = - \frac{\partial T}{\partial x}. \tag{2.28}$$

К ним добавляется уравнение переноса тепловой энергии:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \text{Gr} \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{\text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \tag{2.29}$$

и соотношение для осредненного тензора вязких напряжений:

$$\tau_{wxx} = H_w \cdot \bar{\delta} \phi, \quad \tau_{wxz} = \tau_{wzx} = H_w \cdot \bar{\Delta} \phi,$$

$$H_w = \frac{V}{2\pi} \int_0^{2\pi} H \sin t_- dt_-, \quad H_u = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H dt_-, \tag{2.30}$$

$$H = 1 + \frac{\nu}{1 + \nu \text{Bh} \sqrt{4(V \cdot \bar{\delta} \phi \cdot \sin t_- + \bar{\delta} \psi)^2 + (V \cdot \bar{\Delta} \phi \cdot \sin t_- + \bar{\Delta} \psi)^2}},$$

$$\bar{\Delta} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad \bar{\delta} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z},$$

где  $H$  – эффективная вязкость жидкости.

Уравнения (2.27) и (2.28) – уравнения Пуассона для завихренности  $\Omega$  и функций тока осредненного  $\psi$  и пульсационного  $\phi$  течений.

Задача характеризуется безразмерными параметрами (2.21) – (2.25). Параметр неньютоновости жидкости  $\nu = A / B\mu_\infty$  показывает отклонение эффективной вязкости при нулевой скорости деформаций от соответствующего значения для ньютоновской жидкости – единицы, здесь  $A$  и  $B$  – реологические параметры, определяемые свойствами жидкости.

Безразмерный реологический параметр  $Bh = \rho g \beta \Theta h / A$ , как и число Грасгофа  $Gr$ , характеризует конкуренцию гравитационного механизма генерации конвекции и диссипативного механизма, в данном случае связанного с нелинейной вязкостью жидкости. Причем можно записать  $Bh = Pr \cdot Gr / \sigma$ , где  $\sigma = h^2 A / \mu_\infty \chi$  согласно работам [69, 109] – безразмерный динамический предел текучести, который определяет влияние вязкопластичных свойств жидкости на устойчивость стекания слоя. Динамический предел текучести  $\sigma$ , также как и число Прандтля  $Pr$ , определяется физическими параметрами жидкости. Для заданной псевдопластической жидкости эти параметры можно зафиксировать. В этом случае изменение  $Bh$  или  $Gr$  определяются только изменением характерного градиента температуры в полости.

### **2.7.2. Прямоугольная полость с псевдопластической жидкостью в невесомости**

В 5 главе рассмотрена прямоугольная полость (аспектное соотношение  $\delta=4$ ) с твердыми идеально теплопроводными границами, заполненная псевдопластической жидкостью и находящаяся в невесомости (см. рис. 2.2). Полость совершает вертикальные линейно-поляризованные высокочастотные (2.2), малоамплитудные (2.3) и не акустические (2.4) вибрации в направлении единичного вектора  $\vec{n}$ . Геометрия задачи, направление осей и положение начала координат показаны на рисунке 2.2, вдоль оси  $y$  полость полагается бесконечной. На вертикальных границах полости заданы постоянные разные температуры  $\pm\Theta$ , на горизонтальных границах температура изменялась по

линейному закону. На всех границах выполняется условие прилипания. Для описания поведения псевдопластической жидкости использовалась реологическая модель Уильямсона (2.1) [69].

В псевдопластической жидкости в условиях невесомости отсутствует сила Архимеда и связанный с ней гравитационный механизм генерации конвекции (слагаемое  $\vec{g}\beta T\vec{\gamma}$ ), поэтому уравнения термовибрационной конвекции (2.14) принимают вид:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{1}{\rho}\operatorname{div} \bar{\tau} + \frac{1}{2}(a\omega\beta)^2 \vec{w}\nabla(T\vec{n} - \vec{w}), \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u}\nabla T = \chi\Delta T, \quad \operatorname{div} \vec{u} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{w} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{w} = \nabla T \times \vec{n}.$$

Тензор вязких напряжений имеет вид (2.18). При обезразмеривании величин в качестве характерных масштабов выбраны: для координат —  $h$ ; времени —  $\rho h^2 / \mu_\infty$ ; для скорости осредненного течения —  $\mu_\infty / \rho h$ , для температуры и амплитуды пульсационной скорости —  $\Theta$ . Таким образом безразмерные осредненные уравнения термовибрационной конвекции принимают вид:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} = -\nabla p + \operatorname{div} \bar{\tau} + \frac{1}{2} \operatorname{Gv}(\vec{w}\nabla)(T\vec{n} - \vec{w}), \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)T = \frac{1}{\operatorname{Pr}} \Delta T, \quad \operatorname{div} \vec{u} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{w} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{w} = \nabla T \times \vec{n},$$

$$\tau_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \left( \frac{D}{b + \sqrt{I_2}} + 1 \right) e_{0ij} \right] dt_-, \quad (2.33)$$

$$e_{0ij} = \sqrt{\operatorname{Gv}} e_{wij} \sin t_- + e_{uij}$$

безразмерный тензор вязких напряжений, где  $D = \rho h^2 A / \mu_\infty^2$  — динамический предел текучести;  $b = \rho h^2 B / \mu_\infty$ .

Безразмерные осредненные уравнения термовибрационной конвекции в терминах функций тока осредненного  $\psi$ , пульсационного  $\phi$  и завихренности осредненного  $\Omega$  течений имеют вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \Omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Omega}{\partial z} + \frac{1}{2} \text{Gv} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial \phi}{\partial x \partial z} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \\ & 2 \left( \frac{\partial H_u}{\partial x} \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial H_u}{\partial z} \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) - \left( \frac{\partial^2 H_u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 H_u}{\partial z^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + \\ & + H_u \Delta \Omega - 4 \frac{\partial^2 H_u}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \tau_{wxz}}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 \tau_{wxz}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \tau_{wxz}}{\partial z^2}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right),$$

$$\Omega + \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = 0, \quad \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) + \left( \frac{\partial T}{\partial x} \sin \alpha - \frac{\partial T}{\partial z} \cos \alpha \right) = 0,$$

Уравнения связывающие завихренность и функции тока совпадают с (2.27) и (2.28). Безразмерный тензор вязких напряжений принимает вид:

$$\begin{aligned} \tau_{wxx} &= H_w \frac{\partial \phi}{\partial x \partial z}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = H_w \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right), \\ H_w &= \frac{\sqrt{\text{Gv}}}{2\pi} \int_0^{2\pi} H \sin t_- dt_-, \quad H_u = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H dt_-, \\ H &= 1 + \frac{Dv}{D + v \sqrt{a_* + (b_* + c_*)^2}}, \\ a_* &= 4 \left( \sqrt{\text{Gv}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \sin t_- + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right)^2, \\ b_* &= \sqrt{\text{Gv}} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \sin t_-, \quad c_* = \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Здесь  $H$  – эффективная вязкость жидкости.

Задача, как и предыдущая характеризуется числом Прантля (2.21)  $Pr = \mu_{\infty}/(\rho\chi)$ ; параметром неньютоновости (2.23) –  $v = A/(B\mu_{\infty})$ ; к ним добавляются динамический предел текучести

$$D = \frac{\rho h^2 A}{\mu_{\infty}^2} \quad (2.36)$$

и вибрационное число Грасгофа, которое характеризует интенсивность вибрационного воздействия

$$Gv = \left( \frac{a\omega\beta\Theta\rho h}{\mu_{\infty}} \right)^2. \quad (2.37)$$

Поскольку в условиях невесомости нет необходимости разделять гравитационный и термовибрационный механизмы генерации течения, в силу отсутствия первого, интенсивность вибрационного воздействия в невесомости удобнее характеризовать классическим вибрационным числом Грасгофа (2.37) [1, 13, 106].

### **2.7.3. Квадратная полость с ньютоновской жидкостью при различной величине гравитационного поля**

В 3 главе рассмотрена замкнутая квадратная полость (аспектное соотношение  $\delta=1$ ) с твердыми идеально теплопроводными границами, заполненная вязкой ньютоновской жидкостью. (см. рис. 2.2). На вертикальных границах полости  $x = \pm h_x$  заданы постоянные разные температуры  $\pm\Theta$ , т.е. внешний градиент температуры направлен горизонтально. На горизонтальных границах полости температура меняется по линейному закону  $T = \Theta x/h$ . На всех границах выполняется условие прилипания. Геометрия задачи, направление осей и положение начала координат показаны на рисунке 2.2, вдоль оси  $y$  полость полагается бесконечной. Единичный вектор  $\vec{y}$  направлен вертикально вверх против направления силы тяжести. Полость совершает вертикальные линейно-поляризованные высокочастотные (2.2),

малоамплитудные (2.3) и неакустические (2.4) вибрации при изменении интенсивности гравитационного и вибрационного воздействий в направлении единичного вектора  $\vec{n}$ .

Для вязкой ньютоновской жидкости, находящейся в нормальном поле тяжести, имеют место два механизма генерации конвекции: гравитационный и термовибрационный, связанный с осредненной вибрационной силой, представленные в уравнении (2.14) слагаемыми  $\vec{g}\beta T\vec{\gamma}$  и  $\frac{1}{2}(a\omega\beta)^2 \vec{w}\nabla(T\vec{n} - \vec{w})$  соответственно. Эффекты, связанные с нелинейной вязкостью, отсутствуют. В результате осредненные уравнения движения жидкости примут вид [3, 13, 107]:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{\mu_{\infty}}{\rho}\Delta\vec{u} + \vec{g}\beta T\vec{\gamma} + \frac{1}{2}(a\omega\beta)^2 \vec{w}\nabla(T\vec{n} - \vec{w}), \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u}\nabla T = \chi\Delta T, \quad \text{div } \vec{u} = 0, \quad \text{div } \vec{w} = 0, \quad \nabla \times \vec{w} = \nabla T \times \vec{n},$$

здесь  $\mu_{\infty}$  – коэффициент динамической вязкости жидкости,  $\rho$  – плотность жидкости. Уравнения (2.38) получены для случая, когда однородная жидкость целиком заполняет замкнутую полость и совершает линейно-поляризованные (возвратно-поступательные) вибрации с амплитудой смещения  $a$  и частотой  $\omega$  в направлении единичного вектора  $\vec{n}$ , при этом  $a\omega$  – амплитуда скорости вибраций.

Выберем в качестве характерных масштабов: длины – сторону квадрата  $h$ , времени –  $h^2\rho/\mu_{\infty}$ , скорости осредненного течения –  $\mu_{\infty}/h\rho$ , температуры и амплитуды пульсационной скорости –  $\Theta$ , давления –  $g\beta\Theta h\rho$  ( $g$  – ускорение свободного падения,  $\beta$  – коэффициент теплового расширения,  $\rho$  – плотность жидкости). Уравнения (2.38) в безразмерной форме принимают вид:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \Delta \vec{u} + T \vec{\gamma} + \frac{1}{2} V^2 \cdot \text{Gr} (w \nabla) (T \vec{n} - \vec{w}), \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \text{Gr} (\nabla \vec{u}) T = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta T, \quad \text{div } \vec{u} = 0, \quad \text{div } \vec{w} = 0, \quad \nabla \times \vec{w} = \nabla T \times \vec{n},$$

Безразмерные уравнения (2.39) в терминах завихренности скорости  $\vec{\Omega} = -\nabla \times \vec{u}$ , и функций тока осредненного  $u_z = -\partial \psi / \partial x$ ,  $u_x = \partial \psi / \partial z$  и пульсационного  $w_z = -\partial \phi / \partial x$ ,  $w_x = \partial \phi / \partial z$  течений принимают вид:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \Omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} V^2 \text{Gr} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial T}{\partial x} + \Delta \Omega, \quad (2.40)$$

$$\text{Gr} \cdot \Omega = - \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right), \quad \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = - \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (2.42)$$

где  $\Omega$  – проекция завихренности на ось  $y$ . Задача характеризуется тремя безразмерными параметрами: числом Грасгофа –  $\text{Gr} = g \beta \Theta h^3 \rho^2 / \mu_\infty^2$ , вибрационным параметром –  $V = \alpha a \omega^2 / g$  ( $\alpha = \mu_\infty / (\rho \omega h^2) \ll 1$ ) и числом Прандтля –  $\text{Pr} = \mu_\infty / \rho \chi$ .

Влияние высокочастотных вибраций на свободную тепловую конвекцию ньютоновской жидкости в поле тяжести определяется вибрационным параметром (2.25)  $V = \alpha a \omega^2 / g$ , равным отношению амплитуды вибрационного ускорения к ускорению свободного падения, деленному на безразмерную частоту вибраций (или отношению амплитуды характерной скорости движения жидкости под действием высокочастотных вибраций к характерной скорости движения вязкой жидкости в поле тяжести). Параметр  $V$  не зависит от перепада температур. Оценки показывают, что в земных условиях, как правило,  $V < 1$  [65]. Превышение вибрационным параметром

значения 1 возможно в случае высоковязких жидкостей, малых размеров полости ( $h \leq 10^{-2}$  м), очень высоких частот вибраций, которые могут быть недостижимы в эксперименте (оценка для частоты вибрации будет сделана ниже), и при пониженной силе тяжести. В условиях микрогравитации вибрационный параметр может существенно превышать 1 даже при относительно небольших частотах вибраций.

## 2.8. Краевые условия

Начальные условия описывают покоящуюся жидкость во всей полости

$$\vec{u}(x, z)|_{t=0} = 0 \quad (2.43)$$

или в терминах функции скорости и завихренности

$$\begin{aligned} \psi(x, z)|_{t=0} &= 0, \\ \Omega(x, z)|_{t=0} &= 0, \end{aligned} \quad (2.44)$$

а также линейное распределение температуры в объеме

$$T(x, z)|_{t=0} = \frac{\Theta}{h} x, \quad (2.45)$$

которое в безразмерной форме принимает вид

$$T(x, z)|_{t=0} = x \quad (2.46)$$

Граничные условия для скорости и функции тока записаны из соображений полного прилипания жидкости на стенках полости и непроницаемости границы, уравнения для завихренности аппроксимированы формулой Тома:

$$\begin{aligned} \vec{u}|_{\Gamma} &= 0, \\ \psi|_{\Gamma} &= 0, \\ \Omega|_{\Gamma} &= \frac{2(\psi|_{\Gamma} - \psi|_{\Gamma-1})}{\Delta h^2}, \end{aligned} \quad (2.47)$$

где  $\Gamma$  обозначает точки границы,  $\Gamma-1$  – приграничные узлы, отстоящие от границы на шаг сетки  $\Delta h$  [110, 111].

Для вибрационных составляющих скорости (функции тока и завихренности) граничные условия аналогичны.

Граничные условия для температуры описывают изотермические вертикальные границы  $x = \pm h_x$  и идеально теплопроводные горизонтальные  $z = 0$  и  $z = h_y$

$$\begin{aligned} x = \pm h_x : T|_{\Gamma} &= \pm \Theta, \\ z = 0, z = h_y : T|_{\Gamma} &= \frac{\Theta}{h} x. \end{aligned} \quad (2.48)$$

В безразмерной форме условия (2.48) принимает вид

$$\begin{aligned} x = \pm 1 : T|_{\Gamma} &= \pm 1, \\ z = 0, z = h_y : T|_{\Gamma} &= x. \end{aligned} \quad (2.49)$$

## 2.9. Оценки параметров и области применения модели

Уравнения (2.14) получены для случая, когда однородная жидкость целиком заполняет замкнутую полость, совершающую линейно-поляризованные высокочастотные малоамплитудные неакустические вибрации. Проведем числовую оценку параметров задачи. Оценку выполним для высоковязких жидкостей, к которым относятся, например, нефть и нефтепродукты [108]. Задав характерный размер полости  $h = 10^{-2}$  м, плотность  $\rho \approx 800$  кг/м<sup>3</sup>, динамическую вязкость  $\mu_0 \approx 1$  Па·с по соотношению (2.2) получим допустимые значения циклической частоты:

$$\omega \gg \frac{\mu_{\infty}}{\rho h^2} = \frac{1}{800 \cdot 10^{-4}} = 12.5 \text{ рад/с} .$$

Вибрации полагаются высокочастотными (2.2), что позволяет пренебречь вязкостью и нелинейными слагаемыми в уравнениях для пульсаций жидкости (2.9). С другой стороны, вибрации полагаются не акустическими (2.4), т.е.

длина возбуждаемой в полости волны много больше размеров самой полости. Полагаем, что  $\lambda = h = 10^{-2}$  м, тогда частота вибраций может принимать достаточно большие значения –  $\omega = 2\pi c/\lambda = 6.26 \cdot 1500/10^{-3} \approx 10^7$  рад/с (использовано приближённое значение скорости звука в воде равное  $c=1500$  м/с). При не акустических вибрациях можно считать жидкость несжимаемой (2.5).

При амплитуде смещения  $a \approx 10^{-3}$  м, коэффициенте объёмного теплового расширения  $\beta \cdot 10^4 \in [1; 20]$  1/К и перепаде температур до 10 К выполняется условие малоамплитудности вибраций (2.3):  $\frac{a\beta\Theta}{h} \approx \frac{10^{-3} \cdot 10^{-4} \cdot 10}{10^{-2}} = 10^{-4} \ll 1,$

Влияние высокочастотных вибраций на свободную тепловую конвекцию в поле тяжести определяется вибрационным параметром  $V$  (2.25). Оценки показывают, что в земных условиях, как правило,  $V < 1$ . Превышение вибрационным параметром значения 1 возможно в случае высоковязких жидкостей, малых размеров полости ( $h \leq 10^{-2}$  м), очень высоких частот вибраций, которые могут быть недостижимы в эксперименте, и при пониженной силе тяжести. В условиях микрогравитации вибрационный параметр  $V \gg 1$  даже при относительно небольших частотах вибраций, для невесомости  $V \rightarrow \infty$ . Напомним, что в случае неньютоновских жидкостей параметр  $V$  определяет влияние нелинейно-вязких свойств на вибрационную конвекцию. В таблице 2.1 приведены оценки значений для вибрационного параметра  $V$  для некоторых веществ (данные приведены при нормальных условиях для полости, с характерным размером  $h \approx 10^{-2}$  м).

Таблица 1 Оценки вибрационного параметра  $V$  для различных жидкостей при различных значениях частоты  $\omega$

Вещество	Кинематическая вязкость $\nu$ , м <sup>2</sup> /с	Частота вибрации $\omega$ , рад/с	Вибрационный параметр, $V (g \approx 10 \text{ м/с}^2)$	Вибрационный параметр, $V (g = 10^{-3} \text{ м/с}^2)$
Вода	$1 \cdot 10^{-6}$	12.5	$12.5 \cdot 10^{-4}$	12.5
		100	$10^{-2}$	$10^2$
		1000	$10^{-1}$	$10^3$
Глицерин	$1175 \cdot 10^{-6}$	12.5	$15 \cdot 10^{-1}$	$15 \cdot 10^3$
		100	12	$12 \cdot 10^4$
		1000	120	$12 \cdot 10^5$
Трансформаторное масло	$22.5 \cdot 10^{-6}$	12.5	$281 \cdot 10^{-4}$	281
		100	$23 \cdot 10^{-2}$	$23 \cdot 10^2$
		1000	$23 \cdot 10^{-1}$	$23 \cdot 10^3$
Нефть	$1.25 \cdot 10^{-6}$	12.5	$16 \cdot 10^{-4}$	16
		100	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$1.3 \cdot 10^2$
		1000	$1.3 \cdot 10^{-1}$	$1.3 \cdot 10^3$

## 2.10. Численная реализация и верификация модели

Для численного исследования задачи, описанные в разделах 2.7.1., 2.7.2. и 2.7.3. дискретизировались в соответствии с методом конечных разностей. Все пространственные производные дискретизированы вторым порядком точности, а временные – первым. Уравнения Пуассона для завихренности и функций тока осредненного и пульсационного течений (2.27) – (2.28), (2.41), на каждой итерации решались методом последовательной верхней

релаксации. (2.25). Напомним, что вибрационный параметр  $V$  связан с числом Грасгофа и вибрационным числом Грасгофа соотношением  $V = \sqrt{Gv}/Gr$ .

Значения завихренности на границах вычислялись по формуле Тома (2.47) [110, 111].

Поиск установившегося решения проводился методом установления до достижения условия:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} = 0. \quad (2.50)$$

Характерное поведение решения задачи при сгущении сетки (увеличении числа узлов  $N$ ) показано на рисунках 2.3 и 2.4. На рисунке 2.3 показаны зависимости числа Нуссельта  $Nu$  ( $a$ ), которое имеет смысл горизонтального теплового потока через вертикальную плоскость  $x = 0$  и определяется как

$$Nu = \frac{1}{2} \int_0^{h_z} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} dz, \quad (2.51)$$

и максимума функции потока  $\psi_m$  ( $b$ ) от числа узлов сетки  $N$  вдоль оси  $x$ ; расчёты проводились для ньютоновской жидкости при вибрационном параметре  $V = 0$  и числе Грасгофа  $Gr = 3500$ .

Анализ результатов показал, что для  $N < 80$  ( $\Delta h > 1/40$ ) при отсутствии вибраций наблюдаются колебания решения. Сплошные линии на рисунке 2.3 соответствуют средним значениям, а пунктирные линии – максимальным и минимальным значениям  $Nu$  и  $\psi_m$ . С увеличением  $N$  (уменьшением шага  $\Delta h$ ) амплитуда колебаний решения уменьшается. Когда  $N \geq 80$  ( $\Delta h \leq 1/40$ ), колебания решения более не проявляются, и удаётся получить стационарное решение (см. рис. 2.3). При дальнейшем росте  $N$  значения  $Nu$  и  $\psi_m$  перестают изменяться, что говорит о сходимости реализованной расчётной схемы.

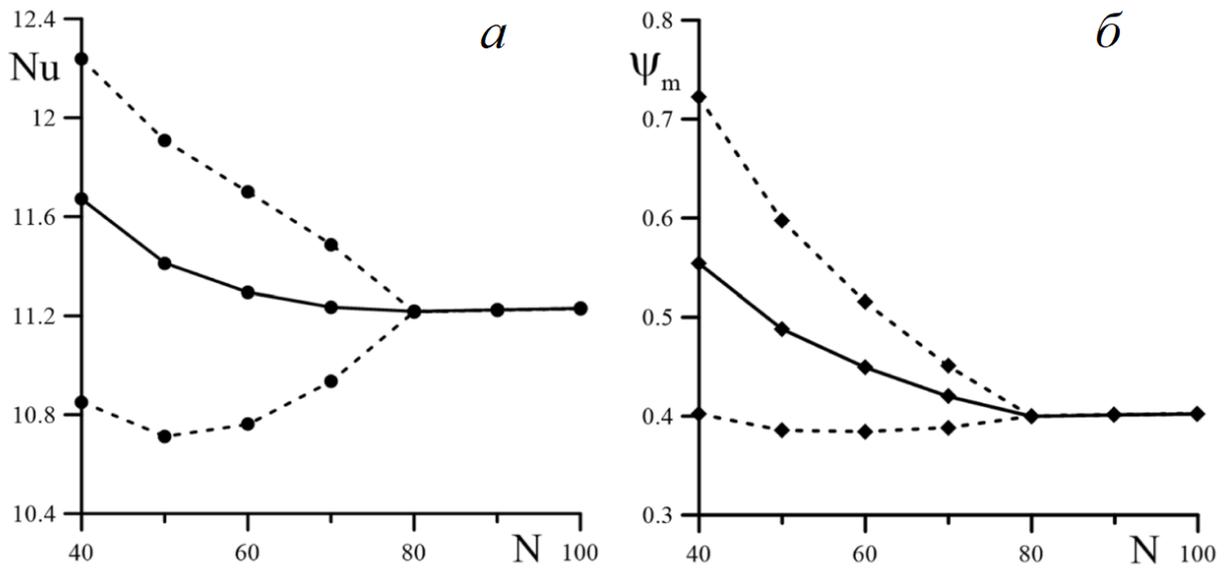


Рис.2.3 Зависимость числа Нуссельта  $Nu$  (а) и максимума функции тока  $\psi_m$  (б) от количества узлов сетки  $N$  вдоль оси  $x$  для  $V=0$  и  $Gr=3500$

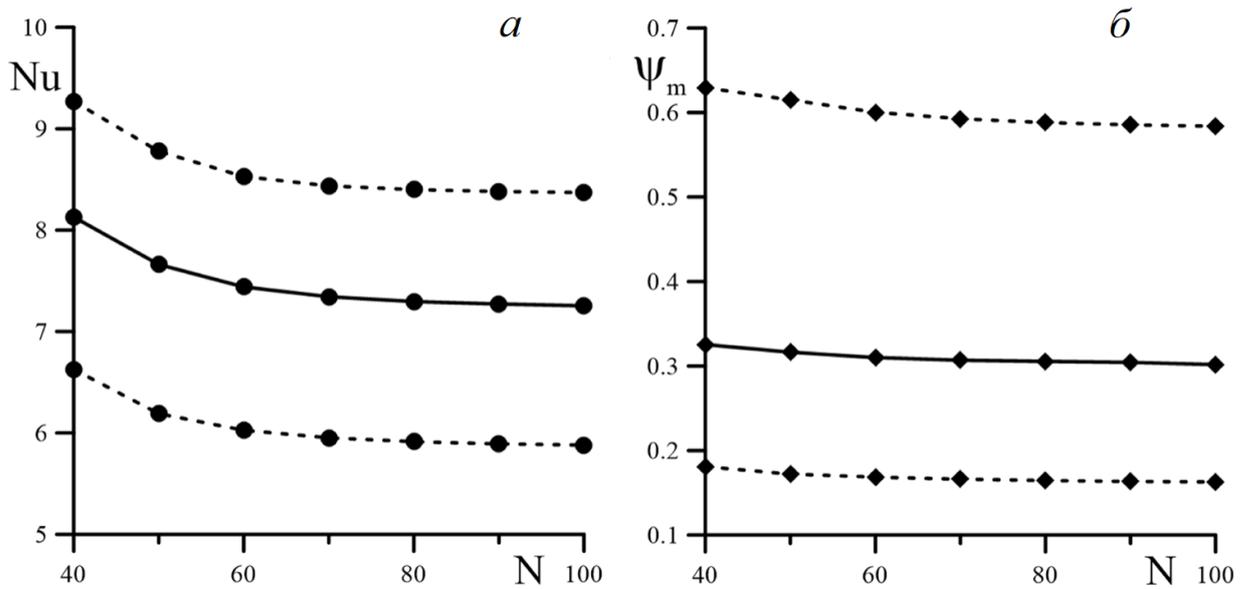


Рис. 2.4 Зависимости  $Nu$  (а) и  $\psi_m$  (б) от количества узлов сетки  $N$  вдоль оси  $x$  для  $V=0.1$  и  $Gr=300$

На рисунке 2.4 показана зависимость числа Нуссельта  $Nu$  (а) и максимума функции тока  $\psi_m$  (б) от числа узлов сетки  $N$  вдоль оси  $x$  для ньютоновскй жидкости при значениях  $V = 0.1$  и  $Gr = 300$ , что соответствует колебательному режиму конвекции. Сплошные линии соответствуют средним, а пунктирные линии – амплитудным значениям (см. рис. 2.4)  $Nu$  и  $\psi_m$ . Видно, что с

увеличением  $N$  (уменьшением  $\Delta h$ ), число Нуссельта и максимум функции тока асимптотически стремятся к определенным значениям. Относительное изменение  $Nu$  и  $\psi_m$  с увеличением числа узлов от  $N = 80$  ( $\Delta h = 1 / 40$ ) до 100 ( $\Delta h = 1 / 50$ ) не превышает 1%.

На рисунке 2.5 изображен график зависимости разности максимумов функций тока  $\delta\psi_{\max} = \frac{\psi_{\max}^{N+1} - \psi_{\max}^N}{\psi_{\max}^{N+1}}$ , полученных на расчетных сетках с различными шагами  $h$ , здесь  $N$  и  $N+1$  – порядковые номера расчетных сеток для псевдопластической жидкости.

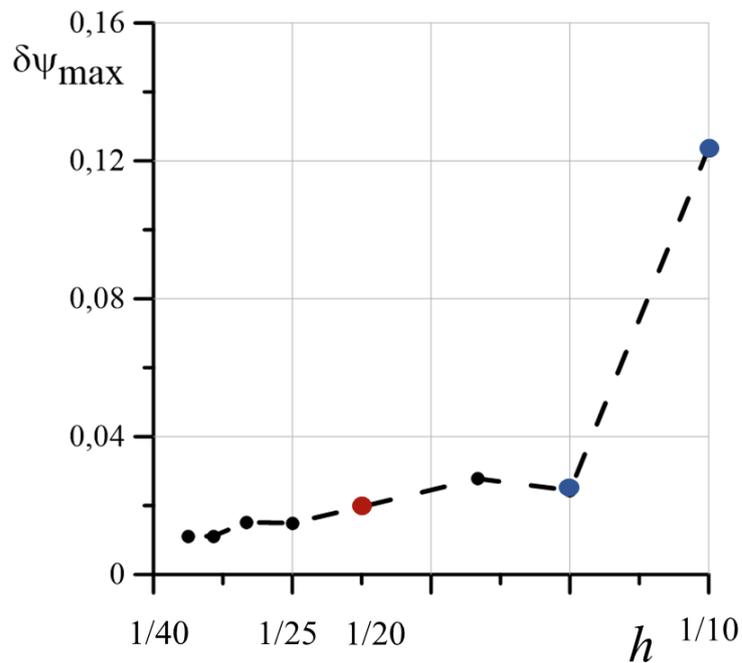


Рис. 2.5 Зависимости  $\delta\psi_m$  от шага сетки  $h$ .

Из рисунка 2.5 видно, что при последовательном сгущении расчетной сетки разница между решениями, полученными на соседних сетках, стремится к нулю. Таким образом решение сходится.

На основании сходимости решений на сгущающихся сетках для ньютоновской и для псевдопластической жидкостей выбрана сетка с  $N = 80$ , которая обеспечивает нахождение надежных результатов при наименьшем

времени счёта. Все последующие расчеты проводились на равномерной пространственной сетке с квадратными ячейками размером  $\Delta h = 1/40$ .

Для ньютоновской жидкости для псевдопластической жидкости характер поведения точно такой же

## **ГЛАВА 3. РЕЖИМЫ ВИБРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ**

В главе исследовано влияние высокочастотных вибраций на конвекцию ньютоновской жидкости в полости квадратного сечения, которая совершает линейно-поляризованные высокочастотные вибрации в направлении гравитационного поля. Влияние вибраций на систему определялось безразмерным вибрационным параметром  $V$  пропорциональным отношению вибрационного ускорения к ускорению свободного падения и не зависящим от перепада температуры. Интенсивность гравитационной конвекции характеризовалась числом Грасгофа  $Gr$ . Изучена эволюция осредненных конвективных режимов, на плоскости параметров  $Gr - V$  построена карта этих режимов и определена граница устойчивости стационарной осредненной конвекции. В зависимости от значений вибрационного параметра  $V$  и числа Грасгофа  $Gr$  в полости могут реализоваться одно-, трех- или четырехвихревые стационарные режимы конвекции. При увеличении числа  $Gr$  стационарное осредненное движение становится неустойчивым и в полости возникают колебательные режимы.

### **3.1 Постановка задачи**

Рассматривается квадратная полость с твердыми идеально теплопроводными границами, которая заполнена вязкой ньютоновской жидкостью, находящейся в поле тяжести. Геометрия полости и положение координатных осей показаны на рисунке 2.2. Полость совершает вертикальные линейно-поляризованные высокочастотные малоамплитудные не акустические вибрации, т.е. выполняются условия (2.2) – (2.4). Полная математическая постановка задачи в терминах функций тока и завихренности осредненного течения сформулирована в части 2.7.3 главы 2 уравнениями

(2.40) – (2.42). Краевые условия для этой системы включают начальные (2.44), (2.46) и граничные (2.47), (2.49). В работе рассмотрены высоковязкие слабо теплопроводные жидкости, для таких жидкостей характерны большие значения числа Прантля  $Pr = 100$ .

Тепловой поток через границу параллельную оси  $z$  (см. рис. 2.2), определяется числом Нуссельта (2.51).

Задача характеризуется тремя безразмерными параметрами: числом Грасгофа –  $Gr = g\beta\Theta h^3/\nu^2$ , вибрационным параметром –  $V = \alpha a\omega^2/g$  ( $\alpha = \nu/(\omega h^2) \ll 1$ ), числом Прантля –  $Pr = \nu/\chi$ .

Оценки для вибрационного параметра показывают, что в земных условиях, как правило,  $V \leq 1$  [65]. Превышение вибрационным параметром значения 1 возможно в случае высоковязких жидкостей, малых размеров полости ( $h \leq 10^{-2}$  м), очень высоких частот вибраций, которые могут быть недостижимы в эксперименте, и при пониженной силе тяжести. В условиях микрогравитации вибрационный параметр может существенно превышать 1 даже при относительно небольших частотах вибраций. В данной задаче вибрационный параметр варьировался в диапазоне  $0 < V \leq 10^4$ .

Результаты, полученные в этой главе описаны и опубликованы в [113, 114].

### 3.2 Основные результаты

При изменении вибрационного параметра  $V$  в диапазоне  $0 \leq V \leq 10$ , основным механизмом генерации осредненного стационарного конвективного течения является подъемная сила Архимеда, которая описывается слагаемым  $\vec{g}\beta T\vec{\gamma}$  в правой части уравнения движения жидкости (2.38). В диапазоне значений вибрационного параметра  $10 \leq V \leq 10^4$  основным механизмом генерации осредненного стационарного конвективного течения являются вибрации, именно они определяют его структуру и устойчивость.

При горизонтальном направлении градиента температуры и наличии вибраций состояние квазиравновесия в полости невозможно. Под квазиравновесием жидкости, находящейся в замкнутой полости в поле высокочастотных вибраций, мы понимаем такое её состояние, при котором на фоне быстрого пульсационного движения отсутствует медленное осредненное течение жидкости. В нашем случае при любом сколь угодно малом градиенте температуры (числе Грасгофа) в полости возникает осредненное конвективное течение. В зависимости от значений числа Грасгофа  $Gr$  и вибрационного параметра  $V$  структура течения и его характер могут быть различными. Карта конвективных режимов в полости на плоскости параметров  $Gr - V$  показана на рисунке 3.1

Область I на рисунке 3.1 соответствует одновихревому стационарному осредненному конвективному течению. Основным механизмом генерации такого течения является подъемная сила Архимеда. Вибрации определяют лишь механизмы его неустойчивости и структуру возникающих вторичных колебательных режимов. В области параметров III выше кривой 1 (рис. 3.1 а) реализуется колебательное течение гравитационного типа. Кривая 1 соответствует переходу от области стационарного конвективного режима I к области III, которая соответствует колебательному режиму. Необходимо отметить, что переход к колебательным режимам в земных условиях при отсутствии вибрационного воздействия был описан в [41]. Кривая 1, определяет зависимость критических чисел Грасгофа  $Gr_1$  от вибрационного параметра  $V$ . В области II выше кривой 2 наблюдается трехвихревое стационарное осредненное конвективное течение. Переходу между областями I и II (кривая 2 на рис. 3.1) соответствуют числа Грасгофа  $Gr_2$ . В области IV при  $Gr > Gr_3$ , т.е. выше кривой 3, любое стационарное течение теряет свою устойчивость, в этой области наблюдаются колебания теплового или релеевского типа, вызванные вибрационным воздействием и обусловленные колебаниями поля температуры. В области параметров V (рис. 3.1. б) реализуется четырехвихревое стационарное термовибрационное

конвективное течение. Эта область на рисунке 3.1 б ограничена пунктирной линией 4, которой соответствуют числа Грасгофа  $Gr_4$  на нижней ветви и  $Gr_4'$  на верхней ветви решений.

