

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД УРО РАН – ФИЛИАЛ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ ПЕРМСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи



Пантелеев Иван Алексеевич

**Деформирование горных пород и геосред: анализ  
развития анизотропной поврежденности и локализации  
деформации**

1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Пермь – 2022

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|  |            |
|--|------------|
| <b>Введение</b>  | <b>6</b>   |
| <b>Глава 1. Формы макролокализации неупругой деформации в горных породах и геосредах</b>                                 | <b>21</b>  |
| Введение.....  | 21         |
| 1.1 Пространственно-временные формы локализации деформации в твердых телах.....  | 23         |
| 1.2 «Медленные» деформационные волны в геологической среде .....   | 33         |
| 1.2.1 Упруговязкие модели медленных волновых процессов .....   | 36         |
| 1.2.2 Модели, основанные на уравнения sin-Гордона.....   | 41         |
| 1.2.3 Модели медленных деформационных автоволновых процессов   | 50         |
| 1.3 Макролокализация деформации при прямом одноосном растяжении сильвинита .....   | 63         |
| 1.3.1 Условия проведения эксперимента.....   | 64         |
| 1.3.2 Полученные результаты .....  | 71         |
| 1.4 Волновая динамика деформаций в формирующейся сдвиговой зоне по данным физического моделирования .....                | 78         |
| 1.4.1 Базовые элементы формирования крупных разломов литосферы, выделенные по результатам физического моделирования..... | 79         |
| 1.4.2 Методика физического моделирования.....  | 84         |
| 1.4.3 Полученные результаты .....  | 88         |
| 1.5 Основные результаты главы .....  | 99         |
| <b>Глава 2. Микромеханизмы деформирования и разрушения хрупких материалов по данным акустической эмиссии</b>             | <b>102</b> |
| Введение.....  | 102        |

|   |            |
|---|------------|
| 2.1 Подходы к определению типа источника акустической эмиссии при деформировании материалов .....   | 104        |
| 2.2 Тензор сейсмического момента и механизмы источников акустической эмиссии.....   | 120        |
| 2.3 Микромеханизмы разрушения гранита при трехточечном изгибе по данным акустической эмиссии .....  | 129        |
| 2.3.1 Методика проведения эксперимента .....  | 130        |
| 2.3.2 Результаты определения механизмов АЭ.....   | 142        |
| 2.4 Основные результаты главы .....   | 154        |
| <b>Глава 3. Эффект Кайзера при трехосном сжатии песчаника с изменением ориентации, размеров и формы эллипсоида приложенных напряжений</b> | <b>157</b> |
| Введение.....   | 157        |
| 3.1 Эффект Кайзера в горных породах: механизмы и закономерности проявления .....  | 159        |
| 3.2 Экспериментальное исследование эффекта Кайзера при различных режимах трехосного нагружения песчаника.....                             | 169        |
| 3.2.1 Постановка эксперимента .....   | 169        |
| 3.2.2 Циклическое всестороннее сжатие .....   | 173        |
| 3.2.3 6-и цикловая программа непропорционального трехосного сжатия с изменением формы и ориентации эллипсоида Ламе.....                   | 175        |
| 3.2.4 9-и цикловая программа непропорционального трехосного сжатия с изменением формы и ориентации эллипсоида Ламе.....                   | 179        |
| 3.2.5 Циклическое непропорциональное трехосное сжатие с изменяющимся уровнем девиаторных напряжений.....                                  | 188        |
| 3.3 Основные результаты главы .....   | 193        |

|  |            |
|--|------------|
| <b>Глава 4. Нелинейная реологическая модель деформирования хрупкого тела с тензорной поврежденностью</b>                     | <b>197</b> |
| Введение.....  | 197        |
| 4.1 Особенности деформирования структурно-неоднородных хрупких материалов .....  | 200        |
| 4.2 Математическая формулировка модели .....   | 206        |
| 4.2.1 Тензор поврежденности и определяющие соотношения.....  | 206        |
| 4.2.2 Кинетика поврежденности и накопление необратимой деформации.....   | 216        |
| 4.3 Условия выпуклости потенциала модели нелинейной упругости с тензорным параметром поврежденности.....                     | 223        |
| 4.3.1 Модель со скалярным параметром поврежденности .....  | 224        |
| 4.3.2 Модель с тензорным параметром поврежденности .....   | 226        |
| 4.4 Идентификация и верификация модели .....   | 236        |
| 4.4.1 Материал и условия проведения экспериментов.....   | 237        |
| 4.4.2 Идентификация параметров модели по данным традиционного трехосного сжатия песчаника Darley Dale.....                   | 238        |
| 4.4.3 Верификация модели по данным истинного трехосного сжатия песчаника Darley Dale .....                                   | 247        |
| 4.5 Ориентации микротрещиноватости в хрупком твердом теле при традиционном трехосном сжатии.....                             | 250        |
| 4.5.1 Критерий Кулона-Мора и угол наклона площадки среза.....  | 250        |
| 4.5.2 Ориентация микротрещиноватости при традиционном трехосном сжатии исходно трещиноватого материала.....                  | 253        |
| 4.5.3 Ориентация и внутренняя структура зоны локализованной поврежденности при традиционном трехосном сжатии материала ..... | 259        |

|  |            |
|--|------------|
| 4.6 Основные результаты главы .....  | 268        |
| <b>Глава 5. Нелинейная пороупругая модель деформирования хрупкого тела с тензорным уплотнением и тензорной поврежденностью</b> | <b>272</b> |
| Введение.....  | 272        |
| 5.1 Особенности деформирования хрупких пористых материалов.....  | 274        |
| 5.2 Тензорное уплотнение пористых пород .....  | 283        |
| 5.2.1 Обобщение закона Ати. Кинетическое уравнение для тензора уплотнения.....   | 286        |
| 5.2.2 Идентификация и верификация модели тензорного уплотнения пористого материала.....  | 290        |
| 5.3 Математическая формулировка модели .....   | 295        |
| 5.3.1 Термодинамика и определяющие соотношения.....  | 295        |
| 5.3.2 Предельные поверхности для хрупкого пористого материала .  | 302        |
| 5.4 Идентификация и верификация модели .....   | 310        |
| 5.4.1 Материал и условия проведения экспериментов.....   | 311        |
| 5.4.2 Идентификация модели по данным циклического трехосного сжатия песчаника Darley Dale.....                                 | 311        |
| 5.4.3 Верификация модели по данным циклического трехосного сжатия песчаника Darley Dale.....                                   | 314        |
| 5.5 Основные результаты главы .....  | 317        |
| <b>Заключение</b>  | <b>319</b> |
| <b>Список литературы</b>   | <b>323</b> |

## Введение

**Актуальность и разработанность темы исследования.** Непрерывно возрастающая потребность человечества в полезных ископаемых является локомотивом развития новых подходов и технологий их добычи, включая добычу на больших глубинах, морском и океаническом шельфе, в сложных геологических условиях и в удароопасных районах. В рамках современной «зеленой» повестки идет активное освоение отработанных шахтных полей, коллекторов нефти и газа в качестве как временных хранилищ полезных ископаемых, так и герметичных резервуаров для захоронения отходов различного типа. Обеспечение безопасности ведения горных работ, повышение эффективности новых методов добычи и извлечения полезных ископаемых, проектирование и эксплуатация подземных хранилищ, обеспечение их экологической безопасности в эпоху масштабной цифровизации основывается на создании цифровых двойников горнотехнических систем и процессов, текущее состояние которых непрерывно корректируется в соответствии с данными многопараметрического мониторинга. Разработка геомеханических моделей, лежащих в основе таких двойников, требует расширения наших представлений о механизмах и закономерностях деформирования горных пород при произвольных, в том числе сложных условиях нагружения. В результате возрастает актуальность экспериментальных и теоретических исследований деформирования горных пород при монотонных и циклических непропорциональных трехосных нагрузках с учетом как ориентационных эффектов развития поврежденности, приводящих к индуцированной поврежденностью анизотропии свойств, так и направленного уплотнения, связанного с эволюцией порового пространства.

Низкопористые осадочные породы и породы кристаллического фундамента при различных видах нагружения обнаруживают специфическое деформационное поведение. Специфичность поведения заключается в нелинейном упругом отклике материала уже при малом уровне действующих

напряжений, зависимости упругих свойств от вида напряженно-деформированного состояния, анизотропии упругих свойств, индуцированной ростом микротрещиноватости, накопления необратимых деформаций, обусловленных ее развитием. Для описания указанных эффектов развиваются теоретические подходы, которые, как правило, сфокусированы на отдельных аспектах деформирования и накопления повреждений в материалах такого класса: модели упругих разномодульных сред (С.А. Амбарцумян, А.А. Хачатрян, В.В. Болотин, Г.С. Шапиро, Н.М. Матченко, Ю.Л. Работнов, Е.В. Ломакин, В.П. Маслов, П.П. Мосолов, И.Ю. Цвелодуб, Z.M. Ye, K.P. Rao и др.); модели упругости с введением параметров вида напряженно-деформированного состояния (В.П. Мясников, Е.В. Ломакин, А.И. Олейников, В.А. Ляховский и др.); модели континуальной механики поврежденности с параметрами поврежденности различного ранга (Ю.Н. Работнов, Л.М. Качанов, D. Krajcinovic, J.A. Lemaitre, J.L. Chaboche, В.Н. Кукуджанов, G.Z. Voyiadjis, J.P. Cordebois, Ю.Н. Радаев, Ю.К. Петреня, V. Tamuzh, Ю.В. Соколкин и др.). В настоящее время актуальной задачей механики деформируемого твёрдого тела и теоретической геомеханики является разработка обобщенных моделей, нацеленных на описание бóльшего числа особенностей деформационного поведения горных пород, в том числе при сложных трехмерных траекториях нагружения.

С самого начала деформирования и до стадии предразрушения адаптация хрупкого материала к внешней нагрузке и возможные сценарии его деформационного отклика базируются на развитии и коллективном взаимодействии ансамблей микротрещин как различной ориентации, так и различных типов деформации. Вариации ориентаций и механизмов микротрещин в случае фиксированной конфигурации приложенных к хрупкому твердому телу нагрузок являются маркерами неоднородности микроструктуры материала и связанной с ней изменчивости локального напряженно-деформированного состояния. Исследование вариаций, с одной стороны, является ключом к пониманию процесса адаптации хрупкого материала к

внешнему воздействию за счет перестройки и развития дефектной подсистемы, а с другой стороны, позволяет получить уникальную информацию для развития, идентификации и верификации физических моделей деформирования и разрушения материалов, включая физические модели и модели с тензорными параметрами поврежденности. Данные факторы определяют актуальность исследований, направленных на поиск и разработку подходов экспериментального определения ориентации и механизмов микротрещин при деформировании и разрушении хрупких твердых тел.

Широко распространенным методом для исследования развивающейся в процессе деформирования хрупких материалов микротрещиноватости является метод акустической эмиссии (АЭ). Подходы к анализу данных АЭ, направленные на определение типа ее источника, получили развитие в работах российских и зарубежных ученых (Н.В. Новиков, Л.Н. Степанова, А.Н. Серьезнов, Г.Г. Кочарян, А.А. Остапчук, Д.Л. Мерсон, А.В. Данюк, А.П. Брагинский, Г.Б. Муравин, О.В. Башков, А.В. Патонин, M. Ohtsu, G. Qi, S. Lomov, P.J. De Groot, R. Gutkin, A. Vinogradov, S. Huguet, L. Zhang). Несмотря на большое количество подходов к определению типа и механизмов источника АЭ, наиболее перспективными в плане объема предоставляемой информации являются сейсмологические методы, в частности, базирующиеся на понятии тензора сейсмического момента. Такие методы позволяют определить не только механизмы источников АЭ, но и их ориентацию в пространстве, и направление подвижки. Применение таких методов к данным акустической эмиссии предъявляет высокие требования к формированию исходного каталога событий АЭ, а также требует разработки подходов к уточнению найденных решений и отбраковки неустойчивых.

Эволюция разномасштабной разноориентированной микротрещиноватости в деформируемом материале является физическим механизмом эффекта памяти (эффект Кайзера), наблюдающегося при циклическом нагружении горных пород. Несмотря на интенсивные исследования проявления этого эффекта в горных породах на протяжении последних тридцати-сорока лет, выполненные

российскими и зарубежными научными школами (В.Л. Шкуратник, А.В. Лавров, М.И. Рассказов, Н.Л. Бельтюков, П.В. Николенко, D.J. Holcomb, E. Tuncay, T. Kanagawa, J. Browning, Y. Chen, B.J. Pestman и др.), вопрос о физических механизмах и параметрах, контролирующих проявление эффекта Кайзера, в особенности в случае многоосной нагрузки с переориентацией приложенных напряжений, является до сих пор открытым. Актуальность исследования этого эффекта при трехмерных конфигурациях приложенных напряжений объясняется необходимостью его использования для оценки величины и ориентации природных напряжений в массиве горных пород в районах добычи полезных ископаемых, сложных геологических структур, разломных зон и вулканических построек.

При исходной пористости горных пород, превышающей первые проценты, ее эволюция становится ключевым фактором, наряду с эволюцией трещиноподобных дефектов, определяющих характер деформирования материала вплоть до его разрушения. При высоких уровнях среднего сжимающего напряжения в пористых хрупких материалах наблюдается снижение эффективной прочности, вызванное интенсивным разрушением пористого пространства, зерен, скелета породы, что приводит к их уплотнению. Существующие феноменологические модели деформирования хрупких пористых материалов, базирующиеся на концепции критического состояния (J. Alonso, M. Carroll, N.G. Gerogiannopoulos, G.D. Nguyen, R.A. Schultz, R. Siddharthan, K.R. Shah, H. Sheldon и др.), модели «шатровой» пластичности (P. Baud, A.F. Fossum, J.T. Fredrich, E. Grueschow, J. Rudnicki, K. Issen, M. Motamedi и др.), сфокусированы на строгом описании формы предельной поверхности и ее эволюции вследствие упрочнения/разупрочнения материала. При этом, как правило, игнорируется снижение жесткости материала, вызванное развитием поврежденности. В последние десять лет разработка моделей деформирования трещиноватых пористых сред является ключевым направлением развития теоретической геомеханики и механики деформируемого твердого тела (Ю.П. Стефанов, V. Lyakhovsky, J. Ma, A. Shojaei, V.D. Vu и др.). Необходимо

отметить, что вопросу учета ориентационного характера развития поврежденности в пористых хрупких материалах при построении моделей до настоящего времени не уделялось особого внимания.

Развитие дефектов различного типа в процессе деформирования горных пород и их коллективное взаимодействие приводят к локализации деформации, имеющей различные пространственно-временные формы. Интенсивные лабораторные исследования неупругого деформирования материалов показали, что автоволновые формы макролокализации деформации не зависят от структурных особенностей и физико-механических свойств материалов, их набор универсален для широкого спектра материалов, а реализация той или иной формы определяется соответствующей стадией неупругого деформирования материала. Распространение найденных закономерностей на горные породы различного литотипа (Л.Б. Зуев, С.А. Баранникова) поднимает вопрос о зависимости форм макролокализации деформации и очередности их следования от условий нагружения. Актуальность данной тематики подкрепляется необходимостью совершенствования походов к геомеханическому обеспечению устойчивости краевых частей подработанного массива, для которых превалирующим механизмом деформирования является растяжение.

«Медленные» деформационные волны являются ярким проявлением локализации деформации в геосреде на геологическом масштабе. Несмотря на более чем полувековую историю, проблемы пространственно-временной миграции геодинамических процессов и «медленных» деформационных волн, которые рассматриваются как причина этих миграционных процессов, остаются одними из самых дискуссионных в современной геодинамике и геомеханике (Ю.О. Кузьмин, П.В. Макаров). Ввиду трудоемкости, дороговизны и огромных масштабов, полевые наблюдения без создания специализированных государственных полигонов не дают возможности исследовать более подробно динамику распространения «медленных» волн и их взаимодействие с разномасштабными разломными структурами.

Альтернативным подходом, который может помочь найти ответы на поставленные вопросы, является физическое моделирование процессов, протекающих в литосфере, получившее в настоящее время второе дыхание благодаря использованию новейших методов неразрушающего контроля.

**Цель диссертационной работы** состоит в разработке модели деформирования хрупких горных пород, описывающей ориентационные эффекты развития поврежденности и уплотнения при трехосном нагружении, и способов ее экспериментальной верификации, базирующихся на проявлении направленного эффекта Кайзера в горных породах и результатах определения механизмов источников акустической эмиссии.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **научные задачи**:

1. Изучение форм локализации деформации при одноосном прямом растяжении соляных пород, особенностей распространения «медленных» деформационных волн в формирующейся сдвиговой зоне по данным физического моделирования с использованием современных оптических систем неразрушающего контроля.

2. Разработка методики восстановления механизмов событий акустической эмиссии, основанной на вычислении компонент тензора сейсмического момента, и ее апробация на модельных экспериментах.

3. Изучение закономерностей проявления эффекта Кайзера в горных породах при их трехосном нагружении с изменением ориентации, размеров и формы эллипсоида приложенных напряжений.

4. Разработка нелинейной модели деформирования хрупкого материала при трехосном непропорциональном нагружении, описывающей ориентационный характер развития поврежденности. Идентификация и верификация модели на данных по трехосному сжатию горных пород, исследование с использованием модели ориентации микротрещиноватости в хрупком материале при его одноосном сжатии с боковым подпором.

5. Обобщение предложенной нелинейной модели деформирования хрупкого материала на случай направленного уплотнения материала. Идентификация и верификация модели на данных по циклическому трехосному непропорциональному сжатию пористых хрупких горных пород.

**Научная новизна** диссертационной работы заключается в следующем:

1. На основе анализа оптических изображений поверхности деформируемых образцов установлены сценарии развития форм локализации деформации в слое водной пасты монтмориллонитовой глины при простом сдвиге и в сильвините при его прямом одноосном растяжении. В случае водной пасты обнаружены «медленные» деформационные волны, установлены закономерности их распространения и взаимодействия с разрывными структурами различного ранга.

2. Реализованы оригинальные эксперименты по циклическому трехосному сжатию песчаника. Установлены условия проявления эффекта Кайзера при изменении ориентации, формы и размера эллипсоида приложенных напряжений.

3. Разработан новый трехступенчатый алгоритм уточнения найденных и отбраковки неустойчивых решений для тензора сейсмического момента событий акустической эмиссии. На основе предложенного алгоритма показано, что изгиб гранита сопровождается формированием и развитием микротрещин нормального отрыва с дополнительной сдвиговой составляющей различной интенсивности.

4. Построена и верифицирована новая нелинейная реологическая модель деформирования хрупкого тела, описывающая развитие анизотропной поврежденности. Предложено обобщение модели на случай учета направленного уплотнения пористого хрупкого тела. Показано, что обобщенная модель позволяет адекватно описать направленный характер проявления эффекта Кайзера при циклическом трехосном непропорциональном сжатии песчаника.

5. На основе предложенной модели показано, что при одноосном сжатии с боковым подпором хрупкого материала оптимальным углом наклона зоны локализованной поврежденности является угол, близкий к углу Кулона-Мора. Внутри зоны оптимальными являются две ориентации микротрещин: вертикальная ориентация трещиноватости, которая не зависит от степени анизотропии исходной поврежденности, ориентация относительно направления зоны локализованной поврежденности под углом, близким к углу Кулона-Мора.

**Теоретическая значимость работы** заключается в развитии моделей деформируемого твердого тела, направленных на учет анизотропии упругих свойств, индуцированной поврежденностью.

Полученные новые экспериментальные результаты изучения деформационного поведения горных пород при циклическом непропорциональном трехосном сжатии способствуют более глубокому пониманию условий и механизмов проявления направленного эффекта Кайзера.

Результаты изучения форм локализации деформации в горных породах и экспериментальное наблюдение «медленных» деформационных волн в модели континентальной литосферы открывают новые возможности для исследования данного класса явлений и уточнения существующих теоретических моделей.

**Практическая значимость работы** заключается в возможности использования разработанных моделей для геомеханического моделирования горнотехнических процессов, в которых анизотропный характер уплотнения и накопления поврежденности является ключевым фактором, обуславливающим вариацию механических и прочностных свойств, анизотропию проницаемости, теплопроводности и электропроводности.

Предложенная и апробированная методика определения микромеханизмов деформирования и разрушения хрупких пород на основе восстановления компонент тензора сейсмического момента событий акустической эмиссии может быть использована как новый инструмент для контроля отдельных элементов шахтных полей при локальном геоакустическом мониторинге.

**Методология и методы исследования.** В теоретической части работы методологической базой диссертационной работы являются разработки отечественных и зарубежных ученых в области нелинейной механики деформируемого твердого тела и континуальной механики поврежденности. При построении моделей используются подходы механики сплошной среды, термодинамики неравновесных процессов, пороупругости и механики поврежденности. Алгоритмы реализации моделей разработаны с применением численных методов интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений, решения систем нелинейных алгебраических уравнений, численных методов оптимизации.

Экспериментальные результаты, представленные в диссертационном исследовании, получены с помощью современных экспериментальных методик. Для восстановления полей перемещений и деформаций на свободной поверхности лабораторных образцов или модельного материала применялся метод корреляции цифровых изображений. Физическое моделирование формирования сдвиговой зоны осуществлялось на специализированной установке «Разлом», расположенной в Институте земной коры СО РАН. Для *in situ* мониторинга развития поврежденности в испытываемых образцах использовался метод акустической эмиссии. Трехосные квазистатические и циклические испытания образцов горных пород проводились на испытательной системе трехосного независимого нагружения в лаборатории геомеханики Института проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Одноосное растяжение сильвинита, согласно результатам анализа серии оптических изображений свободной поверхности, сопровождается локализацией деформации в форме эквидистантно расположенных неподвижных зон, между которых материал находится в недеформированном состоянии. При достижении критического уровня приложенных напряжений деформирование материала продолжается в одной из неподвижных зон в режиме с обострением.

2. Формирование сдвиговой зоны в модельном материале сопровождается генерацией и распространением «медленных» деформационных волн со скоростями на два порядка выше скорости смещения активного штампа. Развитие разрывных структур приводит к фрагментации волновых фронтов и их трансформации в неподвижные фронты локализованной деформации, оконтуривающие отдельные объемы материала.

3. Предложенный для определения механизмов источников акустической эмиссии метод, основанный на нахождении и уточнении компонент тензора сейсмического момента, позволяет изучать механизмы разрушения хрупких материалов при их квазистатическом деформировании по данным акустической эмиссии.

4. При непропорциональном трехосном нагружении песчаника эффект Кайзера наблюдается в случае неизменности ориентации и формы эллипсоида приложенных напряжений от цикла к циклу. В противном случае проявление эффекта зависит от величины и соотношения накопленных деформаций относительного растяжения в трех ортогональных направлениях.

5. Разработанная нелинейная модель деформирования хрупкого тела с тензорным параметром поврежденности позволяет описать анизотропный характер развития поврежденности при трехосном непропорциональном сжатии материала.

6. При одноосном сжатии с боковым подпором хрупкого материала оптимальной, с точки зрения скорости диссипации энергии, ориентацией зоны локализованной деформации является наклон к оси активного сжатия под углом близким к углу Кулона-Мора. Степень близости определяется степенью анизотропии поврежденности. Внутри зоны оптимальными конфигурациями являются вертикально ориентированная трещиноватость и трещиноватость, ориентированная относительно направления зоны локализованной поврежденности под углом близким к углу Кулона-Мора.

7. Обобщение нелинейной модели деформирования хрупкого тела на случай учета тензорного уплотнения позволяет описать направленное

упрочнение пористого материала, определяющее направленный характер проявления эффекта Кайзера в песчанике при его циклическом трехосном сжатии с вращением эллипсоида приложенных напряжений.

**Достоверность и обоснованность результатов** обеспечивается применением современных экспериментальных методов визуализации и измерения физических величин, хорошей воспроизводимостью результатов наблюдений и измерений, подтверждается удовлетворительным соответствием результатов численного моделирования экспериментальным данным, полученным как самим автором, так и взятым из литературных источников.

**Личный вклад автора.** Автором или с его непосредственным участием получены все включенные в диссертацию результаты. Автор принимал непосредственное участие в формулировке задач, выполнении экспериментальных исследований, обработке и интерпретации результатов, подготовке статей. В теоретической части работы автором или при его непосредственном участии получены определяющие соотношения обеих моделей, автор занимался идентификацией и верификацией моделей, осуществлял анализ и интерпретацию полученных результатов, принимал ключевое участие в подготовке статей по теме диссертации.

Работа [139] выполнена автором лично и без соавторов. В работах [207, 208, 209] автору принадлежит постановка задачи, автор является разработчиком большинства траекторий нагружения, регистрация акустической эмиссии и ее анализ производились непосредственно автором при участии соавтора В.А. Мубассаровой, интерпретация полученных результатов выполнена совместно с соавторами Н.И. Шевцовым, А.В. Зайцевым, Ю.Ф. Коваленко, В.И. Каревым. В работах [21, 22, 25] автор совместно с соавторами сформулировал постановку задачи, принимал участие в разработке экспериментальной программы, требований к метрологическому обеспечению оптических измерений, единолично выполнил обработку оптических изображений, совместно с соавторами С.А. Борняковым, А.А. Тарасовой осуществил интерпретацию результатов и подготовку статей. В работах [136, 318] автору принадлежит

постановка задачи, руководство и участие в проведении экспериментов, обработка экспериментальных данных выполнена автором лично, интерпретация и подготовка статей выполнены совместно с соавторами. В работе [212] автору принадлежит постановка задачи, разработка программы экспериментов, совместно с соавторами реализована экспериментальная программа, проведена интерпретация и обобщение полученных результатов. В работах [141, 450] автор является идеологом способа обобщения скалярной модели, автору принадлежит постановка задачи, математические выкладки выполнены совместно с соавтором В. Ляховским, автор единолично реализовал процедуры идентификации и верификации модели, интерпретация полученных данных и подготовка статьи выполнена совместно с соавтором. В работе [142] автор принимал участие в постановке задач, численные расчеты выполнены автором единолично, интерпретация и подготовка статьи выполнены совместно с соавтором В. Ляховским. В работах [178, 275] автор принимал участие в постановке задачи, экспериментальная часть работы выполнена совместно с соавтором В.А. Мубассаровой, математическая формулировка модели выполнена совместно с соавторами Е. Shalev и В. Ляховским, идентификация и верификация модели выполнена автором единолично, интерпретация и подготовка статей выполнены совместно с соавторами. В работе [215] автор принимал участие в постановке задачи, формулировке математической модели, идентификации и верификации модели, интерпретации результатов совместно с соавторами.

**Апробация работы.** Результаты диссертационной работы докладывались на Всероссийских и Международных конференциях: Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2015, 2017, 2019), «Актуальные проблемы метода акустической эмиссии» (Тольятти, 2018; Санкт-Петербург, 2021), «Проблемы геодинамики и геоэкологии внутриконтинентальных орогенов» (Бишкек, 2017), «Триггерные эффекты в геосистемах» (Москва, 2017, 2018, 2019), «Петербургские чтения по проблемам прочности» (Санкт-Петербург, 2016), «Перспективные материалы с иерархической структурой для новых

технологий и надежных конструкций» (Томск, 2017), "Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах" (Москва, 2018), «Геодинамические процессы и природные катастрофы» (Южно-Сахалинск, 2019), «Физические основы прогнозирования разрушения горных пород» (Апатиты, 2016; Пермь, 2019), «Геодинамика, геомеханика и геофизика» (п. Солонешное, 2019), «Актуальные проблемы прочности» (Екатеринбург, 2022), International conference on Rock Dynamics and Applications (Сучжоу, 2016), 12<sup>th</sup> Euro-conference on Rock Physics and Geo-Mechanics (Иерусалим, 2018), International Conference on Continental Earthquakes (Ченду, 2018), 13th EURO-Conference on Rock Physics and Geomechanics (Потсдам, 2019). Работа полностью докладывалась и обсуждалась на семинарах кафедры математического моделирования систем и процессов ПНИПУ (руководитель – д.ф.-м.н., проф. П.В. Трусов), Института механики сплошных сред УрО РАН (руководитель – академик РАН, д.т.н., проф. В.П. Матвеевко).

**Связь исследований с научными программами.** Работы по тематике диссертации проводились при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (гос. задание АААА-А19-119013090021-5), Российского научного фонда (проект 17-11-01204, 19-77-30008), Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 21-55-53019\_ГФЕН-а, 17-41-590148\_p-а, 17-05-00720-а, 16-55-44017-Монг\_a, 16-41-590779\_p-а, 16-35-00349-мол\_a).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 22 научные работы, из них 16 – в ведущих научных журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, установленный Министерством образования и науки Российской Федерации для представления результатов докторских диссертаций (в том числе 13 статей – в журналах, индексируемых в базах данных Web of Science и/или Scopus), 6 статей – в сборниках трудов конференций.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованной литературы. Работа

изложена на 365 страницах, содержит 144 рисунка и 5 таблиц. Список литературы включает 564 наименования.

**Благодарности.** Автор выражает глубокую признательность и благодарность Наймарку Олегу Борисовичу и Плехову Олегу Анатольевичу за опыт и знания, полученные за годы сотрудничества, за постоянное внимание и ценные советы. Автор искренне благодарен сотрудникам лаборатории физических основ прочности и лаборатории термомеханики твердых тел за помощь, поддержку и многочисленные обсуждения работы на различных этапах ее выполнения. Автор выражает глубокую благодарность своим коллегам и соавторам за плодотворное сотрудничество: Кареву Владимиру Иосифовичу и всем сотрудникам лаборатории геомеханики ИПМех РАН им. А.Ю. Ишлинского; Борнякову Сергею Александровичу и всем сотрудникам лаборатории тектонофизики ИФЗ СО РАН; Панькову Ивану Леонидовичу и всем сотрудникам лаборатории физических процессов освоения георесурсов ГИ УрО РАН. За многолетнюю поддержку и плодотворные научные дискуссии автор благодарит Ребецкого Юрия Леонидовича и сотрудников лаборатории фундаментальных и прикладных проблем тектонофизики ИФЗ РАН, Геворга Грантовича Кочаряна и сотрудников лаборатории деформационных процессов в земной коре ИДГ РАН, директора ИМГиГ ДВО РАН Богомолова Леонида Михайловича, Гаврилова Валерия Александровича и сотрудников лаборатории комплексного мониторинга сейсмоактивных сред ИВиС ДВО РАН, Новикова Виктора Александровича и сотрудников лаборатории импульсной энергетики в геофизике ОИВТ РАН. Автор выражает слова благодарности Зайцеву Алексею Вячеславовичу за инициирование цикла исследований песчаника при трехосном непропорциональном сжатии и привлечение автора к разработке и реализации экспериментальных программ. Особую признательность как единомышленнику и соавтору публикаций автор приносит Владимиру Ляховскому, плодотворное сотрудничество с которым позволило более глубоко вникнуть в решение ряда актуальных научных задач.

Глубокую признательность автор выражает своим родителям Пантелееву Алексею Николаевичу и Пантелеевой Татьяне Ивановне за огромное терпение при воспитании автора. Особую благодарность и признательность за мудрость, поддержку и терпение автор выражает своей жене И.А. Пантелеевой.

## **Глава 1. Формы макролокализации неупругой деформации в горных породах и геосредах**

### **Введение**

Интенсивные лабораторные исследования закономерностей неупругого деформирования материалов, проведённые за последние несколько десятилетий, позволили установить различные формы пространственно-временной макролокализации деформации, имеющие общую автоволновую природу [53, 54]. Показано, что формы макролокализации неупругой деформации не зависят от структурных особенностей и физико-механических свойств материалов, их набор универсален для широкого спектра материалов, а реализация той или иной формы определяется соответствующей стадией неупругого деформирования материала. Распространение найденных закономерностей на горные породы различного литотипа [114], с одной стороны, подтверждает гипотезу о единой природе автоволновых процессов, с другой стороны, поднимает вопрос о зависимости форм макролокализации деформации и очередности их следования от условий нагружения. Актуальность данной тематики подкрепляется необходимостью совершенствования подходов к геомеханическому обеспечению безопасного ведения горных работ, учитывающих особенности деформационного поведения горных пород.

«Медленные» деформационные волны являются ярким проявлением и одной из пространственно-временных форм явления локализации деформации в геосреде на геологическом масштабе. Несмотря на более чем полувековую историю, проблемы пространственно-временной миграции геодинамических процессов и «медленных» деформационных волн, которые рассматриваются как причина этих миграционных процессов, остаются одними из самых дискуссионных в современной геодинамике и геомеханике [81, 106]. Геофизические, деформографические и геодезические методы изучения

временных периодических вариаций деформации земной коры позволили обнаружить и изучить базовые закономерности распространения «медленных» волн, а также установить, что «медленные» деформационные волны могут иметь различную природу и подразделяться на межразломные и внутриразломные [30, 194, 197]. Ввиду трудоемкости, дороговизны и огромных масштабов полевые наблюдения без создания специализированных государственных полигонов не дают возможности исследовать более подробно динамику распространения волн каждого типа, включая трансформацию одного вида в другой и взаимодействие «медленных» деформационных волн с разномасштабными разломными структурами. Альтернативным подходом, который может помочь найти ответы на поставленные вопросы, является физическое (тектонофизическое) моделирование процессов, протекающих в литосфере, получившее в настоящее время второе дыхание благодаря использованию новейших методов неразрушающего контроля.