Границы 2 и 4 получены на основании анализа структуры течений и носят условный характер. Переходы от одновихревого стационарного течения к трехвихревому (линия 2) или от четырехвихревого стационарного течения к трехвихревому (линия 4) происходят не мгновенно. Течение считается трехвихревым, когда интенсивность дополнительных вихрей, возникающих в углах полости, составляет более 1% от интенсивности центрального вихря. Интенсивность вихрей определялась по значениям максимума функции тока в центрах вихрей.

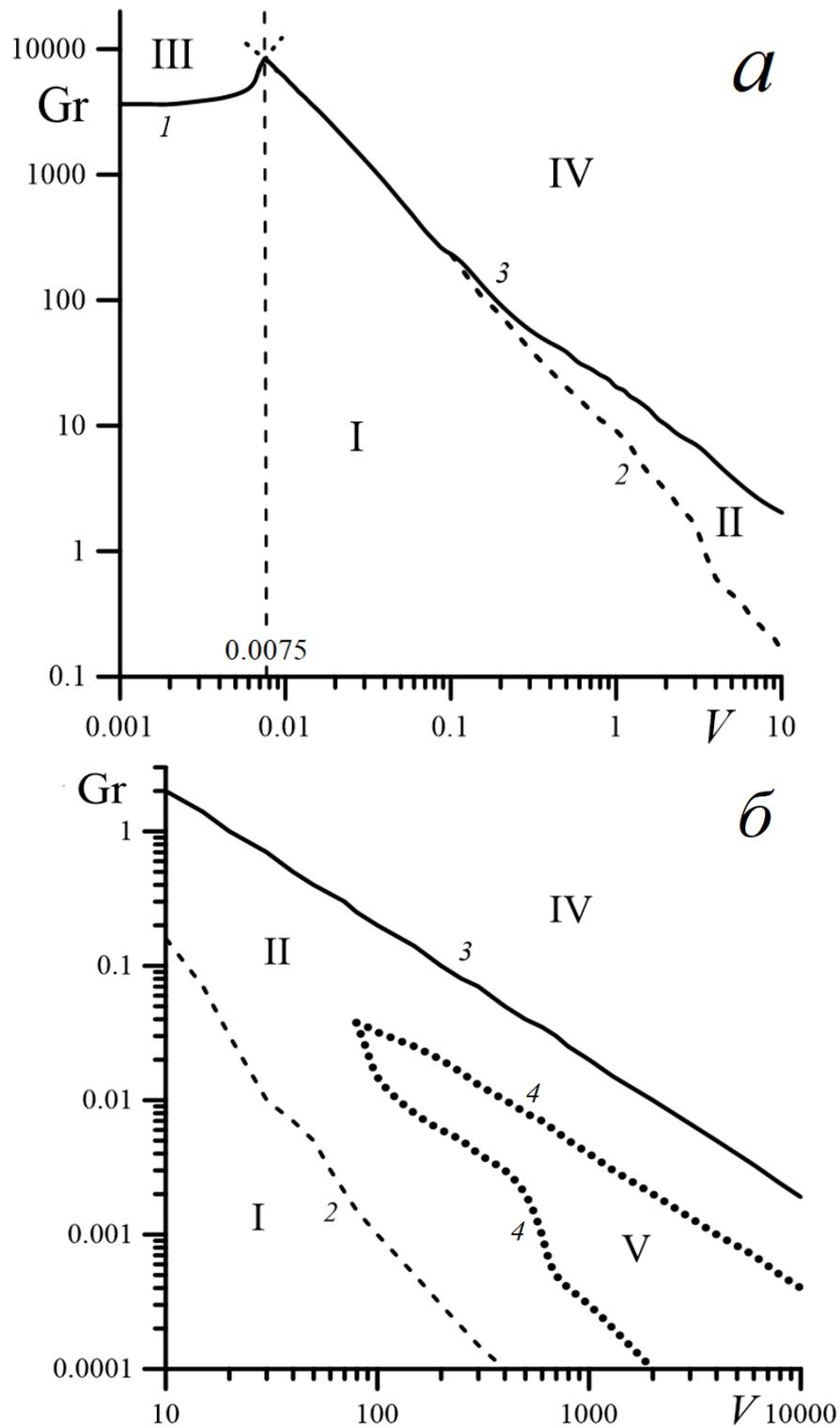


Рис. 3.1 Области существования различных режимов конвекции и их границы: I – одновихревой стационарный; II – трехвихревой стационарный; III – колебательный, обусловленный гравитационной модой; IV – колебательный, обусловленный вибрационной модой; V – четырехвихревой термовибрационный стационарный.

### 3.2.1 Конвективные режимы при $V < 0.1$

Опишем более подробно механизмы переходов между режимами при малых значениях вибрационного параметра,  $V < 0.1$ . На рисунке 3.2 представлена карта конвективных режимов в полости на плоскости управляющих параметров  $Gr - V$ , которая соответствует малым значениям вибрационного параметра  $V \leq 0.1$ , когда преобладает темогравитационный механизм генерации конвекции.

В области I на рисунке 3.2 реализуется одновихревое стационарное конвективное течение, основным механизмом генерации которого является подъемная сила Архимеда. Вибрации определяют лишь механизмы его неустойчивости и структуру, возникающих вторичных колебательных режимов. Границы, соответствующие потере устойчивости осредненным стационарным одновихревым течением, изображены на рисунке 3.2 линиями 1 и 3, которые пересекаются в точке  $V = 0.0075$ .

Для области параметров левее точки пересечения ( $V < 0.0075$ ) потеря устойчивости стационарным одновихревым течением определяется гравитационным механизмом. Для области параметров правее точки пересечения ( $V > 0.0075$ ) потеря устойчивости стационарным одновихревым течением определяется тепловыми возмущениями, которые распространяются вдоль вертикальных пограничных слоев.

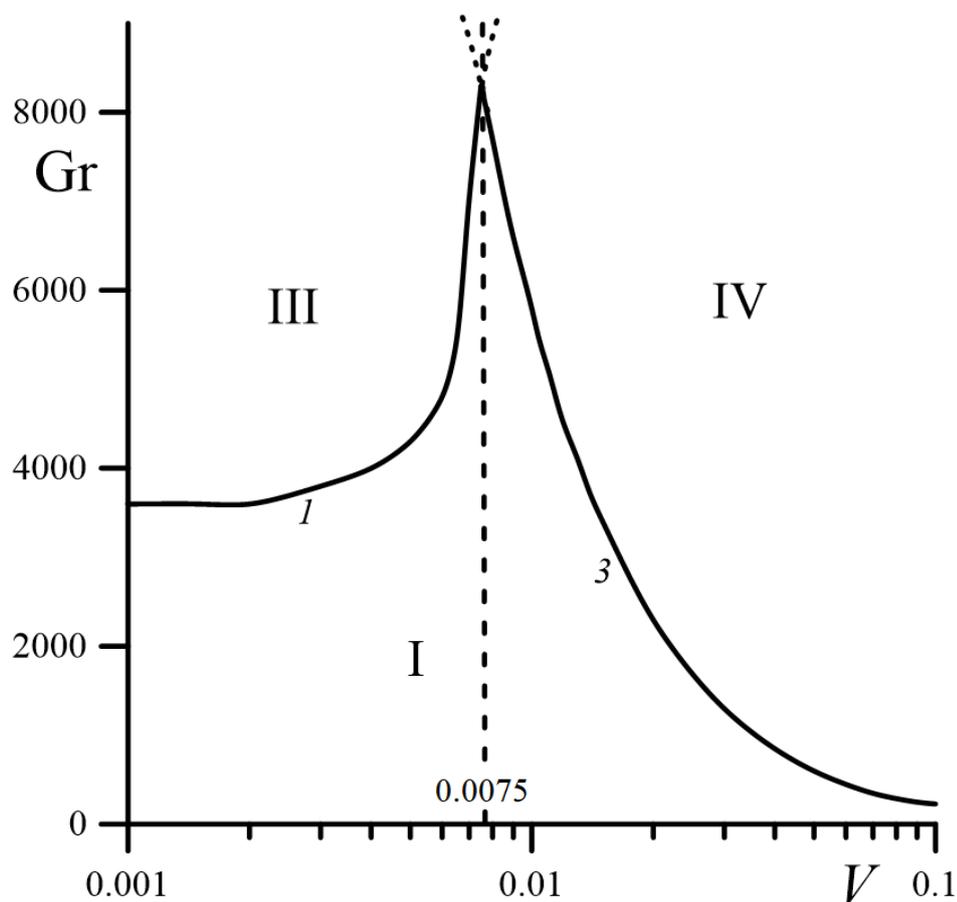


Рис. 3.2 Области существования различных режимов конвективных течений и их границы в диапазоне  $V < 0.1$ : I – одновихревое стационарное; II – трехвихревое стационарное; III – колебательное, обусловленное гравитационным механизмом; IV – колебательное, обусловленное вибрационным механизмом

Кривые  $1$  и  $3$  пересекаются в точке  $V = 0.0075$ , это значение вибрационного параметра соответствует переходу от механизма неустойчивости, который определяется гравитационными возмущениями, к другому механизму неустойчивости, определяемому тепловыми возмущениями, которые распространяются вдоль вертикальных пограничных слоев полости. Пересечению кривых  $1$  и  $3$  соответствует  $Gr = 8300$ , незначительное превышение которого приводит к возникновению хаотических колебаний в полости.

Видно, что до значения  $V = 0.0075$  наблюдается рост  $Gr_1$  с увеличением  $V$ , т.е. высокочастотные вибрации стабилизируют стационарное одновихревое

течение это явление экспериментально наблюдалось в работе Ивановой А. А. [60]. Напротив, критическое число Грасгофа  $Gr_2$ , соответствующее переходу от стационарного одновихревого режима I к колебательному режиму IV, вызванному вибрационным воздействием, уменьшается с ростом вибрационного параметра, т.е. вибрации при  $V > 0.0075$  способствуют дестабилизации стационарной осредненной конвекции.

На рисунке 3.3 показана характерная для всей области I эволюция структуры одновихревого стационарного конвективного течения жидкости с увеличением числа Грасгофа. Представлен расчет, проведенный для  $V = 0.013$ . Видно, что с увеличением  $Gr$  интенсивность конвективного течения растет. В центре полости формируется малоподвижная застойная зона с почти постоянным вертикальным градиентом температуры, соответствующим нагреву сверху (устойчивая стратификация по плотности). Интенсивное осредненное конвективное течение жидкости локализуется в пограничных слоях, примыкающих к стенкам полости. Пограничные слои, расположенные вдоль вертикальных стенок, тоньше горизонтальных слоев, а течение в них более интенсивное. При уменьшении числа Грасгофа интенсивность конвективного течения снижается, поля функций тока и завихренности симметризируются относительно главных осей полости, изотермы выравниваются, становясь при  $Gr \ll 1$  параллельными горизонтальным границам полости.

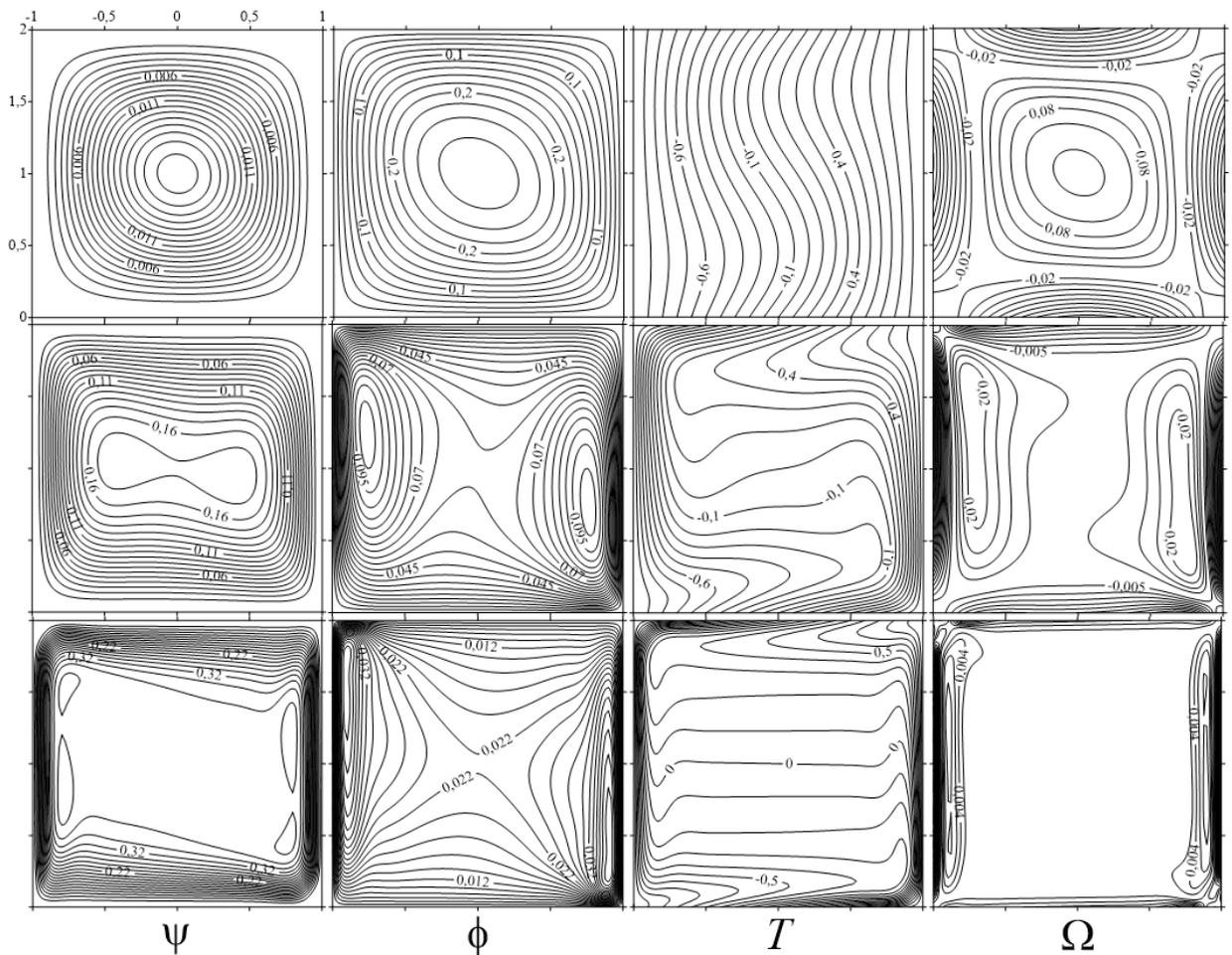


Рис. 3.3 Структуры стационарного течения в области I для вибрационного параметра  $V = 0.013$ :  $Gr = 1$  – верхний ряд;  $Gr = 100$  – средний ряд;  $Gr = 4000$  – нижний ряд. Снизу колонок даны обозначения изолиний:  $\psi$  – функции тока осредненного течения;  $\phi$  – функции тока амплитуды пульсационного течения;  $T$  – поля температуры;  $\Omega$  – поля завихренности

Как уже говорилось, для значений вибрационного параметра, лежащих левее точки пересечения линий 1 и 2 (см рис. 3.2) неустойчивость конвективного течения определяется гравитационными возмущениями. С увеличением числа Грасгофа при заданном значении вибрационного параметра вблизи стенок полости формируются пограничные слои, а в центре полости малоподвижное ядро (см. нижний ряд рис. 3.3). При превышении числом Грасгофа критического значения, кривой 1 на рисунке 3.2 в центральной части полости возникают дополнительные вихри, которые совершают установившиеся периодические колебательные движения. Наблюдаются пульсации (возникновение и затухание) вихрей вблизи углов

полости. Структура течения в каждый момент времени в течение периода колебаний симметрична относительно поворота полости на  $180^\circ$ . Дополнительные вихри возникают вследствие взаимодействия интенсивного течения в пограничных слоях с застойным ядром. Изолинии функции тока осредненного колебательного течения в различные фазы периода колебаний изображены на рисунке 3.4. С ростом числа Грасгофа энергия вихрей в застойной зоне растет, что приводит к увеличению интенсивности колебаний. Увеличение интенсивности высокочастотных вибраций (увеличение  $V$ ) подавляет генерацию дополнительных вихрей и их колебания (см. кривую  $I$  на рис. 3.1а и на рис. 3.2).

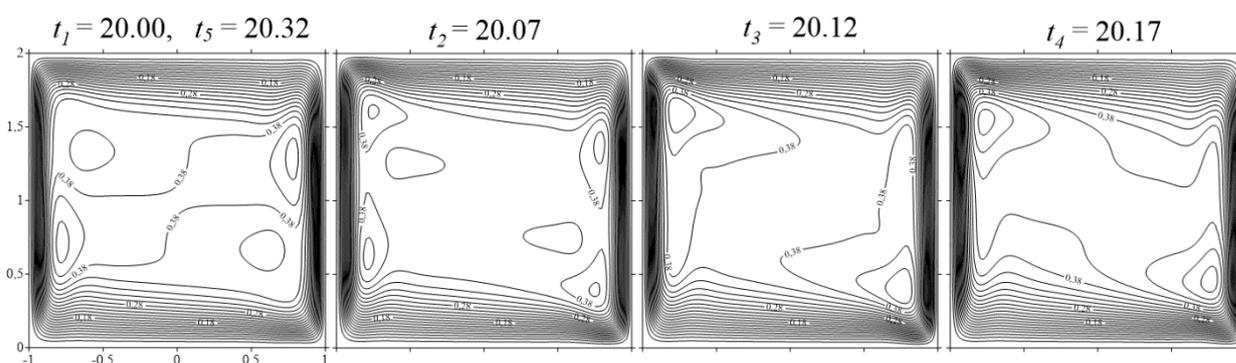


Рис. 3.4 Изолинии функции тока осредненного течения в различные моменты времени в течение периода установившихся колебаний для  $V = 0.004$  и  $Gr = 4200$  в случае гравитационного механизма неустойчивости

Необходимо отметить, что структуры течений аналогичные показанным на рисунке 3.4, в том числе и одновихревые течения, которые в нашей работе наблюдаются при малых значениях вибрационного параметра, впервые были описаны в работах [41, 47, 52] для случая отсутствия вибраций. Основным механизмом генерации таких течений при  $V \leq 0.1$  является термогравитационный механизм. Вибрации оказывают влияние на параметры перехода от стационарного к колебательному режиму течения и на характеристики возникающих колебательных режимов. В [41] автором указывалось на существование колебательного режима конвекции после потери устойчивости одновихревым стационарным течением.

На рисунке 3.5 показана зависимость числа Нуссельта ( $a$ ) и максимума функции тока ( $b$ ) от времени для установившихся периодических колебаний при  $V=0.004$  и  $Gr = 4200$ , т.е. вблизи кривой 1 на рисунках 3.1а и 3.2.

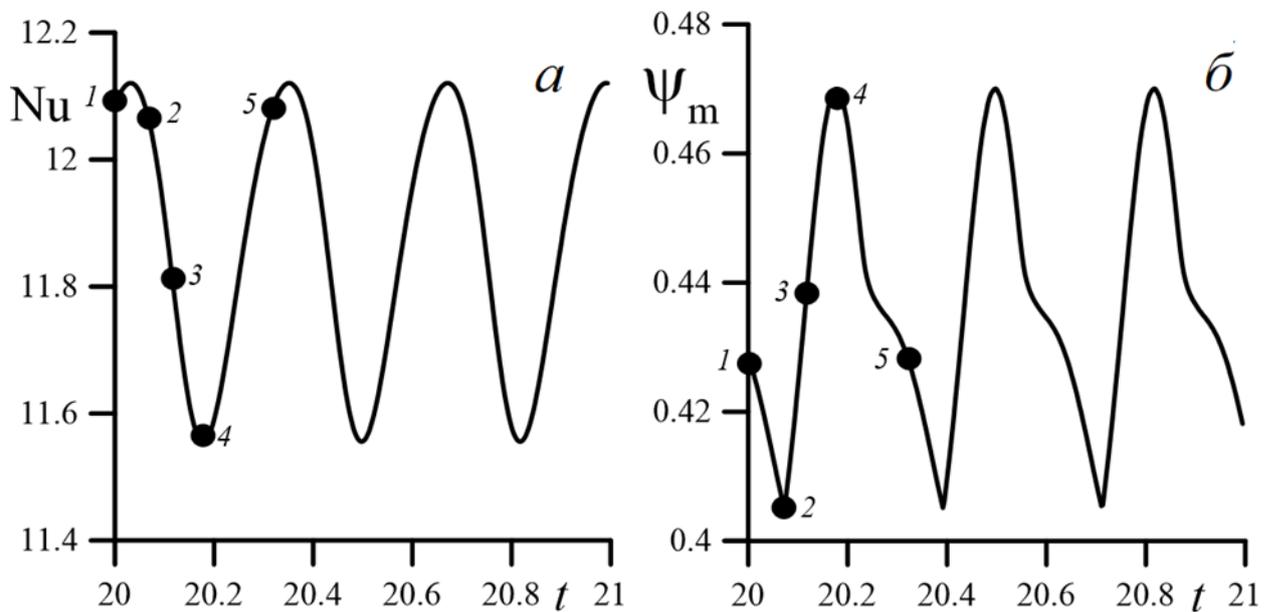


Рис. 3.5 Зависимость числа Нуссельта ( $a$ ) и максимума функции тока ( $b$ ) от времени для установившихся периодических колебаний при  $V=0.004$  и  $Gr = 4200$ . Период колебаний равен 0.32 единицы безразмерного времени

Напомним, что число Нуссельта (2.51) определяет поперечный конвективный тепловой поток, приходящегося на единицу длины левой  $x = -1$  вертикальной границы полости. Значение  $Nu = 1$  соответствует отсутствию осредненного конвективного движения. В этом случае имеет место чисто теплопроводный механизм переноса тепла через полость. Изолинии поля температуры параллельны друг другу и вертикальным стенкам полости. При возникновении конвективного движения к теплопроводному механизму переноса тепла добавляется конвективный. Число Нуссельта становится большим 1, а изотермы искривляются (см. колонки  $T$  на рис. 3.3).

Точками на рисунке 3.5 отмечены моменты времени, для которых на рисунке 3.4 представлены изолинии функции тока осредненного течения.

Период колебаний приблизительно равен 0.32 единицам безразмерного времени.

Колебания осредненного конвективного течения для чисел Грасгофа близких к границе  $l$  не приводят к качественному изменению структуры полей  $\phi$ ,  $T$  и  $\Omega$ . Эти поля имеют характерный вид, показанный в нижнем ряду рисунка 3.3.

При значениях вибрационного параметра  $V > 0.0075$  и числах Грасгофа превышающих значения  $Gr_3$  (см. рис. 3.1а и 3.2), происходит переход от стационарного осредненного конвективного течения к колебательному режиму конвекции. В вертикальных пограничных слоях возникают тепловые возмущения, приводящие к колебаниям осредненного конвективного течения. Можно утверждать, что в этом случае имеет место вибрационный (тепловой) механизм потери устойчивости стационарного осредненного конвективного течения.

При относительно небольших надкритических значениях числа Грасгофа  $Gr$  в полости наблюдаются установившиеся осредненные колебательные конвективные течения, для которых на рисунке 3.6 показан характерный вид зависимости от времени числа Нуссельта и максимума функции тока.

Точками на рисунке 3.6 отмечены моменты времени, для которых в верхнем ряду рисунка 3.7 представлены изолинии поля температуры нестационарного осредненного конвективного течения. На фрагментах, соответствующих различным фазам периода колебаний, видна структура бегущих тепловых возмущений, возникающих в пограничных слоях, которые распространяются вдоль вертикальных стенок полости в направлении закрутки основного вихря. Период колебаний, возбуждаемых тепловыми возмущениями, равен 0.17 единицам безразмерного времени, что примерно в два раза меньше периода колебаний, возбуждаемых гравитационным механизмом неустойчивости.

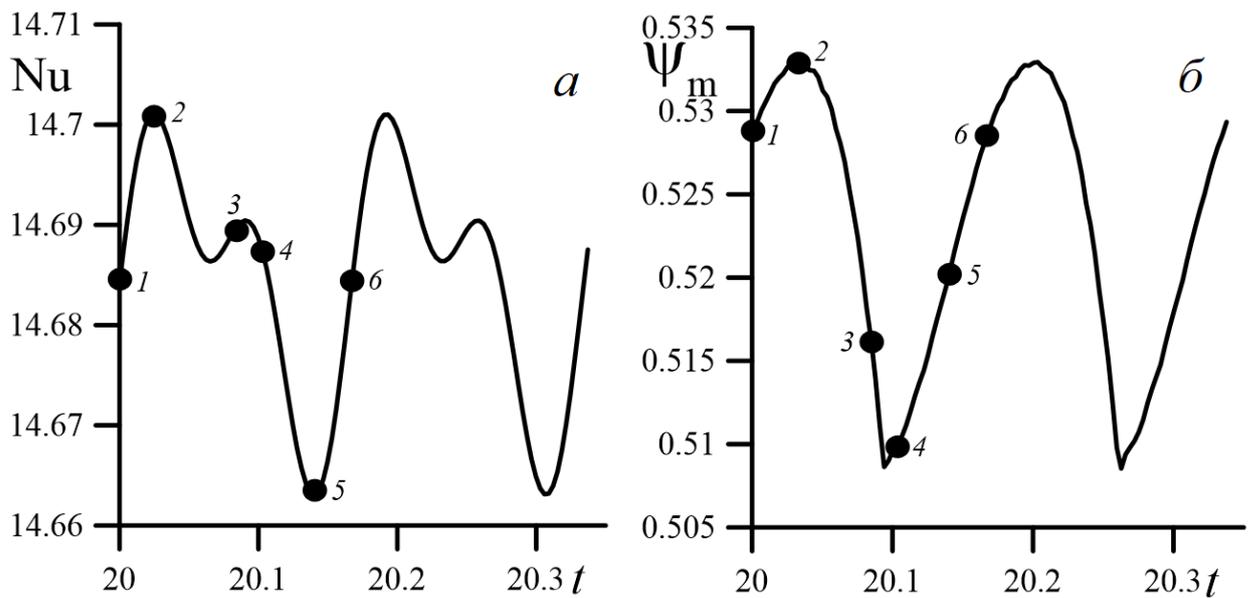


Рис. 3.6 Зависимость числа Нуссельта (*a*) и максимума функции тока осредненного течения (*б*) от времени при установившихся периодических колебаниях для  $V=0.013$  и  $Gr = 4200$ . Период колебаний равен 0.17 единицы безразмерного времени

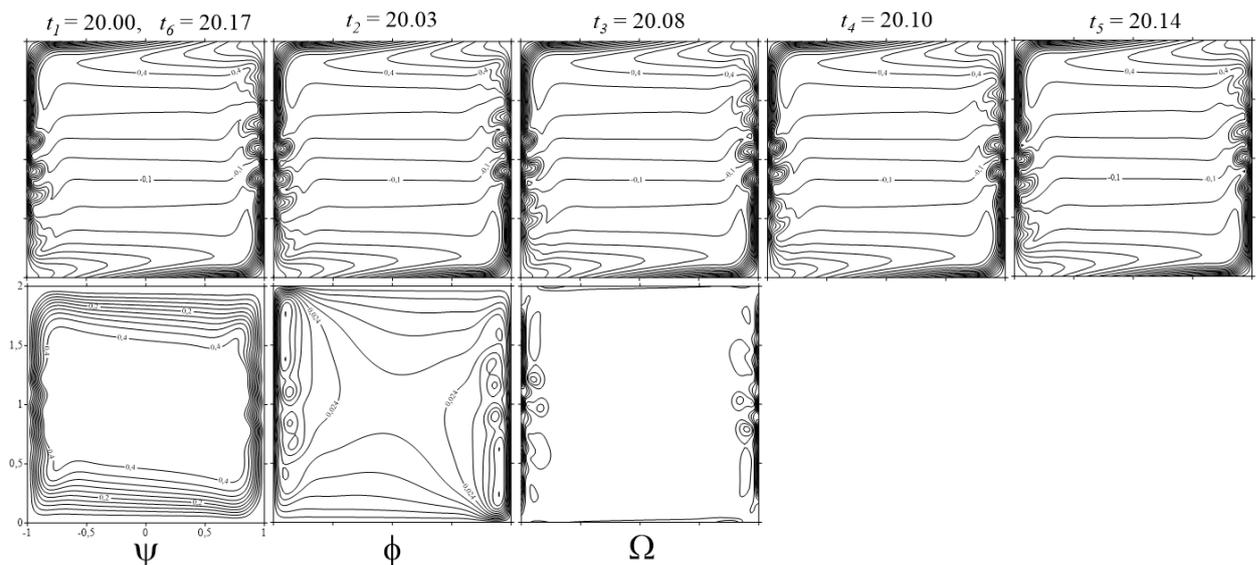


Рис. 3.7 Верхний ряд – изолинии поля температуры нестационарного осредненного конвективного течения для  $V=0.013$  и  $Gr = 4200$  в различные моменты времени. Нижний ряд – изолинии функции  $\psi$ ,  $\phi$ ,  $\Omega$  в указанные сверху моменты времени

В нижнем ряду рисунка 3.7 представлены структуры полей: функции тока осредненного течения –  $\psi$ ; функции тока амплитуды пульсационного течения –  $\phi$ ; завихренности осредненного течения –  $\Omega$  в указанные вверху рисунка 3.7

моменты времени. Видно, что возмущения температурного поля приводят к возмущениям осредненного конвективного течения жидкости.

На рисунке 3.8 показаны зависимости средних за период колебаний значений числа  $\overline{Nu}$  (*a*) и максимума функции тока осредненного течения –  $\overline{\psi}_m$  (*b*) от числа Грасгофа  $Gr$ . Кривые 1 и 2 на фрагментах (*a*) и (*b*) этого рисунка до значения  $Gr \approx 4000$  очень близки друг к другу.

Кривые 1 на фрагментах (*a*) и (*b*) построены для  $V = 0.004$ , т.е. случая гравитационной моды неустойчивости. Критическое значение числа Грасгофа, соответствующие потере устойчивости стационарного осредненного режима конвекции, в этом случае равно  $Gr_1 = 4000$ . Выше было сказано, что гравитационная мода неустойчивости приводит к колебаниям в малоподвижном ядре. Эти колебания практически не влияют на тепловой поток через границы полости, поэтому зависимость  $\overline{Nu}$  от  $Gr$  не меняет своего вида, когда  $Gr > Gr_1$  (см. кривую 1 рис. 3.8 *a*). На зависимости  $\overline{\psi}_m = f(Gr)$  (кривая 1 на рис. 3.8 *b*) при  $Gr = 4000$  наблюдается излом, соответствующий смене конвективного режима.

При  $Gr > Gr_1$  значение  $\overline{\psi}_m$  с увеличением  $Gr$  растет быстрее, чем в случае стационарной осредненной конвекции. Вдоль кривой 1 во всем исследованном диапазоне чисел Грасгофа, превышающих  $Gr_1$ , значения  $Nu$  и  $\psi_m$  меняются со временем по законам аналогичным тем, что представлены на рисунке 3.5. Период колебаний с ростом  $Gr$  уменьшается с 0.32 для  $Gr = 4100$  до 0.27 для  $Gr = 7000$ , а интенсивность вихрей в центре полости увеличивается, т.е. растет амплитуда колебаний. Вид развитого колебательного течения для  $Gr = 6000$  в различные моменты периода колебаний показан на рисунке 3.9.

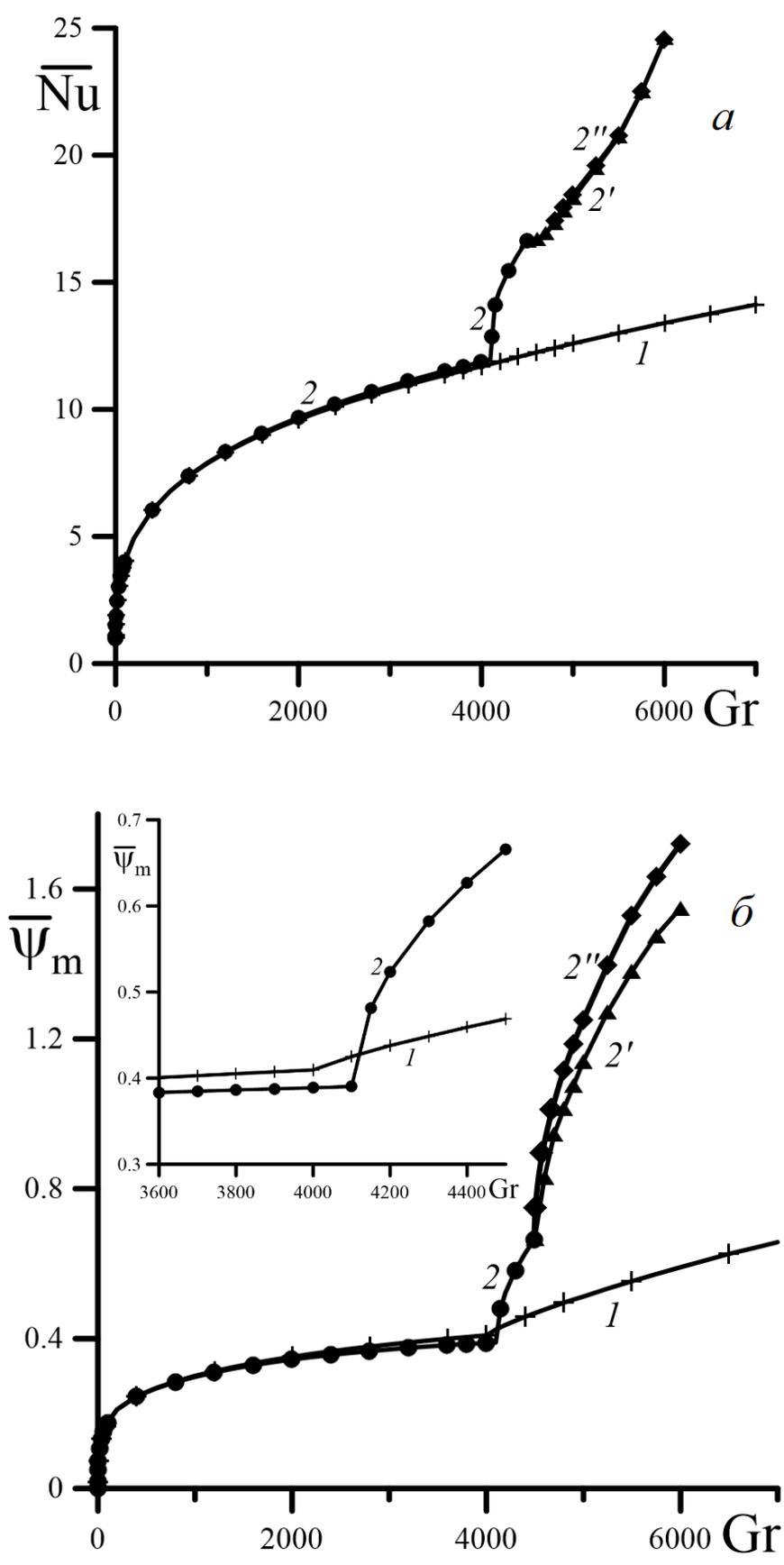


Рис. 3.8 Зависимости средних значений числа Нуссельта (а) и максимума функции тока осредненного течения (б) от числа Грасгофа. Кривая 1, соответствует  $V = 0.004$ , кривые 2, 2' и 2'' построены для  $V = 0.013$

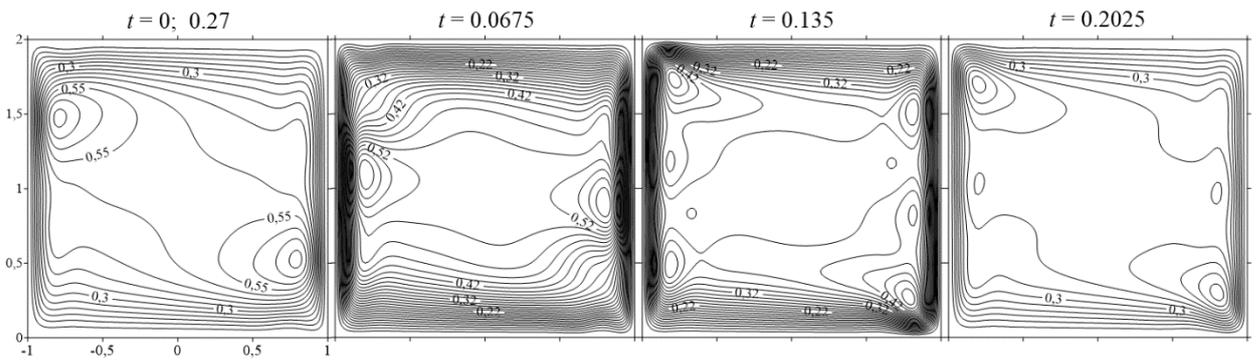


Рис. 3.9 Изолинии функции тока осредненного колебательного течения для  $V = 0.004$  и  $Gr = 6000$  в различные моменты периода колебаний

Интенсивные колебания вихрей в центре полости слабо влияют на структуру изолиний полей  $\phi$ ,  $T$  и  $\Omega$ . Эти поля имеют характерный вид, показанный в нижнем ряду рисунка 3.3.

В случае тепловой моды неустойчивости, вызванной вибрационными воздействиями, при  $V = 0.013$  на обеих кривых 2, представленных на рисунке 3.8 наблюдается характерный излом, соответствующий возникновению колебательного конвективного режима. Критическое число Грасгофа в этом случае  $Gr_3 = 4100$ . При  $Gr > Gr_3$  наблюдается резкий рост  $\overline{Nu}$  и  $\overline{\psi}_m$  с увеличением  $Gr$ . Тепловые возмущения, возникающие в пограничных слоях, приводят к существенному повышению интенсивности конвективного течения жидкости и потока тепла через границы полости. Характерный вид колебаний  $Nu$  и  $\psi_m$  в диапазоне чисел Грасгофа  $4100 < Gr \leq 4500$  приведен на рисунке 3.6, а структура тепловых возмущений и вид полей  $\psi$ ,  $\phi$ ,  $\Omega$  представлены на рисунке 3.7. Период колебаний в этом диапазоне чисел Грасгофа близок к 0.17.

При  $Gr \approx 4500$  на кривых 2 рисунка 3.8 появляется точка излома, в которой рождаются кривые 2' и 2'', соответствующие симметричной и несимметричной колебательным модам (см. фрагмент рис. 3.8б). Период колебаний симметричной моды близок к 0.20, несимметричной к 0.17 единицам безразмерного времени. Симметрия возникающих при  $Gr > 4500$  конвективных режимов будет обсуждаться ниже.

Из фрагмента рисунка 3.8*a* видно, что для  $Gr > 4500$  средние значения числа Нуссельта для обеих колебательных мод не отличаются, т.е. теплоперенос через границы полости не зависит от возникающего режима течения. Этот вывод подтверждается зависимостью  $Nu$  от времени, показанной на рисунке 3.10*в* одинаковой для верхней и нижней колебательных мод. Такое совпадение наблюдается во всем исследованном диапазоне чисел Грасгофа.

На фрагментах (а) и (б) рисунка 3.10 представлены зависимости максимумов функции тока  $\psi_m$  осредненного течения от времени  $t$ , соответственно, для симметричной и несимметричной колебательных мод. Видно, что амплитуда колебаний  $\psi_m$  для симметричной колебательной моды примерно в три раза больше, чем для несимметричной. Данное соотношение сохраняется для всех  $Gr > 4500$ , соответствующих установившимся периодическим колебаниям. Точками на рисунке 3.10 отмечены значения  $\psi_m$  в течение периода колебаний, для которых на рисунках 3.11 и 3.12 приведены изолинии полей осредненной функции тока, температуры и функции тока амплитуды пульсационного течения.

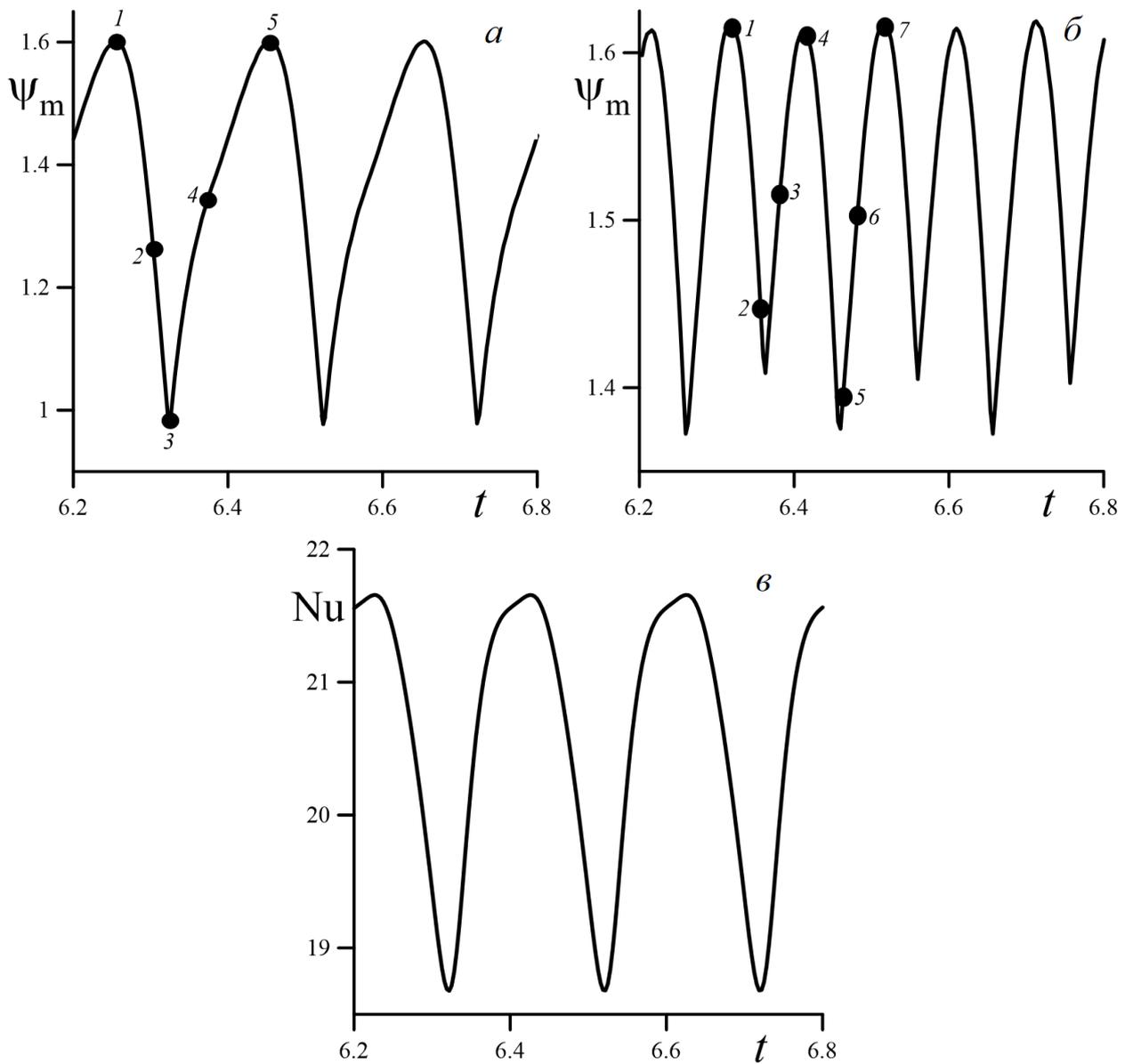


Рис. 3.10 Зависимости  $\psi_m$  и  $Nu$  от времени для осредненных колебательных режимов при  $V=0.013$  и  $Gr = 5500$ : (а) и (б) – соответствуют кривым 2' (нижняя мода) и 2'' (верхняя мода) на рис. 3.8 б, а (в) – соответствует кривым 2' и 2'' рис. 3.8 а

На рисунке 3.11 представлены изолинии осредненной функции тока, поля температуры и функции тока амплитуды пульсационного течения для осредненного колебательного течения, соответствующего кривой 2' на рисунке 3.8, при  $V = 0.013$  и  $Gr = 5500$ . Видно, что структуры всех полей в каждый момент периода колебаний обладают инверсионной симметрией.

На рисунке 3.12 приведен пример несимметричного колебательного режима осредненной конвекции в квадратной полости для  $V = 0.013$  и

$Gr = 5500$ . Здесь представлены изолинии осредненной функции тока, поля температуры и функции тока амплитуды пульсационного течения, соответствующие кривой 2'' на рисунке 3.8. Видно, что структуры всех полей в каждый момент периода колебаний не обладают симметрией.

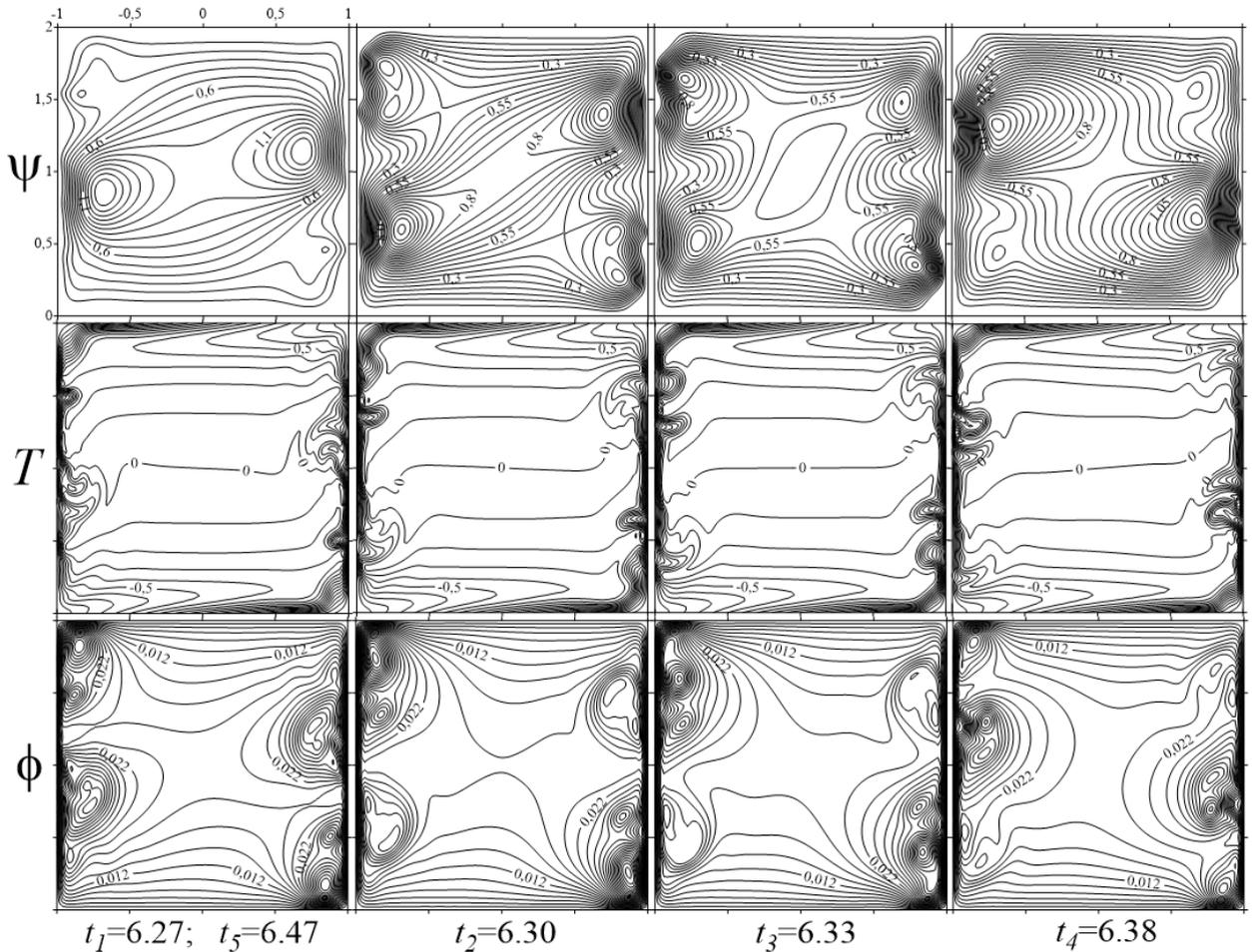


Рис. 3.11 Изолинии осредненной функции тока (верхний ряд), поля температуры (средний ряд) и функции тока амплитуды пульсационного течения (нижний ряд) для развитого осредненного колебательного течения, соответствующего кривой 2' на рисунке 3.8 для  $V = 0.013$  и  $Gr = 5500$ . Изолинии построены для точек 1 – 5 рисунка 3.10 а

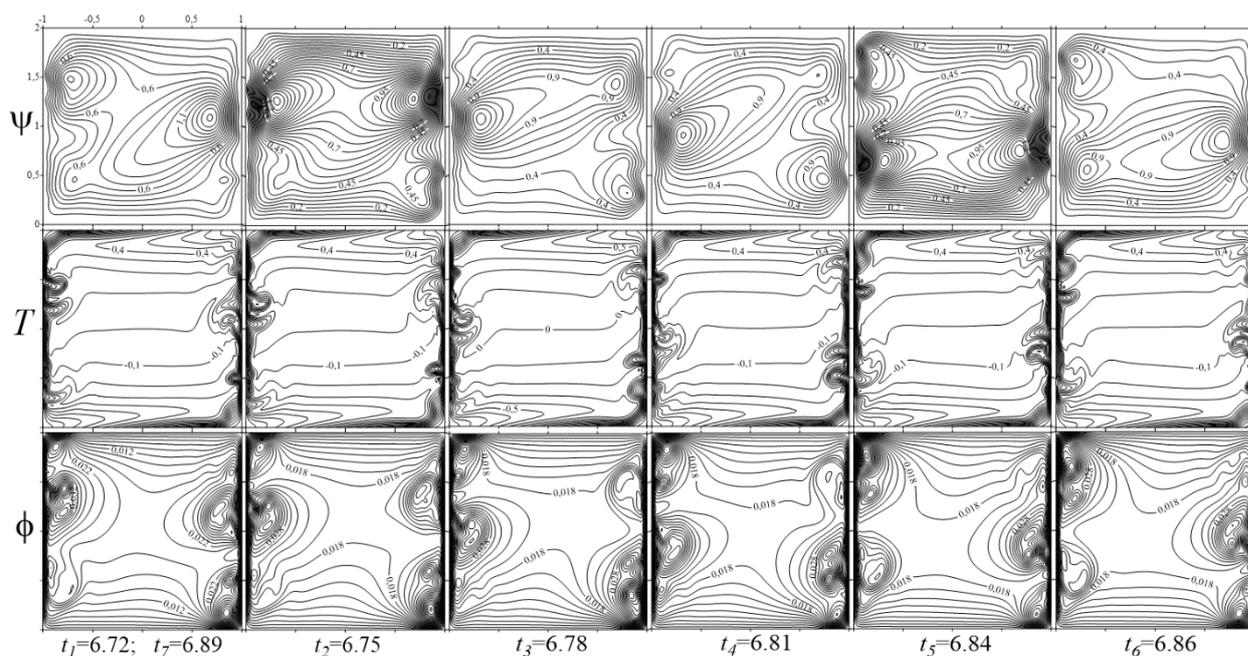


Рис. 3.12 Изолинии осредненной функции тока (верхний ряд), поля температуры (средний ряд) и функции тока амплитуды пульсационного течения (нижний ряд) для развитого осредненного колебательного течения, соответствующего кривой 2'' на рисунке 3.8 для  $V = 0.013$  и  $Gr = 5500$ . Изолинии построены для точек 1 – 7 рисунка 3.10 б

Механизмы, определяющие симметричные и несимметричные колебательные осредненные конвективные течения очень похожи. Из рисунка 3.11 и 3.12 видно, что вдоль вертикальных границ полости располагаются температурные пограничные слои, в которых генерируются тепловые возмущения. Интенсивные температурные возмущения разрушают гравитационные пограничные слои, наблюдавшиеся при  $Gr < 4500$ , порождая колебательное осредненное конвективное течение, занимающее всю полость.

Численные расчеты показали, что для обеих колебательных мод установившиеся периодические колебательные режимы наблюдаются до  $Gr \approx 5750$ . При больших числах Грасгофа в полости реализуются квазипериодические колебательные режимы.

### 3.2.2 Конвективные режимы при $V \geq 0.1$

При  $V > 0.1$  роль вибрационного механизма генерации течений становится существенной. На карте режимов появляется область II (см. рис.3.1 *a*), ограниченная снизу и сверху линиями 2 и 3. В этой области параметров реализуется трехвихревое вибрационно-конвективное течение, генерация которого обусловлена двумя механизмами (силами): свободно-конвективным или гравитационным (подъемной силой Архимеда), и вибрационно-конвективным или термовибрационным (объемной вибрационной силой).

Рассмотрим подробнее конвективные режимы, возникающие в области значений  $0.1 \leq V \leq 10$ . В области II выше кривой 2 (см. рис. 3.1 *a*) наблюдается трехвихревое стационарное осредненное конвективное течение. Возникновение трехвихревого течения происходит эволюционно, т.е. не пороговым образом. Мы считаем течение трехвихревым, когда интенсивность дополнительных вихрей, возникающих в углах полости, составляет более 1% от интенсивности центрального вихря. Интенсивность вихрей определялась по значениям максимума функции тока в центрах вихрей.

На рисунке 3.13 показана эволюция структуры конвективного течения с увеличением числа Грасгофа при вибрационном параметре  $V = 10$ . Напомним, что значения вибрационного параметра  $V \geq 1$  характерно для условий пониженной гравитации, высоковязких жидкостей, малых размеров полости ( $h \leq 10^{-2}$  м) или очень высоких частот вибраций. В этом случае, при сколь угодно малом значении числа Грасгофа (градиенте температуры) в полости возникает ползущее одновихревое стационарное конвективное течение, которое меняет свою форму при увеличении числа Грасгофа.

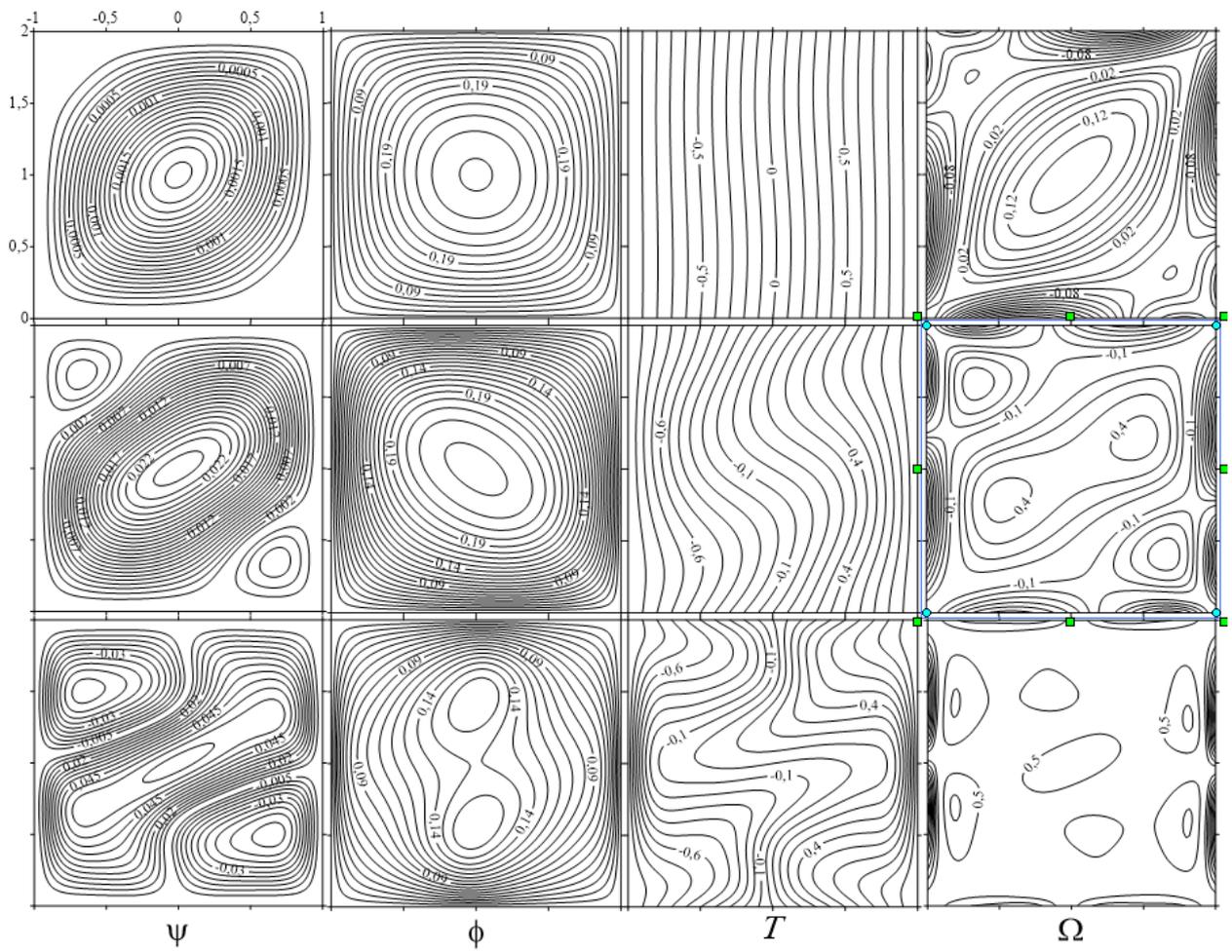


Рис. 3.13 Структуры вибрационно-конвективных течений для  $V = 10$ : верхний ряд –  $Gr = 0.1$  (область I); средний ряд –  $Gr = 0.5$  (область II); нижний ряд –  $Gr = 2$  (граница областей II и IV). Снизу колонок даны обозначения изолиний:  $\psi$  – функции тока осредненного течения;  $\phi$  – функции тока амплитуды пульсационного течения;  $T$  – поля температуры;  $\Omega$  – поля завихренности

С ростом  $Gr$  осредненный вихрь наклоняется и симметризуется относительно диагонали полости, в углах которой появляются застойные зоны. Структура такого течения для значения  $Gr = 0.1$  близкого к границе 2 изображена в верхнем ряду рисунка 3.13. При превышении числом Грасгофа некоторого порогового значения  $Gr_2$ , соответствующего границе 2 на рисунке 3.1 (для  $V = 10$ ,  $Gr_2 \approx 0.2$ ), в застойных зонах появляются дополнительные вихри. Трехвихревое стационарное вибрационно-конвективное течение для  $Gr = 0.5$  показано в среднем ряду рисунка 3.13. Такой вид течения обусловлен влиянием вибраций на гравитационный механизм генерации осредненной

конвекции. Дальнейшее увеличение  $Gr$  приводит к усилению интенсивности угловых вихрей и сильной деформации центрального вихря в осредненном стационарном течении. Поля функций  $\psi$ ,  $\phi$ ,  $T$  и  $\Omega$ , соответствующих границе  $3$  на рисунке 3.1, т.е.  $Gr_3 \approx 2$  для  $V = 10$ , показаны в нижнем ряду рисунка 3.13.

При превышении числом Грасгофа значения  $Gr_3$  возникают колебания полей скорости и температуры, при которых интенсивность вихрей в осредненном течении меняется. Энергия из центрального вихря передается угловым и наоборот.

Опишем более подробно колебательные конвективные режимы, возникающие в квадратной полости после потери устойчивости стационарного осредненного течения, в области значений вибрационного параметра  $0.1 < V \leq 10$ , которые наблюдаются при значениях чисел Грасгофа, не сильно превышающих критические значения  $Gr_3$ .

В области IV (см. рис. 3.1) вблизи границы  $3$  реализуются периодические колебательные режимы, которые становятся квазипериодическими по мере увеличения числа Грасгофа. В области значений вибрационного параметра  $0.1 < V \leq 10$  к неустойчивости стационарной осредненной конвекции приводят тепловые возмущения, возникающие вблизи вертикальных границ полости. Температурные пограничные слои, в которых при меньших  $V$  возникали такие возмущения, вблизи твердых стенок не формируются, т.е. возмущения распространяются на всю полость.

На рисунке 3.14 показаны зависимости средних за период колебаний значения максимума функции тока осредненного течения  $\bar{\psi}_m(a)$  и числа Нуссельта  $\bar{Nu}(b)$  от числа Грасгофа  $Gr$  для двух значений вибрационного параметра  $V = 0.5; 1.0$ . При малых  $Gr$  в полости реализуется симметричное относительно главных осей квадрата одновихревое течение, которому на рисунке 3.14 соответствует близкие к линейному виду начальные участки кривых 1 и 2. Увеличение числа Грасгофа приводит к росту  $\bar{\psi}_m$  и изменению формы вихря, он симметризуется относительно диагонали полости, в углах

которой появляются застойные зоны (см. рис. 3.13). При превышении числом Грасгофа порогового значения  $Gr_2$ , соответствующего кривой 2 на рисунке 3.1, в застойных зонах появляются дополнительные вихри.

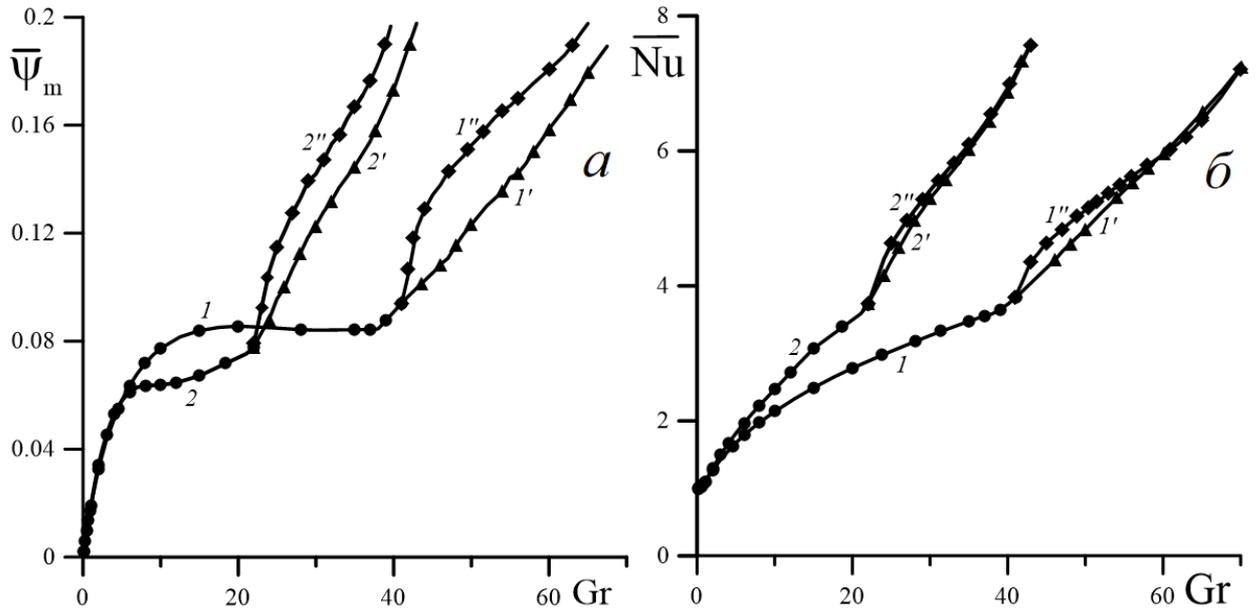


Рис. 3.14 Зависимость средних значений максимума функции тока осредненного течения (а) и числа Нуссельта (б) от числа Грасгофа: кривые 1, 1' и 1'' соответствуют  $V = 0.5$ ; 2, 2' и 2'' построены для  $V = 1.0$

Для значений  $0.1 < V < 1.0$  переходу от одновихревого течения к трехвихревому (кривая 2, рис. 3.1) соответствует локальный максимум на зависимости  $\bar{\Psi}_m = f(Gr)$  (см. кривую 1 на рис. 3.14а). При  $V = 0.5$  локальный максимум наблюдается при  $Gr_2 \approx 20$ . Незначительное уменьшение  $\bar{\Psi}_m$  для значений  $Gr_2 < Gr < Gr_3$  определяется ростом интенсивности угловых вихрей за счет энергии центрального вихря, интенсивность которого в стационарном осредненном течении всегда больше.

Для значений  $1.0 \leq V \leq 10$  на зависимостях  $\bar{\Psi}_m = f(Gr)$  локальный максимум не появляется. Пороговое число Грасгофа  $Gr_2$ , соответствующее кривой 2 на рисунке 3.1, определяется точкой перегиба графика функции  $\bar{\Psi}_m = f(Gr)$ . Для  $V = 1.0$  точке перегиба кривой 2 на рисунке 3.14 соответствует  $Gr_2 \approx 9$ . При значениях  $Gr_2 < Gr < Gr_3$  наблюдается монотонный

рост  $\bar{\psi}_m$  с увеличением  $Gr$  (см. кривую 2 рис. 3.14а). Интенсивность угловых вихрей быстро сравнивается с интенсивностью центрального вихря, что определяется существенным влиянием термовибрационного механизма генерации осредненной конвекции при указанных выше значениях вибрационного параметра.

При  $Gr \geq Gr_3$  из-за нарастания тепловых возмущений стационарное осредненное течение в квадратной полости теряет свою устойчивость. В полости возникают периодические колебания полей температуры и скорости. Интенсивность вихрей в осредненном течении меняется так, что энергия из центрального вихря передается угловым вихрям и на оборот. На кривых 1 и 2 рисунка 3.14 в точках, когда возникает неустойчивость осредненного стационарного течения, наблюдаются изломы. Для  $V = 0.5$  (кривая 1) точке излома соответствует критическое число Грасгофа  $Gr_3 \approx 38$ , а для  $V = 1.0$  (кривая 2)  $Gr_3 \approx 21$ . При колебательных режимах осредненной конвекции средние значения максимума функции тока  $\bar{\psi}_m$  и числа Нуссельта  $\bar{Nu}$  с увеличением числа Грасгофа растут существенно быстрее, чем при стационарных режимах (см. рис. 3.14).

Расчеты показали, что в диапазоне значений  $0.1 \leq V < 1.0$  сразу после потери устойчивости стационарным течением в полости реализуется один симметричный колебательный режим осредненной конвекции (см. кривую 1 на рис. 3.14а). В таком режиме изолинии поля температуры в любой момент времени симметричны относительно поворота полости на  $180^\circ$  вокруг центральной оси. Дальнейшее увеличение числа Грасгофа приводит к возможности возникновения дополнительного несимметричного колебательного режима. При увеличении числа Грасгофа появляется дополнительный не симметричный колебательный режим конвекции. Например, для  $V = 0.5$  два колебательных режима реализуются, когда  $Gr > 41$ . Этим колебательным режимам на рисунке 3.14 соответствуют кривые 1', 1''. При пониженной гравитации, когда  $V \geq 1$ , симметричный и несимметричный

колебательные режимы в численных расчетах наблюдаются сразу после потери устойчивости стационарным осредненным течением, т.е. при  $Gr \geq 21$ . На рисунке 3.14 этим режимам соответствуют кривые 2', 2'' для  $V = 1.0$ .

Из рисунка 3.14 б видно, что переход от одновихревого течения к трехвихревому на зависимостях  $\overline{Nu} = f(Gr)$  фактически не отражается. При числах Грасгофа, соответствующих переходу от стационарной осредненной конвекции к колебательной, на графиках функций наблюдается характерный излом. Для симметричной и несимметричной колебательных мод, как и в случае  $V < 0.1$ , линии графиков  $\overline{Nu} = f(Gr)$  практически совпадают.

На рисунках 3.15 и 3.16 приведены зависимости числа Нуссельта  $Nu$  и максимума функции тока осредненного течения  $\psi_m$  от времени для различных колебательных режимов осредненной конвекции при  $V = 1.0$  и  $Gr = 33$ . В верхнем ряду рисунка 3.15 показано изменение  $Nu$  и  $\psi_m$  с периодом 7.0 единиц безразмерного времени в случае симметричной колебательной моды (кривые 2' на рис. 3.14). Нижний ряд соответствует несимметричному колебательному режиму (кривые 2'' на рис. 3.14) с периодом колебаний 11.0 единиц безразмерного времени. Точки на кривых  $\psi_m = f(t)$  соответствуют моментам времени, для которых на рисунке 3.16 и 3.17 изображены поля температуры и функций тока.

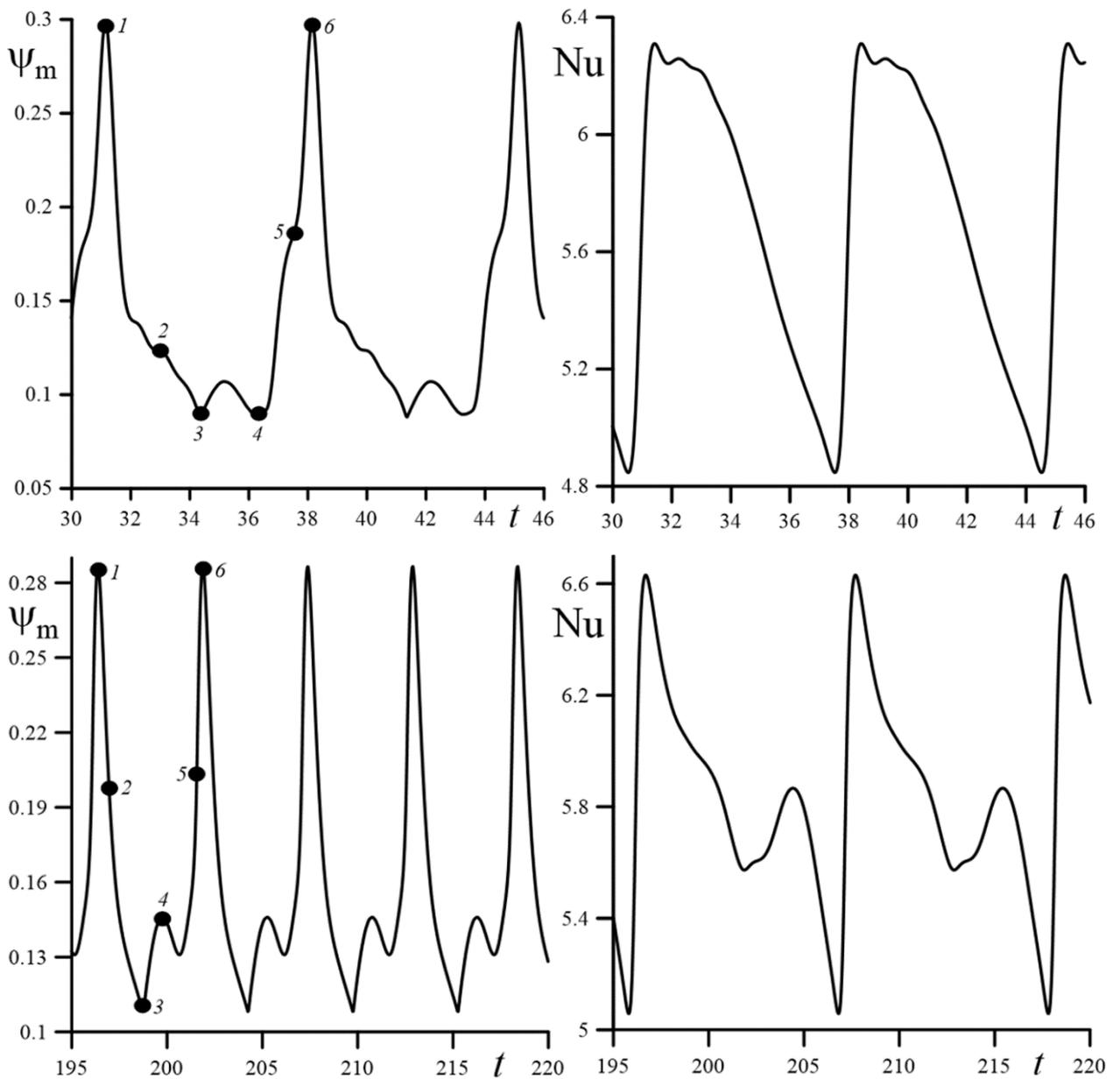


Рис. 3.15 Зависимости  $Nu$  и  $\psi_m$  от времени для различных колебательных режимов осредненной конвекции при  $V = 1.0$  и  $Gr = 33$ . Верхний ряд – симметричная колебательная мода (кривые 2' на рис. 3.14) с периодом 7.0; нижний ряд – несимметричная колебательная мода (кривые 2'' на рис. 3.14) с периодом 11.0.