В настоящей главе приведены результаты исследований форм локализации деформации в горных породах и геосредах с использованием метода корреляции цифровых изображений, выполненных на экспериментальной базе Института механики сплошных сред УрО РАН (г. Пермь) и Института земной коры СО РАН (г. Иркутск).

В первом параграфе приведен краткий обзор пространственно-временных форм локализации деформации в твердых телах (включая горные породы), обнаруженных в лабораторных экспериментах, приведены основные постулаты автоволновой модели пластического течения, согласно которой набор форм макролокализации деформации универсален для всех материалов в независимости от их структуры и микромеханизмов неупругого деформирования. Второй параграф посвящен явлению «медленных» деформационных волн в геологической среде. В параграфе приведены основные сведения, методы регистрации и подходы к описанию распространения «медленных» деформационных волн в земной коре как открытой термодинамической системе. Третий параграф посвящен

исследованию форм макролокализации деформации при квазистатическом одноосном прямом растяжении сильвинита с использованием метода корреляции цифровых изображений. Установлены пространственно-временные формы локализации деформации, их последовательность и особенности проявления. В заключительном параграфе приведены результаты физического моделирования процесса формирования сдвиговой зоны в упруго-вязко-пластической модели континентальной литосферы с использованием метода корреляции цифровых изображений. Показано, что процесс формирования сдвиговой зоны сопровождается генерацией и распространением по зоне сдвига межразломных «медленных» деформационных волн, их последующей трансформацией во внутриразломные волны при развитии разрывных нарушений.

### **1.1 Пространственно-временные формы локализации деформации в твердых телах**

Экспериментальное открытие в конце 19-го века макроскопической неоднородности пластической деформации в форме полос (впоследствии названных в честь своих первооткрывателей полосами Чернова-Людерса) [189, 335, 470] положило начало интенсивному экспериментальному изучению локализации пластического течения на макроскопическом масштабном уровне как нового физического явления. Зарождение полосы Людерса на деформационной кривой соответствует зубу текучести, а ее прохождение по материалу – площадке текучести. Ввиду размеров, сопоставимых с размером деформируемого образца, полосы Чернова-Людерса представляют собой области макролокализации деформации, а их фронты разделяют области упругой и пластической деформации. Появление и распространение полос Чернова-Людерса на поверхности деформируемого металлического поликристаллического материала является проявлением пространственной неоднородности пластического течения.

В начале 20-го века в экспериментах на алюминиевых сплавах обнаружена

скачкообразная деформация или прерывистая текучесть, проявляющаяся на деформационной кривой в виде повторяющихся скачков (эффект Портевена-Ле Шаталье [78, 202, 491, 553, 554]) или ступенек (эффект Савара-Массона [13]). Эффекты скачкообразной деформации объясняются временной неоднородностью пластического течения, которая состоит в том, что пока одна часть образца деформируется другая остается недеформированной. Позже, с использованием оптических методов было установлено, что прерывистая текучесть материала в условиях деформирования с постоянной скоростью сопровождается появлением и распространением уединенных полос локализованной пластической деформации трех типов (А,В,С) [476, 513, 514, 524, 526]. Каждый из трех типов полос характеризуется своей пространственной динамикой распространения и соответствующим ей сценарием локального сброса напряжений. Полосы типа А – это полосы, зарождающиеся, как правило, у захватов или других концентраторов напряжений в образце и непрерывно распространяющиеся по образцу. Полосы типа В зарождаются эстафетно, каждая последующая полоса зарождается вблизи предыдущей. Для полос типа С характерно хаотичное зарождение по всей длине образца. В отличие от полос Чернова-Людерса, эффекты Портевена-Ле Шаталье и Савара-Массона являются пространственно-временными проявлениями макроскопической неоднородности и неустойчивости пластического течения материала.

Широкомасштабные экспериментальные исследования явления макроскопической локализации пластической деформации отечественными специалистами в области физики прочности и пластичности стартовали в конце прошлого века. Основное внимание было уделено установлению общих закономерностей макролокализации деформации на различных этапах пластического течения и изучению статистических закономерностей прерывистого течения металлов и сплавов в условиях «жесткого» и «мягкого» нагружений [43, 48, 49, 55, 56, 58, 60, 61, 77, 80, 143, 201, 443]. Обзор отечественной научной литературы последних двадцати лет показал, что можно

выделить следующие основные направления исследований неоднородности и неустойчивости пластического течения:

- закономерности прерывистой текучести металлов и сплавов в условиях ползучести [110, 126, 359];
- влияние вида напряженно-деформированного состояния на эффект прерывистой текучести и кинетику полосообразования в металлах и сплавах [182, 183];
- закономерности акустической эмиссии, сопровождающей прерывистую текучесть металлов и сплавов [2, 67, 79, 346];
- влияние коррозионных процессов на прерывистую деформацию металлов и сплавов [34, 37];
- влияние импульсного лазерного воздействия на динамику и морфологию деформационных полос в металлах и сплавах [35, 153];
- возможность подавления эффекта Портевена-Ле Шаталье в металлах и сплавах импульсным и постоянным электрическим током [36, 65, 68, 203].

Основываясь на огромном объеме накопленных экспериментальных результатов Томской школой физики прочности и материаловедения, была предложена автоволновая модель пластического течения [52, 53, 54, 561], с единых позиций объясняющая весь спектр наблюдаемых в экспериментах пространственно-временных форм макролокализации деформации. Фундаментальными понятиями модели являются постулат о локализации деформации и правило соответствия [46, 54]. Согласно постулату о локализации неотъемлемым свойством пластического течения является его макроскопическая локализация, развивающаяся на всем протяжении процесса деформирования от упругопластического перехода до разрушения и принимающая на этом пути различные формы [564]. Для формализации стадийности кривой пластического течения используется уравнение Людвига [187]

$$\sigma(\varepsilon) = \sigma_0 + \theta \varepsilon^n, \quad (1.1)$$

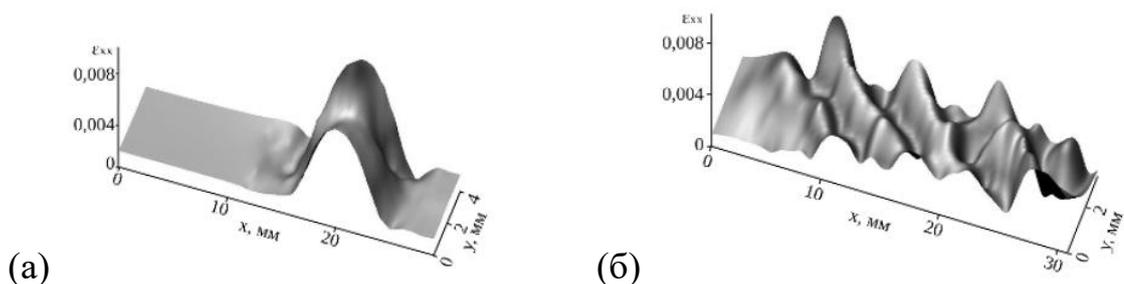
где  $\sigma_0$  – предел текучести,  $\theta$  – коэффициент деформационного упрочнения,  $n$  – показатель параболичности. В зависимости от показателя параболичности на кривой деформирования выделяют следующие стадии процесса:

- $n \approx 0$  – площадка текучести;
- $n \approx 1$  – стадия линейного упрочнения;
- $n \approx 1/2$  – стадия параболического упрочнения;
- $0 \leq n \leq 1/2$  – стадия предразрушения.

Каждой стадии процесса пластического течения отвечает своя определенная форма макролокализации, фактически не зависящая от механизма деформирования и структуры деформируемого материала (правило соответствия) [53]:

- стадии площадки текучести соответствует движение вдоль образца уединенного очага локализованной деформации;
- стадии линейного деформационного упрочнения соответствует движение по образцу с постоянной скоростью нескольких эквидистантных очагов локализации [62];
- параболической (тейлоровской) стадии деформационного упрочнения соответствует возникновение в образце системы эквидистантно расположенных стационарных очагов локализованной деформации;
- стадии предразрушения соответствует взаимосогласованное движение очагов локализованной пластичности, приводящее к их схлопыванию

Характерные картины локализации деформации для каждой из четырех стадий деформирования представлены на рисунке 1.1.



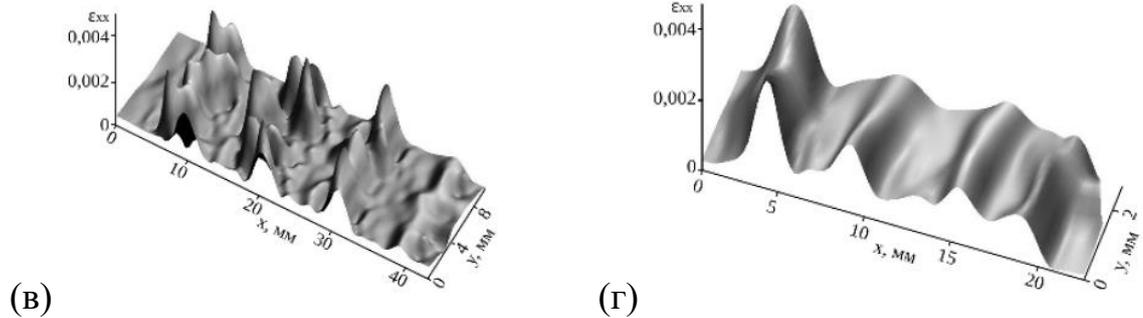


Рисунок 1.1 – Примеры формы локализации пластической деформации (а – на площадке текучести, б – на стадии линейного упрочнения, в – на стадии параболического деформационного упрочнения, г – на стадии предразрушения)

Наблюдаемые в экспериментах формы макролокализации пластической деформации исчерпываются перечисленными выше закономерностями, другими словами количество возможных форм локализованного пластического течения совпадает с числом стадий кривой деформирования [59]. В целом макролокализация пластического течения как физическое явление, присущее деформируемому твердому телу, имеет следующие особенности:

- явления локализации возникают самопроизвольно при постоянной скорости растяжения образцов и не требуют для своего появления специального воздействия;
- картины локализации последовательно меняются по мере развития пластического течения закономерным образом, а их эволюция тесно связана со стадийностью течения;
- на некоторых стадиях картины локализации обладают отчетливо выраженной пространственной и временной периодичностью;
- каждая из картин локализации связана с определенными микроскопическими механизмами деформационного упрочнения, действующими на этой стадии;
- дефектная структура материала и его деформационное упрочнение необратимо меняются при пластической деформации, так что деформируемая среда является нелинейной.

Согласно автоволновой модели пластического течения пространственно-временные формы макролокализации деформации представляются собой автоволновые процессы в твердом теле как открытой термодинамической системе [52, 54, 57]. В отличие от упругих волн, описываемых гиперболическими уравнениями, автоволны соответствуют параболическим уравнениям с распределенными источниками энергии и нелинейным коэффициентом диффузии. Характерными примерами уравнений, имеющих автоволновые решения, являются уравнение Колмогорова-Петровского-Пискунова, уравнение синус-Гордона, нелинейное уравнение Шредингера, уравнение Кортевега-де Фриза и др. [50], описывающие процессы самоорганизации в активных средах.

Наблюдаемые на площадке текучести и стадии линейного упрочнения уединенные и периодически расположенные очаги локализации деформации имеют все атрибуты волнового процесса: длину волны, частоту, дисперсию, скорость распространения, постоянную на всем протяжении данной стадии деформирования. Экспериментально регистрируемые значения скорости распространения автоволн локализованной пластичности лежат в интервале  $10^{-5} \leq V_{aw} \leq 10^{-4} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ . Необходимо подчеркнуть, что это на 1-2 порядка выше, чем скорость движения подвижного захвата испытательной машины, и на 7-8 порядков ниже, чем характерная скорость упругих поперечных волн в материале. Существенное отличие характерной скорости автоволновых процессов от акустических скоростей указывает на то, что макроскопическая локализация деформации является отдельным волновым явлением со своими закономерностями и механизмами [59, 561]. Следуя работе [54] наблюдаемые в твердых телах картины локализованной деформации в соответствии с терминологией нелинейных волновых процессов могут быть классифицированы как

- автоволна переключения на площадке текучести;
- фазовые эквидистантные автоволны на стадии линейного упрочнения;

- стационарные диссипативные эквидистантные структуры на стадии параболического упрочнения;
- коллапс автоволнового процесса на стадии предразрушения.

В работах [43, 56, 60] приведены закономерности зарождения и распространения полос Чернова-Людерса и полос скачкообразной деформации (эффект Портевена-Ле Шаталье), являющихся автоволнами переключения и возбуждения соответственно с позиций развиваемой автоволновой концепции пластического течения.

Универсальность пространственно-временных форм пластической деформации (автоволн различного типа), базирующаяся на результатах многочисленных экспериментальных исследований пластического течения моно- и поликристаллов металлов и сплавов разного состава с ГЦК, ОЦК, ГПУ и тетрагональной кристаллическими решетками, и принятая научным сообществом, поставила перед ним два принципиальных взаимосвязанных вопроса. Первый вопрос: каковы механизмы приобретения деформируемым твердым телом автоволнового (макроскопического) масштаба при наличии в среде только микроскопических взаимодействий дислокационной природы. Второй вопрос: распространяется ли концепция сменяемых друг друга в процессе нагружения форм макролокализации деформации на неметаллические материалы, имеющие различные (не обязательно дислокационные) механизмы неупругого деформирования. Поиск ответов на сформулированные вопросы в настоящее время занимают научные коллективы по всему миру.

Наиболее активно развивающимся направлением исследований для ответа на первый вопрос являются коллективные эффекты в развитии ансамблей микроскопических дефектов, приводящие к формированию различных пространственно-временных форм локализации деформации. Развитию экспериментальных и теоретических основ коллективного поведения дефектных подсистем в деформируемом твердом теле посвящены работы отечественных и зарубежных специалистов в области механики и физики прочности и пластичности [107, 108, 109, 122, 123, 177, 230, 334, 441, 443].

Для ответа на второй вопрос коллективом Л.Б. Зуева (ИФМП СО РАН, г. Томск) в начале двадцатых годов этого века была проведена серия экспериментов по исследованию пространственно-временных форм локализации деформации при одноосном сжатии щелочно-галоидных кристаллов и образцов горных пород с использованием метода спекл-фотографии [92, 114]. Остановимся на результатах испытания горных пород более подробно, так как горные породы являются объектом настоящего исследования.

Для исследований форм локализации неупругой деформации в работах [92, 114] были выбраны образцы мрамора, песчаника и сильвинита, как примеры природных материалов, обладающих различными превалирующими микроскопическими механизмами неупругой деформации. Для сильвинита таким механизмом является дислокационное скольжение, для мрамора – двойникование, а для песчаника – зернограничные процессы [563]. Образцы подвергались одноосному сжатию с заданной скоростью перемещения захвата, варьируемой в диапазоне  $V_{mash} = 0.1..1$  мм/мин. Распределения компонент тензора деформации на поверхности деформируемых образцов исследовались с помощью разработанного в ИФП СО РАН метода спекл-фотографии и цифровой спекл-фотографии [562]. Применение данного метода позволило установить, что пластическая деформация исследованных материалов протекает макроскопически локализованным образом, т.е. в любой момент времени сосредоточена в нескольких зонах макроскопического масштаба, в то время как другие объемы при этом же приросте деформации фактически не деформируются.

Главной особенностью выявленных зон локализованной деформации явилось их перемещение по образцу на линейных участках зависимости  $\sigma(\varepsilon)$  с ростом общей деформации. Было установлено, что для сильвинита характерно зарождение и перемещение по образцу уединенной зоны локализованной деформации, тогда как при деформировании мрамора и песчаника наблюдается движение по образцу эквидистантных очагов локализации. На рисунке 1.2

представлены характерные распределения продольной деформации на поверхности деформируемого сильвинита и мрамора.