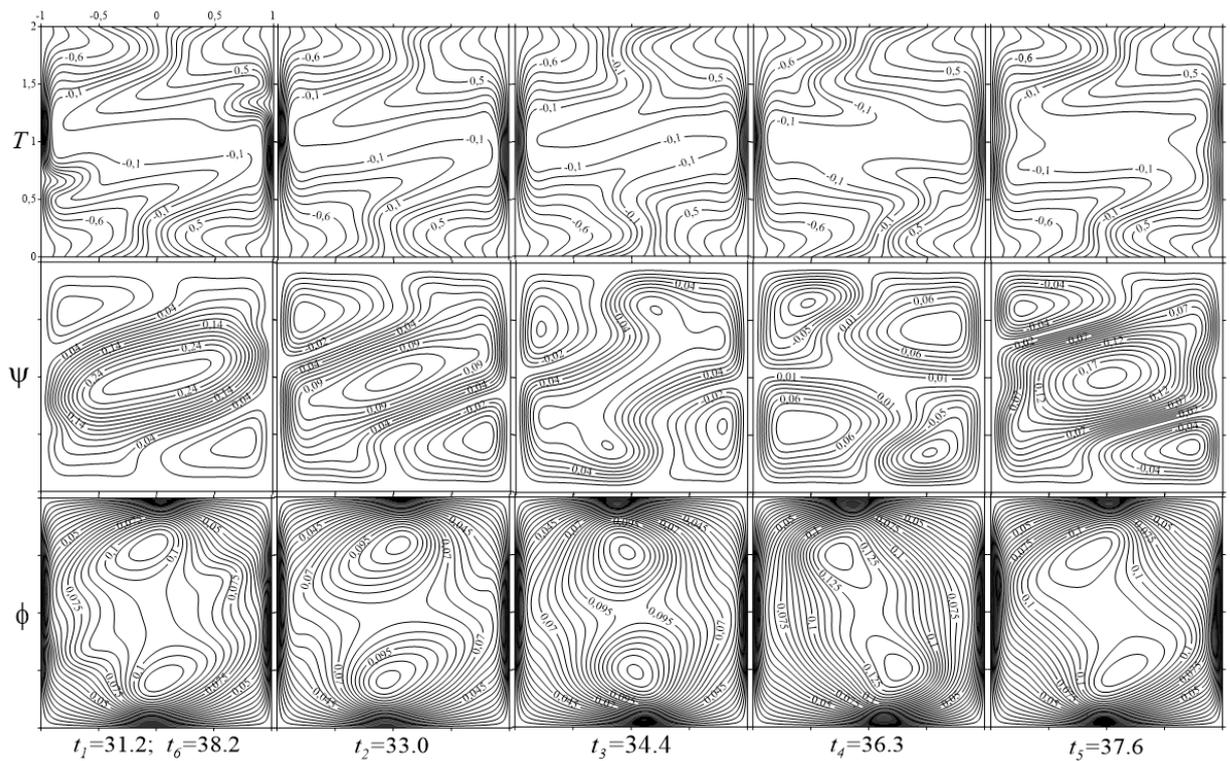


Рис. 3.16 Изолинии поля температуры (верхний ряд), осредненной функции тока (средний ряд) и функции тока амплитуды пульсационного течения (нижний ряд) в течение периода колебаний развитого осредненного колебательного течения, соответствующего кривым 2' на рис. 3.14,  $V = 1.0$  и  $Gr = 33$ . Изолинии построены для точек 1 – 6 верхнего ряда рис. 3.15

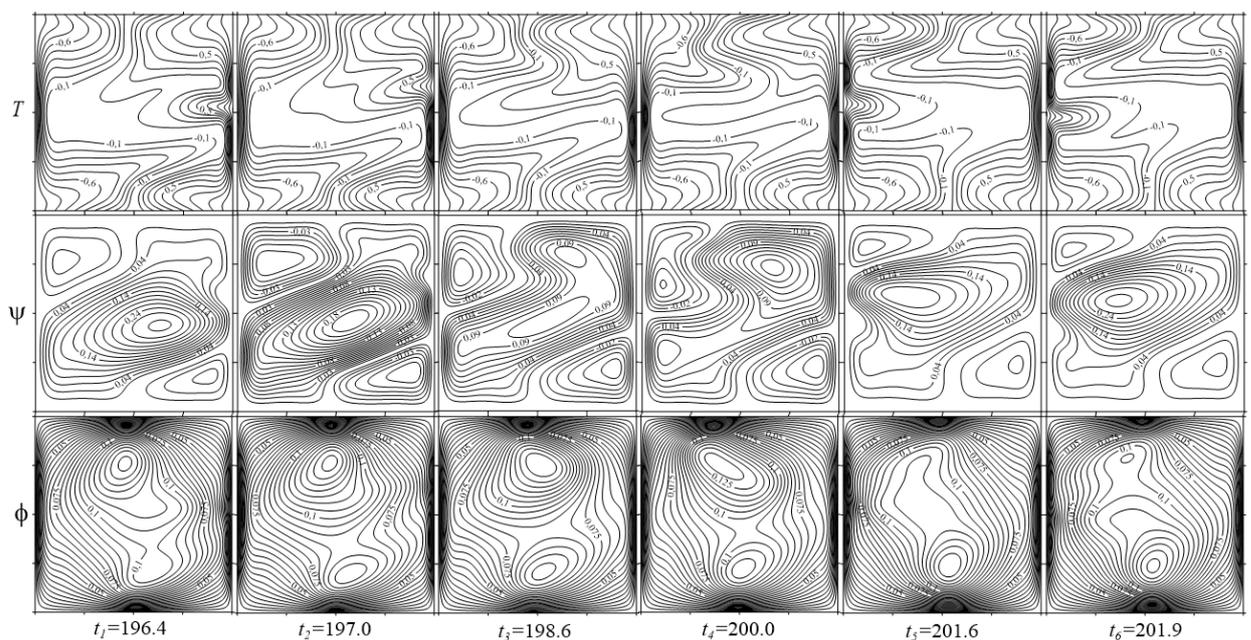


Рис. 3.17 Изолинии поля температуры (верхний ряд), осредненной функции тока (средний ряд) и функции тока амплитуды пульсационного течения (нижний ряд) в течение половины периода колебаний развитого осредненного колебательного течения, соответствующего кривым 2'' на рис. 3.14,  $V = 1.0$  и  $Gr = 33$ . Изолинии построены для точек 1 – 6 нижнего ряда рис. 3.15

### 3.2.3 Конвективные режимы при $V \geq 10$

В рассмотренном диапазоне значений вибрационного параметра  $10 \leq V \leq 10000$  вибрации являются основным механизмом генерации осредненного стационарного конвективного течения, определяют его структуру и устойчивость.

Рассмотрим режимы конвективных течений и их эволюцию при различных значениях вибрационного параметра и числа Грасгофа. На рисунке 3.18 представлены зависимости средних за период колебаний значений максимума функции тока  $\bar{\psi}_m$  (а) и числа Нуссельта  $\bar{Nu}$  (б) от числа Грасгофа. Для стационарных осредненных конвективных режимов значения максимума функции тока  $\psi_m$  и числа Нуссельта  $Nu$  имеет определенное значение, не изменяющиеся с течением времени (стационарные течения). Для колебательных режимов конвекции в надкритической области значения  $\psi_m$  и  $Nu$  изменяются с течением времени. Кривые 1, 2, 3 и 4 построены для значений вибрационного параметра  $V = 30, 200, 1000, 3000$  соответственно.

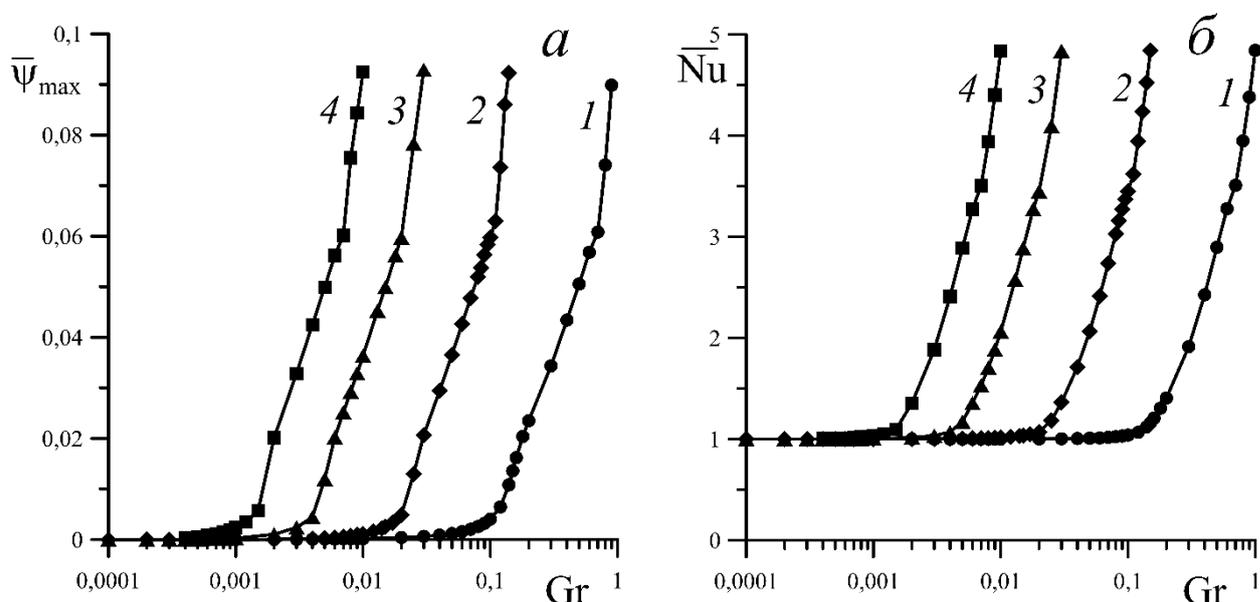


Рис. 3.18 Зависимости средних значений максимума функции тока (а) и числа Нуссельта (б) осредненного течения от числа Грасгофа для  $V=30$  (кривая 1),  $V = 200$  (2),  $V = 1000$  (3) и  $V = 3000$  (4)

Из рисунка 3.18 видно, что при малых значениях чисел Грасгофа,  $Gr < Gr_1$  (область I на рисунке 3.1 б) значения  $\bar{\psi}_{\max}$  близки к нулю, а  $\overline{Nu} \rightarrow 1$ . Числа Нуссельта, не значительно превышающие 1, соответствуют ползущему одновихревому осредненному стационарному конвективному течению. В этом случае преобладает теплопроводный механизм переноса тепла через полость. Изолинии поля температуры почти параллельны вертикальным стенкам полости (см. рис. 3.19 для фрагментов  $Gr = 0.001$  и  $Gr = 0.01$ ).

На рисунке 3.19 показана эволюция конвективного течения жидкости с увеличением числа Грасгофа при  $V = 30$  (см. кривые I на рис. 3.18).

С увеличением числа Грасгофа ползущее одновихревое конвективное течение изменяет свою форму: осредненный вихрь наклоняется и симметризуется относительно диагонали полости. Структура такого течения для значения  $Gr \approx 0.01$ , близкого к границе I рисунка 3.1б, изображена на рисунке 3.19.

При  $Gr > Gr_1$  (для  $V = 30$   $Gr_1 \approx 0.01$ ) ползущее одновихревое конвективное течение изменяет свою структуру: центральный осредненный вихрь деформируется, в углах полости появляются два дополнительных вихря малой интенсивности. Изолинии функции тока осредненного течения, амплитуды функции тока пульсационного течения, поля температуры и завихренности трехвихревого стационарного конвективного течения для  $Gr = 0.04$  (область II на рис. 3.1б) показаны на рисунке 3.19. В области параметров II (см. рис. 3.1б) значение  $\bar{\psi}_m$  заметнее отклоняется от нуля, линия I на рисунке 3.18 отходит от оси абсцисс.

При усилении конвективного течения заметнее становится вклад конвективного переноса тепла, число Нуссельта отличается от 1 (см. рис. 3.2 б). Дальнейшее увеличение числа  $Gr$  приводит к усилению интенсивности угловых вихрей и сильной деформации центрального вихря в осредненном стационарном течении при этом поле температуры искажается. Поля  $\psi$ ,  $\phi$ ,  $T$  и  $\Omega$ , соответствующие развитому трехвихревому стационарному течению, для

$Gr \approx 0.7$  вблизи границы неустойчивости стационарного конвективного течения (кривая 3 на рис. 3.1 б) изображены на рисунке 3.19.

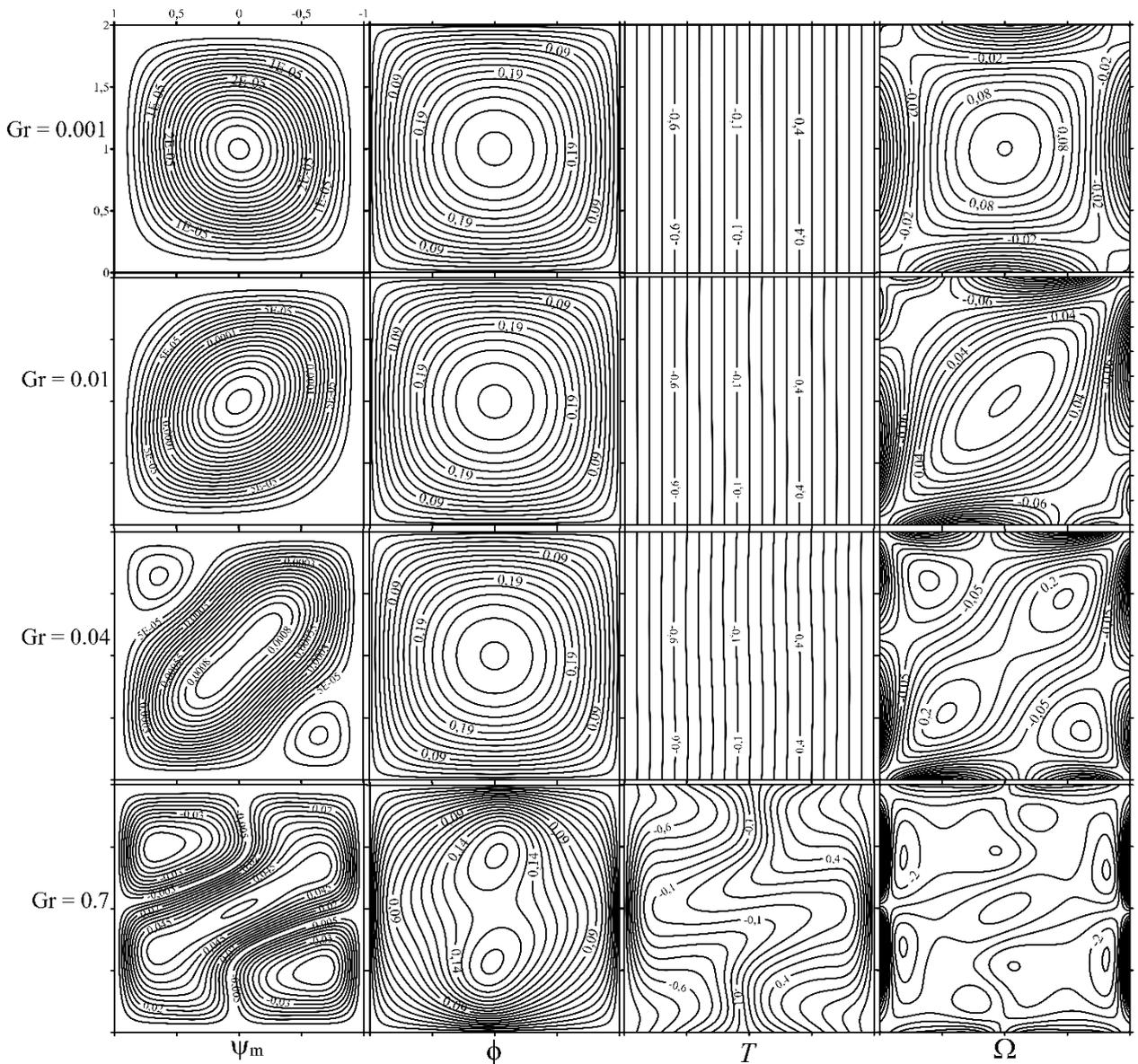


Рис. 3.19 Структура стационарного осредненного течения жидкости для вибрационного параметра  $V = 30$ :  $Gr = 0.001$  (область I на рис. 3.1б);  $Gr = 0.01$  (вблизи границы 1 на рис. 3.1б);  $Gr = 0.04$  (область II на рис. 3.1б);  $Gr = 0.7$  (вблизи границы 3 на рис. 3.1б). Снизу колонок даны обозначения изолиний:  $\psi$  – функции тока осредненного течения;  $\phi$  – функции тока амплитуды пульсационного течения;  $T$  – поля температуры;  $\Omega$  – поля завихренности

В точке  $Gr_3 = 0.8$  на кривой 1 рисунка 3.18а наблюдается характерный излом, соответствующий возникновению колебательного режима. В

квадратной полости возникают колебания полей скорости и температуры, при которых интенсивность вихрей в осредненном течении периодически меняется.

На рисунке 3.20 показаны изменения структуры изолиний функции тока осредненного колебательного течения в различные моменты периода колебаний для  $Gr = 0.9$ . На всем протяжении периода колебаний наблюдаются пульсации вихрей вблизи углов полости, а также распад и слияние центрального вихря. При колебательных режимах осредненной конвекции для чисел Грасгофа вблизи кривой 3 рисунка 3.1 б зависимость  $Nu = f(Gr)$  не меняет своего вида (см. рис 3.18 б).

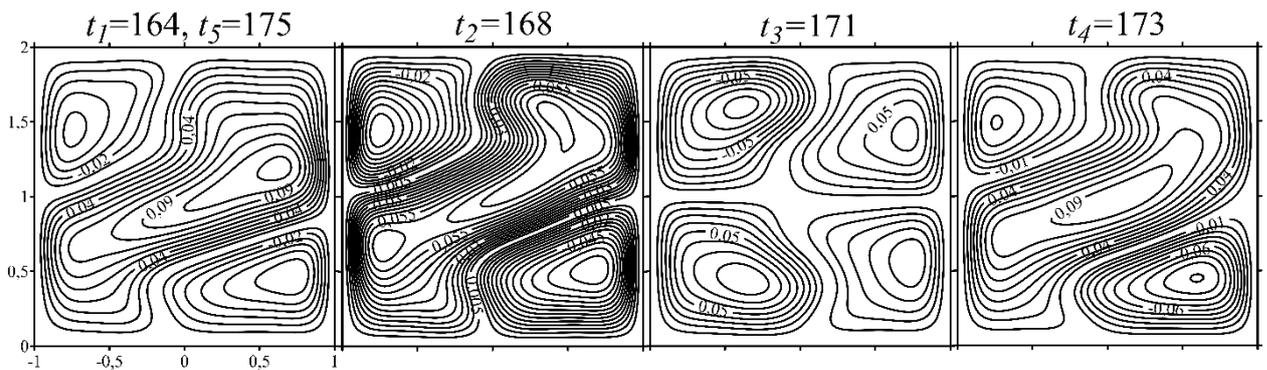


Рис. 3.20 Изолинии функции тока осредненного течения в различные моменты времени (указаны над фрагментами) в течение периода установившихся колебаний для  $V = 30$  и  $Gr = 0.9$

На рисунке 3.21 показаны зависимости максимума функции тока (а) и числа Нуссельта (б) для установившихся периодических колебаний при  $V = 30$  и  $Gr = 0.9$ . Точками на рисунке 3.21 отмечены моменты времени, для которых на рисунке 3.20. представлены изолинии функции тока осредненного течения. Период колебаний приблизительно равен 10.8 единицы безразмерного времени.

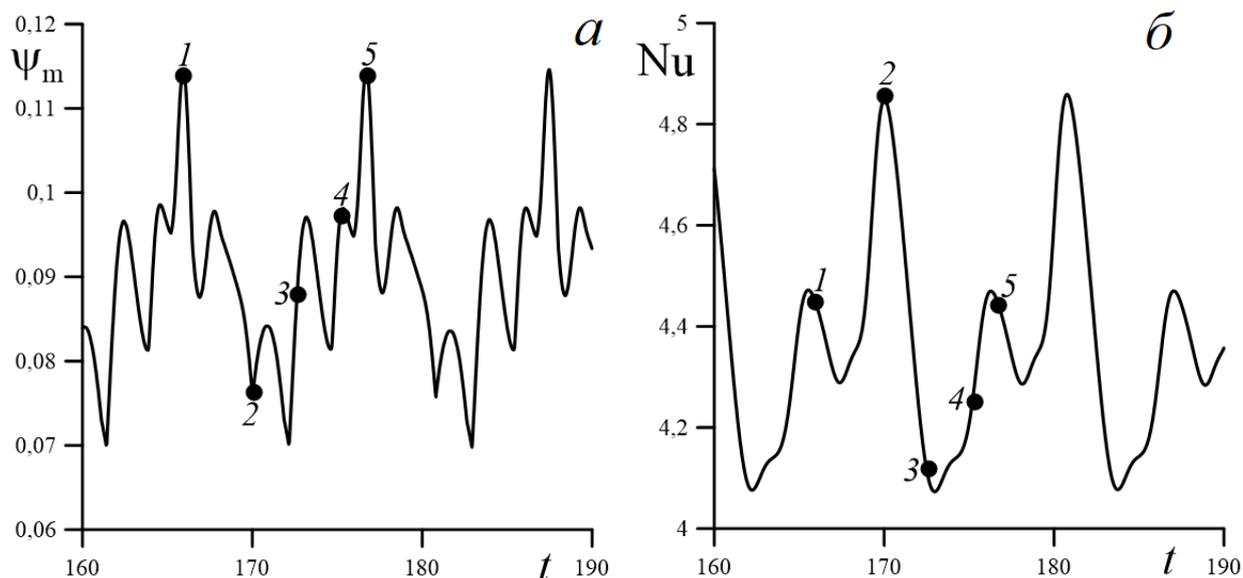


Рис. 3.21 Зависимости максимума функции тока (*a*) и числа Нуссельта (*б*) от времени для установившихся периодических колебаний при  $V = 30$  и  $Gr = 0.9$

Колебания осредненного конвективного течения для чисел Грасгофа близких к границе  $3$  не приводят к качественному изменению структуры поля температуры. Характерный вид этих полей похож на поле температуры, приведенное на рисунке 3.19 для  $Gr = 0.7$ .

При  $V > 80$  внутри области II появляется область V (см. рис. 3.1б), в которой реализуется четырехвихревое осредненное термовибрационное конвективное течение.

Численный расчет показал, что существует небольшой интервал значений вибрационного параметра  $90 < V < 400$ , в котором, при увеличении числа Грасгофа, в полости реализуются все наблюдаемые конвективные стационарные режимы: ползущее одновихревое, трехвихревое и четырехвихревое термовибрационные стационарные течения.

На рисунке 3.22 показана эволюция конвективного течения жидкости с увеличением числа Грасгофа при  $V = 200$  (см. кривую 2 на рис. 3.18).

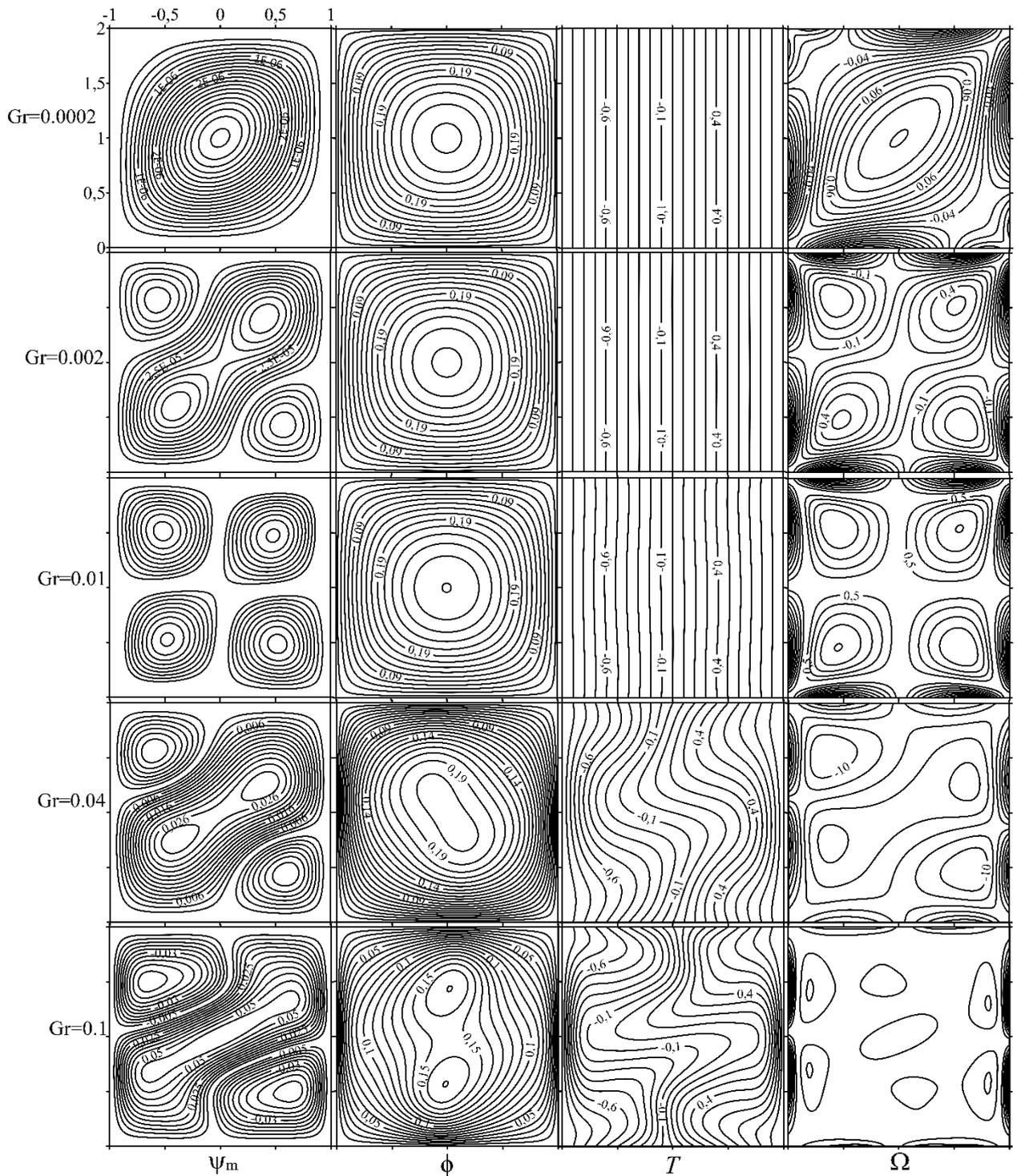


Рис. 3.22 Структура стационарного осредненного течения жидкости для вибрационного параметра  $V = 200$ :  $Gr = 0.0002$  (область I на рис. 3.1б);  $Gr = 0.002$  (область II на рис. 3.1б);  $Gr = 0.01$  (область V на рис. 3.1б);  $Gr = 0.04$  (область II на рис. 3.1б);  $Gr = 0.1$  (вблизи границы 3 на 3.1б). Снизу колонок даны обозначения изолиний:  $\psi$  – функции тока осредненного течения;  $\phi$  – функции тока амплитуды пульсационного течения;  $T$  – поля температуры;  $\Omega$  – поля завихренности

При малых числах Грасгофа в полости реализуется ползущее одновихревое течение. Структура такого течения для  $V = 200$  и  $Gr = 0.0002$  близкого к границе 1 рисунка 3.1б изображена на рисунке 3.22. С увеличением числа Грасгофа ползущее одновихревое стационарное конвективное течение изменяет свою форму: осредненный вихрь наклоняется и симметризуется относительно диагонали полости в углах полости возникают интенсивные дополнительные вихри. Структура такого трехвихревого стационарного конвективного течения для значения  $Gr \approx 0.002$  изображена на рисунке 3.22. Дальнейшее увеличение числа Грасгофа приводит к возникновению области параметров  $V$ , где реализуется четырехвихревое термовибрационное стационарное конвективное течение (см. рис. 3.22 фрагменты для  $Gr \approx 0.01$ ), которое при дальнейшем увеличении числа  $Gr$  вновь трансформируется в трехвихревое течение (см. рис. 3.22 фрагменты для  $Gr \approx 0.04$ ).

Когда число Грасгофа становится равным  $Gr_3 = 0.11$  стационарное конвективное течение становится неустойчивым, на кривой 2 рисунка 3.18а в этом случае наблюдается характерный излом, соответствующий возникновению колебательного режима.

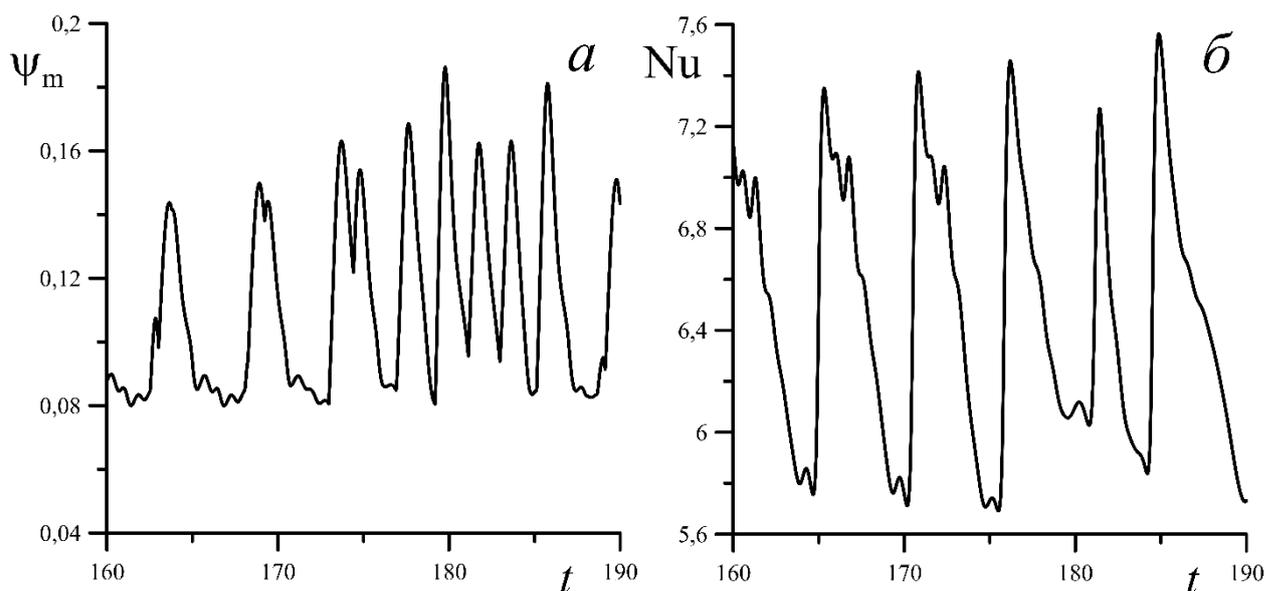


Рис. 3.23 Зависимости максимума функции тока (а) и числа Нуссельта (б) от времени для нерегулярного колебательного режима при  $V = 200$  и  $Gr = 0.2$

На рисунке 3.23 показана зависимость максимума функции тока ( $a$ ) и числа Нуссельта ( $b$ ) при нерегулярных колебаниях для  $V = 200$  и  $Gr = 0.11$ , т.е. вблизи кривой 3 на рисунке 3.1б.

Напомним, что при  $V > 80$  внутри области II появляется область V (см. рис. 3.1б), в которой реализуется четырехвихревое осредненное термовибрационное конвективное течение.

На рисунке 3.24 показаны структуры полей  $\psi_m$ ,  $\phi$ ,  $T$  и  $\Omega$  для  $V = 1000$  и различных чисел Грасгофа. При таком  $V$  значения чисел Грасгофа, соответствующие кривым 3 и 4 на рисунке 3.1б равны  $Gr_4 = 0.0003$ ,  $Gr_4' = 0.004$  и  $Gr_3 = 0.03$ .

При малых значениях числа Грасгофа в полости сразу возникает трехвихревое стационарное конвективное течение, характерная структура которого для случая  $Gr = 0.0002$  показана на рисунке 3.24. При  $Gr_4 < Gr < Gr_4'$  наблюдается четырехвихревое термовибрационное стационарное конвективное течение (см. рис. 3.24 для  $Gr = 0.002$ ), которое при дальнейшем увеличении числа  $Gr$  вновь трансформируется в трехвихревое (см. рис. 3.24 для  $Gr = 0.02$ ).

Когда число Грасгофа достигает критического значения  $Gr_3 = 0.03$ , стационарное осредненное конвективное течение теряет устойчивость. На кривой 3 рисунка 3.18а в этом случае наблюдается характерный излом, соответствующий возникновению колебательного режима.

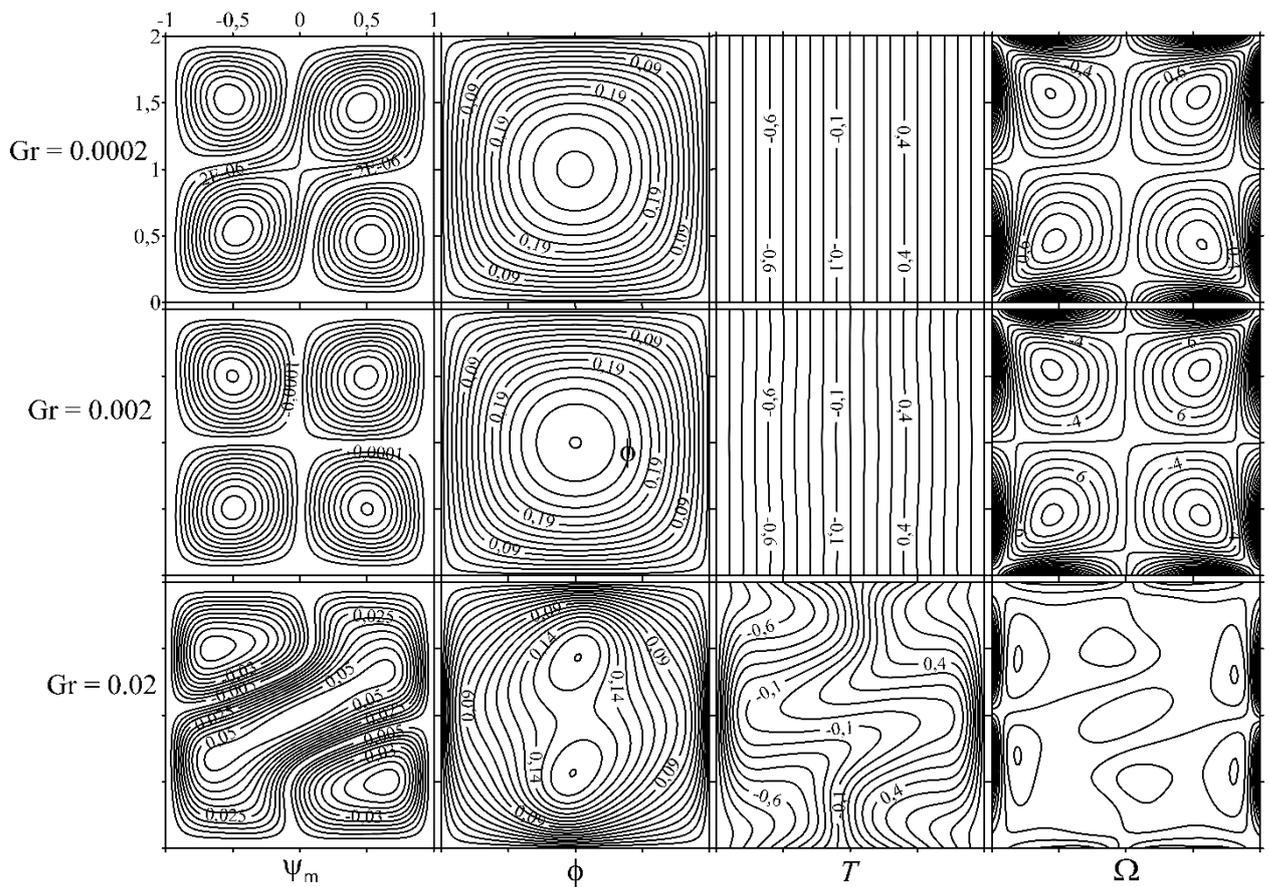


Рис. 3.24 Структура стационарного конвективного течения для вибрационного параметра  $V = 1000$ :  $Gr = 0.0002$  (область II на рис. 3.1б);  $Gr = 0.002$  (область V на рис. 3.1б);  $Gr = 0.02$  (вблизи границы 3 на рис. 3.1б). Снизу колонок даны обозначения изолиний:  $\psi$  – функции тока осредненного течения;  $\phi$  – функции тока амплитуды пульсационного течения;  $T$  – поля температуры;  $\Omega$  – поля завихренности

На рисунке 3.25 показаны зависимости максимума функции тока (*a*) и числа Нуссельта (*б*) от времени при нерегулярных колебаниях для  $V = 1000$  и  $Gr = 0.04$ , т.е. вблизи кривой 3 на рисунке 3.1б.