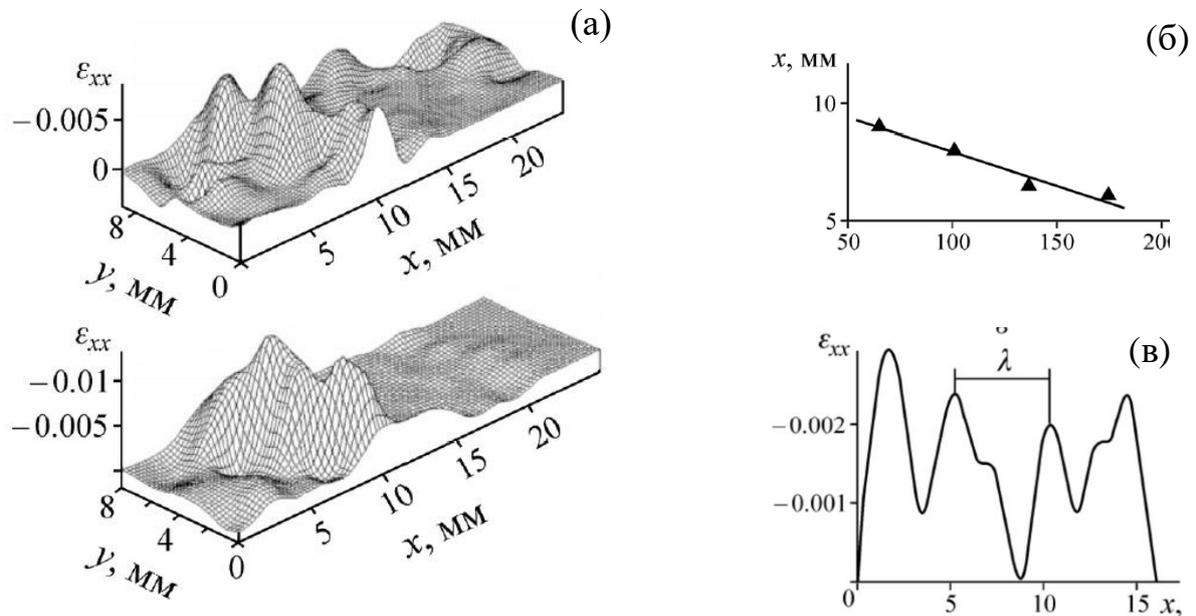


Рисунок 1.2 – Локализация деформации [92]: а – распределение компоненты  $\epsilon_{xx}(x, y)$  в виде волновых картин в сильвините при общей деформации  $\epsilon_{tot} = 0.5\%$  (вверху) и  $\epsilon_{tot} = 0.7\%$  (внизу); б – пространственное положение максимумов локальных деформаций  $\epsilon_{xx}$  для средней линии образца в зависимости от времени деформирования сильвинита; в – периодичность зон локализации деформации в виде распределений локальных деформаций  $\epsilon_{xx}(x)$  для средней линии в лабораторном образце мрамора для общей деформации  $\epsilon_{tot} = 0.2\%$ .

Скорость движения зон локализованной деформации для всех исследованных пород варьируется незначительно и составляет  $3 \cdot 10^{-5}$  м/с, что на порядок выше, чем скорость движения подвижного захвата. Пространственный период эквидистантных зон локализации деформации в мраморе составил 5 мм, а в песчанике – 4 мм. Для всех видов горных пород анализ картин локализации деформации на стадиях после линейного участка деформирования оказался не возможен из-за растрескивания и выкрашивания образцов.

Проведенные на образцах горных пород исследования пространственно-временных форм локализации деформации подтвердили предположение о единой природе волновых процессов, характерных для линейных стадий упрочнения металлических и неметаллических материалов. Несмотря на полученные результаты, вопросы о природе локализации деформации, микромеханических механизмах, лежащих в ее основе, вариации пространственно-временных форм в зависимости от литотипа горной породы и условий ее нагружения остаются открытыми. Ответы на сформулированные вопросы приведут к возможности интерпретации наблюдаемых на геологическом масштабе медленных волновых явлений (о которых пойдет речь в следующем параграфе) с единых позиций и использования автоволновой концепции для прогнозирования времени и места разрушения горных массивов (вследствие коллапса очагов локализации), что подчеркивает крайнюю актуальность данной тематики.

Говоря о горных породах необходимо подчеркнуть, что автоволновой характер развития локализованной неупругой деформации при сжатии образцов не является единственно возможным. Можно выделить еще два вида локализации неупругой деформации:

- локализация деформации на существующих нарушениях сплошности материала, размеры которых сопоставимы с масштабом самого объекта: трещинах, модельных разломах, границах блоков и т.д. Наличие локальной ослабленной зоны, содержащей контактную поверхность, определяет единственный возможный механизм деформирования такой системы в поле приложенных напряжений – смещение по контакту. При этом жесткость ослабленной зоны и свойства заполнителя контакта определяют возможные режимы скольжения по контакту: скольжение с постоянной скоростью, регулярное прерывистое скольжение, аperiodические акты медленного проскальзывания [76, 115, 116, 244, 277, 422, 492];

- при одноосном сжатии с боковым подпором средне- и высокопористых горных пород наблюдается локализация неупругой деформации в виде полос

дилатансии, сдвига и компакции [221, 223, 239, 300, 357, 421, 457, 462]. Реализация той или иной моды деформирования определяется, прежде всего, уровнем бокового подпора, также минеральным составом и материальными свойствами породы. Условия формирования тех или иных полос локализованной деформации активно изучаются в последние десятилетия в свете проблем разработки полезных ископаемых на больших глубинах.

Тем не менее, среди приведенных выше пространственно-временных форм локализации деформации в горных породах автоволновой характер развития локализованной неупругой деформации, наблюдаемый при их лабораторных испытаниях, является на сегодняшний день наименее изученным явлением.

## **1.2 «Медленные» деформационные волны в геологической среде**

Исследования миграции землетрясений вдоль активных разломов [434, 489], инициированные развитием технических средств и расширением (уплотнением) сетей сейсмологических наблюдений, положили начало разработке проблемы «медленных» деформационных волн в литосфере, как пространственно-временной форме локализации деформации в блочной иерархически организованной среде. Несмотря на более чем полувековую историю, проблемы пространственно-временной миграции геодинамических процессов и «медленных» деформационных волн, которые рассматриваются как причина этих миграционных процессов, остаются одними из самых дискуссионных в современной геодинамике и геомеханике [81, 106]. Накопленные наблюдения, доказывающие пространственно-временную миграцию деформаций в геосреде, можно разделить по методу их регистрации на косвенные, отражающие волнообразные изменения в геофизических полях вследствие временных вариаций напряженного состояния среды, и прямые, непосредственно регистрирующие миграцию деформации [32].

Косвенными доказательствами существования деформационных волн служат:

- направленная миграция сильных землетрясений [128, 132, 157, 193, 194, 259, 306, 358, 515];
- перемещения сейсмоскоростных аномалий [103, 125];
- колебательные движения отражающих сейсмических площадок [8, 20];
- миграция радоновых и электрокинетических аномалий [156, 321, 446];
- миграция эпизодического тремора и медленного скольжения вдоль зон субдукции [501].

Прямые методы изучения временных периодических вариаций деформации земной коры включают:

- деформографические [125, 285, 360, 361, 375, 521, 539];
- гидрогеодинамические [71, 150];
- геодезические измерения, в том числе с помощью лазерных дальномеров [81, 82, 84, 85, 164, 328].

Для описания явления «медленных» деформационных волн используется различная терминология: тектонические волны, волны сейсмоактивности, D-волны, криповые волны напряжений, фронт деформации волновой природы, круговые волны, волны активизации разломов, деформационные волны, деформационные автоволны, волны быстрых предвестников, солитоны и др. Разнообразие терминологии указывает на многообразие волновых процессов в геосреде, скорость которых существенно отличается от скорости сейсмических волн.

Следуя обзорным работам [30, 194, 197] «медленные» деформационные волны можно разделить на два типа: межразломные и внутриразломные волны. Разделение на два типа обусловлено связью «медленных» волн с наблюдаемой пространственно-временной миграцией деформационных и сейсмических процессов [83]. В первом случае, «медленная» волна образуется независимо от сейсмоактивных зон и расположения активных разломов, но, проходя через эти зоны, она формирует аномальные геодинамические процессы. В этом случае активные зоны сами по себе не взаимодействуют. Это взаимодействие осуществляется через распространение в пространстве «медленной» волны

деформаций (напряжений, смещений). Второй механизм состоит в том, что область аномальной деформации (например, активный сегмент разлома) увеличивает свой пространственный размер, достигает соседнего разлома, который находится в метастабильном состоянии и способен к активации, инициированной малым воздействием. Далее уже на это разлом формируется область аномальной деформации, которая расширяется и достигает следующего, соседнего разлома. Таким образом, происходит эстафетная передача деформационной активности от одного разлома к другому. В этом случае, «медленная» деформационная волна – это результат последовательного, триггерного взаимодействия соседних разломных зон. Аналогичным образом происходит передача активности между активизированными сегментами внутри разломной зоны. Принципиальное различие межразломных и внутриразломных деформационных волн заключается в том, что в первом случае сейсмические (или деформационные) процессы являются маркерами «медленной» волны, а во втором – волновую передачу активности создают сами активные (аномальные) зоны.

Трансформация понимания природы «медленных» волн отразилась в эволюции теоретических подходов (математических моделей), предназначенных для их описания. Согласно обзорной работе В.Г. Быкова [32], модели, описывающие «медленные» волны, можно разделить на три класса:

- вязкоупругие и упругопластические модели;
- модели, основанные на уравнении  $\sin$ -Гордона;
- автоволновые модели.

Модели первого класса предназначены для описания «медленных» волн напряжений, соответствующих миграции сильных землетрясений вдоль трансформных разломов и желобов (впадин), и не могут описывать распространение таких волн в разломно-блоковых средах [83]. В моделях второго класса за счет учета вращательной кинематики блоков удастся описать «медленные» деформационные волны, создаваемые при скольжении блоков геосреды вдоль разломов. В моделях третьего класса учет постоянного притока

энергии за счет распределенных источников различной природы в совокупности с нелинейным поведением самой среды, позволяет получить автоволновые решения, описывающие распространение «медленных» деформационных волн в геосреде как открытой, нелинейной термодинамической системе.

### 1.2.1 Упруговязкие модели медленных волновых процессов

Основополагающей теоретической моделью, в которой впервые было введено понятие «волны тектонических напряжений», была модель В. Эльзассера [314], предназначенная для объяснения механизма передачи тектонических напряжений вдоль литосферной плиты. Он предложил модель взаимодействия литосферы – твердой плиты мощностью  $h_1$  с модулем упругости  $E_1$  – и астеносферы – подстилающего слоя флюида мощностью  $h_2$  с вязкостью  $\mu$  (рис. 1.3). При устойчивом поступательном движении литосферы профиль распределения скорости с глубиной представляет собой двухзвенную ломаную.

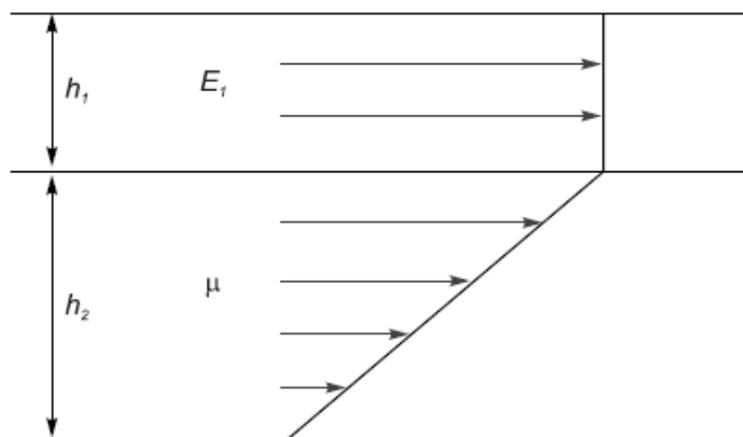


Рисунок 1.3 – Модель контактного взаимодействия системы литосфера-астеносфера [314]

Исходя из предположения, что при движении плиты напряжение сдвига на нижней границе плиты уравнивается общим горизонтальным

напряжением, на краю плиты уравнение для осредненного по толщине плиты смещения  $u$  имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \alpha = \frac{h_1 h_2 E_1}{\mu}. \quad (1.2)$$

Уравнение (1.2) является параболическим уравнением и описывает распространение волны возмущения в среде. Ключевым параметром модели является вязкое сцепление между литосферой и астеносферой, характеризуемое параметром  $\mu/h_2$ , который в общем случае зависит от длины волны возмущения. Из решения уравнения (1.2) следует, что среднее расстояние, на которое возмущение распространяется за время  $t$  со скоростью  $v_x = \frac{\sigma_x h_1 h_2}{\mu L}$ , задается величиной  $x = 2\sqrt{\alpha t}$ . Оценки скорости скольжения плиты дают величину порядка 1 см/год, что хорошо согласуется с данными современных GPS-измерений в различных регионах мира [250, 381]. Необходимо отметить, что, начиная с работы В. Эльзассера, из-за аналогии с уравнением теплопроводности волны возмущений напряженно-деформированного состояния в моделях подобного типа стали именовать «диффузией напряжения». Этот термин является ошибочным в связи с тем, что диффузия подразумевает перенос массы вещества, тогда как при распространении волн напряжений или деформации в земной коре масса не переносится, а переносится энергия [83].

М. Ботт и Д. Дин [251] применили модель Эльзассера для описания миграции напряжений на границах литосферных плит. Стандартными методами решалась задача определения реакции упругой плиты конечной длины  $L$  на приложение давления  $P_0$  на одном конце плиты при зафиксированном другом конце. Предполагая, что давление на границе плиты изменяется как  $P = P_0 \sin \omega t$  с периодом  $T = 2\pi/\omega$ , решение уравнения (1.2) имеет вид

$$u(x, t) = -\frac{P_0}{\sqrt{2kE_1}} e^{-kx} \cos\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{4}\right), k = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}. \quad (1.3)$$

Скорость волны напряжений вдоль литосферной плиты в этом случае определяется как  $v = \frac{\omega}{k} = 2 \sqrt{\frac{\pi E_1 h_1 h_2}{\mu T}}$ . Численное решение этой задачи показало, что приложенное напряжение на границе плиты не может мгновенно воздействовать на всю плиту, но диффузно рассеивается в ней в течение  $10^3$ - $10^6$  лет. Оценки скорости волны напряжений дают величины 10-100 км/год.

Д. Андерсон [232] обобщил модель Эльзассера с целью выяснения механизма миграции землетрясений в зоне субдукции и оценил скорость распространения волны напряжений вдоль островной дуги в 50-170 км/год. Волна деформации генерируется в зоне субдукции и распространяется со скоростью  $v$  вдоль разлома по простирацию погружающейся плиты (рис. 1.4).

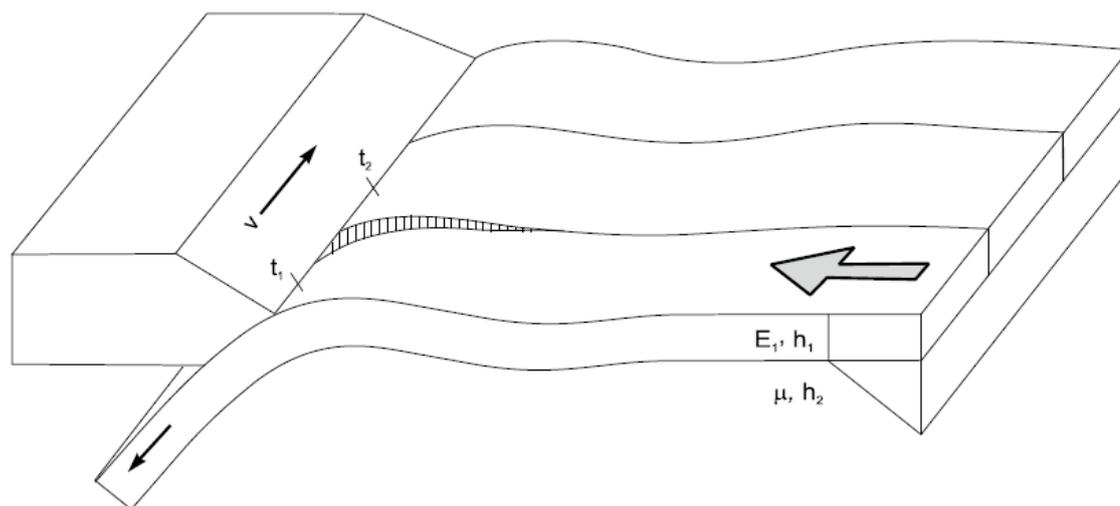


Рисунок 1.4 – Модель миграции землетрясений в зоне субдукции

Дж. Райс [488] модифицировал модель Эльзассера заменив ньютоновскую реологию вязкой астеносферы на максвелловскую реологию вязкоупругого тела. Введение этой поправки позволило учесть то обстоятельство, что астеносфера реагирует на быстрые нагрузки как упругое тело, а в низкоскоростном пределе отклик астеносферы на нагрузку будет, как и в модели Эльзассера, только вязким. Данная модель применима для математического описания скольжения по контакту плит (разлому) двух типов: сброс и надвиг (рис. 1.5).