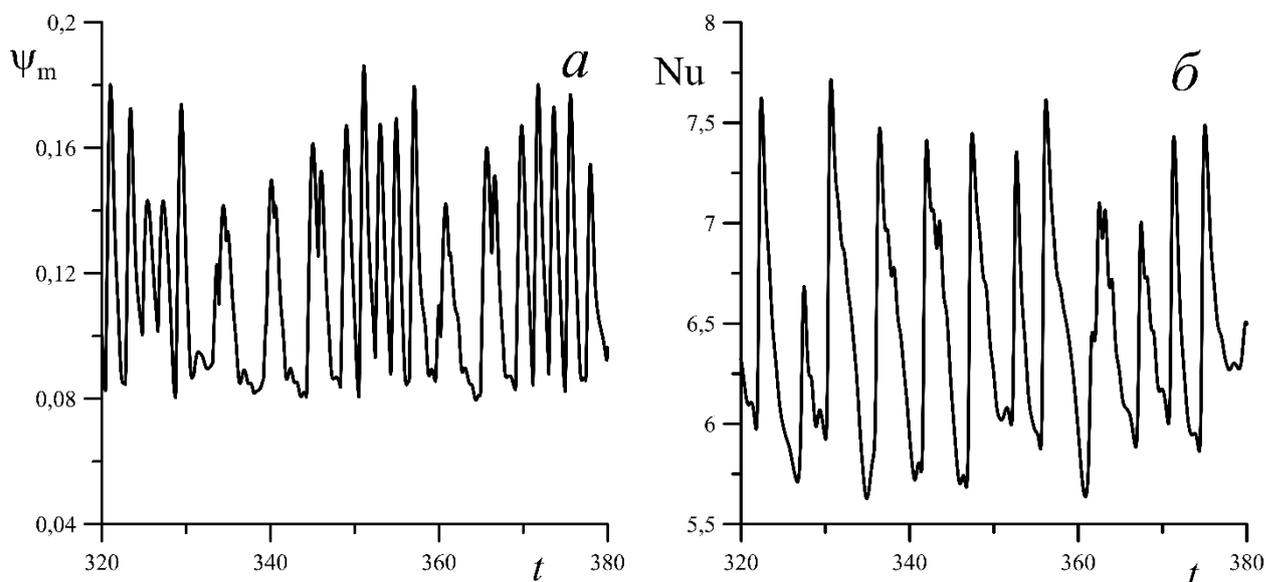


Рис. 3.25 Зависимости максимума функции тока (*a*) и числа Нуссельта (*б*) от времени для нерегулярных колебаний при  $V = 1000$  и  $Gr = 0.04$

При  $V > 2000$  в полости сразу возникает характерное для осредненной термовибрационной конвекции в невесомости четырехвихревое стационарное течение. На рисунке 3.26 показана эволюция такого течения с увеличением числа Грасгофа для  $V = 3000$  (см. кривые 4 на рис. 3.18).

При увеличении числа Грасгофа четырехвихревое термовибрационное стационарное конвективное течение трансформируется в трехвихревое конвективное течение с интенсивными угловыми вихрями. Значение, соответствующее верхней границе кривой 4 на рисунке 3.1б, равно  $Gr'_4 \approx 0.001$ . При  $Gr_3 = 0.008$  стационарное конвективное течение теряет устойчивость, на кривой 4 рисунка 3.2а при таком значении числа Грасгофа наблюдается характерный излом. Вид зависимостей максимума функции тока (*a*) и числа Нуссельта (*б*) от времени для установившихся нерегулярных колебаний при  $V = 3000$  и  $Gr = 0.007$ , т.е. вблизи кривой 3 на рисунке 3.1, показан на рисунке 3.27.

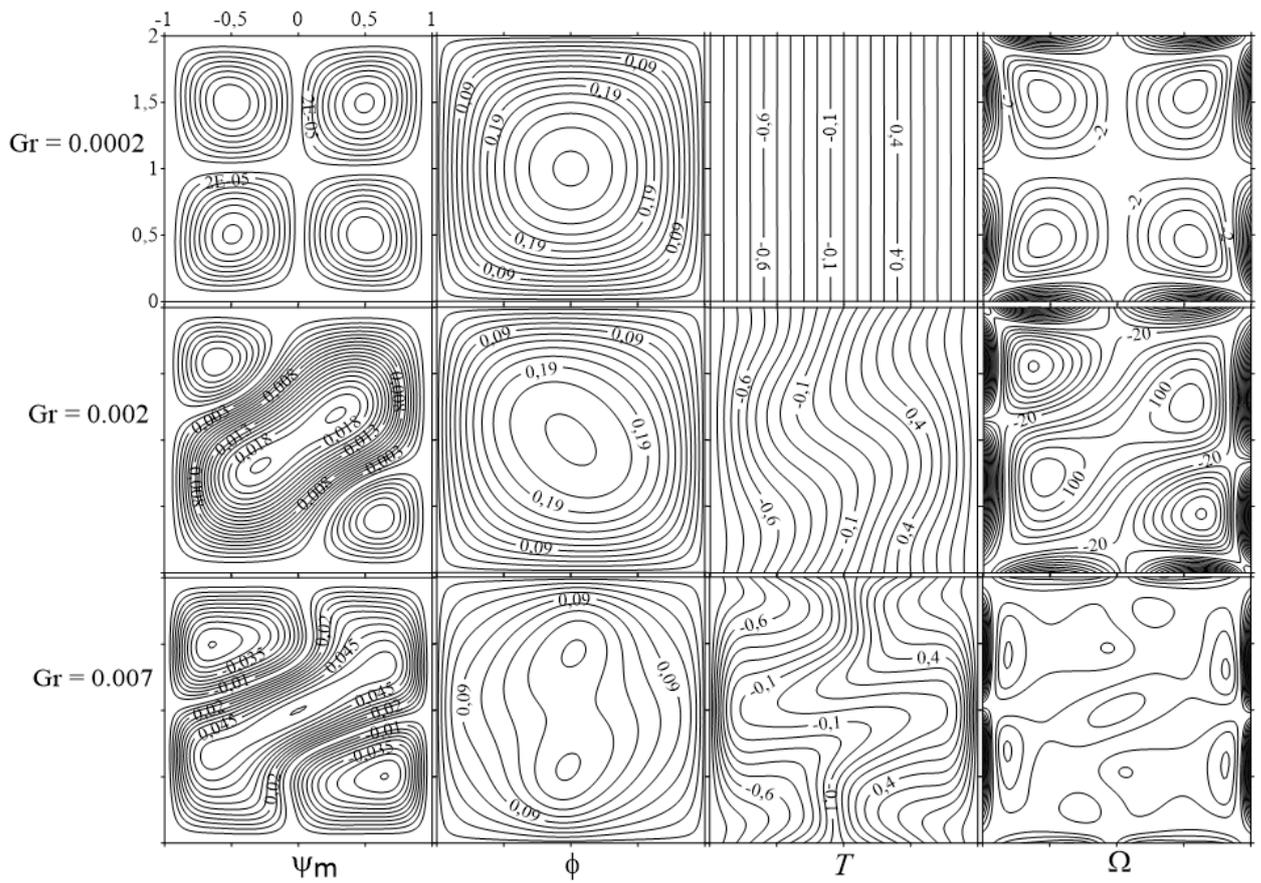


Рис. 3.26 Структура стационарного конвективного течения для вибрационного параметра  $V = 3000$ :  $Gr = 0.0002$  (область V на рис. 3.1б);  $Gr = 0.002$  (область II на рис. 3.1б);  $Gr = 0.007$  (вблизи границы 3 на рис. 3.1б). Снизу колонок даны обозначения изолиний:  $\psi$  – функции тока осредненного течения;  $\phi$  – функции тока амплитуды пульсационного течения;  $T$  – поля температуры;  $\Omega$  – поля завихренности

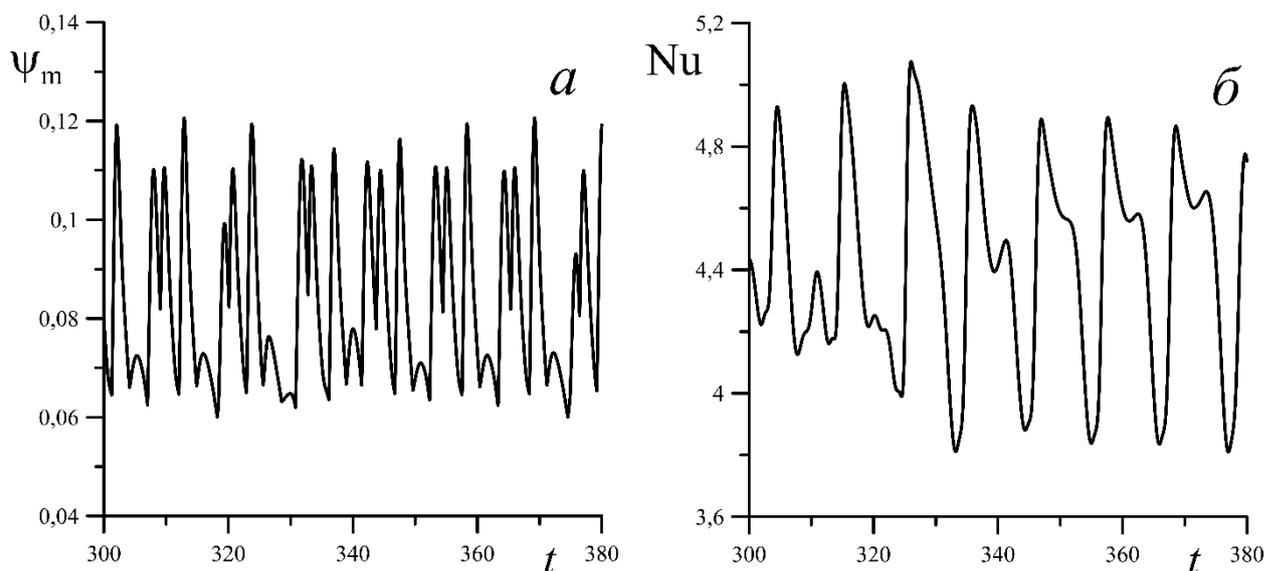


Рис. 3.27 Зависимость максимума функции тока (а) и числа Нуссельта (б) от времени для нерегулярных колебаний при  $V = 3000$  и  $Gr = 0.009$

Следует отметить, что для значений вибрационного параметра  $V > 100$  (в области микрогравитации) при потере устойчивости осредненным стационарным течением в полости возникают нерегулярные колебательные режимы. Подробных исследований таких нерегулярных колебаний в рамках данной работы не проводилось. Разделения колебательных режимов на симметричную и не симметричную моды, описанного в частях 3.1.1 и 3.1.2 данной главы не обнаружено.

### 3.3 Выводы по главе

В главе исследовано влияние высокочастотных вибраций на конвекцию жидкости в квадратной полости. На плоскости управляющих параметров  $Gr - V$  получена карта конвективных режимов. Влияние вибраций на систему характеризовалось безразмерным вибрационным параметром  $V$ , который варьировался в диапазоне  $0 \leq V \leq 10^4$ . При  $V < 1$  определяющую роль в генерации осредненного конвективного течения играет сила тяжести, однако, вибрации оказывают существенное влияние на структуру и устойчивость конвективного течения. Для значений  $V \geq 1$  роль вибраций в генерации осредненных конвективных течений возрастает.

При малых значениях вибрационного параметра  $V < 0.1$  и небольших значениях  $Gr$  в полости реализуется медленное, симметричное относительно главных осей, одновихревое осредненное конвективное течение. С увеличением числа Грасгофа в центре полости формируется малоподвижное ядро. Интенсивное осредненное течение локализуется в пограничных слоях, примыкающих к границам полости. Наибольшие градиенты скорости и температуры наблюдаются вблизи вертикальных границ. При достижении пороговых значений числа Грасгофа стационарное осредненное конвективное течение теряет устойчивость. В полости возникают периодические колебательные режимы течения, которые при больших  $Gr$  становятся квазипериодическими.

Для  $0 \leq V \leq 0.0075$  неустойчивость стационарного осредненного конвективного течения определяется гравитационными возмущениями. При достижении числом Грасгофа порогового значения  $Gr_1$  на границе пограничного слоя и малоподвижного ядра вблизи углов полости генерируются дополнительные пульсирующие вихри, амплитуда колебаний которых растет по мере увеличения  $Gr$ . Расчеты показали стабилизацию стационарного осредненного конвективного течения относительно гравитационных возмущений при увеличении вибрационного параметра.

В области  $0.0075 < V \leq 0.1$  наиболее опасными, отвечающими за неустойчивость стационарного осредненного конвективного течения, являются тепловые возмущения, которые представляют собой тепловые волны, распространяющиеся вдоль вертикальных пограничных слоев в направлении движения жидкости и приводящие к возникновению волн в осредненном потоке жидкости в пределах пограничных слоёв. Амплитуда тепловых волн растет с увеличением  $Gr$ . Расчеты показали, что в полости возможна реализация тепловых возмущений двух типов: симметричных относительно поворота полости на  $180^0$  и несимметричных.

С увеличением интенсивности вибраций при  $V > 0.1$  на плоскости управляющих параметров между областями существования стационарного

одновихревого осредненного течения и осредненного колебательного течения появляется область, в которой реализуется трехвихревое вибрационно-конвективное стационарное осредненное течение. При повышении числа  $Gr$  одновихревое стационарное течение симметризуется относительно диагонали полости, в углах которой появляются застойные зоны. При превышении числом Грасгофа некоторого значения  $Gr_2$ , в застойных зонах появляются дополнительные вихри, интенсивность которых растет с увеличением  $Gr$ . Трехвихревое осредненное стационарное конвективное течение обусловлено суперпозицией двух механизмов генерации конвекции: гравитационного (подъемная сила Архимеда) и термовибрационного (осредненная вибрационная сила). Значение числа  $Gr_2$ , при котором возникает трехвихревое течение, уменьшается с ростом  $V$  (уменьшением силы тяжести), а область параметров, где существует такое течение расширяется.

Для  $V > 0.1$  тепловые пограничные слои вблизи твердых границ полости не формируются. Трехвихревое осредненное стационарное течение для заданного  $V$  при достижении порогового значения  $Gr_3$  становится неустойчивым. В полости, как и при меньших значениях вибрационного параметра, возможна реализация симметричного и несимметричного осредненных колебательных режимов. Механизм неустойчивости связан с возникновением тепловых возмущений, формирующихся вдоль вертикальных стенок полости.

Отметим, что для всех  $V > 0.0075$  неустойчивость стационарной осредненной конвекции определяется тепловыми возмущениями, симметричными или несимметричными, формирующимися вблизи вертикальных стенок полости. С увеличением вибрационного параметра устойчивость стационарной осредненной конвекции жидкости понижается.

При изменении вибрационного параметра в интервале  $10 \leq V \leq 100000$  вибрации являются основным механизмом генерации осредненного конвективного течения, определяют его структуру и устойчивость.

При  $V < 400$  и малых  $Gr$  реализуется одновихревое стационарное гравитационно-конвективное течение. При значениях вибрационного параметра  $V > 80$  внутри области трехвихревого конвективного течения появляется область, в которой реализуется четырехвихревое осредненное термовибрационное конвективное течение. При  $V \geq 400$  в полости реализуются только трех- или четырехвихревые стационарные течения, характерные для условий микрогравитации. При  $V > 2000$  нижняя часть области трехвихревого течения исчезает. Можно утверждать, что полость фактически находится в условиях невесомости. В этом случае результаты расчетов совпадают данными работы [13], где рассматривался случай чистой невесомости.

Повышение числа  $Gr$  всегда приводит к потере устойчивости стационарной конвекции и возникновению колебательных режимов. Критическое значение  $Gr_3$ , соответствующее возникновению колебательных режимов, уменьшается с увеличением  $V$ . Для  $V < 100$  и чисел Грасгофа, не сильно превышающих критические  $Gr_3$ , наблюдаются периодические колебательные режимы осредненной конвекции.

При  $V > 100$  эти колебания становятся квазипериодическими (нерегулярными). Получены зависимости средних значений максимума функции тока и числа Нуссельта от числа Грасгофа. Переходу к колебательным режимам на этих зависимостях соответствуют характерные изломы. Расчеты в исследованной области значений вибрационного параметра не показали разделения колебательных режимов на симметричную и не симметричную моды.

## **ГЛАВА 4. ВИБРАЦИОННЫЕ КОНВЕКТИВНЫЕ РЕЖИМЫ ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ В УСЛОВИЯХ МИКРОГРАВИТАЦИИ**

В главе исследованы конвективные режимы псевдопластической жидкости в квадратной полости с твердыми идеально теплопроводными границами в условиях микрогравитации. Полость совершает вертикальные линейно-поляризованные высокочастотные вибрации. На вертикальных стенках полости задан перепад температуры, который перпендикулярен направлению вибраций и полю тяжести. Реология жидкости описывается моделью Уильямсона. Задача решалась на основании осредненных уравнений термовибрационной конвекции для нелинейновязких жидкостей. Интенсивность вибрационного воздействия определяется вибрационным параметром  $V$ , пропорциональным отношению амплитуды вибрационного ускорения к ускорению свободного падения и не зависящим от перепада температур. Обнаружены два типа решений задачи, отвечающие различным конвективным структурам, для которых получены зависимости максимума функции тока и числа Нуссельта от числа Грасгофа. На основании этих зависимостей для различных значений реологических параметров определены пороговые значения чисел Грасгофа, соответствующие смене режимов стационарной осреднённой конвекции, и критические числа Грасгофа, соответствующие потере устойчивости стационарного осредненного течения и возникновению колебательного режима осредненной конвекции. Изучены структуры различных режимов осредненной стационарной и колебательной конвекции.

### **4.1 Постановка задачи**

Рассматривается квадратная полость с твердыми идеально теплопроводными границами, которая заполнена псевдопластической жидкостью и находится в условиях микрогравитации (пониженной гравитации). Геометрия полости и положение координатных осей показаны на рис. 2.2. Полость совершает вертикальные линейно-поляризованные высокочастотные малоамплитудные не акустические вибрации, т.е.

выполняются условия (2.2) – (2.4). Полная математическая постановка задачи в терминах функции тока и завихренности осредненного течения сформулирована в части 2.7.1 главы 2 уравнениями (2.26) – (2.30). Краевые условия для этой системы включают начальные (2.44), (2.46) и граничные (2.47), (2.49). Для описания поведения псевдопластической жидкости используем модель Уильямсона [69], которая описывается реологическим уравнением вида (2.1).

Тепловой поток через границу параллельную оси  $z$  (см. рис. 2.2), определяется числом Нуссельта (2.51).

Задача характеризуется пятью безразмерными параметрами: числом Грасгофа –  $Gr = g\beta\Theta h^3\rho^2/\mu_\infty^2$ , вибрационным параметром –  $V = \alpha a\omega^2/g$ , ( $\alpha = \mu_\infty/(\omega\rho h^2) \ll 1$ ), числом Прантля –  $Pr = \mu_\infty/(\rho\chi)$ , реологическим параметром –  $Bh = \rho g\beta\Theta h/A$  и параметром неньютоновости –  $\nu = A/(B\mu_\infty)$ . Безразмерный реологический параметр  $Bh$ , как и число Грасгофа  $Gr$ , характеризует конкуренцию гравитационного механизма генерации конвекции и диссипативного механизма, в данном случае связанного с нелинейной вязкостью жидкости. Причем  $Bh = PrGr/\sigma$ , где  $\sigma = h^2A/\mu_\infty\chi$  согласно работам [69, 109] – безразмерный динамический предел текучести.

Для унификации масштабов измерения функции тока и скорости, а также возможности сравнения интенсивностей конвективных течений в различных задачах диссертационной работы в этой главе при выводе результатов расчета функция тока умножалась на число Грасгофа.

Параметр  $V$  характеризует интенсивность вибрационного механизма генерации конвекции в псевдопластической жидкости. Необходимо отметить, что в неньютоновской жидкости в силу её нелинейно-вязких свойств существует дополнительный вклад в осредненную термовибрационную силу. Можно утверждать, что параметр  $V$  определяет величину этого дополнительно вклада.

Вибрационный параметр пропорционален отношению вибрационного ускорения к ускорению свободного падения и не зависит от конвективного параметра  $\beta\Theta$ , связанного с равновесным градиентом температуры. Использование  $V$  позволяет четко отделить влияние вибрационного механизма генерации конвекции от теплового. Оценки показывают, что при заданных параметрах жидкости и геометрических параметрах полости порядка  $h \approx 10^{-2}$  м, в условиях микрогравитации  $V \gg 1$ . Вибрационный параметр связан с классическим для задач о тёмовибрационной конвекции вибрационным числом Грасгофа  $Gv = (a\omega\beta\Theta h\rho/\mu_\infty)^2$  соотношением  $V = \sqrt{Gv}/Gr$ .

Динамический предел текучести  $\sigma$ , также как и число Прандтля  $Pr$ , определяются физическими параметрами жидкости. Для заданной псевдопластической жидкости эти параметры можно зафиксировать. В этом случае изменение  $Bh$  или  $Gr$  определяются только изменением характерного градиента температуры в полости.

Результаты, полученные в этой главе описаны и опубликованы в [115].

## 4.2 Основные результаты

Основные расчеты были выполнены для  $\sigma = 62.5$ ;  $Pr = 10$ ;  $V = 100$ ;  $\nu = 25$ , 100 и 500. Задача в аналогичной постановке, но без вибраций и в поле силы тяжести была решена в [69], значения параметра  $\sigma$  и числа  $Pr$  соответствуют этой работе.

В результате численных расчетов в исследованном диапазоне чисел Грасгофа для псевдопластических сред было обнаружено, что существует два типа решений задачи, для которых наблюдаются различные конвективные структуры. Первый тип решений мы назвали ньютоновской модой, потому что он реализуется в ньютоновской жидкости, т.е. для  $\nu = 0$  ( $A = 0$ ), и для него с ростом числа Грасгофа характерна потеря устойчивости осредненным стационарным конвективным течением и переход к осредненной колебательной конвекции [113, 114]. Второй тип решений существует только

для  $\nu > 0$ , т.е. для псевдопластической жидкости, и был назван неньютоновской модой. Для этой моды перехода к не стационарным режимам конвекции не наблюдается.

На рисунке 4.1 представлены зависимости числа Нуссельта  $Nu$  (*a*) и максимума функции тока  $\psi_{\max}$  (*б*) от числа Грасгофа  $Gr$  для псевдопластических жидкостей с параметрами неньютоновости  $\nu = 0, 25, 100$  и  $500$ .

Значение  $Nu = 1$  соответствует слабоинтенсивному (ползущему) конвективному движению жидкости и отсутствию конвективного теплопереноса. В этом случае имеет место теплопроводный механизм переноса тепла через полость. Изолинии поля температуры параллельны друг другу и вертикальным стенкам полости. При возникновении интенсивного конвективного движения к теплопроводному механизму переноса тепла добавляется конвективный. Число Нуссельта становится большим 1, а изотермы искривляются.

Для ньютоновской моды расчетные точки на рисунке 4.1 для всех четырех значений параметра неньютоновости очень близки и ложатся вдоль одной кривой. Статистическая обработка результатов расчётов для  $\nu = 25, 100$  и  $500$ , дает штриховую линию 1 на рисунке 4.1. Сплошная линия 2 на врезках фрагментов (*a*) и (*б*) рисунка 4.1 соответствует ньютоновской жидкости ( $\nu = 0$ ). Видно, что сплошная и пунктирная линии фактически накладываются друг на друга. Можно сделать вывод, что интенсивность течения для псевдопластической жидкости в широком диапазоне чисел Грасгофа не зависит от параметра неньютоновости  $\nu$ .

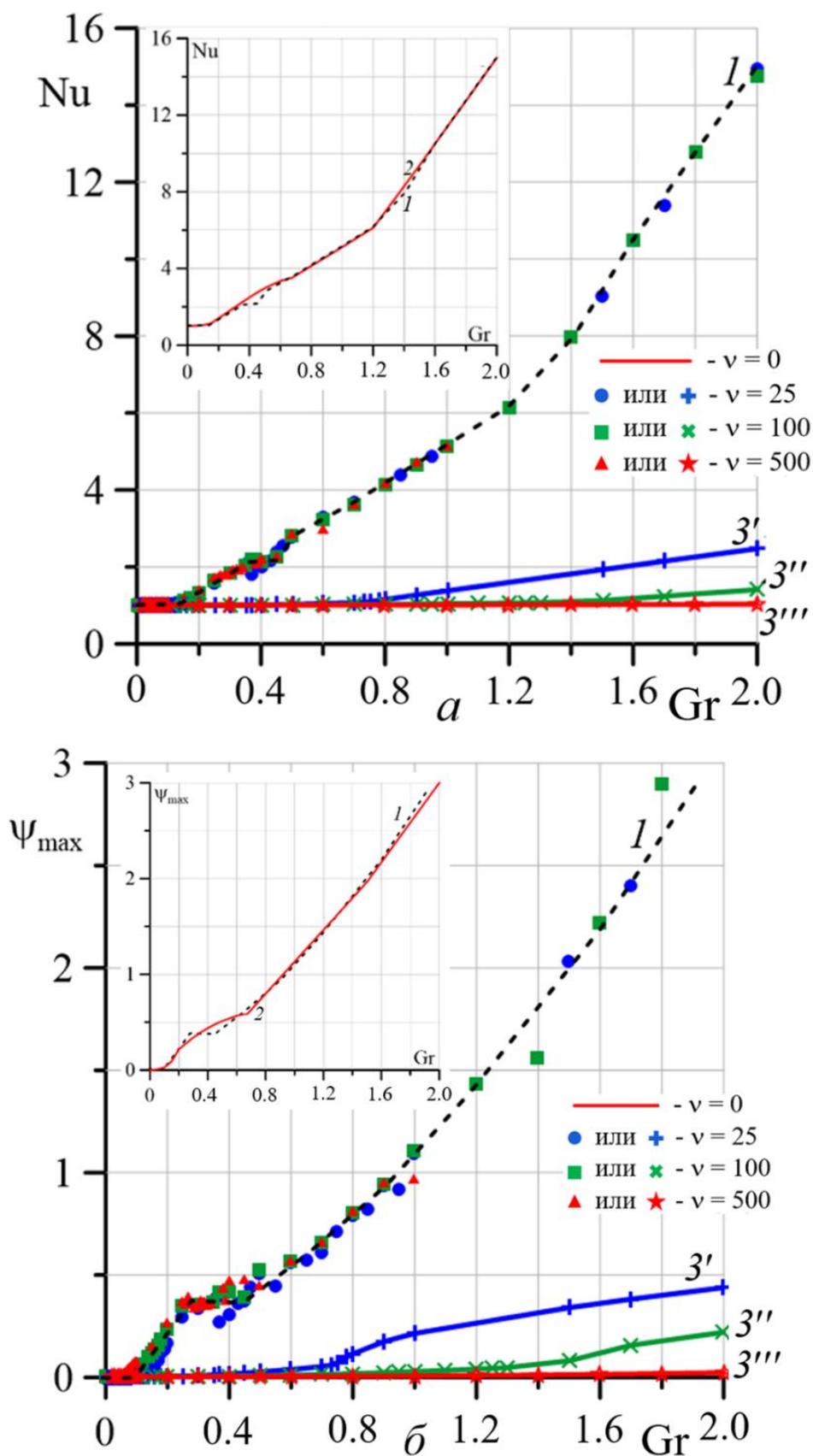


Рис. 4.1 Зависимости числа Нуссельта  $Nu$  (а) и максимума функции тока  $\Psi_{\max}$  (б) от числа Грасгофа  $Gr$ : 1 – псевдопластическая жидкость, ньютоновская мода; 2 – ньютоновская жидкость,  $\nu = 0$ ; 3', 3'', 3''' – псевдопластическая жидкость, неньютоновская мода

На ньютоновской моде решений для псевдопластической жидкости так же, как и для ньютоновской жидкости [113, 114] происходит переход от стационарного режима течения к колебательному. У псевдопластической жидкости этот переход происходит в пределах плоского горизонтального участка кривой  $I$ . На этом участке, увеличение числа  $Gr$  не приводит к увеличению интенсивности течения, так как тепловая энергия переходит в энергию колебаний. Переход к колебательному режиму для всех  $\nu$  не сопровождается изменением структуры течения, а только лишь пульсацией вихрей. Критические значения чисел Грасгофа  $Gr_c$ , при которых стационарное осредненное конвективное течение теряет свою устойчивость, в численных расчетах определялись из анализа структуры течений и зависимостей числа Нуссельта и максимума функции тока осредненного течения от времени. Структуры течений и указанные зависимости будут обсуждаться ниже. Значения  $Gr_c$  зависят от параметра неньютоновости и представлены в таблице 2.

Таблица 2 Критические числа Грасгофа для различных значений параметра неньютоновости для ньютоновской моды

$\nu$	0	25	100	500
$Gr_c$	0.67	0.37	0.38	0.27

Видно, что для псевдопластической жидкости порог устойчивости стационарного осредненного конвективного течения ниже аналогичного порога для ньютоновской жидкости. Подробно зависимость  $Gr_c$  от параметра  $\nu$  не исследовалась, но, очевидно, что имеется достаточно широкий диапазон умеренных значений параметра неньютоновости, в котором критические числа Грасгофа близки по величине. И только при больших  $\nu$  значения  $Gr_c$  начинают уменьшаться.

Сценарий потери устойчивости стационарным осредненным конвективным течением в псевдопластической жидкости аналогичен

сценарию для ньютоновской ( $\nu = 0$ ) жидкости [113 114]. Критическому числу Грасгофа  $Gr_c = 0.67$  в этом случае соответствует излом на кривых 2, изображенных на врезках рисунка 4.1. Как отмечалась выше, этот излом в псевдопластической жидкости превращается в плато (см. кривые 1 на рис. 4.1).

На рисунке 4.2 представлены зависимости максимума функции тока от числа Грасгофа для ньютоновской моды течения псевдопластической жидкости в интервале значений  $0 \leq Gr \leq 0.25$  (см. рис. 4.2*a*). При  $Gr \approx 0.05$  для всех  $\nu$  наблюдается достаточно резкое увеличение интенсивности течения (линии отрываются от оси абсцисс). При увеличении параметра неньютоновости  $\nu$  растет эффективная вязкость жидкости, что приводит к уменьшению интенсивности течения. Более наглядно это видно из фрагмента 4.2*б*, где наблюдается резкое падение интенсивности течения с увеличением  $\nu$ . Усиление нелинейновязких свойств, когда  $\nu \rightarrow \infty$ , в рамках реологической модели Уильямсона приводит к тому, что жидкость приобретает вязкопластические свойства. Для вязкопластической жидкости существуют значения чисел  $Gr$  или  $Bh$ , меньше которых в жидкости не наблюдается сдвиговых течений, т.е. она будет находиться в квазитвердом (жестком) состоянии. Под квазитвердым (жестким) состоянием мы понимаем такое состояние жидкости, при котором в жидкости не наблюдается никаких осредненных течений.

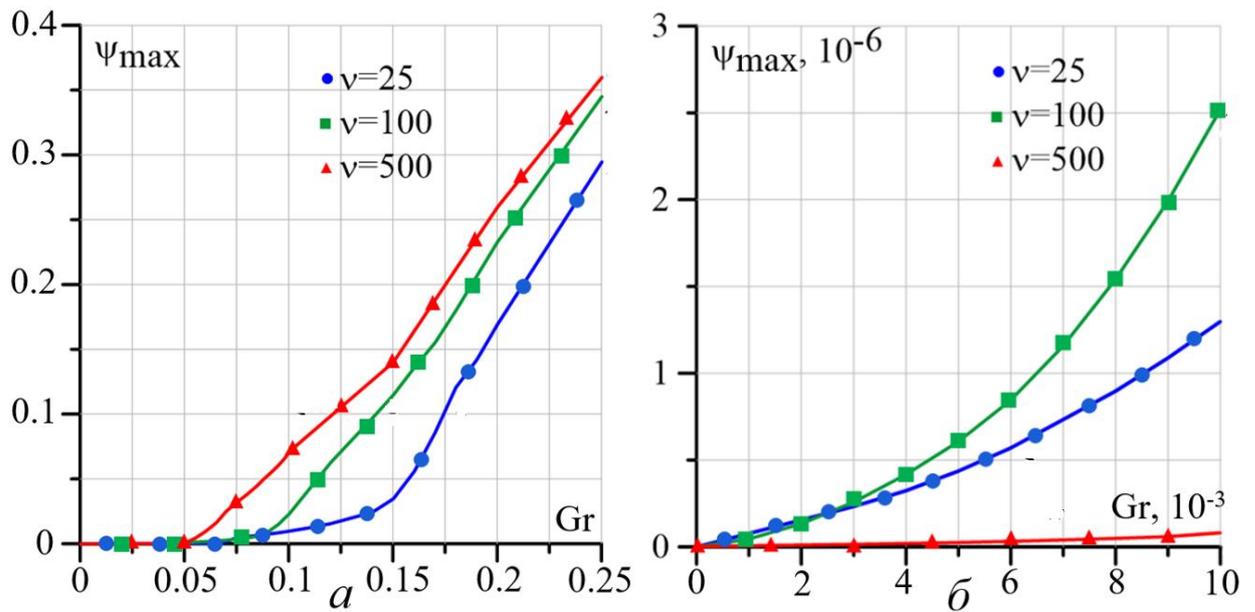


Рис.4.2 Зависимость максимума функции тока от числа Грасгофа для ньютоновской моды псевдопластической жидкости при различных параметрах неньютоновости для  $0 \leq Gr \leq 0.25$

Второй группе решений задачи (2.26) (2.27) (2.28) и (2.29) для псевдопластической жидкости соответствуют кривые 3 на рисунке 4.1. Эта группа решений была названа нами неньютоновской модой. В случае неньютоновской моды расчетные точки на рисунке 4.1 для всех трех значений параметра неньютоновости ложатся вдоль различных кривых. С увеличением числа Грасгофа интенсивность течения растет, а его структура меняется. Эволюцию течений на неньютоновской моде мы рассмотрим подробно ниже. Для данной моды характерно менее интенсивное по сравнению с ньютоновской модой течение. Перехода к не стационарным режимам в исследованной области чисел Грасгофа ( $0 \leq Gr \leq 5$ ) не наблюдается. Как и в случае ньютоновской моды, с ростом параметра неньютоновости  $\nu$  интенсивность течения уменьшается.