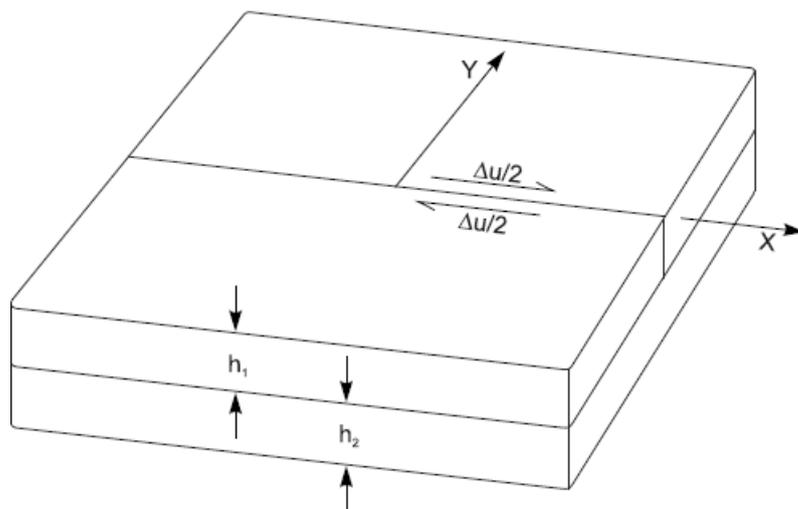


Рисунок 1.5 – Возбуждение волны напряжений при подвижке в разломе и ее распространение внутрь плиты [488]

Смещение в плите для больших промежутков времени записывается в виде

$$u(y, t) = (\Delta u/2) \operatorname{erfc}(y/2\sqrt{\alpha t}), \alpha = \frac{h_1 h_2 E_1}{\mu} \quad (1.4)$$

и отражает распространение внутрь плиты диффузионной волны, вызванной скольжением по разлому. В дальнейшем модель Райса была применена для анализа распространения деформационных фронтов через кору и литосферу. В частности, было показано, что сцепление между литосферой и астеносферой контролирует пространственно-временное распределение цепочки последовательных сильных землетрясений вдоль границ литосферных плит. Модель Райса также показывает, что перенос напряжений осуществляется и от границ вглубь плит, что может объяснять возникновение и миграцию внутриплитных землетрясений.

Дальнейшая модификация модели Эльзассера состояла в учете латеральной неоднородности литосферы [225]. Было показано, что скорость миграции напряжений возрастает с увеличением толщины литосферы, что может служить объяснением причины столь широкого диапазона значений скорости миграции землетрясений в различных сейсмоактивных регионах.

Дж. Сэвидж [495] предложил рассматривать движение блоков земной коры вдоль трансформного разлома в виде потока краевых дислокаций. Скорость деформации пропорциональна потоку дислокаций, поведение которого контролируется физическими свойствами зоны разлома. Принципиальный результат, полученный при использовании данной модели, заключается в том, что механизм потока дислокаций приводит к криповым волнам вдоль трансформного разлома – волнам напряжений. По расчетам Дж. Сэвиджа, скорость таких волн вдоль разлома Сан-Андреас составляет порядка 10 км/год, зависит от амплитуды деформации и увеличивается с ее ростом. Согласно выдвинутой гипотезе криповые волны вызывают резкое изменение движения в разломе и связаны с миграцией сильных землетрясений вдоль северо-восточной окраины Тихого океана.

В работе [539] рассмотрена принципиально иная модель земной коры, представляющая собой блоки (A, a) земной коры (рис. 1.6), разделенные «мягкими» ослабленными переходными зонами (B, b) – прослойками, которые могут представлять собой трещиноватые флюидонасыщенные среды с модулями упругости, намного меньшими, чем модули материала блоков.

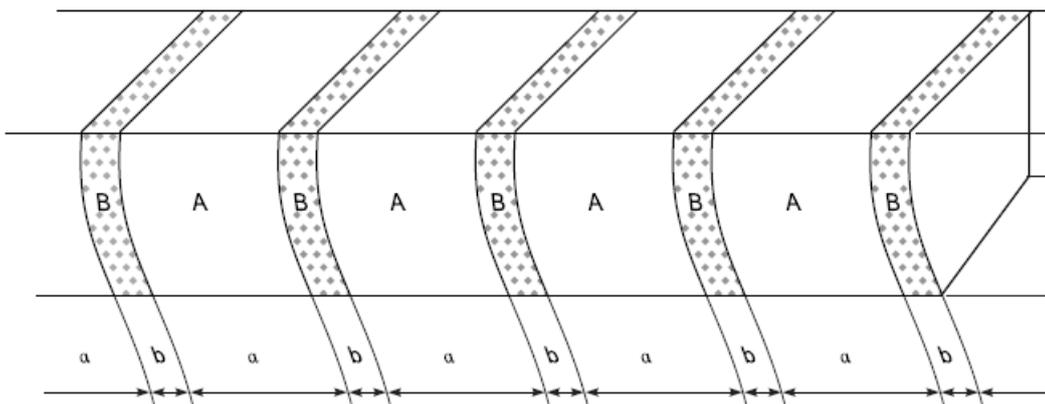


Рисунок 1.6 – Структурная модель земной коры в виде блоков с «мягкими» прослойками [539]

Авторы модифицировали неупругую модель Максвелла в связи с тем, что согласно множественным лабораторным экспериментам классические

вязкоупругие модели (Ньютона, Максвелла, Кельвина-Фойгта и др.) неадекватно отражают реологию геоматериалов. Согласно модели миграция  $v$  возмущений деформаций вдоль цепочки, состоящей из четырех блоков с линейным размером  $(a + b)$ , равна

$$v = 2(a + b) \frac{\omega}{\pi}. \quad (1.5)$$

Согласно (1.5), скорость «медленной» волны напряжения в блоковой среде определяется только геометрическими размерами блоков и частотой их колебаний. Для блоков размером 10 км и частоты  $10^{-5}$ - $10^{-8}$  с $^{-1}$  соотношение (1.5) дает скорость в 30 км/год что согласуется с многочисленными наблюдениями.

### 1.2.2 Модели, основанные на уравнения sin-Гордона

Вязкоупругие или упругопластические модели, рассмотренные выше, не учитывают блочное строение земной коры и литосферы, а также не позволяют описать медленные тектонические деформации в виде уединенных волн. Поэтому в конце прошлого века была высказана гипотеза о том, что «медленные» деформационные волны, наблюдаемые в зонах активных разломов и сейсмоактивных регионах, по своей природе есть солитоны. Это гипотеза послужила толчком к использованию классического уравнения sin-Гордона и различных вариантов возмущенного уравнения sin-Гордона для моделирования динамики разломных зон и сопутствующих деформационных и сейсмических эффектов [32, 106].

Классическое уравнение sin-Гордона имеет вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} = \sin U, \quad (1.6)$$

где  $\xi$ ,  $\eta$  – пространственная и временная координаты,  $U$  – динамическая переменная (угол поворота или смещения блока среды). Если искать решение в виде бегущей волны ( $\beta$  – скорость волны)  $U = U(\tau) = U(\xi - \beta\eta)$ , то уравнение (1.6) переходит в

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} = \frac{\sin U}{1 - \beta^2}. \quad (1.7)$$

Уравнение (1.7) имеет следующие общеизвестные решения:

1. Периодические быстрые кноидальные волны ( $0 < k < 1; \beta^2 > 1$ )

$$U = 2 \arcsin \left( k \operatorname{sn} \left[ -\frac{1}{k} \left( \frac{\xi - \beta \eta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right); k \right] \right), \quad (1.8)$$

$$V = \frac{\partial U}{\partial \eta} = -\frac{\beta k}{\pi(\beta^2 - 1)^{1/2}} \operatorname{cn} \left[ \left( \frac{\xi - \beta \eta}{(\beta^2 - 1)^{1/2}} \right); k \right]. \quad (1.9)$$

Решение (1.8) – бегущая волна, осциллирующая около значения  $U = 0$ , решение (1.9) соответствует периодической волне с нулевым средним значением.

2. Периодические медленные кноидальные волны ( $0 < k < 1; \beta^2 < 1$ )

$$U = \arcsin \left\{ \pm \operatorname{cn} \left[ -\frac{1}{k} \left( \frac{\xi - \beta \eta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right); k \right] \right\}, \quad (1.10)$$

$$V = \frac{\partial U}{\partial \eta} = \pm \frac{\beta}{\pi k (1 - \beta^2)^{1/2}} \operatorname{dn} \left[ \frac{1}{k} \left( \frac{\xi - \beta \eta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right); k \right]. \quad (1.11)$$

Решение (1.11) представляет собой периодическую последовательность импульсов с пространственным периодом  $2k(1 - \beta^2)^{1/2}K(k)$ , где  $K(k)$  – полный эллиптический интеграл второго рода. В выражениях (1.8)–(1.11)  $\operatorname{sn}[\xi; k]$ ,  $\operatorname{cn}[\xi; k]$ ,  $\operatorname{dn}[\xi; k]$  – эллиптические функции Якоби,  $k$  – модуль эллиптической функции.

3. Уединенные волны – солитоны ( $k \rightarrow 1, \beta^2 < 1$ )

$$U = 4 \operatorname{arctg} \left[ \exp \left( \pm \frac{\xi - \beta \eta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right) \right], \quad (1.12)$$

$$V = \frac{\partial U}{\partial \eta} = \pm \frac{\beta}{\pi(1 - \beta^2)^{1/2}} \operatorname{sech} \left( \frac{\xi - \beta \eta}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \right). \quad (1.13)$$

Решение (1.12) представляет собой кинк, волна с измененным профилем в виде перегиба по переменной  $U$ , решение (1.13) – солитон, уединенная волна, перемещающаяся со скоростью  $\beta$ . Решения уравнения sin-Гордона схематически приведены на рисунке 1.7.

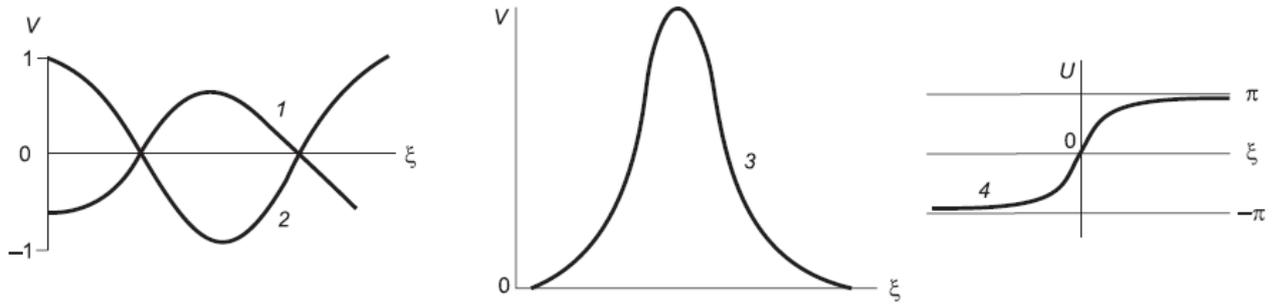


Рисунок 1.7 – Профили скоростей  $V$  частиц в «быстрой» (1), «медленной» (2) и уединенной (3) волнах, смещения  $U$  частиц (4) – кинк [31]

В.Н. Николаевским была сконструирована упругая модель, отвечающая микроплитовому строению литосферы (земной коры или катакластически раздробленного массива) с учетом инерции кинематически независимых поворотов  $\Phi$  микроплит. Соответствующая модификация механики Коссера привела к балансу моментов количества движения в виде уравнения sin-Гордона [129] (в плоском случае)

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -\frac{f}{\rho_0 R} \sin \Phi, \quad (1.14)$$

где  $c$  – волновая скорость поворота блоков (микроплит),  $f$  – «восстанавливающая сила», равная произведению упругого модуля микроплиты (контакта блока с соседом) на площадь контакта,  $\rho_0$  – плотность микроплиты,  $R$  – радиус поворота микроплиты. Одним из решения уравнения (1.14) является солитонообразная волна – кинк:

$$u = 4\sqrt{J} \arctg \left( \exp \left[ \frac{(x-Vt)\sqrt{f/\rho_0 R}}{\sqrt{1-(V/c)^2}} \right] \right), \quad (1.15)$$

где  $J$  – момент инерции блока на единицу его объема,  $V$  – скорость движения кинка. Из (1.15) следует, что в блочной (фрагментированной) геосреде возможно распространение медленных уединенных волн микроповоротов блоков, движущихся со скоростями на много порядков меньшими, чем скорости сейсмических волн.

В модели [40] рассмотрено деформирование фрагментированной геосреды в предельном равновесном случае. На макроуровне геоматериал находится в состоянии пластического течения и подчиняется условию Кулона-Мора, но при этом на микроуровне сохраняется упругая связь между изгибающими и крутящими моментами  $m$  и кривизнами граней блоков  $B$ . В модели постулируется линейное соотношение  $\vartheta = \vartheta^0 - S\phi_3$ , которое характеризует асимметрию поля напряжений,  $\vartheta^0$  – значение параметра  $\vartheta$  к моменту начала пластического течения,  $S$  – постоянный параметр который может принимать отрицательные и положительные значения,  $\phi_3$  – кинематически независимые микроповороты отдельных фрагментов в плоском случае. Положительные значения параметра  $S$  соответствует разупрочнению фрагментированного массива горных пород вследствие уменьшения коэффициента трения качения между блоками. Уравнение динамического поведения фрагментированной среды в этом случае имеет вид

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} - \frac{B}{J} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - \frac{2S}{J} (\Upsilon + \alpha p \cos \vartheta) \sin \vartheta = \left( \frac{\partial^2 \vartheta^0}{\partial t^2} - \frac{B}{J} \frac{\partial^2 \vartheta^0}{\partial x^2} \right) - S \left( \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial t^2} - \frac{B}{J} \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x^2} \right), \quad (1.16)$$

где  $J$  – момент инерции блока на единицу его объема,  $p$  – среднее давление,  $\alpha$  и  $\Upsilon$  – параметры сухого трения и сцепления соответственно.

При  $\alpha = 0$ ,  $\vartheta^0 = const$  и постоянном угле поворотов  $\phi_3$ , распространение одномерного динамического возмущения описывается уравнением sin-Гордона:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} - \frac{B}{J} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{2S}{J} \Upsilon \sin \vartheta. \quad (1.17)$$

В случае упрочнения фрагментированной среды ( $S < 0$ ) решением уравнения (1.17) является кинк (рис. 1.8):

$$\vartheta = 4 \operatorname{arctg} \left[ \exp \left( \frac{(x-vt)\sqrt{2SY/J}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \right) \right], \quad (1.18)$$

где  $c = \sqrt{B/J}$ ,  $v$  – скорость кинка.

При разупрочнении среды ( $S > 0$ ) решением уравнения (1.17) является периодическая функция – бризер:

$$\vartheta = 4\arcsin \left\{ a \sin \left[ b \left( 2 \frac{SY}{J} \right)^{1/2} t \right] / b \operatorname{ch} \left[ a \left( 2 \frac{SY}{J} \right)^{1/2} x_1 \right] \right\}, a^2 + b^2 = 1. \quad (1.19)$$

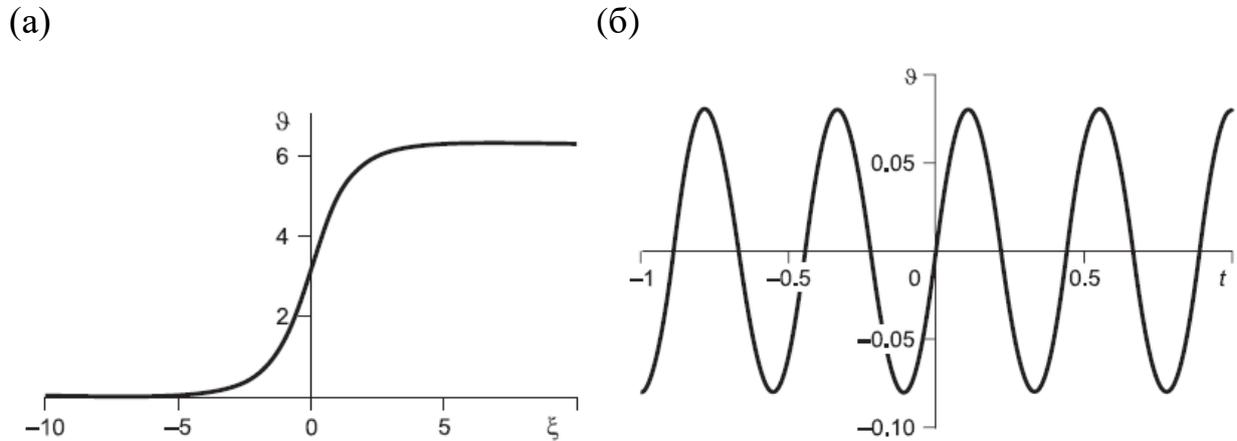


Рисунок 1.8 – Решения уравнения (1.18) в виде кинка (упрочнение среды) и бризера (разупрочнения среды) [39]

В предельном случае, когда солитонные и волновые скорости равны, решение представляет собой осцилляции, распространяющиеся со скоростью линейной волны собственных поворотов блоков (микроплит).

В работе [118] рассмотрен случай, когда микроплиты могут совершать микроповороты, независимые от трансляционных смещений. Это предположение приводит к двум уравнениям  $\sin$ -Гордона для перемещений и поворотов блоков и соответствующим решениям в виде кинка. Независимость двух кинематических мод является принципиальным отличием данной модели от описанных выше. В результате численных оценок показано, что скорость поворотной волны при размере блоков  $R = 100$  метров составляет несколько километров в год. Также данная модель позволила показать, что движение «медленной» волны поворотов блоков (микроплит) сопровождается перемещением «связанной» с ней уединенной поперечной волны смещений с такой же малой скоростью (рис.1.9).

Из теоретической физики известно, что при малых возмущениях кинк уравнения  $\sin$ -Гордона является устойчивым образованием и при движении

испускает фононы – волны малой амплитуды, а затем восстанавливается [32, 255].

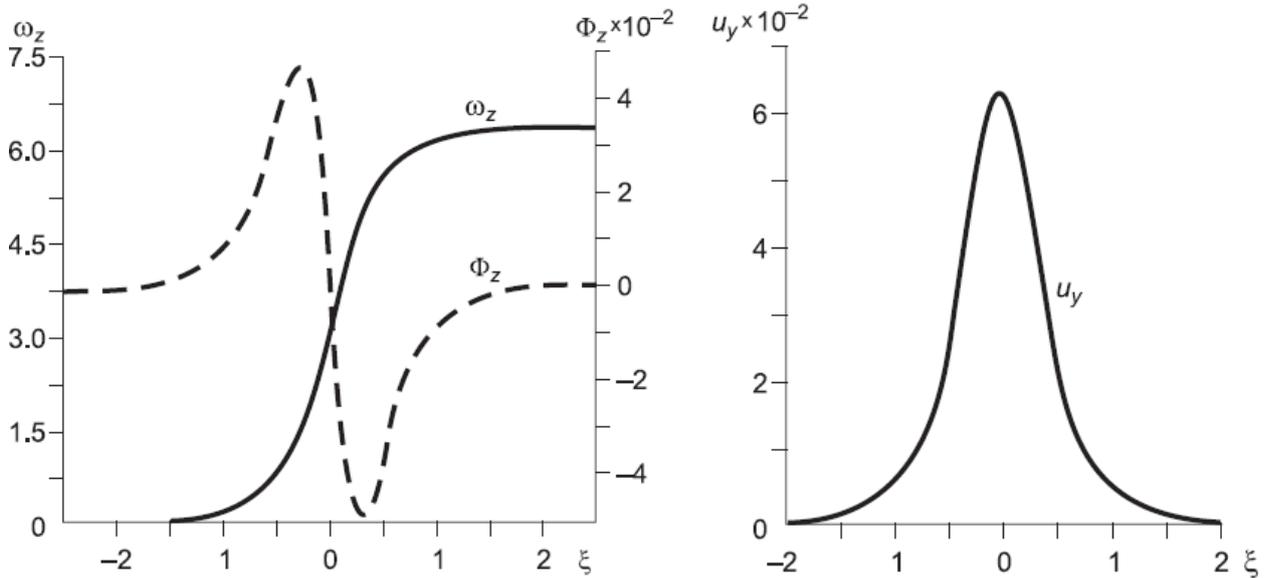


Рисунок 1.9 – Решение уравнения sin-Гордона в виде кинка (а) для микроповоротов  $\omega_z$  (сплошная линия) и соответствующее ему решение для поперечного смещения  $u_y$  (б) [118]

Это свойство было использовано в качестве аналогии при построении моделей миграции медленного скольжения и тремора с использованием возмущенного уравнения sin-Гордона.

В рамках модели [326] основные решения возмущенного уравнения sin-Гордона – солитоны (кинки) и ангармонические колебания (фононы) – интерпретированы как импульсы скольжения и сейсмический тремор соответственно. Излучение фононов может возникать вследствие ускорения или замедления импульса скольжения (кинка), взаимодействия импульса скольжения с большими неровностями границы плит, воздействия внешнего возмущения напряжения на границы плит. При учете только воздействия внешнего возмущения уравнение для смещения имеет вид возмущенного уравнения sin-Гордона [326]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sin u = \Sigma_S^0 - f, \quad (1.20)$$

где  $\Sigma_S^0$ ,  $f$  – внешнее сдвиговое напряжения и сила трения на единицу площади (нормированные на  $\mu A/2\pi$ ,  $\mu$  – модуль сдвига,  $A$  – безразмерный параметр, отражающий отношение фактической и номинальной площади контакта двух плит). Поиск решения в виде бегущей волны  $u = u(x - Ut) = u(\xi)$  дает при  $U^2 > 1, 0 \leq m \leq 1$  решение в виде фононной моды с начальной фазой движения  $\xi_0$ :

$$u = 2 \arcsin \left[ \sqrt{m} \operatorname{sn} \left( \frac{\xi - \xi_0}{\sqrt{U^2 - 1}}; m \right) \right]. \quad (1.21)$$

Модель предсказывает генерацию излучения (1.21) в диапазоне частот, определяемом параметрами разлома, и возбуждение колебаний резонансного типа внутри разлома в некоторых диапазонах глубин. В случае  $U^2 < 1$  решением уравнения (1.20) будет локализованная волна в виде возмущенного кинка (солитона):

$$u_0(x, t, U, X) = 4 \operatorname{arctg} \left[ \exp \left( \pm \frac{x - \int_0^t U dt' - X}{\sqrt{1 - U^2}} \right) \right], \quad (1.22)$$

где  $X$  – начальное положение (координата) центра солитона. Взаимодействие между фононом и кинком, т.е. между двумя модами (1.21) и (1.22), возможно, если правая часть уравнения (1.20) не равна нулю.

В работе [33] представлена модель изменения режима скольжения по разлому и генерирования деформационных волн, соответствующая возмущенному уравнению sin-Гордона. Предположения о периодическом расположении зерен шероховатости по разлому, об отсутствии «зацеплений» (asperity) в разломе и пропорциональности силы трения квадрату скорости  $F_r \sim (\partial U / \partial \eta)^2$  сдвигового течения вещества прослойки позволяют получить точные аналитические решения возмущенного уравнения sin-Гордона в виде медленных кноидальных и уединенных волн [33]. При указанных предположениях и введении в качестве источника энергии безразмерной тектонической силы  $\sigma = F_{tect} / mg$  уравнение для нормированного смещения имеет вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} = \sin U + \alpha_0 \left( \frac{\partial U}{\partial \eta} \right)^2 - \sigma(\eta), \quad (1.23)$$

$$U = 2\pi \frac{u}{a}, \xi = \frac{\pi x}{ap}, \eta = \frac{\pi \omega_0 t}{p}, p^2 = \frac{a^2 D_t}{4mgh}, \omega_0^2 = \frac{D_t}{m}, \alpha_0 = \frac{9}{8\pi} \frac{a\mu}{d\delta\rho(gh)^{1/2}},$$

где  $u$  – смещение блоков, расположенных по длине разлома,  $a$  – расстояние между центрами блоков,  $D_t$  – тангенциальная контактная жесткость,  $m$  – масса блока,  $h$  – расстояние между соседними слоями блоков,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\mu$  – вязкость прослойки между блоками,  $d$  – диаметр кругового контакта блоков,  $\delta$  – толщина прослойки,  $\rho$  – плотность материала блока,  $\alpha_0$  – параметр трения,  $\sigma(\eta)$  – функция, отражающая внешнее воздействие на контакт бортов разлома.

Уравнение (1.23) по структуре совпадает с уравнением динамики отдельного флюксона в джозефсоновской линии передачи с диссипацией и источниками энергии. Решениями уравнения (1.23) в форме бегущей волны являются медленные кноидальные волны:

$$U = \arcsin \sigma_0 + 2 \arcsin \left[ \text{cn} \left( \frac{1}{k} \left( \frac{\sigma_0}{2\alpha_0\beta^2} \right)^{1/2} (\tau - \tau_0); k \right) \right], \quad (1.24)$$

$$V = \frac{\partial U}{\partial \eta} = \pm \frac{\beta}{\pi k(1-\beta^2)^{1/2}} \text{dn} \left[ \frac{1}{k} \left( \frac{\sigma_0}{2\alpha_0\beta^2} \right)^{1/2}; k \right], \quad (1.25)$$

$$k = \left( \frac{2\sigma_0}{\sigma + \sigma_0} \right)^{1/2}, \sigma_0 = \frac{2\alpha_0^2}{((1-\beta^2)^2 + 4\alpha_0^2\beta^2)^{1/2}},$$

где  $\beta$  – безразмерная скорость. Таким образом, модель (1.23) соответствует ситуации, когда независимо от типа источника энергии  $\sigma$  (внешнего воздействия или постоянной тектонической нагрузки) разломная геосреда формирует последовательность одиночных импульсов с пространственным периодом, определяемым реологическими параметрами разломной зоны. Это может приводить к периодическому скольжению по разлому, вызывающему как обычные, так и «медленные» землетрясения. При  $\sigma \rightarrow \sigma_0$  модуль эллиптической функции  $k \rightarrow 1$  и возникает предельно нелинейный случай,

когда периодические волны (1.24) трансформируются в движущиеся уединенные волны (солитоны). В случае отсутствия трения  $\alpha_0 = 0$  решение уравнения (1.23) совпадает с решением классического уравнения  $\sin$ -Гордона. В общем случае скорость подвижки (солитона) зависит от параметра трения  $\alpha_0$ , который «управляет» сменой режимов скольжения: при  $\alpha_0 \rightarrow 0$  скорость и амплитуда солитона резко возрастают. С одной стороны, величина скорости зависит от состояния контакта, а с другой – рост скорости способствует ослаблению самого контакта. Этот факт подчеркивает нелинейный характер деформационного процесса.

В работах [29, 260] представлено обобщение уравнения (1.23) на случай учета неоднородности условий трения по длине разлома. Вариация параметра трения  $\alpha_0$  приводит к распространению солитона с изменяющейся скоростью (рис. 1.10). Эволюция скорости  $V_\alpha$  волны активизации разлома при дополнении параметра трения  $\alpha$  некоторой периодически изменяющейся составляющей  $\alpha_1$  соответствует режиму циклического внесения возмущения в некоторые сегменты разлома.

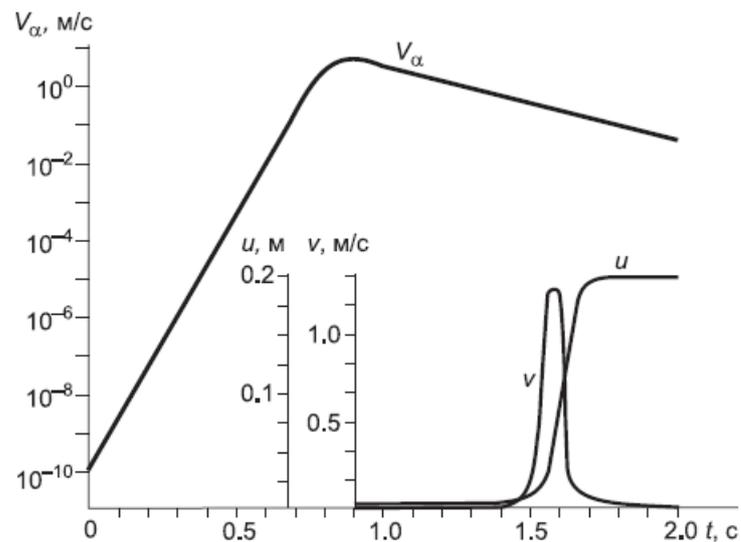


Рисунок 1.10 – Эволюции скорости уединенной волны  $V_\alpha$  активизации, подвижки  $u$  и скорости подвижки  $v$  в разломе [29]

В результате при определенных параметрах модели уединенная волна «выходит» на стационарный режим со значениями  $V_\alpha \sim 10^{-4} - 10^{-1}$  м/с, соответствующими регистрируемыми деформационным волнам.

Несмотря на существенное развитие подходов к моделированию динамики разломных зон и сопутствующих деформационных и сейсмических эффектов с использованием уравнения sin-Гордона и его модификаций, важно обратить внимание два принципиальных момента. Первый момент заключается в том, что строго получить уравнение sin-Гордона из уравнений механики сплошной среды, а значит и медленные уединенные волны, наблюдаемые в разломно-блоковой геосреде, без дополнительных предположений не представляется возможным. Справедливость применения уравнения sin-Гордона и его модификаций к геосредам доказывается тем, что вытекающие из него следствия согласуются с результатами наблюдений. Второй момент связан с самой природой солитона. Солитон – уединенная волна, распространяющаяся в консервативной среде. Скорость, форма и амплитуда солитона зависят не только от параметров среды, но и от условий его образования, более того, свойством аннигиляции солитоны не обладают. Обозначенные моменты привели к пониманию того, что наблюдаемые «медленные» волновые процессы в геосреде, как открытой термодинамической системе, имеют автоволновую природу.

### **1.2.3 Модели медленных деформационных автоволновых процессов**

Впервые принципиальная возможность генерирования глобальных тектонических автоволн в системе литосфера-астеносфера показана в работе [130]. В.Н. Николаевский дополнил модель Эльзассера изгибом литосферной плиты (рис. 1.11), что привело к строгой математической теории распространения деформационных (тектонических) волн.

Введение вертикальных подвижек, связанных с изгибом литосферы, существенно меняет сценарий эволюции тектонических движений. Двумерная модель взаимодействия литосферы и астеносферы [133] за счет вертикальных

смещений и вязких касательных напряжений на их контакте дает в качестве решений либо периодические волны малой интенсивности (стоячие и диффузионные), либо уединенные волны.

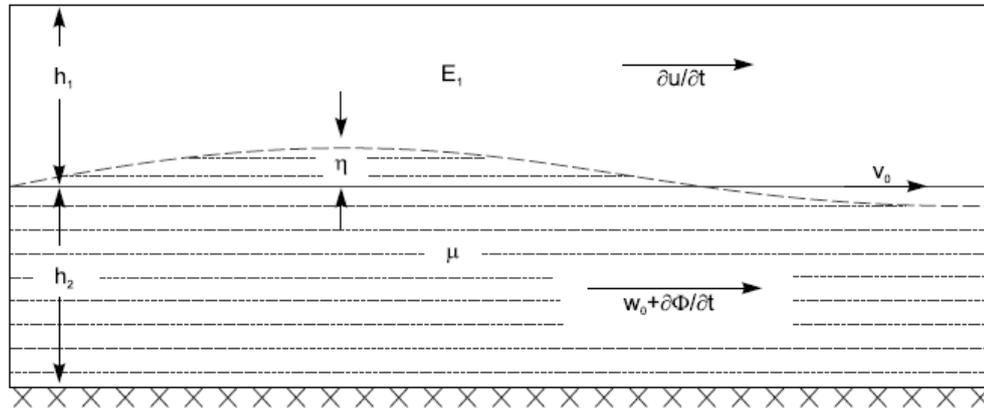


Рисунок 1.11 – Схема возбуждения тектонических волн в системе литосфера – астеносфера при изгибе литосферной плиты

Энергия уединенных волн пополняется из стационарного астеносферного потока, возникающего при подвижке литосферы по астеносфере, и компенсирует вязкие потери. Это служит физическим обоснованием автоволнового механизма генерации уединенных тектонических волн. Скорость  $v$  и длина  $\lambda$  незатухающих тектонических волн определяется скоростью смещения литосферных плит относительно астеносферы  $v_0$ , прогибом литосферы  $\eta$  и ее толщиной  $h_1$

$$v = \frac{\delta h_1 v_0}{\eta}, \lambda = \frac{\delta \mu h_1 v_0}{\eta E_1}, \quad (1.26)$$

где  $\delta$  – коэффициент, близкий к 1. Необходимо отметить, что в случае уменьшения вязкости астеносферы или увеличения модуля упругости литосферы длина уединенной волны уменьшается, но скорость остается постоянной.

В работе [465] сделана попытка построить автоволновую модель полей деформаций, приводящих к землетрясениям, которая самими авторами признана неудачной. В связи с активным использованием для моделирования

динамики разломных зон и сопутствующих деформационных и сейсмических эффектов моделей, основанных на уравнении sin-Гордона, дальнейшее развитие «автоволновой» подход получил в начале XXI века.