На рисунке 4.3 представлены зависимости числа Нуссельта  $Nu$  ( $a$ ) и максимума функции тока осредненного течения  $\psi_{\max}$  ( $b$ ) от значения параметра неньютоновости  $\nu$  для ньютоновской (кривые 1) и неньютоновской (кривые 2) мод решений данной задачи. Кривые построены для вибрационного

параметра  $V=100$  и числа Грасгофа  $Gr = 0.3$ . Из рисунка видно, что при  $\nu \rightarrow 0$  кривые 2 на обоих фрагментах рисунка 4.3, соответствующие неньютоновской моде, приближаются к кривым 1. Расчеты показывают, что при  $\nu \leq 0,05$  фактически реализуется только одно решение, которое характерно для ньютоновской жидкости [113, 114]. С другой стороны, с увеличением  $\nu$  значения  $Nu$  и  $\psi_{\max}$  для ньютоновской моды (кривые 1 на рис. 4.3), пройдя локальный минимум имеют тенденцию к росту. Тогда как для неньютоновской моды наблюдается монотонное снижение интенсивности течения при увеличении  $\nu$  (см. кривые 2). При  $\nu \rightarrow \infty$ , т.е. при переходе к вязкопластическому пределу, когда эффективная вязкость жидкости линейно зависит от скорости сдвига, неньютоновская мода фактически исчезает.

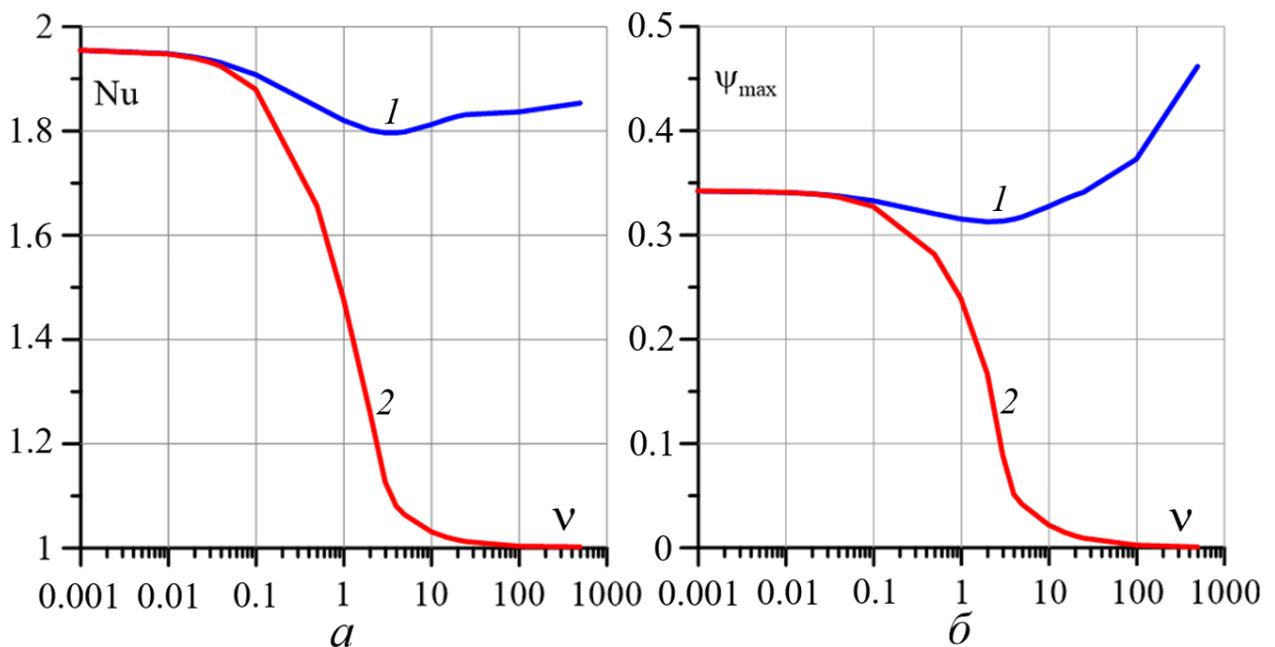


Рис. 4.3 Зависимость числа Нуссельта  $Nu$  (а) и максимума функции тока осредненного течения  $\psi_{\max}$  (б) от параметра неньютоновости  $\nu$  для ньютоновской (1) и неньютоновской моды (2) для числа Грасгофа  $Gr = 0.3$  и вибрационного параметра  $V=100$

#### 4.2.1 Конвективные структуры ньютоновской моды

Выше было показано, что интенсивность течения, характеризуемая числом  $Nu$  и максимумом функции тока осредненного течения  $\psi_{\max}$ , для случая

ньютоновской моды не зависит от параметра неньютоновости. Расчеты показали, что характер эволюции конвективных течений и их структуры для этой моды решений очень похожи при различных  $\nu$ , хотя и имеют некоторые отличия. Ниже обсуждается эволюция конвективных течений для ньютоновской моды решений данной задачи при изменении числа Грасгофа для различных параметров неньютоновости.

На рисунке 4.4 представлены характерные структуры осредненного стационарного течения для полей функции тока осредненного течения (первый ряд), функции тока амплитуды пульсационного течения (второй ряд), изолинии поля температуры (третий ряд) и завихренности осредненного течения (четвертый ряд), которые реализуются при различных значениях числа Грасгофа в случае ньютоновской моды. Все поля построены для параметра неньютоновости  $\nu = 25$ .

При малых значениях числа Грасгофа  $Gr \leq 0.002$  в полости реализуется медленное одновихревое стационарное конвективное течение, характерный вид которого для  $Gr = 0.001$  показан на верхнем фрагменте первой колонки рисунка 4.4. При этом число Нуссельта близко к единице (см. рис. 4.1 *a*), что характерно для ползущего конвективного течения, где преобладает теплопроводный механизм переноса тепла через полость. Изолинии поля температуры параллельны вертикальным стенкам полости (см. третий ряд рис. 4.4 для  $Gr = 0.001$ ).

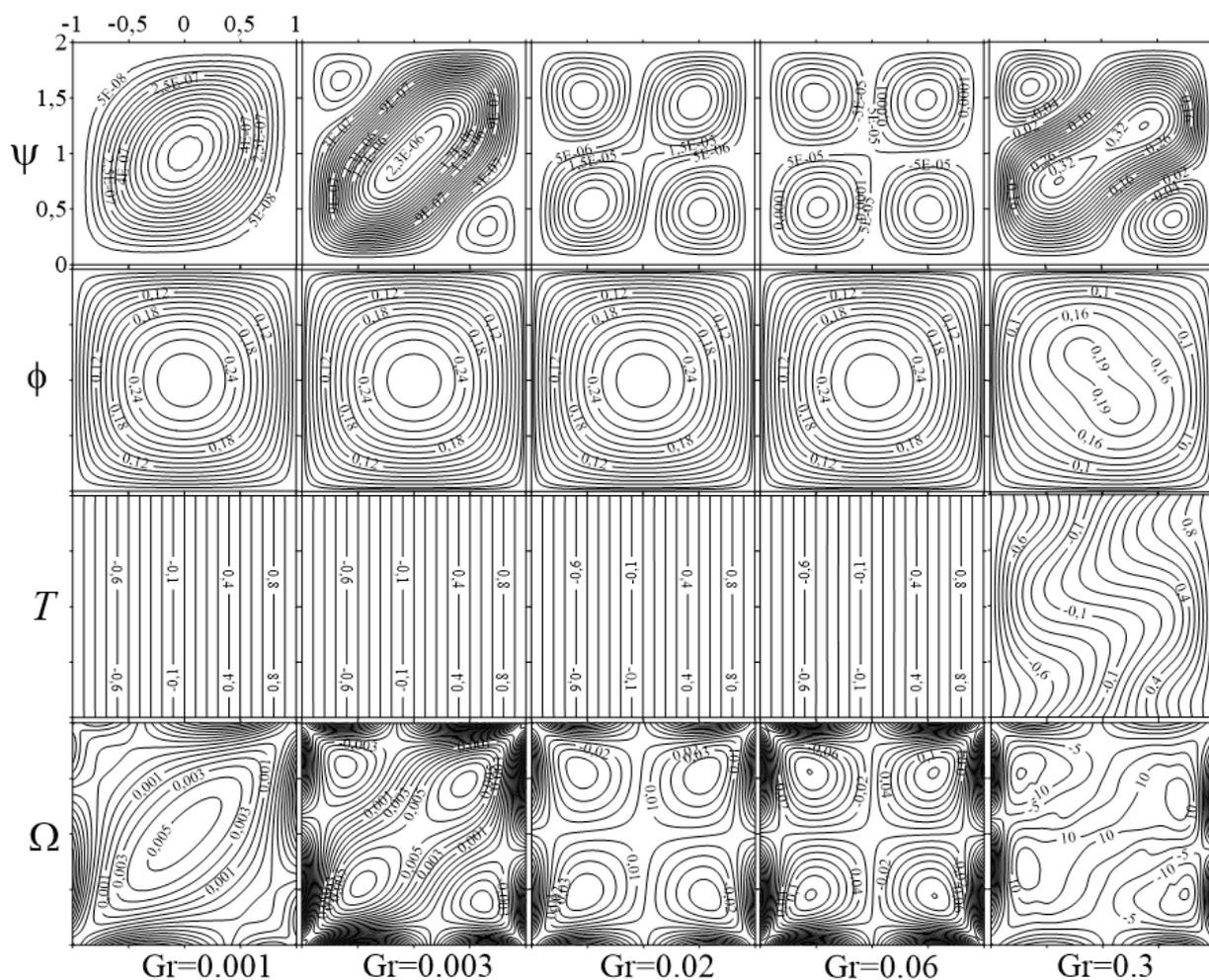


Рис. 4.4 Изолинии функции тока осредненного течения (первый ряд), функции тока амплитуды пульсационного течения (второй ряд), поля температуры (третий ряд) и завихренности осредненного течения (четвертый ряд) для параметра неньютоновости  $\nu=25$  в случае ньютоновской моды при различных значениях числа  $Gr$

С увеличением числа Грасгофа  $0.002 < Gr < 0.04$  ползущее одновихревое конвективное течение изменяет свою форму: осредненный вихрь наклоняется и вытягивается вдоль диагонали полости, в застойных зонах, которые расположены в углах полости появляются два дополнительных вихря малой интенсивности, течение трансформируется в трехвихревое (вторая колонка для  $Gr = 0.003$  на рис. 4.4). Дальнейшее увеличение числа  $Gr$  приводит к усилению интенсивности угловых вихрей и сильной деформации центрального вихря в осредненном стационарном течении – центр основного вихря разделяется на два, которые удаляются друг от друга. Поля,

соответствующие развитому трехвихревому стационарному течению, для  $Gr = 0.02$  изображены в третьей колонке рисунка 4.4.

При числах Грасгофа  $0.04 \leq Gr < 0.1$  в полости реализуется четырехвихревое конвективное течение, которое характерно для термовибрационной конвекции в невесомости [13, 112, 113, 114]. Структуры полей функций тока  $\psi$  и  $\phi$  температуры  $T$  и завихренности  $\Omega$  для  $Gr = 0.06$  изображены в четвертой колонке рисунка 4.4. Когда  $Gr > 0.05$  значения  $Nu$  и  $\psi_{\max}$  отклоняются от оси абсцисс (см. рис. 4.1), что свидетельствует об интенсификации конвективного течения и возникновении существенного конвективного переноса тепла через полость.

При дальнейшем увеличении числа Грасгофа ( $0.1 \leq Gr < 0.37$ ) четырехвихревое течение вновь трансформируется в трехвихревое, обусловленное совместным влиянием вибрационного и гравитационного механизмов генерации конвекции. При  $Gr > 0.1$  изотермы заметно искривляются (см. последнюю колонку на рис. 4.4 для  $Gr = 0.3$ ), что свидетельствует о преобладании конвективного механизма переноса тепла.



$0.009 < Gr < 0.05$ . Дальнейший рост  $Gr$  приводит сначала к слиянию центров основного вихря (см. фрагмент  $Gr=0.1$ ), а затем к повторному их появлению (см. фрагмент  $Gr=0.3$ ). Дополнительные вихри в углах полости меняют свою интенсивность с изменением  $Gr$ . Трехвихревое течение, показанное на фрагментах для  $Gr = 0.1$  и  $0.3$ , характерно для совместного равноправного влияния обоих механизмов генерации конвекции. Изолинии функции тока амплитуды пульсационного течения, изолинии поля температуры и завихренности осредненного течения имеют качественный вид аналогичный рисунку 4.4 для  $\nu = 25$ .

Структура конвективных течений, возникающих в полости при  $\nu = 500$  показана на рисунке 4.6. При малых числах Грасгофа ( $Gr \leq 0.002$ ) в полости реализуется очень медленное ползущее конвективное движение жидкости напоминающее движение вязкопластических сред [69; 108]. В центре полости наблюдается медленно вращающееся ядро, в котором практически отсутствуют сдвиговые течения. При увеличении числа Грасгофа интенсивность центрального вихря нарастает, в застойных зонах появляются угловые вихри малой интенсивности.

Для случая  $\nu = 500$  существует два диапазона чисел Грасгофа где реализуется трехвихревая структура осредненного конвективного течения. В первом диапазоне  $0.002 < Gr \leq 0.05$  трехвихревое течение по мере увеличения числа Грасгофа сначала трансформируется в структуру похожую на четырехвихревое конвективное течение (см. фрагмент для  $Gr = 0.02$ ), что говорит о преобладании вибрационного механизма генерации конвекции. Затем вихри в углах полости затухают и для  $0.06 \leq Gr < 0.15$  в полости вновь наблюдается одновихревое течение, показанное на фрагменте  $Gr = 0.1$ , с наклонным центральным вихрем и застойными зонами по углам. Второму интервалу чисел Грасгофа  $0.15 \leq Gr < 0.27$ , где наблюдается трехвихревое течение, отвечают структуры, показанные на фрагментах  $Gr = 0.15$  и  $0.26$  и

соответствующие совместному влиянию гравитационного и вибрационного механизмов генерации конвекции.

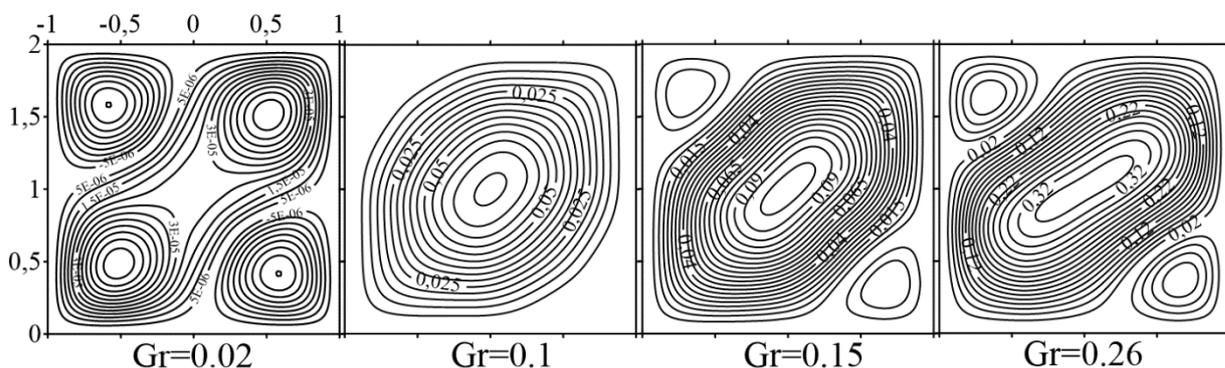


Рис. 4.6 Изолинии осредненной функции тока для параметра неньютоновости  $\nu=500$  в случае ньютоновской моды при различных значениях числа Gr

Поля функции тока амплитуды пульсационного течения, поля температуры и завихренности осредненного течения имеют вид аналогичный рисунку 4.4.

Для значений параметра неньютоновости  $\nu = 100$  и  $500$  отсутствуют области чисел Грасгофа, где наблюдается чистое четырехвихревое течение. Очевидно, что в условиях микрогравитации усиление неньютоновских свойств жидкости (увеличение параметра  $\nu$ ) подавляет четырехвихревое течение, характерное для термовибрационной конвекции ньютоновской жидкости.

Когда число Грасгофа для различных  $\nu$  ньютоновской моды решений задачи достигает критического значения (см. Таб. 2), стационарное конвективное течение теряет устойчивость и в полости возникают осредненные колебательные конвективные режимы. Отметим, что при всех исследованных значениях параметра неньютоновости вблизи порога устойчивости в полости реализуются одинаковые по структуре и близкие по интенсивности трехвихревые осредненные стационарные конвективные течения. После потери устойчивости сценарии эволюции этих течений и их

структуры весьма похожи. Поэтому имеет смысл описать подробнее только один вариант, например,  $\nu = 25$ .

Как уже отмечалось выше, потеря устойчивости осредненным стационарным течением псевдопластической жидкости и переход к колебательному режиму происходит в пределах горизонтального участка линии тренда  $I$ , приведенной на рисунке 4.1. На этом участке наблюдаются относительно слабые близкие к гармоническим колебания, для которых амплитудные значения  $Nu$  и  $\psi_{\max}$  превышают среднее значение на величину порядка 1 – 2 %. С ростом числа Грасгофа амплитуда колебаний возрастает, а сами колебания приобретают сложный характер. Для чисел  $Gr < 1.0$  колебания являются периодическими. Зависимости числа Нуссельта  $Nu$  и максимума функции тока  $\psi_{\max}$  от времени для  $Gr = 0.7$  и  $\nu = 25$  при таких колебаниях представлены на фрагментах (а) и (б) рисунка 4.7.

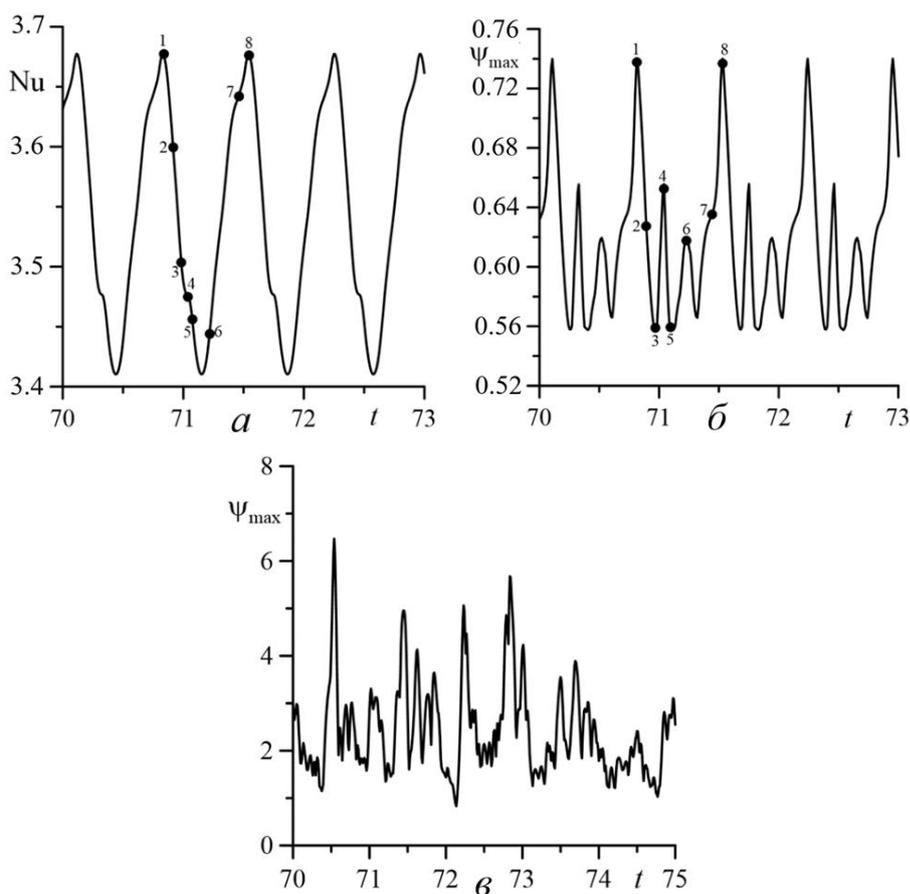


Рис. 4.7 Колебательные режимы при  $\nu=25$ : периодический для  $Gr=0.7$  (а, б) и квазипериодический для  $Gr=1.5$  (в)

Точкам 1 – 8 на рисунке 4.7 (а) и (б), которые проставлены на временном интервале равном периоду колебаний, соответствуют фрагменты на рисунке 4.8, где показана эволюция полей функции тока и температуры осредненного колебательного течения.

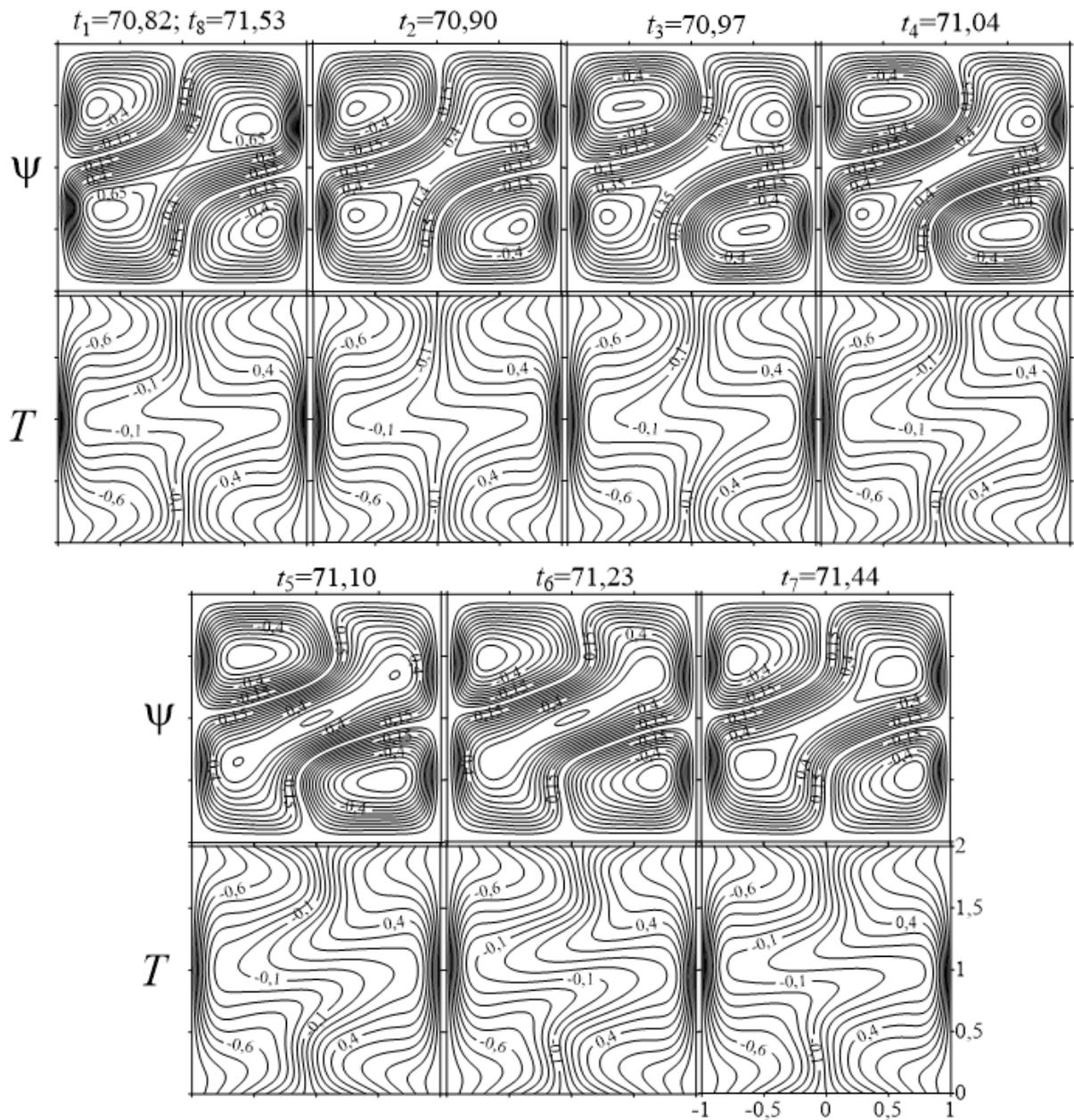


Рис. 4.8 Изолинии функции тока (верхний ряд) и поля температуры (нижний ряд) осредненного колебательного течения для  $Gr = 0.7$  и  $\nu = 25$  в различные моменты периода колебаний

При дальнейшем увеличении числа Грасгофа ( $Gr \geq 1.0$ ) на зависимостях  $Nu$  и  $\psi_{\max}$  от времени невозможно выделить определенные периодические структуры. В этом случае колебания приобретают квазипериодический характер. Пример зависимости  $\psi_{\max}$  от времени для таких колебаний представлен на рисунке 4.7 (в).

Возникновение и развитие колебательных режимов в псевдопластической жидкости, аналогично тому, что наблюдалось в ньютоновской жидкости и описано в работах [113, 114]. Из чего можно сделать вывод, что источником колебаний конвективных вихрей являются тепловые волны, формирующиеся вблизи вертикальных стенок полости.

Необходимо отметить, что в данной работе не ставилась цель подробно исследовать колебательные режимы осредненной конвекции псевдопластической жидкости. Из рисунка 4.7 видно, что возникающие сложные колебательные режимы являются суперпозицией более простых колебаний. На ряду с основной частотой в них можно выделить дополнительные частоты. Зависимость частоты колебаний от параметров задачи представляет интерес для дальнейших исследований.

#### **4.2.2. Конвективные структуры неньютоновской моды**

На рисунке 4.9 более подробно представлена область рисунка 4.1, которая соответствует неньютоновской моде стационарной осредненной конвекции. Представлены зависимости максимума функции тока  $\psi_{\max}$  от числа Грасгофа  $Gr$  для различных значений параметров неньютоновости:  $3' - \nu = 25$ ,  $3'' - \nu = 100$  и  $3''' - \nu = 500$ .

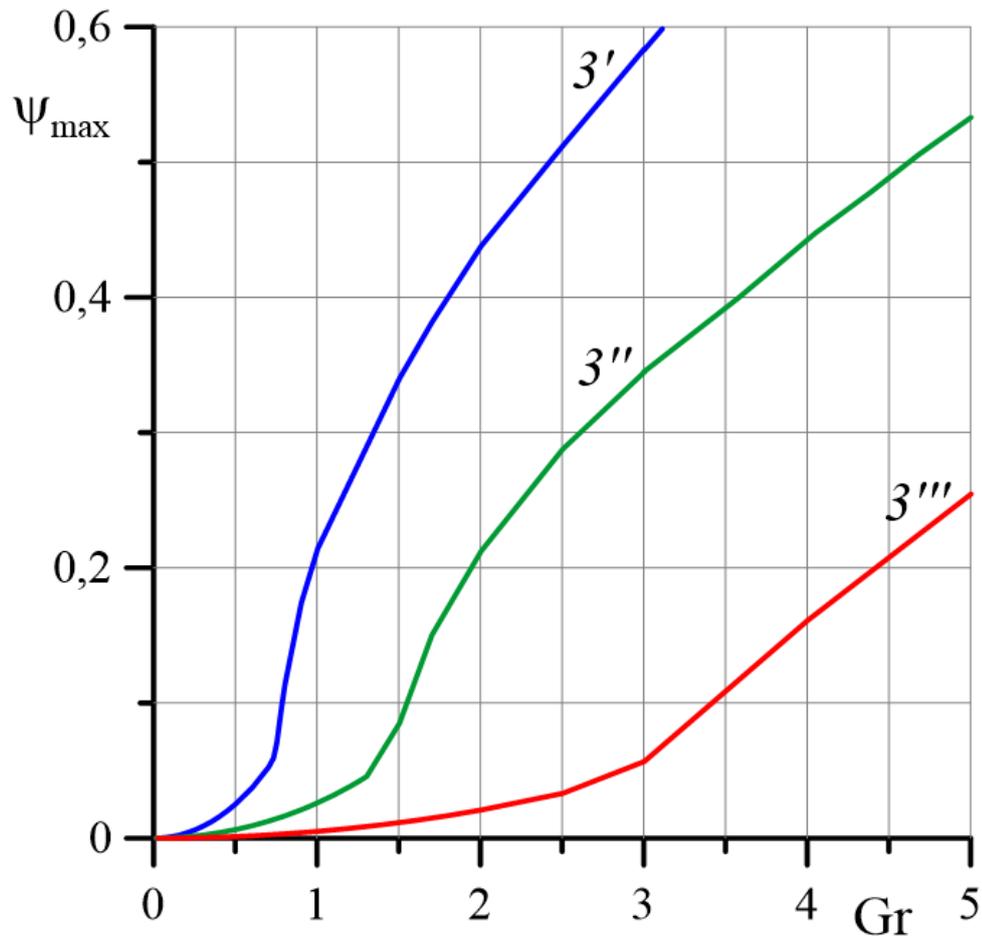


Рис. 4.9. Зависимость максимума функции тока  $\psi_{\max}$  от числа Грасгофа Gr для неньютоновской моды при различных значениях параметра неньютоновости:  $3' - \nu = 25$ ,  $3'' - \nu = 100$  и  $3''' - \nu = 500$

Из рисунков 4.1 и 4.9 видно, что в отличие от ньютоновской моды решений для неньютоновской моды наблюдается существенная зависимость интенсивности  $\psi_{\max}$  течения от параметра неньютоновости. Однако, структуры стационарных осредненных конвективных течений и характер их эволюции одинаковы для всех рассмотренных  $\nu$ . Еще раз обратим внимание, что на неньютоновской моде решений в исследованном диапазоне чисел Грасгофа колебательных режимов не обнаружено.

Значения  $Gr_c$ , при которых происходит смена структуры течения, зависят от параметра неньютоновости и представлены в таблице 3.

Таблица 3. Критические числа Грасгофа для различных значений параметра неньютоновости при которых для неньютоновской моды

$\nu$	25	100	500
$Gr_c$	0.73	1.4	3

При малых значениях числа Грасгофа ( $Gr \leq 0.06$  для  $\nu = 25$ ;  $Gr < 0.2$  для  $\nu = 100$ ;  $Gr < 0.3$  для  $\nu = 500$ ) на неньютоновской моде решений в полости реализуется слабоинтенсивное трехвихревое течение, характерный вид которого для случая  $\nu = 25$  и  $Gr = 0.01$  представлен на рисунке 4.10. Видно, что в центральном вихре появляется два центра, и он, при дальнейшем повышении числа Грасгофа, разделяется на два отдельных вихря. Осредненное конвективное течение в этом случае приобретает четырехвихревой вид, характерный для термовибрационной конвекции в невесомости (см. фрагменты для  $Gr = 0.2$  и  $Gr = 0.7$  на рис. 4.10). Изолинии поля температуры, нижний ряд фрагментов на рисунке 4.10, при относительно малых значениях числа Грасгофа искривлены слабо, что свидетельствует о теплопроводном механизме переноса энергии в полости.

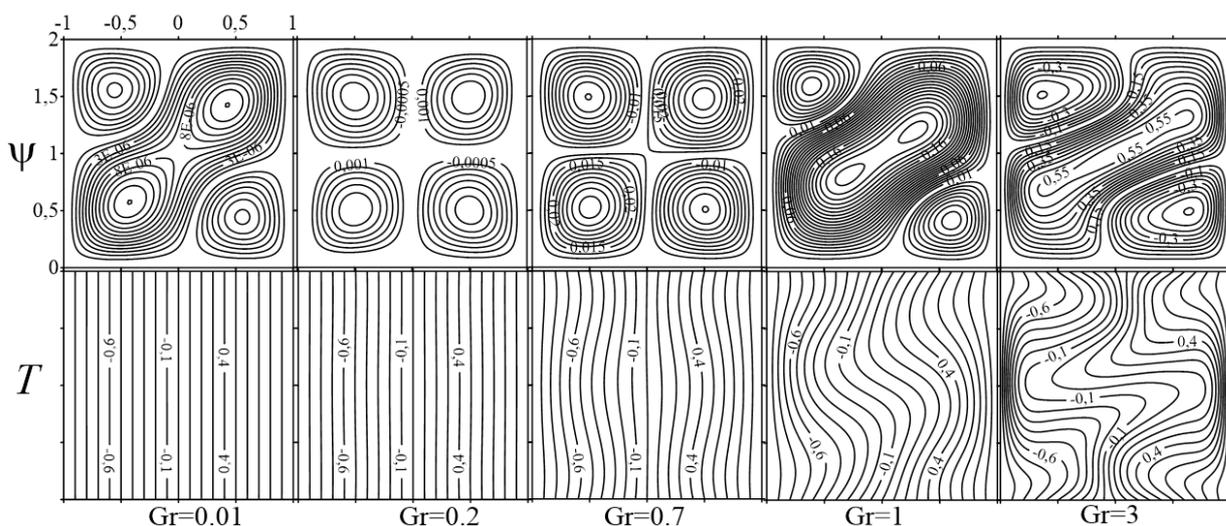


Рис. 4.10 Изолинии осредненной функции тока (первый ряд) и поля температуры (второй ряд) для неньютоновской моды при  $\nu=25$

На кривых  $3'$  для  $\nu = 25$ ,  $3''$  для  $\nu = 100$  и  $3'''$  для  $\nu = 500$  рисунка 4.9 видны характерные изломы, которые свидетельствуют об изменении характера течения. Значения чисел Грасгофа, соответствующих точкам излома, представлены в таблице 3. Излом на кривых рисунка 4.9 соответствует перестройке четырех вихревого термовибрационного конвективного течения в трехвихревое, которое характерно для совместного влияния обоих механизмов генерации конвекции. Характерный вид такого трехвихревого течения, где интенсивность угловых вихрей сравнима с интенсивностью центрального вихря, представлен на фрагментах  $Gr = 1$  и  $Gr = 3$  рисунка 4.10. Изолинии поля температуры в этом случае заметно искривляются, т.е. в полости преобладает конвективный перенос тепла.

#### 4.3 Выводы по главе

Сформулирована математическая модель термовибрационной конвекции псевдопластической жидкости в квадратной полости, находящейся в условиях микрогравитации и совершающей малоамплитудные высокочастотные линейно-поляризованные вибрации вдоль поля тяжести. Реология жидкости описана моделью Уильямсона. Интенсивность вибрационного воздействия определялась вибрационным параметром, который в условиях микрогравитации приобретает значения много больше единицы. Для обобщенных ньютоновских жидкостей, к которым относится псевдопластическая жидкость, вибрационный параметр определяет еще и величину той составляющей осредненной вибрационной силы, которая связана с нелинейной вязкостью. Поэтому использование вибрационного параметра в случае неньютоновской жидкости более предпочтительно, чем традиционного для задач термовибрационной конвекции вибрационного числа Грасгофа.

Расчеты показали, что при малых числах Грасгофа  $Gr$  (в условиях близких к невесомости) в полости реализуется медленное одновихревое стационарное конвективное течение, которое впоследствии трансформируется в

трехвихревое, дальнейшее увеличение числа  $Gr$  приводит к четырехвихревому конвективному течению, характерному для термовибрационной конвекции в невесомости. При дальнейшем увеличении числа Грасгофа четырехвихревое течение вновь трансформируется в трехвихревое, которое обусловлено совместным влиянием вибрационного и гравитационного механизмов генерации конвекции. Усиление неньютоновских свойств жидкости подавляет четырехвихревое течение, характерное для термовибрационной конвекции в ньютоновской жидкости.

При численном моделировании обнаружено существование двух типов решений задачи, которые условно были названы ньютоновской и неньютоновской модами. Решение первого типа – ньютоновская мода существует как для псевдопластических, так и для ньютоновских жидкостей. Для ньютоновской моды в случае псевдопластической жидкости характерна слабая зависимость структуры течений от реологических свойств жидкости. Осредненное стационарное течение, соответствующее ньютоновской моде, неустойчиво, т.е. существует пороговое число Грасгофа, при котором стационарный режим сменяется колебательным. Второй тип решения – неньютоновская мода существует только для псевдопластических жидкостей. Было показано, что при ослаблении нелинейно-вязких свойств псевдопластической жидкости (в ньютоновском пределе реологической модели Уильямсона) это решение сливается с ньютоновской модой. В вязкопластическом пределе, когда жидкость становится фактически линейно-вязкой, но приобретает предел текучести, интенсивность течения на неньютоновской моде стремится к нулю. Осредненное стационарное течение псевдопластической жидкости, соответствующее неньютоновской моде, является устойчивым, т.е. во всем исследованном диапазоне чисел Грасгофа перехода к колебательным режимам не обнаружено.

## **ГЛАВА 5. ВИБРАЦИОННЫЕ КОНВЕКТИВНЫЕ РЕЖИМЫ ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ**

В главе исследовано влияние продольных высокочастотных линейно-поляризованных вибраций на структуру и интенсивность течений псевдопластической жидкости Уильямсона в замкнутой прямоугольной полости, находящейся в невесомости. Градиент температуры перпендикулярен направлению вибраций. Величина вибрационного воздействия на жидкость определялась вибрационным числом Грасгофа. Получены зависимости максимума функции тока и числа Нуссельта от вибрационного числа Грасгофа. Определены пороговые значения вибрационного числа Грасгофа и числа Нуссельта, соответствующие смене режима течения. При малых значениях вибрационного числа Грасгофа в полости наблюдается медленное четырехвихревое симметричное течение. С ростом вибрационного воздействия в полости возникает интенсивное трехвихревое движение, которое трансформируется в пятивихревое. Для пятивихревого течения существует область вибрационных чисел Грасгофа, где это течение носит колебательный характер. При усилении степени неньютоновости жидкости изначально периодические колебания становятся квазипериодическими.

### **5.1 Постановка задачи**

Рассматривается прямоугольная полость с твердыми идеально теплопроводными границами заполненная псевдопластической жидкостью, находящаяся в невесомости. Геометрия полости и положение координатных осей показаны на рисунке 2.2. Полость совершает линейно-поляризованные высокочастотные (2.2) малоамплитудные (2.3) не акустические (2.4) вибрации. Полная математическая постановка задачи в терминах функций тока и завихренности осредненного течения сформулирована в части 2.7.2 главы 2 уравнениями (2.34) и (2.35). Уравнения связывающие завихренность и функции тока совпадают с (2.27) и (2.28). Краевые условия для этой системы

включают начальные (2.44), (2.46) и граничные (2.47), (2.49). Для описания поведения псевдопластической жидкости используем реологическую модель Уильямсона [69] (2.1).

Результаты, полученные в этой главе описаны и опубликованы в [112]

Тепловой поток через границу параллельную оси  $z$  (см. рис. 2.2), определяется числом Нуссельта (2.51).

Задача содержит четыре безразмерных параметра: число Прандтля –  $Pr = \mu_\infty / (\rho\chi)$ ; динамический предел текучести –  $D = \rho h^2 A / \mu_\infty^2$ ; параметр неньютоновости –  $\nu = A / (B\mu_\infty)$  и вибрационное число Грасгофа, характеризующее интенсивность вибрационного воздействия на псевдопластическую жидкость в невесомости –  $Gv = (\alpha\omega\beta\Theta hr / \mu_\infty)^2$ . В расчетах число Прандтля полагалось равным  $Pr = 100$ , что соответствует высоковязким жидкостям, например нефтям или нефтепродуктам. Вибрационное число Грасгофа варьировалось в диапазоне  $Gv \in [0; 400]$ .

Необходимо отметить, что при  $D = 0$  и  $\nu = 0$  реологическая модель Уильямсона переходит в модель Ньютона, а уравнения (2.1), (2.31) и (2.18) описывают термовибационную конвекцию ньютоновской жидкости. Оценки показывают, когда  $D \neq 0$ , но  $\nu \rightarrow 0$  мы имеем дело с очень вязкой псевдопластической жидкостью со свойствами близкими к ньютоновской жидкости. Если  $\nu \rightarrow \infty$  реологическая модель Уильямсона описывает вязкопластические жидкости, тогда параметр  $D$  приобретает смысл динамического предела текучести жидкости [25, 65, 69, 80, 85, 106]

## 5.2 Основные результаты

Основные расчеты проводились для  $D = 0.625$  и двух значений параметра неньютоновости  $\nu = 25, 100$ . Ряд расчетов был выполнен для  $\nu = 500$ .

На рисунке 5.1 показаны зависимости числа Нуссельта  $Nu$  (а) и максимума функции тока  $\psi_{\max}$  (б) от вибрационного числа Грасгофа  $Gv$ , построенные для двух значений параметра неньютоновости  $\nu = 25, 100$ .

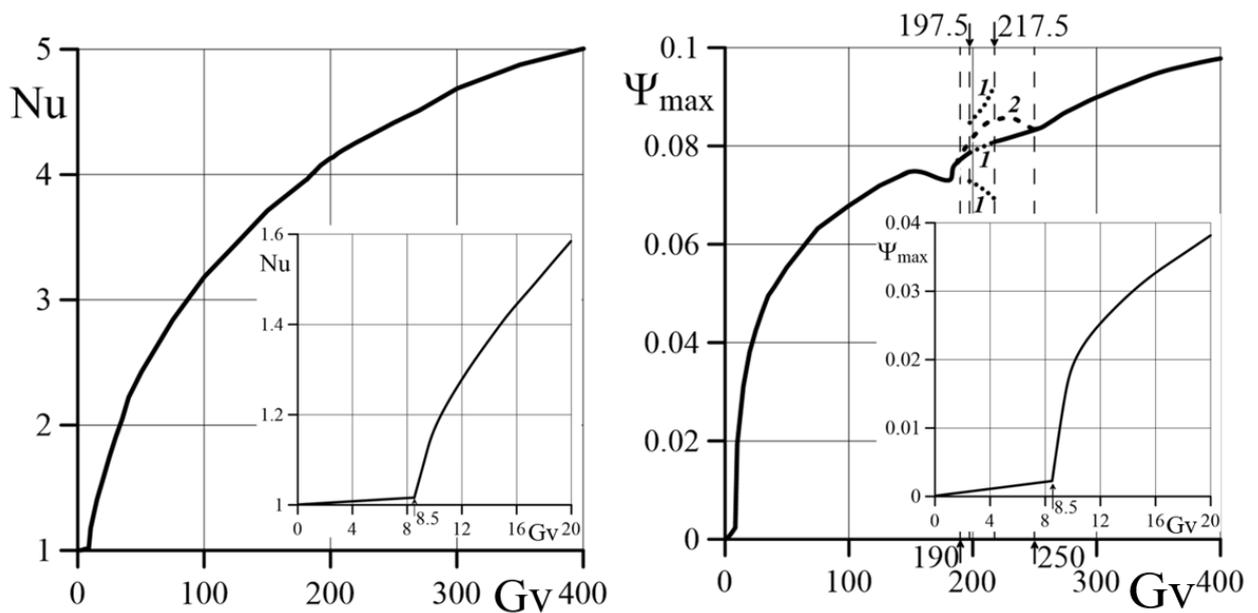


Рис. 5.1 Зависимость числа Нуссельта  $Nu$  (а) и максимума функции тока  $\Psi_{\max}$  (б) от вибрационного числа Грасгофа  $Gv$  при  $\nu = 25$  и  $\nu = 100$

Графики  $Nu = f(Gv)$  для обоих значений  $\nu$  на рисунке 5.1 а полностью совпадают. Увеличение параметра неьютоновости с 25 до 100, очевидно, является не настолько значительным, чтобы привести к существенному изменению структуры и интенсивности течения, и, как следствие, к изменению теплового потока через границы полости.

На рисунке 5.1 б линии графиков так близки, что в выбранных масштабах практически неотличимы. Отличие можно наблюдать на рисунке 5.2, где представлена зависимость максимума функции тока  $\Psi_{\max}$  от вибрационного числа Грасгофа  $Gv$  для малых значений  $Gv$  (см. рис. 5.1б) и в диапазоне значений  $190 \leq Gv \leq 250$ , при которых наблюдаются колебательные режимы термовибрационной конвекции. Расчеты показали, что возникновение колебательных режимов конвекции не приводит качественному изменению структуры течения, а амплитуды колебаний максимумов функции тока, малы по сравнению с их средними значениями (см. рис. 5.1б).

Значение числа Нуссельта, в случае не стационарных термовибрационных конвективных течений при  $\nu = 25$  и 100, совершает колебания с маленькой амплитудой около некоторого среднего значения. В

диапазоне вибрационных чисел Грасгофа  $190 \leq Gv \leq 250$  на графике рисунка 5.1а указаны средние значения чисел Нуссельта. Видно, что колебательные режимы, возникающие при  $\nu = 25$  и  $100$ , не влияют на форму зависимости  $Nu$  от  $Gv$ .

Из рисунка 5.1 видно, что при  $Gv \leq 8.5$  значения  $Nu$  и  $\psi_{\max}$  возрастают по закону близкому к линейному. Эта часть зависимости для максимума функции тока при  $\nu = 25, 100, 500$  более подробно представлена на рисунке 5.2. Из рисунка 5.2 видно, что с увеличением параметра неньютоновости интенсивность течения падает. Усиление вязкопластических свойств жидкости при  $Gv \leq 8.5$  может привести к возникновению в ней квазитвердого состояния, при котором конвективное течение фактически отсутствует.

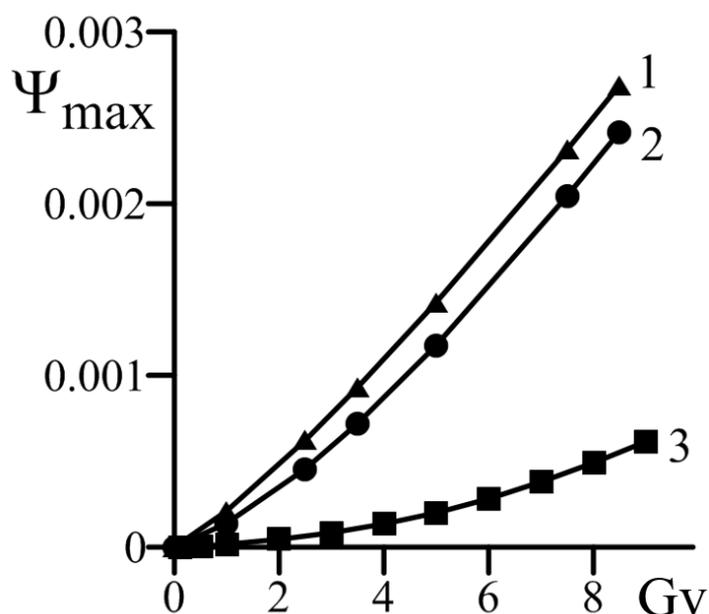


Рис. 5.2 Зависимость максимума функции тока  $\psi_{\max}$  от вибрационного числа Грасгофа  $Gv$  при различных параметрах неньютоновости: 1 —  $\nu = 25$ , 2 —  $\nu = 100$ , 3 —  $\nu = 500$

В области  $0 < Gv \leq 8.5$  наблюдается ползущее стационарное четырехвихревое симметричное течение, характерная структура которого представлена на рисунке 5.3а. Подобное течение наблюдается и в ньютоновской жидкости [13].

При превышении вибрационным числом Грасгофа порогового значения  $Gv = 8.5$  происходит резкая смена структуры течения, течение трансформируется в трехвихревое. Характерный вид такого течения для  $\nu = 100$  показан на рисунке 5.3б. Зависимости  $Nu = f(Gv)$  и  $\psi_{\max} = f(Gv)$ , представленные на рисунке 5.1, становятся сильно нелинейными. Увеличение интенсивности вибраций приводит к генерации конвективных вихрей в застойных зонах, расположенных в углах полости (рис. 5. 3б). В итоге, при  $Gv \geq 50$  трехвихревое течение трансформируется в пятивихревое, показанное на рисунках 5.3в, г. Интенсивность угловых вихрей растет с увеличением числа Грасгофа  $Gv$ . Результаты численных расчетов выполненных для  $\nu = 25$  и 100 в области значений  $8.5 < Gv \leq 190$  совпадают, что говорит о слабом влиянии нелинейно-вязких свойств псевдопластической жидкости на структуру и интенсивность термовибрационной конвекции

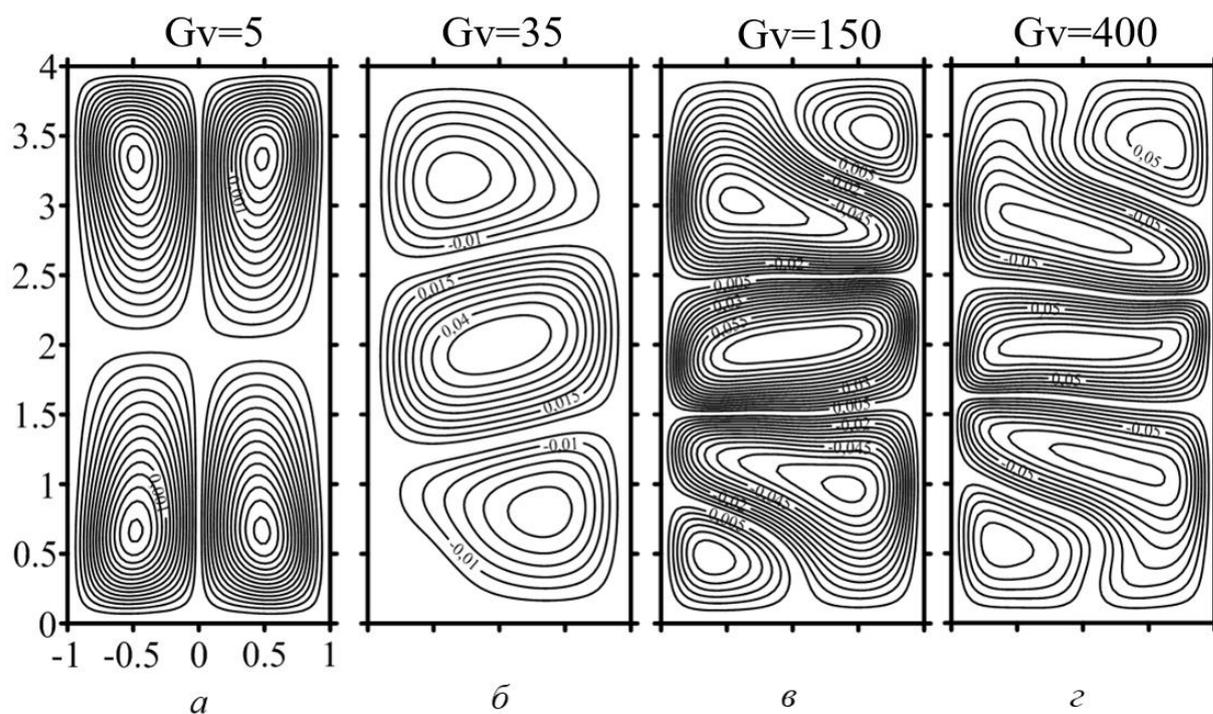


Рис. 5.3 Характерные структуры осредненного стационарного течения для полей функции тока, реализующиеся при различных значениях вибрационного числа Грасгофа  $Gv$  для  $\nu = 100$

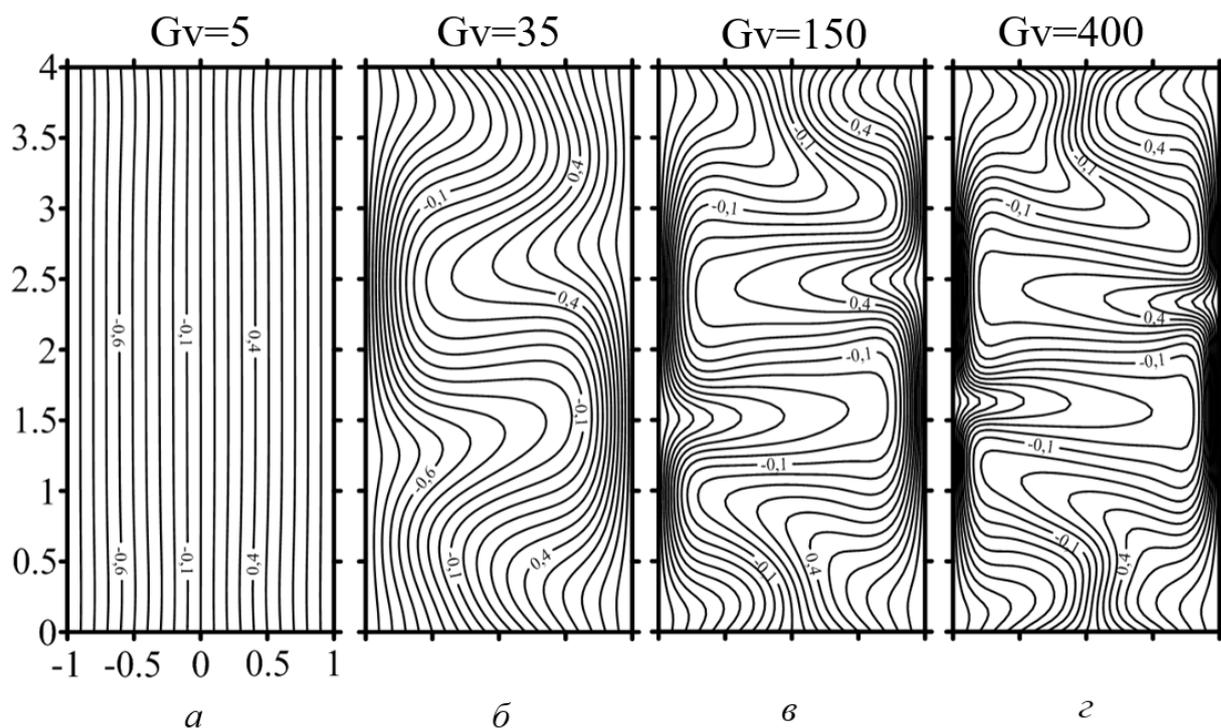


Рис. 5.4 Изолинии температуры, реализующиеся при различных значениях вибрационного числа Грасгофа  $Gv$  для  $\nu = 100$

Эволюция полей температуры и функции тока амплитуды скорости пульсаций жидкости для  $\nu = 100$  показана на рисунках 5.4 и 5.5 соответственно.

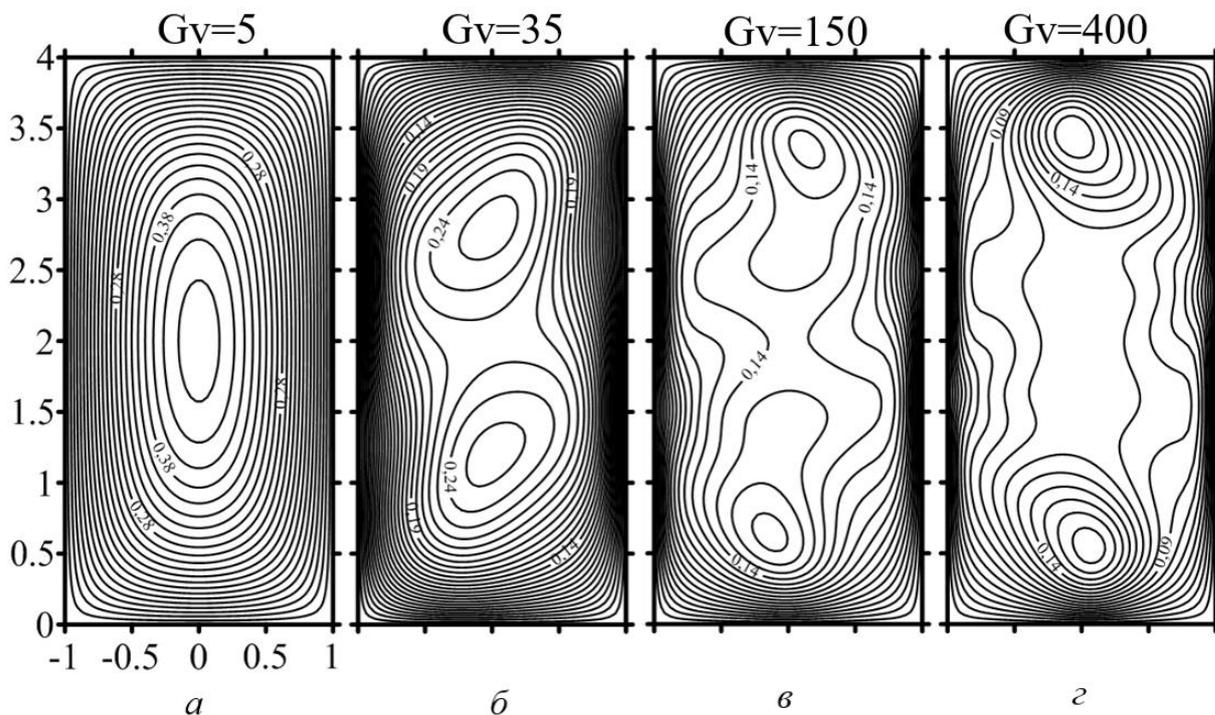


Рис.5.5 Характерные структуры пульсационного стационарного течения, реализующиеся при различных значениях вибрационного числа Грасгофа  $Gv$  для  $\nu = 100$

При  $Gv \leq 8.5$ , когда в полости наблюдается медленное четырехвихревое течение, изолинии поля температуры практически параллельны друг другу (рис. 5. 4a), при этом число Нуссельта близко к 1. Поле функции тока амплитуды скорости пульсаций представляет собой симметричный относительно главных осей симметрии полости вихрь (рис. 5.5a). Увеличение интенсивности вибраций приводит к искривлению изотерм и трансформации поля пульсационного течения. При больших  $Gv$  вблизи стенок полости параллельных оси вибраций наблюдается формирование тепловых пограничных слоёв (рис. 5.4г).

Для вибрационных чисел, ограниченных на рисунке 5.1б штриховыми линиями, в полости реализуются колебательные режимы осредненной

термовибрационной конвекции псевдопластической жидкости. Границы области колебательного режима зависят от параметра неньютоновости жидкости. Пунктирные линии 1 на рисунке 5.1б в интервале  $197.5 < Gv \leq 217.5$  соответствуют среднему и амплитудным значениям  $\Psi_{\max}$  периодического колебательного режима термовибрационной конвекции для  $\nu = 25$ . Штриховая линия 2 в интервале  $190 < Gv \leq 250$  соответствует средним значениям максимума функции тока  $\Psi_{\max}$  квазипериодических колебаний термовибрационного конвективного течения при  $\nu = 100$ .

Характерный вид периодических колебаний максимума функции тока  $\Psi_{\max}$  с течением времени для  $\nu = 25$  и  $Gv = 210$  представлен на рисунке 5.6а.

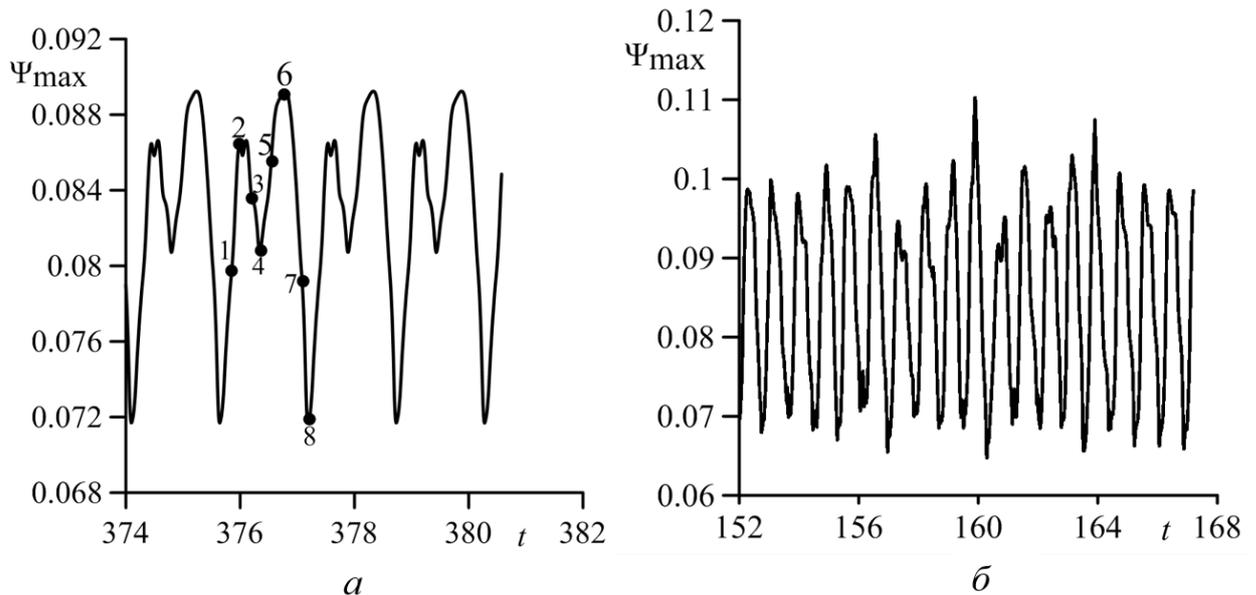


Рис. 5.6 Изменение максимума функции тока осредненного течения в зависимости от времени для  $Gv = 210$  в случае периодических колебаний –  $\nu = 25$  (а) и квазипериодических колебаний –  $\nu = 100$  (б)

Период колебаний составляет примерно четыре единицы безразмерного времени. Для точек 1 – 8 полупериода колебаний на рисунке 5.7 приведены поля осредненной функции тока.

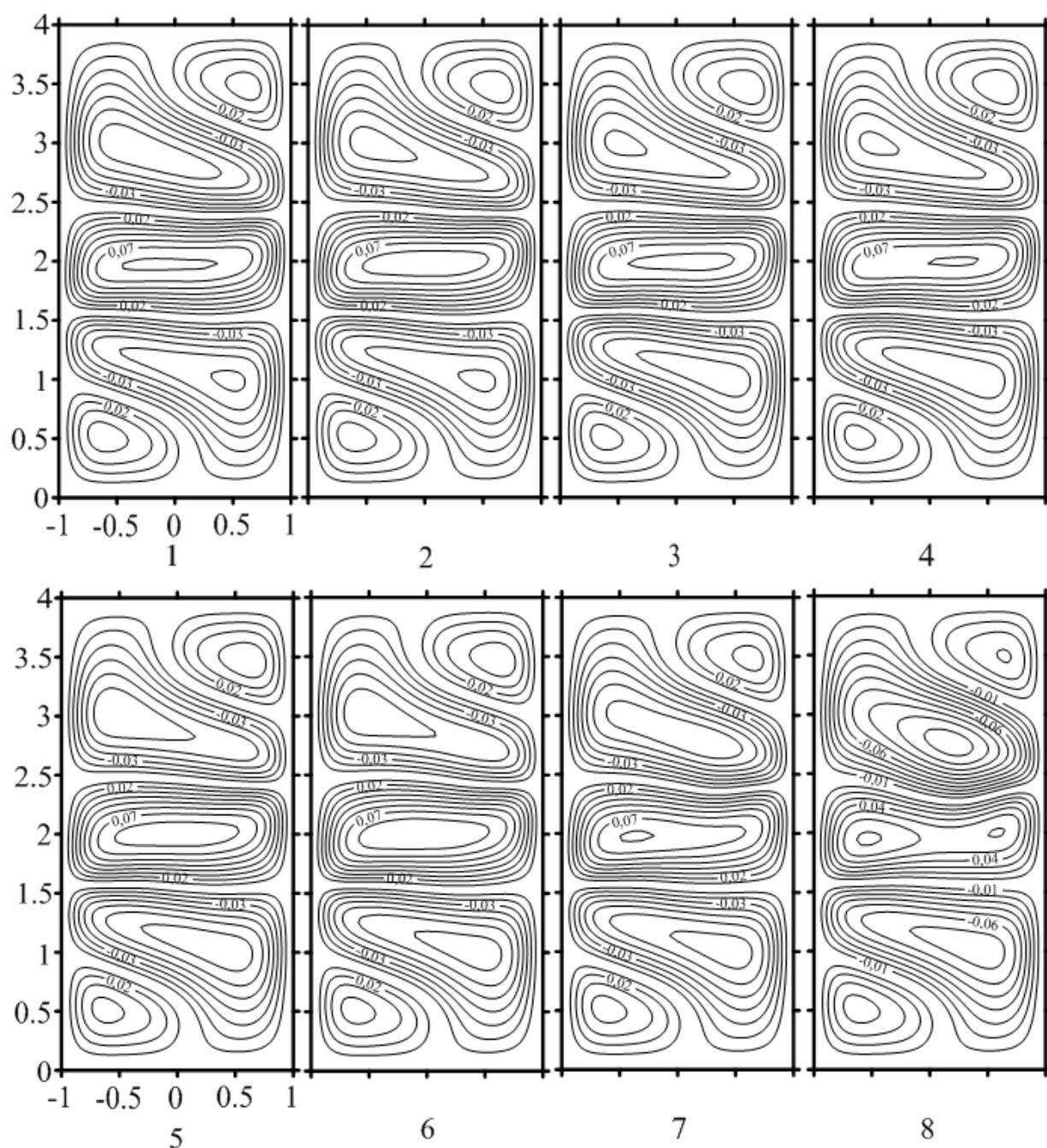


Рис.5.7 Изолинии функций тока осредненного течения в характерных точках периода при  $Gv = 210$  и  $\nu = 25$ .

Видно, что структура осредненного течения не меняется, но заметно меняется интенсивность трех центральных вихрей – энергия из центрального вихря переходит в крайние, и наоборот. Амплитуды функции тока осредненного течения в области, где реализуются колебательные режимы, составляют не более 10% от среднего значения (рис. 5.1б).

На рисунке 5.6б приведена зависимость максимума функции тока  $\psi_{\max}$  от времени для квазипериодических колебаний при  $\nu = 100$  и  $G\nu = 210$ . При квазипериодических колебаниях реализуется пятивихревое течение, для которого, также как и при периодических колебаниях, не изменяется структура вихрей, но меняется их интенсивность.

При  $G\nu > 215$  колебания прекращаются, режимы снова становятся стационарными пятивихревыми. Характерный вид этих течений показан на рисунке 5.3г. Интенсивность угловых вихрей и их размеры становятся больше, что подавляет колебания центральных вихрей.

### 5.3 Выводы по главе

Сформулирована математическая модель термовибрационной конвекции псевдопластической жидкости в прямоугольной полости, находящейся в невесомости и совершающей малоамплитудные высокочастотные линейно-поляризованные вибрации. Ось вибраций ориентирована вдоль более длинной стенки полости. Приведены критерии применимости математической модели. Вибрации на фоне неоднородного распределения температуры возбуждают в жидкости термовибрационное конвективное течение, которое изменяет свою структуру при усилении интенсивности вибрационного воздействия.

При малых значениях вибрационного числа Грасгофа в полости наблюдается медленное четырехвихревое симметричное течение при этом число Нуссельта  $Nu$ , характеризующее тепловой поток через длинную стенку полости, линейно растет с увеличением  $G\nu$ . Аналогичная зависимость наблюдается для максимума функции тока  $\psi_{\max}$  осредненного течения от вибрационного числа Грасгофа.

При  $G\nu \geq 8.5$  происходит резкое изменение структуры стационарного течения, сопровождающееся изменением характера зависимостей  $Nu$  и  $\psi_{\max}$  от  $G\nu$ . В полости возникает интенсивное трехвихревое течение, которое постепенно с ростом вибрационного числа Грасгофа трансформируется в

пятивихревое. Для пятивихревого течения существует область вибрационных чисел Грасгофа, где это течение носит колебательный характер. При колебаниях отклонения максимума функции тока от среднего значения находятся в пределах от 10% до 20%, а структура течения не нарушается. При усилении степени неньютоновости жидкости изначально периодические колебания становятся квазипериодическими. При  $Gv > 215$  колебания прекращаются, режимы снова становятся стационарными пятивихревыми.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Итоги выполненного исследования

1. Сформулирована полная нелинейная задача осредненной конвекции обобщенной ньютоновской жидкости в замкнутой полости в поле высокочастотных вибраций, которая учитывает зависимость вязкости от скорости сдвига, интенсивность вибрационного воздействия и напряженность гравитационного поля. Проанализированы области применения модели.

2. Полная задача реализована в виде вычислительного кода, который позволяет рассчитывать поля функции тока осредненного и пульсационного течений, завихренность осредненного течения, поля температуры и тепловые потоки. Вычислительная реализация верифицирована.

3. Для ньютоновской жидкости, находящейся в квадратной полости подверженной высокочастотным вибрациям, получена карта конвективных режимов на плоскости управляющих параметров  $Gr - V$ . Вибрационный параметр варьировался в диапазоне от  $0 \leq V \leq 10^4$ .

4. Для значений  $V < 1$  показано, что определяющую роль в генерации осредненного конвективного течения играет сила тяжести, вибрации оказывают существенное влияние на структуру и устойчивость конвективного течения ньютоновской жидкости. Когда  $V \geq 1$  роль вибраций в генерации осредненных конвективных течений возрастает.

5. При  $V < 0.1$  в полости реализуется одновихревое осредненное стационарное конвективное течение, основным механизмом генерации которого является сила Архимеда. Когда  $V \geq 0.1$  на карте конвективных режимов появляется область значений управляющих параметров, где реализуется трехвихревое вибрационно-конвективное течение, генерация которого обусловлена совместным действием двух механизмов: гравитационного (подъемная сила Архимеда) и вибрационного. При достижении вибрационным параметром значений  $V \geq 80$  внутри области

трехвихревых режимов, появляется еще одна область параметров, в которой реализуется четырехвихревое осредненное термовибрационное конвективное течение.

6. В области  $10 < V \leq 10^4$  вибрации являются основным механизмом генерации осредненного конвективного течения, определяют его структуру и устойчивость. В зависимости от значений  $V$  и  $Gr$  в полости реализуются различные конвективные режимы. При малых числах  $Gr$  и относительно небольших значениях вибрационного параметра  $V < 400$  в полости может наблюдаться одновихревое осредненное стационарное гравитационно-конвективное течение. При повышении вибрационного параметра  $V \geq 400$  реализуются только трех- или четырехвихревые осредненные стационарные течения, характерные для условий микрогравитации. Дальнейшее увеличение вибрационного параметра  $V > 2000$  приводит к исчезновению нижней части области трехвихревого течения. В полости при малых значениях числа Грасгофа  $Gr$  реализуется только четырехвихревое термовибрационное течение, характерное для состояния невесомости.

7. Повышение числа  $Gr$  всегда приводит к потере устойчивости осредненной стационарной конвекции ньютоновской жидкости, в полости возникают колебания осредненного течения. В области  $0 \leq V \leq 0.0075$  неустойчивость стационарного осредненного конвективного течения определяется гравитационными возмущениями. При достижении числом Грасгофа критического значения  $Gr_1$  на границе пограничного слоя и малоподвижного ядра вблизи углов полости генерируются дополнительные пульсирующие вихри, амплитуда колебаний которых растет по мере увеличения  $Gr$ . Расчеты показали стабилизацию стационарного осредненного конвективного течения относительно гравитационных возмущений при увеличении вибрационного параметра. В полости возможна реализация гравитационных возмущений двух типов: симметричных относительно поворота полости на  $180^0$  и несимметричных.

8. Для  $V > 0.0075$  наиболее опасными, отвечающими за неустойчивость стационарного осредненного конвективного течения, являются вибрационные воздействия, которые для  $V \leq 0.1$  представляют собой тепловые возмущения, распространяющиеся вдоль вертикальных пограничных слоев. Амплитуда тепловых волн растет с увеличением числа Грасгофа  $Gr$  и вибрационного параметра  $V$ . Расчеты показали, что при  $0.0075 < V \leq 0.1$  в полости возможна реализация тепловых возмущений двух типов: симметричных относительно поворота полости на  $180^\circ$  и несимметричных. Если  $V > 0.1$ , то тепловые возмущения распространяются на всю полость, и их разделение на симметричную и не симметричную моды выявить не удастся. С увеличением вибрационного параметра устойчивость осредненной конвекции жидкости понижается.

9. Для значений вибрационного параметра  $V < 100$  и незначительном превышении числом Грасгофа  $Gr$  критического значения в полости реализуются периодические колебательные режимы осредненной конвекции. При значениях  $V > 100$  эти колебания становятся нерегулярными.