Ю.О. Кузьмин предложил модель формирования автоволновых деформаций в зонах разломов [81, 384], базирующуюся на уравнении нелинейной диффузии смещений земной поверхности. Убедительно показано, что пространственно-временная миграция аномалий современных движений земной поверхности в зонах разломов – следствие автоволновых деформационных процессов в активной, возбудимой геологической среде. Предложенное уравнение смещений земной поверхности соответствует по своей структуре уравнению Колмогорова-Петровского-Пискунова. Существование автоволновых структур естественным образом поддерживается притоком энергии региональных и глобальных геодинамических процессов. Согласно предложенной модели скорость деформационных автоволн определяется как

$$V_0 = \sqrt{2} \frac{l}{t_a}, \quad (1.27)$$

где  $l$  – расстояние между разломными зонами, в которых наблюдаются аномальные деформации земной поверхности, или расстояние между активизированными сегментами внутри разломных зон,  $t_a$  – длительность развития аномального деформационного процесса. Соотношение (1.27) для различных вариаций входящих параметров дает оценку скорости автоволновых деформаций от 4 до 60 км/год [81]. Необходимо отметить, что соотношение (1.27) позволяет формализовать различие между межразломными и внутриразломными «медленными» деформационными волнами: различие в скоростях распространения обоих типов волн определяется отношением расстояний между разломными зонами в первом случае и между активными сегментами во втором, которое может варьироваться, согласно [81], в пределах 200-400%.

В.Б. Спиртус, исходя из представления, что уединенные волны миграции сейсмичности являются автосолидонами, предложил модель возбудимой иерархически-блоковой сейсмической среды (аналог модели активной среды с восстановлением) [167, 168, 169], где в качестве переменных используется интенсивность сейсмической активности и степень «неконсолидированности» характерного блока среды. Управляющим параметром модели является средняя скорость деформации, определяющая уровень сейсмической активности. Построенная математическая модель соответствует модифицированной модели типа Фитцхью-Нагумо и дает возможность объяснить обратную зависимость между скоростью миграции толчков и энергией сейсмических событий, а также некоторые особенности миграции сейсмичности.

В работах Макарова П.В. [106, 419] была выдвинута гипотеза о том, что «медленные» деформационные волны и сами разломные зоны по своей физической природе являются автосолидонами – бегущими и статическими соответственно. Все свойства автосолитонов, которые могут быть сгенерированы в нагружаемых (неконсервативных) средах, полностью определяются нелинейными свойствами среды, в которой они сгенерированы, и никак не зависят от воздействий на границах. Воздействия на границах нагруженной геосреды необходимы, чтобы только спровоцировать потерю устойчивости среды и формирование в ней автосолитонного возмущения [420]. Динамика автосолитонных возмущений традиционно описывается системами уравнения типа переноса (например, двумя уравнениями параболического типа для ингибитора  $\alpha$  и активатора  $\beta$ ). Известно, что достаточно двух параболических уравнений, чтобы изучить фактически все возможные типы автосолитонов [376]. В работе [419] показано, что в прочной деформируемой среде в качестве активатора  $\beta$  будут выступать напряжения, а ингибитора  $\alpha$  – неупругие деформации. Уравнение состояния  $F(\sigma, \varepsilon) = 0$  определяет как параметры автосолитонов, так и саму возможность генерации в упругопластической среде автосолитонных возмущений.

Полная математическая модель, использованная П.В. Макаровым [420] для описания процесса генерации и распространения «медленных» деформационных возмущений в среде, содержит фундаментальные уравнения механики сплошных сред (1.28) – (1.31), разделение тензора напряжений на шаровую и девиаторную части (1.32) и определяющее уравнение упругопластической среды в форме изотропной гипотезы (1.33-1.34), теории пластического течения с критерием текучести Мизеса (1.35) – (1.36) и специфической функцией упрочнения- разупрочнения (1.37)

$$\rho_0 V_0 = \rho V, \quad (1.28)$$

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x^j}, \quad (1.29)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right), \quad (1.30)$$

$$\dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x^j} - \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right), \quad (1.31)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = -\dot{P} \delta_{ij} + \dot{S}_{ij}, \quad (1.32)$$

$$\dot{P} = -K \dot{\varepsilon}_{ii}, \quad (1.33)$$

$$\dot{S}_{ij} = 2G \left[ (\dot{\varepsilon}_{ij}^T - \dot{\varepsilon}_{ij}^P) - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{ij} \delta_{ij} \right] - S_{ik} \dot{\omega}_{kj} + S_{kj} \dot{\omega}_{ik}, \quad (1.34)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^P = \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} = \lambda S_{ij}, \text{ при } f(\sigma_{ij}) \geq 0, \quad (1.35)$$

$$\text{где } f(\sigma_{ij}) = \sqrt{J_2} - Y = \sqrt{\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}} - Y, \quad (1.36)$$

$$Y = \begin{cases} S - \varepsilon^p \frac{S-s}{e}, & \text{если } 0 < \varepsilon^p < e \\ s + h(\varepsilon^p - e), & \text{если } \varepsilon^p > e \end{cases}, \quad (1.37)$$

где  $\rho_0$  – начальное значение плотности,  $V_0$  – начальный элементарный объем,  $\rho$  – текущее значение плотности материала,  $V$  – текущий элементарный объем,  $v_i$  – компоненты вектора скорости,  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений,  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  – компоненты тензора скорости деформации,  $\dot{\omega}_{ij}$  – компоненты тензора скорости

вращения,  $P$  – давление,  $K$  – объемный модуль упругости,  $\dot{\epsilon}_{ii}$  – скорость объемной деформации,  $S_{ij}$  – компоненты девиатора тензора напряжений,  $G$  – модуль сдвига,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\dot{\epsilon}_{ij}^T \equiv \dot{\epsilon}_{ij}$  – компоненты тензора скорости полной деформации ( $\dot{\epsilon}_{ij}^T = \dot{\epsilon}_{ij}^P + \dot{\epsilon}_{ij}^e$ , где  $\dot{\epsilon}_{ij}^P$  – компоненты тензора скорости неупругой деформации),  $S_{ik}\dot{\omega}_{kj} + S_{kj}\dot{\omega}_{ik}$  – поправка на поворот, которая возникает при использовании коротационной производной Яуманна к тензору напряжений, точка над символом означает материальную производную по времени,  $f(\sigma_{ij})$  – условие текучести Мизеса,  $Y$  – предел текучести,  $J_2$  – второй инвариант девиатора тензора напряжений,  $\lambda$  – пластический множитель,  $S$  – верхний предел текучести,  $s$  – нижний предел текучести, параметр  $e$  характеризует наклон разупрочнения (релаксацию напряжений),  $h$  – коэффициент (модуль) деформационного упрочнения,  $\epsilon^p = \sqrt{2/3 e_{ij}e_{ij}}$  – интенсивность пластической деформации, где  $e_{ij}$  – компоненты девиатора тензора деформаций.

В работе [420] подчеркивается, что описание поведения среды в гипоупругом виде позволяет реализовать нелинейное деформационное поведение. Ключевой особенностью модели пластичности является особая форма упрочнения и разупрочнения (1.37). Учет не только упрочнения, но и разупрочнения, а значит релаксации напряжений, позволяет воспроизвести генерирование автоволны в рамках нелинейных диссипативных моделей сред. Самоорганизованный переход среды из упругого состояния в пластическое в виде автосолитона, распространяющегося по среде, обусловлен неустойчивостью механического поведения среды с таким видом реологического отклика – перегрузкой среды до неустойчивого состояния  $S$  и последующей релаксацией напряжения до состояния  $s$ . Именно параметры  $S$  и  $s$ , а также скорость релаксации напряжений от состояния  $S$  до состояния  $s$ , определяемая скоростью накопления в конкретной среде деформационных

дефектов и/или повреждений, обуславливают все свойства деформационного автосолитонного возмущения. Математическая модель (1.28-1.37) позволила для случая одноосного сжатия модельного материала исследовать стадийность деформирования и закономерности генерации и распространения «медленной» деформационной автоволны (рис. 1.12). Установлено, что генерация автоволны происходит на границе нагружаемой области вследствие потери материалом сдвиговой устойчивости в локальной области. Движущими силами деформационного автосолитона являются максимальные сдвиговые напряжения, в направлении которых распространяется импульс скорости неупругих деформаций, пересекая область от одной свободной границы до другой. Скорость распространения автосолитона определяется реологическими свойствами среды.

Анализ результатов использования модели (1.28) – (1.37) показал, что помимо возможности описания различных типов деформационных автоволн, являющейся безусловным преимуществом данного подхода, есть и ряд моментов, которые можно отнести к недостаткам. Прежде всего необходимо отметить, что математическая постановка (1.28) – (1.37) не позволяет даже для одномерного случая получить аналитические выражения для автомоделных решений. Для установления зависимостей параметров деформационных автосолитонов от параметров модели необходимо проводить колоссальное количество численных расчетов. Найденные в результате анализа множества решений зависимости будут иметь приближенный характер. Вторым моментом касается численных решений уравнения (1.28) – (1.37) и связан с необходимостью сжатия физического времени на 3-5 порядков для одновременного моделирования распространения «медленных» автоволн и звуковых волн [420]. Это обстоятельство затрудняет моделирование генерации и распространения автоволн в скоростно-чувствительных материалах.

Третье обстоятельство связано с выбранной моделью пластического течения материала, которая ориентирована на металлические материалы и игнорирует влияние первого инварианта напряжений на неупругую

деформацию. Так, в работе [420], показано, что наклон фронта медленного деформационного автосолитона к оси сжатия модельного объема составляет  $45^{\circ}$  (что характерно для металлов).

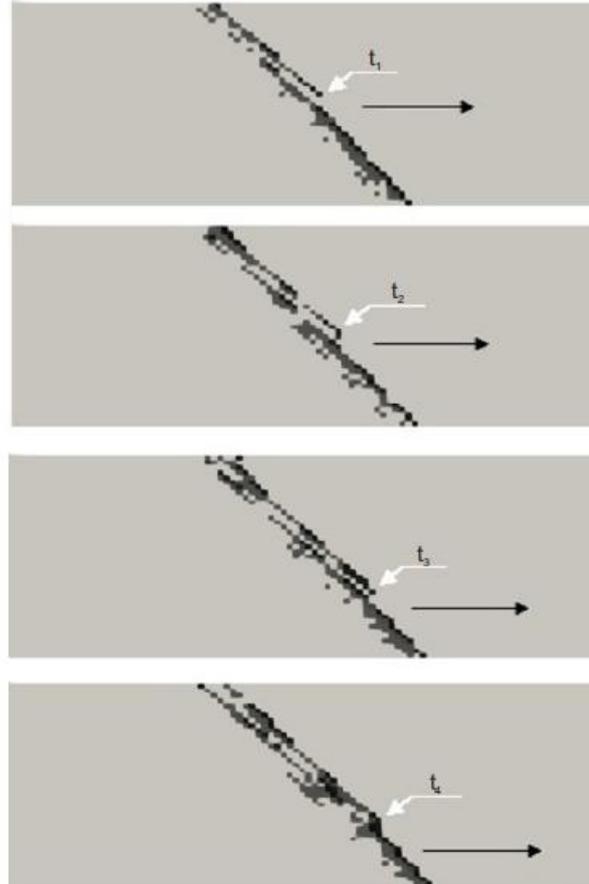


Рисунок 1.12 – Распространение фронта медленного деформационного автосолитона в модельном образце [420]

В работах О.Б. Наймарка с соавторами [124, 467] было предложено использовать развиваемую им теорию структурно-скейлинговых переходов в твердом теле для объяснения закономерностей деформирования геосреды, описания основных способов релаксации напряжений массивами горных пород. Основная идея подхода заключается в том, что отклик среды на внешнее приложенное напряжение определяется, помимо ее величины, параметром структурного скейлинга  $\delta$  – отношением двух характерных масштабов в ансамбле дефектов материала: среднего размера дефектов и среднего расстояния между ними.

Локализованные сдвиги и трещины, определяющие структурные изменения и осуществляющие перенос импульса в среде, могут быть введены в рассмотрение в качестве дополнительных независимых переменных системы, отражающих роль структурных изменений в термодинамических, статистических и динамических свойствах рассматриваемых сред. Эти дефекты описываются симметричными тензорами второго ранга в виде  $s_{ik} = 1/2s(v_i l_k + l_i v_k)$  для случая микросдвигов и  $s_{ik} = sv_i v_k$  для дискообразных трещин [124, 442]. В предположении статистического самоподобия распределения дефектов в среде находится решение стационарного уравнения Фоккера-Планка для функции распределения микросдвигов и микротрещин. Макроскопическая деформация  $p_{ik}$ , индуцированная дефектами, определяется осреднением  $s_{ik}$  по статистическому ансамблю дефектов соответствующего типа, микротрещинам и микросдвигам:  $p_{ik} = n \langle s_{ik} \rangle$ , где  $n$  – концентрация дефектов. В [442] показано, что изменение энергии системы, связанной с формированием локализованных мод деформации, обусловленной дефектами типа микросдвигов и микротрещин, может быть записано в форме  $E - E_0 = -H_{ik}s_{ik} + \alpha s_{ik}^2$  и включает член  $H_{ik}s_{ik}$ , который отражает взаимодействие дефектов с внешним (эффективным) полем, а также взаимодействие между дефектами. «Эффективное поле»  $H_{ik}$  может быть представлено в виде суммы внешнего поля и «среднего» поля, индуцированного дефектами:  $H_{ik} = \gamma \sigma_{ik} + \lambda p_{ik}$ , где  $\sigma_{ik}$  – макроскопический тензор напряжений,  $p_{ik} = n \langle s_{ik} \rangle$  – макроскопический тензор плотности дефектов,  $n$  – концентрация дефектов,  $\lambda$  и  $\gamma$  – параметры материала.

Показано, что с учетом вида функции распределения и изменения энергии одиночного дефекта макроскопическое значение тензора плотности дефектов  $p_{ik}$  (деформации, обусловленной дефектами) определяется из решения уравнения согласования

$$p_{ik} = \int s_{ik} Z^{-1} \exp \left( \left( \sigma_{ik} + \frac{1}{\delta} p_{ik} \right) s_{ik} - s_{ik}^2 \right) ds_{ik}, \quad (1.38)$$

которое включает единственный параметр – параметр структурного скейлинга  $\delta$ .

Решение статистической задачи (1.38) для одномерного случая (например, для одноосного растяжения или чистого сдвига) позволило получить три характерных нелинейных зависимости компонент шаровой  $p^0$  и девиаторной частей  $p'$  тензора деформации, обусловленной дефектами, от приложенного напряжения для различных значений параметра структурного скейлинга  $\delta$  ( $\delta > \delta_* \approx 1.3$ ,  $\delta_c < \delta < \delta_*$ ,  $\delta < \delta_c \approx 1$ , где  $\delta_c$ ,  $\delta_*$  — точки бифуркации решения) (рис. 1.13). При этом полученные зависимости для шаровой и девиаторной частей деформации, обусловленной дефектами, совпадают только в случае приложенных растягивающих напряжений. Различие в случае сжимающих приложенных напряжений объясняется типом выбранных дефектов, описываемых соответствующим структурным параметром  $s_{ik}$ .

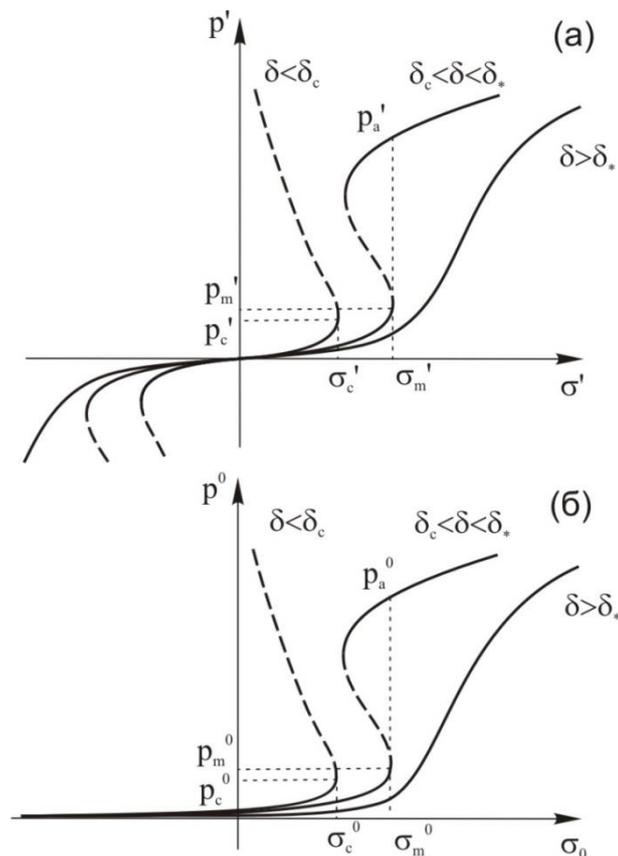


Рисунок 1.13 – Характерные зависимости девиаторной (а) и шаровой (б) частей деформации, обусловленной дефектами, от приложенного напряжения для различных значений параметра структурного скейлинга [467]

Статистический подход к описанию поведения среды с дефектами под внешней нагрузкой дал возможность записать неравновесный потенциал, описывающий развитие локализованных дисторсий при различных сценариях, связанных с типами нелинейности самого потенциала, и представляющий «минимальное разложение» для неравновесной свободной энергии. Потенциал задается полиномом 6-й степени и имеет форму, подобную форме разложения Гинзбурга–Ландау.