10. Впервые достаточно подробно исследованы конвективные течения псевдопластической жидкости в поле высокочастотных вибраций в условиях микрогравитации. Для псевдопластической жидкости вибрационный параметр  $V$  определяет еще и величину той составляющей осредненной вибрационной силы, которая связана с нелинейной вязкостью. Поэтому использование вибрационного параметра в случае неньютоновской жидкости более предпочтительно, чем традиционного для задач термовибрационной конвекции вибрационного числа Грасгофа.

11. При малых числах  $Gr$  (в условиях близких к невесомости) в полости реализуется медленное одновихревое стационарное конвективное течение, которое впоследствии трансформируется в трехвихревое, дальнейшее увеличение числа  $Gr$  приводит к четырехвихревому конвективному течению, характерному для термовибрационной конвекции в невесомости. При дальнейшем увеличении числа Грасгофа четырехвихревое течение вновь

трансформируется в трехвихревое, которое обусловлено совместным влиянием вибрационного и гравитационного механизмов генерации конвекции. Усиление неньютоновских свойств жидкости подавляет четырехвихревое течение, характерное для термовибрационной конвекции в ньютоновской жидкости.

12. Обнаружено существование двух типов решений задачи – ньютоновская и неньютоновская моды; ньютоновская мода существует как для псевдопластических, так и для ньютоновских жидкостей. Для нее характерна слабая зависимость структуры течений от реологических свойств жидкости; осредненное стационарное течение неустойчиво, т.е. существует пороговое число Грасгофа, при котором стационарный режим сменяется колебательным.

13. Неньютоновская мода существует только для псевдопластических жидкостей. Для нее характерно устойчивое осредненное стационарное течение во всем исследованном диапазоне чисел Грасгофа, перехода к колебательным режимам не обнаружено.

14. При ослаблении нелинейно-вязких свойств псевдопластической жидкости (в ньютоновском пределе реологической модели Уильямсона) это решение сливается с ньютоновской модой. В вязкопластическом пределе, когда жидкость становится фактически линейно-вязкой, но приобретает предел текучести, интенсивность течения на неньютоновской моде стремится к нулю.

15. Изучена эволюция термовибрационных конвективных течений в неоднородно нагретой замкнутой прямоугольной полости с псевдопластической жидкостью в условиях невесомости. Реология жидкости описывалась моделью Уильямсона. Величина вибрационного воздействия на псевдопластическую жидкость определялась вибрационным числом Грасгофа. Получены зависимости максимума функции тока и числа Нуссельта от вибрационного числа Грасгофа.

16. При значениях  $Gv \leq 8.5$  в полости реализуется ползущее стационарное четырехвихревое симметричное течение, которое в случае вязкопластического предела реологической модели Уильямсона отсутствует. Превышение  $Gv$  порогового значения 8.5 приводит к смене режима течения и возрастанию его интенсивности. Течение становится трехвихревым. Дальнейшее увеличение интенсивности вибраций приводит к усилению конвективных вихрей в углах полости, и при  $Gv \geq 50$  трехвихревое течение трансформируется в пятивихревое. Качественный вид течений, возникающих при  $8.5 < Gv \leq 190$ , одинаков для разных значений параметров неньютоновости, что свидетельствует о слабом влиянии нелинейно-вязких свойств псевдопластической жидкости на структуру и интенсивность термовибрационной конвекции.

17. В области параметров  $190 \leq Gv \leq 217.5$  возникают колебательные режимы термовибрационной конвекции, которые не приводят к качественному изменению структуры течения. При усилении степени неньютоновости жидкости изначально периодические колебания становятся хаотическими. При  $Gv > 215$  колебания прекращаются, режимы снова становятся стационарными. Установлено, что квазиравновесное состояние псевдопластической жидкости, так же, как и ньютоновской жидкости в этом случае невозможно.

### **Рекомендации, перспективы дальнейшей разработки темы**

Понимание закономерностей устойчивости течений и механизмов, определяющих поведение линейно- и нелинейно-вязких систем, открывает возможность управления их структурой. Одним из факторов устойчивости течений является вибрационное воздействие.

Результаты настоящей диссертационной работы расширяют представления о закономерностях поведения обобщенных ньютоновских сред под воздействием высокочастотных вибраций и могут быть использованы при

моделировании и оптимизации нефтегазовых процессов: добыча, хранение и транспортировка нефти и нефтепродуктов, а также для битумных вяжущих материалов, которые активно используются при строительстве дорожных покрытий. Результаты, описывающие поведение псевдопластической жидкости в вибрационном поле применимы для описания процессов в рамках инженерной реологии: для изучения реологических свойств реальных материалов, использование этих свойств для построения расчетных моделей машин и аппаратов перерабатывающей промышленности и для управления технологическими процессами для нужд пищевой промышленности.

Полученные в диссертационной работе результаты, могут быть использованы для дальнейшего развития фундаментальной теории термовибрационной конвекции в условиях нормальной, пониженной и микрогравитации обобщённых ньютоновских сред.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гершуни, Г.З. Устойчивость конвективных течений / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий, А.А. Непомнящий. – Москва: Наука, 1989. – 320 с.
2. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Т. 1. Механика : учеб. пособ. для вузов / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. – 5-е изд., стереотип. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 224 с.
3. Зеньковская, С.М. О влиянии вибраций высокой частоты на возникновение конвекции / С.М. Зеньковская, И.Б. Симоненко // Известия академии наук СССР. Механика жидкости и газа. – 1966. – №5. – С. 51-55.
4. Boaro, A. Multicellular states of viscoelastic thermovibrational convection in a square cavity/ A. Boaro, M. Lappa // Physics of Fluids. – 2021. – Vol. 33. – P. 1-18.
5. Bouarab, S. Theoretical and numerical study on high frequency vibrational convection: Influence of the vibration direction on the flow structure / S. Bouarab, F. Mokhtari, S. Kaddeche, D. Henry, V. Botton, A. Medelfef1 // Physics of Fluids. – 2019. – Vol. 31. – P. 1-10.
6. Crewdson, G. The zoo of modes of convection in liquids vibrated along the direction of the temperature gradient / G. Crewdson, M. Lappa // Fluids. – 2021. – Vol. 6. – № 30. – P.1-23.
7. Lappa, M. Control of convection patterning and intensity in shallow cavities by harmonic vibrations / M. Lappa // Microgravity Science and Technology. – 2016. – Vol. 28. – P. 29-39.

8. Lizée, A. Chaotic thermovibrational flow in a laterally heated cavity. / A. Lizée, J.I.D. Alexander // *Physical Review E*. – 1997. – Vol. 56. – № 4. – P. 4152-4156.
9. Mialdun, A. Experimental evidence of thermal vibrational convection in nonuniformly heated fluid in a reduced gravity environment / A. Mialdun, I. Ryzhkov, D. Melnikov, V. Shevtsova // *Physical Review Letters*. – 2008. – Vol. 101. – P. 1-4.
10. Shevtsova, V. Dynamics of a binary mixture subjected to a temperature gradient and oscillatory forcing / V. Shevtsova, Y.A. Gaponenko, V. Sechenyh, T. Lyubimova, D.E. Melnikov, A. Mialdun // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2015. – Vol. 767. – P. 290-322.
11. Vorobev, A. Vibrational convection in a heterogeneous binary mixture. Part 1. Time-Averaged Equations / A. Vorobev, T. Lyubimova // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2019. – Vol. 870. – P. 543-562.
12. Vorobev, A. Vibrational convection in a heterogeneous binary mixture. Part 2. Frozen waves / A. Vorobev, T. Lyubimova // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2019. – Vol. 870. – P. 563-594.
13. Gershuni, G.Z. *Thermal Vibrational Convection* / G.Z. Gershuni, D.V. Lyubimov – N.Y. et al.: Wiley, 1998. – 358 p.
14. Lyubimov, D.V. Thermovibrational flows in a fluid with a free surface / D.V. Lyubimov // *Microgravity*. – 1994. – Vol. 4, № 2. – P. 107-112.
15. Lyubimov, D.V. Convective flows under the influence of high frequency vibrations / D.V. Lyubimov // *European Journal of Mechanics. B. Fluids*. – 1995. – Vol. 14, № 4. – P. 439-458.

16. Гершуни, Г.З. О свободной тепловой конвекции в вибрационном поле в условиях невесомости / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий // Доклады Академии Наук СССР. – 1979. – Т. 249, № 3. – С. 580-584.
17. Гершуни, Г.З. О конвективной неустойчивости жидкости в вибрационном поле в невесомости / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий // Известия Академии Наук СССР. Механика жидкости и газа. – 1981. – №4. – С. 12-19.
18. Lyubimov, D.V. The flows induced by a heated oscillating sphere / D.V. Lyubimov, A.A. Cherepanov, T.P. Lyubimova, B. Roux // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1995. – Vol. 38, № 11. – P. 2089-2100.
19. Бирих, Р.В. О вибрационной конвекции в плоском слое с продольным градиентом температуры / Р.В. Бирих // Известия Академии Наук СССР. Механика жидкости и газа. – 1990. – №4. – С.12-15.
20. Гершуни, Г.З. Плоскопараллельные адвективные течения в вибрационном поле / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий // Инженерно-физический журнал. – 1989. – Т.56, № 2. – С. 238-242.
21. Анисимов, И.А. Гидродинамическая неустойчивость вибрационного адвективного течения в условиях невесомости / И.А. Анисимов, Р.В. Бирих // Вибрационные эффекты в гидродинамике: Сборник статей. Пермский университет. Пермь. – 1998. – С.17-24.
22. Lyubimov, D.V. Thermal vibrational convection of water near its density inversion point in a cylindrical cavity with constant heat flux at the boundaries in low gravity conditions / D.V. Lyubimov, V.A. Sharifulin, T.P. Lyubimova, A.N. Sharifulin // Microgravity Science and Technology. – 2019. – Vol. 31(3). – P. 269-278.

23. Demin, V.A. Mechanical quasi–equilibrium and thermovibrational convective instability in an inclined fluid layer / V.A. Demin, G.Z. Gershuni, I.V. Verkholyantsev // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1996. – Vol. 39, №9. – P.1979-1991.
24. Sharifulin, A.N. Controllable equilibrium of an in homogeneously heated liquid in a vibrational field / A.N. Sharifulin // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2010. – Vol. 110, № 1. – P. 157-161.
25. Перминов, А.В. Устойчивость жесткого состояния обобщенной ньютоновской жидкости / А.В. Перминов // Известия Российской Академии Наук. Механика жидкости и газа. – 2014. – № 2. – С. 6-15.
26. Zharikov, E.V. Fluid Flow Formation Resulting from Forced Vibration of a Growing Crystal / E.V. Zharikov, L.V. Prihod'ko, N.R. Storozhev // Journal of Crystal Growth. 1990.– Vol. 99. – P. 910-914.
27. Lyubimov, D.V. Mechanisms of vibrational control of heat transfer in a liquid bridge / D.V. Lyubimov, T.P. Lyubimova, B. Roux // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1997. – Vol. 40, № 17. – P. 4031-4042.
28. Любимов, Д.В. Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях / Д.В. Любимов, Т.П. Любимова, А.А. Черепанов. – Москва: Физматлит, 2003. – 216 с.
29. Lyubimov, D.V. Viscosity effect on the longwave instability of a fluid interface subjected to horizon-tal vibrations / D.V. Lyubimov, G.L. Khilko, A.O. Ivantsov, T.P. Lyubimova // Journal of Fluid Mechanics. – 2017. – Vol. 814. – P. 24-41.
30. Yu, W.C. Effects of angular vibration on the flow, segregation, and interface morphology in vertical Bridgman crystal growth / W.C. Yu, Z.B. Chen, W.T.

- Hsu, B. Roux, T.P. Lyubimova, C.W. Lan // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2007. – Vol. 50. – P. 58-66.
31. Lyubimova, T. Vertical vibration effect on stability of conductive state of two-layer system with deformable interface / T. Lyubimova, D. Lyubimov, Y. Parshakova // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2016. – Vol. 92. – P. 1158-1165.
  32. Lyubimova, T. Band instability in near-critical fluids subjected to vibration under weightlessness / T. Lyubimova, A. Ivantsov, Y. Garrabos, C. Lecoutre, G. Gandikota, D. Beysens // Physical Review E. – 2017. – Vol. 95(1). – P. 013105.
  33. Lyubimova, T. Faraday waves on band pattern under zero gravity conditions. / T. Lyubimova, A. Ivantsov, Y. Garrabos, C. Lecoutre, D. Beysens // Physical Review Fluids. – 2019. – Vol. 4(6). – P. 064001.
  34. Gandikota, G. Dynamic equilibrium under vibrations of H<sub>2</sub> liquid-vapor interface at various gravity levels / G. Gandikota, D. Chatain, T. Lyubimova, D. Beysens // Physical Review E. – 2014. – Vol. 89(6). – P. 063003.
  35. Gandikota, G. Faraday instability in a near-critical fluid under weightlessness / G. Gandikota, D. Chatain, S. Amiroudine, T. Lyubimova, D. Beysens // Physical Review E. – 2014. – Vol. 89(1). – P. 013022.
  36. Gandikota, G. Frozen-wave instability in near-critical hydrogen subjected to horizontal vibration under various gravity fields / G. Gandikota, D. Chatain, S. Amiroudine, T. Lyubimova, D. Beysens // Physical Review E. – 2014. – Vol. 89(1). – P. 012309.
  37. Fernandez, J. The CFVib experiment: control of fluids in microgravity with vibrations / J. Fernandez, P. Salgado Sanchez, I. Tinao, J. Porter, J. M. Ezquerro // Microgravity Science and Technology. – 2017. – Vol. 29, P. 351-364.

38. Sanchez, Salgado P. Interfacial phenomena in immiscible liquids subjected to vibrations in microgravity / P. Salgado Sanchez, V. Yasnou, Y. Gaponenko, A. Mialdun, J. Porter, V. Shevtsova // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2019. – Vol. 865. – P. 850-883.
39. Sanchez, P. Vibroequilibria in microgravity: comparison of experiments and theory / P. Salgado Sanchez, J. Fernandez, I. Tinao, J. Porter // *Physical Review E*. – 2019. – Vol. 100. – P. 063103.
40. Porter, J. A review of fluid instabilities and control strategies with applications in microgravity / J. Porter, Sanchez P. Salgado, V. Shevtsova, V. Yasnou // *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*. – 2021. – Vol. 16. – P. 1-35.
41. Tarunin, E.L. Numerical study of free convection / E.L. Tarunin // *Proceedings of the Perm State University. Hydrodynamics Series*. – 1968. – Vol. 184(1). – P.135-168.
42. Batchelor, G.K. Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperatures / G.K. Batchelor // *Quarterly of Applied Mathematics*. – 1954. – Vol. 12(3). – P. 209-233.
43. Poots, G. Heat transfer by laminar free convection in enclosed plane gas layers / G. Poots // *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*. – 1958. – Vol. 11(3). – P. 257-273.
44. Eckertf, E.R.G. Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with diferent temperatures / E.R.G. Eckertf, Walter O. Carlson // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 1961. – Vol. 2. – P.106-120.
45. Elder, J.W. Laminar free convection in a vertical slot / J.W. Elder // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1965. – Vol. 23(1). – P. 77-98.

46. Elder, J.W. Numerical experiments with free convection in a vertical slot / J.W. Elder // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1966. – Vol. 24(4). – P. 823-843.
47. Gershuni, G.Z. Numerical investigation of convective motion in a closed cavity / G.Z. Gershuni, E.M. Zhukhovitskii, E.L. Tarunin // *Fluid Dynamics*. – 1966. – Vol. 1, № 5. – P. 38-42.
48. De Vahl Davis, G. Laminar natural convection in an enclosed rectangular cavity / G. De Vahl Davis // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 1968. – Vol. 11. – P. 1675–1693.
49. Davis, G. de V. Natural convection between concentric vertical cylinders / G. de Vahl Davis, R. W. Thomas // *Physics of Fluids*. – 1969. – Vol. 12. – P. 198-207.
50. Rubel, A. Numerical Study of Natural Convection in a Vertical Rectangular Enclosure / A. Rubel, F. Landis // *Physics of Fluids*. – 1969. – Vol. 12. – P. 208-213.
51. Quon, Ch. High Rayleigh Number Convection in an Enclosure – A Numerical Study / Ch. Quon // *Physics of Fluids*. – 1972. – Vol. 15. – P. 12-19.
52. Берковский, Б. М. Влияние числа Прандтля на структуру и теплообмен при естественной конвекции/ Б. М. Берковский, В. К. Полевиков // *Инженерно-физический журнал*. – 1973. – Том 24, №5. – С. 842-849.
53. Tarunin, E.L. Experimental and numerical study of the stability of a closed convective boundary layer / E.L. Tarunin, V. G. Shaidurov, A. N. Sharifulin // *Convective flows and hydrodynamic stability: Proceedings. Sverdlovsk*. – 1979. – P. 3-16.
54. Gel'fgat, A. Y. Development and instability of steady convective flows in a square cavity heated from below and a field of vertically directed vibrational forces / A. Y. Gel'fgat // *Fluid Dynamics*. – 1991. – Vol. 26(2). – P. 165-172.

55. Wu, Shung Fu. A study of thermal convection in an enclosure induced simultaneously by gravity and vibration / Wu Shung Fu, Wen Jiann Shieh // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 1992. – Vol. 35, № 7. – P. 1695-1710.
56. Babushkin, I. A. Investigation of Thermal Convection and Low-Frequency Microgravity by the DACON Sensor aboard the Mir Orbital Complex / I. A. Babushkin, G. P. Bogatyrev, A. F. Glukhov, G. F. Putin, S. V. Avdeev, A. I. Ivanov, M. M. Maksimova // *Cosmic Research*. – 2001. – Vol. 39, № 2. – P. 150-158.
57. Cisse, I. Rayleigh Bénard convective instability of a fluid under high-frequency vibration / I. Cisse, G. Bardan, A. Mojtabi // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2004. – Vol. 47. – P. 4101-4112.
58. Babushkin, I. A. Vibrational Convection in the Hele-Shaw Cell / I. A. Babushkin, V. A. Demin // *Theory and Experiment. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. – 2006. – Vol. 47, № 2. – P. 183-189.
59. Shevtsova, V. Experimental and theoretical study of vibration-induced thermal convection in low gravity / V. Shevtsova, I.I. Ryzhkov, D.E. Melnikov, Y.A. Gaponenko, A. Mialdun // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2010. – Vol. 648. – P. 53–82.
60. Иванова, А.А. Экспериментальное изучение влияния вертикальных вибраций на конвекцию в горизонтальном цилиндрическом слое / А.А. Иванова, В.Г. Козлов // *Известия Академии Наук СССР. Механика Жидкости и Газа*. – 1985. – № 6. – С. 180-183.
61. Козлов В.Г. О вибрационной тепловой конвекции в полости, совершающей высокочастотные вращательные качания / В.Г. Козлов // *Известия Академии Наук СССР. Механика Жидкости и Газа*. – 1988. – № 3. – С. 138-144.

62. Ivanova, A.A. Experimental study of the instability of convective boundary layers under the action of vibration / A.A. Ivanova, V.G. Kozlov // *Fluid Dynamics*. – 1998. – Vol. 33, P. 324-330.
63. Subbotin, S. V. Effect of Differential Rotation of Oscillating Inner Core on Steady Flow Instability in a Rotating Sphere / S. V. Subbotin, V. G. Kozlov // *Microgravity Science and Technology*. – 2020.
64. Lyubimov, D. Vibration effect on the nonlinear regimes of thermal convection in a two-layer system of fluid and saturated porous medium / D. Lyubimov, E. Kolchanova, T. Lyubimova // *Transport in Porous Media*. – 2015. – Vol. 106, № 2. – P. 237–257.
65. Lyubimova, T.P. Vibration effect on a stability of stationary flow of pseudoplastic fluid in vertical slot / T.P. Lyubimova, A.V. Perminov // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2018. – Vol. 126. – P. 545-556.
66. Уилкинсон, У.Л. Неньютоновские жидкости. Гидромеханика, перемешивание и теплообмен / У.Л. Уилкинсон. – Москва: Мир, 1964. – 216 с.
67. Bingham, E.C. Fluidity and plasticity / E.C. Bingham. – New York: McGraw-Hill. – 1922. – 440 p.
68. Cherkasov, S.G. Combined convection of a viscoplastic liquid in a plane vertical layer / S.G. Cherkasov // *Fluid Dynamics*. 1980. – Vol. 14, № 1. – P. 901- 903.
69. Lyubimova, T.P. Numerical investigation of convection in a viscoplastic fluids in a closed region / T.P. Lyubimova // *Fluid Dynamics*. – 1977. – Vol. 12, № 1. – P. 1-5.

70. Ostwald, W. Non-Newtonian effects in some general elasticoviscous liquids / W. Ostwald // *Kolloid-Zeitschrift und Zeitschrift für Polymere*. – 1925. – Vol. 36. – P. 99-101.
71. Semakin, I.G. Hydrodynamic stability of convective flow of a non-Newtonian fluid in a vertical layer / I.G. Semakin // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. – 1977. – Vol. 32, № 6. – P. 690-693.
72. Semakin, I.G. Vibrational instability of stationary convection of a non-Newtonian fluid / I.G. Semakin // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. – 1978. – Vol. 35, № 2. – P. 969-972.
73. Matvienko, O. V. Mathematical modeling of swirling Herschel–Bulkley pseudoplastic fluid flow in a cylindrical channel / O. V. Matvienko // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. – 2019. – Vol. 92, № 1. – P. 208-218.
74. Шульман, З.П. Пограничный слой неньютоновских жидкостей / З.П. Шульман, Б.М. Берковский. – Минск: Наука и техника, 1966. – 238 с.
75. Tien, C. Laminar Natural Convection Heat Transfer from Vertical Plate to Power-Law Fluid / C. Tien // *Applied Scientific Research*. – 1967. – Vol. 17. – P. 233-248.
76. Dale, J. D. The Free Convection of Heat from a Vertical Plate to Several Non-Newtonian «Pseudoplastic» Fluids / J. D. Dale, A. F. Emery // *Journal of Heat Transfer*. – 1972. – Vol. 94, № 1. – P. 64-72.
77. Lyubimov, D.V. Stationary convection of a viscoplastic liquid in a vertical layer / D.V. Lyubimov, T.P. Lyubimova // *Fluid Dynamics Research*. – 1980. – Vol. 15, № 2. – P. 270-274.

78. Aghighi, M.S. Natural convection of viscoplastic fluids in a triangular enclosure / M.S. Aghighi, H. Masoumi, Armin Farsi // Applications in Engineering Science. – 2024. – Vol. 19. – P. 100186.
79. Перминов, А.В. Устойчивость стационарного плоскопараллельного течения псевдопластической жидкости в плоском вертикальном слое / А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. – Т. 7, № 3. – С. 270-278.
80. Lyubimova, T. P. Stability of quasi-equilibrium states and supercritical regimes of thermal vibrational convection of a Williamson fluid in zero gravity conditions / T. P. Lyubimova, A. V. Perminov, M. G. Kazimardanov // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2019. – Vol. 129. – P. 406-414.
81. Любимова, Т. П. Конвекция в вязкопластических жидкостях в прямоугольных полостях при нагреве сбоку / Т.П. Любимова, М.Г. Казимарданов, А.В. Перминов // Вычислительная механика сплошных сред. – 2021. – Т. 14, № 3. – С. 349-356.
82. Matvienko, O. V. Mathematical Simulation of the Swirling Flow of a Dilatant Herschel – Bulkley Fluid in a Cylindrical Channel / O. V. Matvienko, V. P. Bazuev, A. E. Aseeva (Litvinova) // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2019. – Vol. 92, № 6 – P. 1593-1602.
83. Matvienko, O. V. Mathematical Simulation of the Swirling Flow of a Thermoviscous, Pseudoplastic Sisco Fluid in a Cylindrical Channel / O. V. Matvienko, A. E. Aseeva (Litvinova) // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2020. – Vol. 93, № 4 – P. 827-838.
84. Лоенко, Д. Модели регуляризации при исследовании свободноконвективного тепломассопереноса псевдопластичной жидкости в замкнутой дифференциально-обогреваемой полости / Д.

- Лоенко, М. Шерemet // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. – 2021. – № 3. – С. 13-22.
85. Любимова, Т. П. О конвективных движениях вязкопластичной жидкости в прямоугольной области / Т. П. Любимова // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1979. – №5. – С. 747-750.
86. Capobianchi, M. Laminar Natural Convection from an Isothermal Vertical Surface to Pseudoplastic and Dilatant Fluids / M. Capobianchi, A. Aziz // Journal of Heat Transfer. – 2012. – Vol. 134, № 12. – P. 122502.
87. Daprà, I. Perturbation solution for pulsatile flow of a non-Newtonian Williamson fluid in a rock fracture / I. Daprà, G. Scarpi // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2007. – Vol. 44, № 2. – P. 271-278.
88. Gul, T. Heat Transfer Investigation of the Unsteady Thin Film Flow of Williamson Fluid Past an Inclined and Oscillating Moving Plate / T. Gul, A. Khan, S. Islam, A. Alqahtani, I. Khan, A. Alshomrani, Muradullah // Applied Sciences. – 2017. – Vol. 7, № 4. – P. 369.
89. Dawar, A. Mathematical modeling and study of MHD flow of Williamson nanofluid over a nonlinear stretching plate with activation energy / A. Dawar, Z. Shah, S. Islam // Heat Transfer. – 2020. – Vol. 50, № 3. – P. 2558-2570.
90. Nadeem, S. Peristaltic flow of a Williamson fluid in an asymmetric channel / S. Nadeem, S. Akram // Commun Nonlinear Sci Numer Simulat. – 2010. – Vol. 15. – P. 1705-1716.
91. Ellahi, R. Three dimensional peristaltic flow of Williamson fluid in a rectangular duct / R. Ellahi, A. Riaz, S. Nadeem // Indian Journal of Physics. – 2013. – Vol. 87, № 12. – P. 1275-1281.

92. Siddiqui, A.M. Blade coating analysis of a Williamson fluid / A.M. Siddiqui, S. Bhatti, M.A. Rana, M. Zahid // Results in Physics. – 2017. – Vol. 7. – P. 2845-2850.
93. Павлов, Д.А. Особенности гидродинамики насосов для добычи высоковязких нефтей / Д.А. Павлов, С.Н. Пещеренко // Вычислительная механика сплошных сред. – 2019. – Т. 12, № 2. – С. 175-184.
94. Скульский, О.И. Особенности течения концентрированных суспензий твердых частиц / О.И. Скульский // Вычислительная механика сплошных сред. – 2021. – Т. 14, № 2. – С. 210-219.
95. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика: Учеб. пособие для вузов. – 5-е изд., стереот. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 736 с.
96. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа: Учебник для вузов. – 7-е изд., испр. / Л.Г. Лойцянский – Москва : Дрофа, 2003. – 840 с.
97. Розенберг, Г.Д. Уравнения нестационарного движения неньютоновской жидкости в трубах / Г.Д. Розенберг // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 1959. – №8.
98. Литвинов, В.Г. Движение нелинейно-вязкой жидкости / В.Г. Литвинов – Москва : Наука, 1982. – 376 с.
99. Огибалов, П. М. Нестационарные движения вязко – пластичных сред / П. М. Огибалов, А. Х. Мирзаджанзаде. – Москва : Издательство МГУ, 1970. – 415 с.
100. Pryce-Jones, J. Studies in thixotropy / J. Pryce-Jones // Kolloid Zeit. – 1952. – Vol. 126. – P. 96-122.

101. Freundlich, H. Quicksand as a thixotropic system / H. Freundlich, F. Julisberger // Transactions of the Faraday Society. – 1935. – Vol. 31. – P. 920-94.
102. Шульман, З.П. Реофизика конгломератных материалов / З.П. Шульман, Я.Н. Ковалев, А. Зальцгендлер. – Минск: Наука и техника, 1978. – 240 с.
103. Рейнер, М. Реология / М. Рейнер. – Москва : Наука, 1965. – 224 с.
104. Reiner, M. Deformation and flow / M. Reiner. – London : Lewis. 1949. – 346 p.
105. Перминов, А.В. Движение жидкостей с различной реологией во внешних силовых полях: Дис. д. физ.-мат. наук: 01.02.05. – Защищена 12.05.2016; Утв. 17.10.2016; ДНД № 003295. – Москва, 2016. – 374 с. – Библиогр.: с. 337-374.
106. Перминов, А.В. Воздействие высокочастотных вибраций на конвективное движение неньютоновской жидкости / А.В. Перминов, Е.В. Шулепова // Научно–технические ведомости СПбГПУ. Серия «Физико-математические науки». – 2011. – Т.129, №3. – С.169–175.
107. Гершуни, Г.З. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий. – Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1972. – 392 с.
108. Тетельмин, В.В. Реология нефти. Учебное издание / В.В. Тетельмин, В.А. Язев – Москва: Граница, – 2009. – 256 с.
109. Любимова, Т.П. О применении вариационных принципов в задаче о конвекции вязкопластичной жидкости / Т.П. Любимова, Д.В. Любимов // Пермский Государственный Педагогический Институт. Конвективные течения. – 1979. – № 1. – С. 81-86.
110. Thom, A. Field Computations in Engineering and Physics / A.Thom, C.J. Apelt. – London: Van Nostrand, 1961.

111. Тарунин, Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Издательство Иркутского университета, 1990. – 228 с.
112. Никулина, С.А. Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в прямоугольной полости / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. – 2020. – № 3. – С. 14–23.
113. Perminov, A.V. Influence of high frequency vertical vibrations on convective regimes in a closed cavity at normal and low gravity conditions / A.V. Perminov, S.A. Nikulina, T.P. Lyubimova // Microgravity Science and Technology. – 2021. – Vol. 33, Iss. 4. – Art. 55. – P. 1–18.
114. Perminov, A.V. Analysis of thermovibrational convection modes in square cavity under microgravity conditions / A.V. Perminov, S.A. Nikulina, T.P. Lyubimova // Microgravity Science and Technology. – 2022. – Vol. 34, Iss. 3. – Art. 34. – P. 1–10.
115. Никулина, С.А. Конвективные режимы псевдопластической жидкости в квадратной полости при воздействии высокочастотных вибраций в условиях пониженной гравитации / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Вычислительная механика сплошных сред. – 2024. – Т.17, № 2. – С. 202-218.
116. Никулина, С.А. Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в прямоугольной полости / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Математическое моделирование в естественных науках : тезисы XXVIII Всерос. конф. / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т [и др.]. – Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2019. – С. 53.
117. Никулина, С.А. Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в прямоугольной полости / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Пермские гидродинамические научные чтения : сб. материалов VI Всерос. конф., посвящ. памяти проф. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова, [г. Пермь], 28–29 нояб. 2019 г. / Перм.

- гос. нац. исслед. ун-т [и др.]. – Пермь : Издат. центр ПГНИУ, 2019. – С. 124–126. – 1 USB флеш накопитель.
118. Перминов, А.В. Термовибрационная конвекция жидкости Уильямсона в прямоугольной полости в невесомости / А.В. Перминов, С.А. Никулина, Т.П. Любимова // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: Уфа, Респ. Башкортостан, Россия, 19–24 авг. 2019 г. : аннот. докл. / Рос. нац. ком. по теорет. и прикл. механике [и др.]. – Уфа : РИЦ БашГУ, 2019. – С. 87.
119. Перминов, А.В. Термовибрационная конвекция жидкости Уильямсона в прямоугольной полости в невесомости / А.В. Перминов, С.А. Никулина, Т.П. Любимова // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: 19–24 авг. 2019 г., Уфа, Респ. Башкортостан, Россия: сб. тр. В 4 т. Т. 2. Механика жидкости и газа. / Рос. нац. ком. по теорет. и прикл. механике [и др.]. – Уфа : РИЦ БашГУ, 2019. – С. 209–211.
120. Никулина, С.А. Влияние высокочастотных вибраций малой интенсивности на конвективное течение в замкнутой квадратной полости / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Пермские гидродинамические научные чтения : сб. материалов VII Всерос. конф. с междунар. участием, посвящ. памяти проф. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова, [г. Пермь], 22–24 окт. 2020 г. / Перм. гос. нац. исслед. ун-т [и др.]. – Пермь : Perm University Press, 2020. – С. 307–311. – URL: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/permskie-gidrodinamicheskie-nauchnye-chteniya-2020.pdf> (дата обращения: 25.11.2020).
121. Никулина, С.А. Конвективное течение в замкнутой квадратной полости в поле высокочастотных вибраций малой интенсивности / С.А. Никулина, А.В. Перминов // Математическое моделирование в естественных науках : тез. XXIX Всерос. шк.-конф. / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т [и др.]. – Пермь: ИП Серегина О. Н., 2020. – С. 82.

122. Никулина, С.А. Влияние высокочастотных вертикальных вибраций на конвективные режимы в квадратной полости / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т. П. Любимова // XXII Зимняя школа по механике сплошных сред : тез. докл., [г. Пермь], 22–26 марта 2021 г. / Ин-т механики сплошных сред УрО РАН - фил. Федер. гос. бюджет. учр. науки Перм. федер. исслед. центра Урал. отд-ния Рос. акад. Наук [и др.]. – Пермь : [б. и.], 2021. – С. 236. – Режим доступа: <https://conf.icmm.ru/event/2/page/4> (дата обращения: 29.03.2021).
123. Никулина, С.А. Термовибрационная конвекция в квадратной полости при малых числах Грасгофа / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Математическое моделирование в естественных науках : тезисы XXX Всерос. конф. / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т, [и др.]. – Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2021. – С. 53.
124. Nikulina, S.A. Vibrational convection of fluid in a square cavity under microgravity conditions / S.A Nikulina, Perminov A.V., Lyubimova T.P // Non-Equilibrium Processes in Continuous Media : Intern. Symp., Perm, Sept. 16th-18th, 2021 : progr. and book of abstr. / Perm State University, Inst. of Continuous Media Mechanics UB RAS. – Perm : [s. n.], 2021. – P. 92. – URL: <http://npcm-perm.tilda.ws/#rec158012007>.
125. Никулина, С.А. Влияние вибраций на конвективные режимы псевдопластической жидкости в замкнутой полости в невесомости / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Пермские гидродинамические научные чтения : сб. ст. по материалам VIII Всерос. конф., посвящ. памяти проф. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова (г. Пермь, ПГНИУ, 5–7 окт. 2022 г.) / Перм. гос. нац. исслед. ун-т [и др.]. – Пермь : Perm University Press, 2022. – С. 359–363. – URL: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/permskie-gidrodinamicheskie-nauchnyechteniya-2022.pdf>
126. Никулина, С.А. Влияние высокочастотных вибраций на конвекцию псевдопластической жидкости в условиях микрогравитации / А.В.

Перминов, С.А. Никулина, Т.П. Любимова // XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике : сб. тез. докл., 21–25 авг. 2023 г., Санкт-Петербург. В 4 т. Т. 2. Механика жидкости и газа / М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Рос. акад. наук, Рос. нац. ком. по теорет. и прикл. механике. – Санкт-Петербург : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. – С. 201–203.

127. Никулина, С.А Конвективные режимы псевдопластической жидкости в условиях микрогравитации при воздействии высокочастотных вибраций / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Пермские гидродинамические научные чтения : сб. ст. по материалам IX Всерос. конф., посвящ. памяти проф. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова (г. Пермь, ПГНИУ, 4–6 октября 2023 г.) / Перм. гос. нац. исслед. ун-т [и др.]. – Пермь : Perm University Press, 2023. – С. 316–320. – URL: [www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/permskie-gidrodinamicheskie-nauchnyechteniya-2023.pdf](http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/permskie-gidrodinamicheskie-nauchnyechteniya-2023.pdf)
128. Никулина, С.А. Термовибрационная конвекция псевдопластической жидкости в условиях микрогравитации / С.А. Никулина, А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Материалы XXIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023) : 4–10 сент. 2023 г., Дивноморское, Краснодар. край / Моск. авиац. ин-т (нац. исслед. ун-т). – Москва : Изд-во МАИ, 2023. – С. 396–398.