Для случая чистого сдвига (обозначим  $\sigma = \sigma_{xz}$ ,  $p = p_{xz}$ ) кинетика параметров порядка (деформации, обусловленной дефектами, и параметра структурного скейлинга) задается известным эволюционным неравенством  $\partial F / \partial t = \dot{p} \partial F / \partial p + \dot{\delta} \partial F / \partial \delta < 0$ , откуда

$$\frac{dp}{dt} = -A_p [A(\delta, \delta_*)p - Bp^3 + C(\delta, \delta_c)p^5 - D\sigma - \nabla_l(\chi \nabla_l p)], \quad (1.39)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = -A_\delta \left( \frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial \delta} p^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial C}{\partial \delta} p^6 \right), \quad (1.40)$$

где  $A_p$  и  $A_\delta$  – кинетические коэффициенты,  $A, B, C, D, \chi$  – параметры, характеризующие нелинейные и нелокальные свойства среды с взаимодействующими дефектами.

Как это следует из решения уравнения (1.38), переходы через точки бифуркации  $\delta_c$  и  $\delta_*$  приводят к резкому изменению типов коллективных мод для параметра порядка  $p$ . Сценарии переходов определяются групповыми свойствами уравнения (1.39), которые различны для разных интервалов значений параметра структурного скейлинга  $\delta$ . Для достаточно больших  $\delta$  (когда размеры дефектов намного меньше характерного расстояния между ними) собственное решение кинетического уравнения для деформации, обусловленной дефектами, имеет вид периодических структур с пространственным периодом  $\Lambda$  (рис. 1.14). Зависимость  $p(\sigma)$  является монотонной (см. рис. 1.13). Физически это описывает ситуацию, когда для теоретически любых растягивающих напряжений существует равновесная концентрация дефектов. В диапазоне  $\delta_c < \delta < \delta_*$  наблюдается

метастабильность по параметру  $p$ , связанная с ориентационными степенями свободы дефектов.

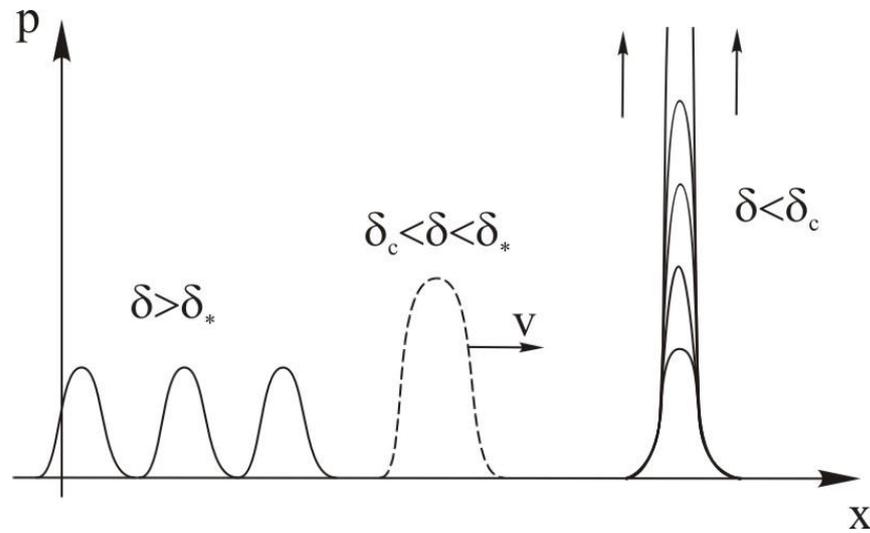


Рисунок 1.14 – Автомодельные решения кинетического уравнения для деформации, обусловленной дефектами: периодические пространственные структуры (при  $\delta > \delta_*$ ), автосолитонные волны (при  $\delta_c < \delta < \delta_*$ ) и локализованные диссипативные структуры обострения ( $\delta < \delta_c$ )

При  $\delta \rightarrow \delta_*$  периодическое собственное решение трансформируется в решение автосолитонного типа  $p(\xi) = p(x - Vt)$  (рис. 1.14). Амплитуда волны, её ширина и скорость волнового фронта определяются параметрами неравновесного ориентационного перехода [123]

$$p = \frac{1}{2} p_a [1 - \text{th}(\xi l^{-1})], l = \frac{4}{p_a} \left( 2 \frac{\chi}{A} \right)^{1/2}, \quad (1.41)$$

$$V = \chi A (p_a - p_m) / 2 \xi^2, \quad (1.42)$$

где  $(p_a - p_m)$  – скачок величины  $p$  в ходе ориентационного перехода. Зависимость свободной энергии от деформации, обусловленной дефектами, имеет два минимума, разделенных потенциальным барьером, переход через который происходит при достижении критического напряжения  $\sigma_m$  и сопровождается скачкообразным ростом плотности дефектов.

Переход через точку бифуркации  $\delta_c$  сопровождается формированием в ансамбле дефектов рассматриваемого пространственного масштаба коллективных мод нового типа – диссипативных структур обострения – пространственно-временных структур, характеризующихся взрывообразной кинетикой зарождения и роста дефектов (рис. 1.14). При этом равновесное накопление дефектов в таком случае возможно только до некоторого критического значения  $\sigma_c(p_c)$ , при переходе через которое начинается лавинообразный рост дефектов (формирование очага макроскопического хрупкого разрушения) на некотором пространственном масштабе. В работе [140] показано, что автомодельные решения уравнения (1.39) соответствуют набору автомодельных решений квазилинейного параболического уравнения LS-типа (по классификации Курдюмова С.П. [87]), согласно которому лавинообразный рост дефектов происходит на пространственном масштабе, уменьшающимся с течением времени. Такой сценарий развития дефектов совпадает с распространенным качественным описанием третьей стадии подготовки землетрясения в соответствии с ЛНТ-моделью [165].

Особенностью построенной модели поведения геосреды с дефектами в поле приложенных внешних напряжений (в отличие от двухстадийной модели разрушения В.С. Куксенко, С.Н. Журкова [51, 86]) является то, что параметр структурного скейлинга, имеющий структуру, аналогичную концентрационному параметру, не является постоянным. Его величина определяет реализацию соответствующего механизма деформирования среды с дефектами (а как следствие, и способ релаксации накопленных напряжений), а эволюция определяет смену этого механизма.

В отличие от подхода Макарова П.В. с соавторами модель структурно-скейлинговых переходов в твердом теле позволяет получить аналитические выражения для различных типов решений кинетического уравнения (1.41), включая автосолиitonные волны. Из (1.42) видно, что скорость распространения автосолитонов определяется глубиной ориентационного перехода в ансамбле

дефектов и величиной параметра  $\chi$ , имеющего смысл коэффициента нелокальности.

Проведенный литературный обзор экспериментальных и теоретических результатов исследования пространственно-временных форм макролокализации деформации в геосреде и «медленных» деформационных автоволн, как одной из них, на различных пространственных масштабах показал, что вопрос об их природе и общих закономерностях проявления на масштабах от сантиметров до сотен километров остается открытым. Это в свою очередь также определяет актуальность данного направления исследований и необходимость использования современных экспериментальных методов для получения новых знаний о формах макролокализации неупругой деформации в горных породах и геосредах.

### **1.3 Макролокализация деформации при прямом одноосном растяжении сильвинита**

В работах сотрудников ИФПМ СО РАН (г. Томск), посвященных экспериментальному исследованию пространственно-временной локализации неупругой деформации в образцах горных пород при их одноосном сжатии (см. параграф 1.1), было показано, что неупругое деформирование сильвинита сопровождается появлением и распространением в образце уединенной зоны локализованной деформации (фазовой автоволны). Скорость распространения автоволны составляет  $10^{-5}$  м/с при скорости деформирования образца  $6 \cdot 10^{-5}$  с<sup>-1</sup>. Необходимо отметить, что исследования форм локализации деформации в сильвините (как и других горных породах) проводились только для условий одноосного сжатия. Тем временем, с точки зрения геомеханического обеспечения безопасности ведения горных работ на месторождениях калийных солей, одной из актуальных задач является обеспечение устойчивости краевых частей подработанного массива, для которых преобладающим механизмом деформирования является растяжение. Это обстоятельство послужило толчком для инициирования настоящего исследования.

Целью экспериментальных исследований, описанных в данном параграфе, является исследование пространственно-временных форм макролокализации деформации при квазистатическом растяжении сильвинита на протяжении всего времени деформирования вплоть до образования магистральной трещины с использованием метода корреляции цифровых изображений и метода акустической эмиссии (АЭ).

### 1.3.1 Условия проведения эксперимента

Испытание на растяжение горных пород является одним из технически наиболее сложных видов испытаний вследствие малых деформационных показателей, а также низкой контактной прочности соляных пород. Эти обстоятельства обусловили широкое использование ряда косвенных методов, которые можно разделить на три группы [117]:

- методы раскалывания (раздавливания) сжимающими нагрузками;
- методы изгиба;
- методы разрыва давлением изнутри.

Наиболее распространенным методом определения прочности при растяжении горных пород является метод разрушения цилиндрических образцов сжатием по образующей (ГОСТ 21153.3–85 «Методы определения предела прочности при одноосном растяжении»), более известный в мировой практике как Бразильский метод. Суть метода заключается в том, что вдоль диаметра цилиндрического/дискообразного образца прикладывается сжимающая нагрузка. В центральной части образца возникают растягивающие напряжения, инициирующие разрушение породного диска. Картина распределения напряжений имеет существенно неоднородный характер [315, 365] и определяется способом передачи образцу сжимающей нагрузки: непосредственно плоскими поверхностями плит пресса (ГОСТ 21153.3–85); зажимными губками либо стержнями специальной формы [315]. Очевидно, что в зависимости от способа приложения нагрузки и как следствие распределения

напряжений, получаемое значение растягивающей прочности будет изменяться для одной и той же породы в достаточно широких пределах.

Среди методов изгиба наиболее распространенными являются методы трехточечного и четырехточечного изгиба образцов в виде балочек прямоугольного либо кругового поперечного сечения. Многие исследователи отмечают, что значения предельного растягивающего напряжения при трехточечном изгибе выше, чем при четырехточечном. Деформирование при изгибе даже хрупких горных пород имеет неупругий характер, тем самым существенно осложняя интерпретацию экспериментальных данных. Механизмы разрушения породных образцов при изгибе определяются не только характеристиками самой породы, но и размером (объемом) образца, а также способом и скоростью приложения нагрузки [310]. Методы разрыва давлением изнутри ввиду специфических особенностей эксперимента и ограниченности применения фактически не используются.

Косвенные методы при относительно простой реализации обладают целым рядом существенных недостатков. Так, они позволяют проводить лишь грубую оценку прочности при растяжении. Но даже для грубой оценки требуется всестороннее исследование породы, и порой результаты различных косвенных методов не только несопоставимы между собой, но также несопоставимы с результатами прямых испытаний [6, 144, 258, 262, 310, 315, 530]. Основной задачей рассмотренных косвенных методов является оценка только прочности при растяжении. При этом другие механические характеристики растягивающего нагружения, такие как энергоемкость деформирования, разрушающая деформация, модуль деформации, модуль упругости и др., получить либо не удастся, либо необходимо использовать иные подходы. Для практического применения полученных результатов зачастую требуется проведение сопоставительных экспериментов по прямому растяжению, что, вообще говоря, ставит под сомнение целесообразность косвенных исследований. Испытания на прямое растяжение – это эталонные исследования, направленные на определение прочностных и деформационных растягивающих

характеристик. Существующие методические рекомендации к проведению данного типа испытаний, изложенные в ГОСТ 21153.3–85, носят общий характер и не дают определенных рецептов для решения практических вопросов, возникающих в ходе лабораторных исследований конкретной породы. Современные технологические решения позволяют проводить прямые испытания образцов квазипластичных пород в условиях одноосного растяжения и исследовать особенности процесса деформирования [6, 144].

В данном исследовании механические испытания проводились на призматических образцах сильвинита Верхнекамского калийного месторождения (Пермский край) с поперечным размером 30×30 мм и высотой 90 мм. Характерный размер кристаллитов основных слагающих минералов галита и сильвина составлял порядка 0.5 мм. Образцы сильвинита испытывались на электромеханическом прессе Zwick Z250 с максимальным усилием 25 тонн.

Для реализации прямого растяжения было использовано специальное реверсивное устройство, позволяющее преобразовывать усилие сжатия в усилие растяжения (рис. 1.15). Устройство представляет собой две металлические чаши, закрепленные на площадках, каждая из которых крепится к противоположному упору посредством двух направляющих. Образец цементируется в чашах, сами чаши, а также направляющие для движения площадок с чашами относительно упоров, фиксируются болтовыми соединениями. Особое внимание уделялось выбору цементирующего состава для фиксации образцов в чашах. Требования, выдвигаемые для скрепляющего состава: хорошая адгезия как с образцом, так и со стальной поверхностью обойм; высокие прочностные и деформационные характеристики; легкость в приготовлении и использовании; доступность; минимальная токсичность. Наиболее полно этим требованиям удовлетворяет магниезильно-фосфатный цемент, применяемый для цементации нефтяных скважин, пробуренных через соленосные горизонты Верхнекамского калийно-магниевого месторождения [117].



Рисунок 1.15 – Испытательное реверсивное устройство с подготовленным образцом

После полного затвердевания цемента для исключения влияния влажности на экспериментальные данные образец вместе с чашами помещался в сушильный шкаф и выдерживался при температуре  $70^{\circ}\text{C}$  до достижения постоянной массы. Далее после остывания образец устанавливался в испытательную машину Zwick Z250. Эксперименты проводились при комнатной температуре. Для исключения погрешности, связанной с изгибом образца в реверсивном устройстве, измерение продольных (осевых) деформаций осуществлялось на поверхности образца с помощью двух датчиков консольного типа (точность измерений  $0,002\text{ мм}$ ), располагаемых симметрично относительно центра образца.

Перед испытанием для каждого образца определялись динамические модуль упругости и коэффициент Пуассона по методике, изложенной в [102]. Образцы, с резко отличающимися упругими характеристиками, отбраковывались. Также отбраковывались образцы с визуально отличными от общей выборки структурно-текстурными особенностями, дефектами,

повреждениями. Нагружение выполнялось с постоянной скоростью деформирования, равной  $2 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ . Всего было испытано 7 образцов.

Для восстановления полей перемещения и деформации на боковой поверхности нагружаемых образцов была использована цифровая оптическая система LaVision Strain Master. Алгоритм обработки потока видео данных основан на методе корреляции цифровых изображений (Digital Image Correlation - DIC) [266, 268, 370, 415, 518]. Этот метод позволяет с высокой точностью восстанавливать эволюцию перемещений и деформаций на поверхности образцов из различных материалов при различных видах нагружения и является в настоящее время наиболее широко используемым оптическим методом неразрушающего контроля [10, 138, 147, 151, 181, 184]. Математический аппарат метода DIC изложен, например, в [304, 519]. Цифровая оптическая система Strain Master состоит из цифровой камеры, LED подсветки, системы синхронизации и персонального компьютера со специализированным программным обеспечением. Отдельные элементы этой системы показаны на рисунке 1.16. Цифровая камера имеет разрешение 1600x1200 пикселей и установлена на расстоянии порядка тридцати сантиметров от поверхности образца. Размер пикселя на регистрируемых изображениях составляет 54 мкм. Процесс деформирования образцов записывался камерой с частотой десять кадров в секунду.

Алгоритм обработки цифровых изображений поверхности деформируемых образцов для восстановления полей компонент вектора перемещений и тензора деформаций состоял из следующих этапов, каждый из которых был реализован в специализированном ПО StrainMaster LaVision:

- до начала эксперимента (с использованием калибровочных контрастных палеток):
  - определение параметров дисторсии объектива для последующей автоматической коррекции всех цифровых изображений;

- определение масштабного коэффициента для последующего автоматического перемасштабирования изображений с пикселей в миллиметры;
- после эксперимента:
  - нормализация (выравнивание) гистограммы яркостей пикселей в каждом изображении с целью повышения контрастности изображений и нивелирования эффекта неравномерной освещенности объекта съемки;
  - построение полей перемещений между каждым кадром и исходным кадром (опорным) для всей последовательности цифровых изображений методом корреляции цифровых изображений.

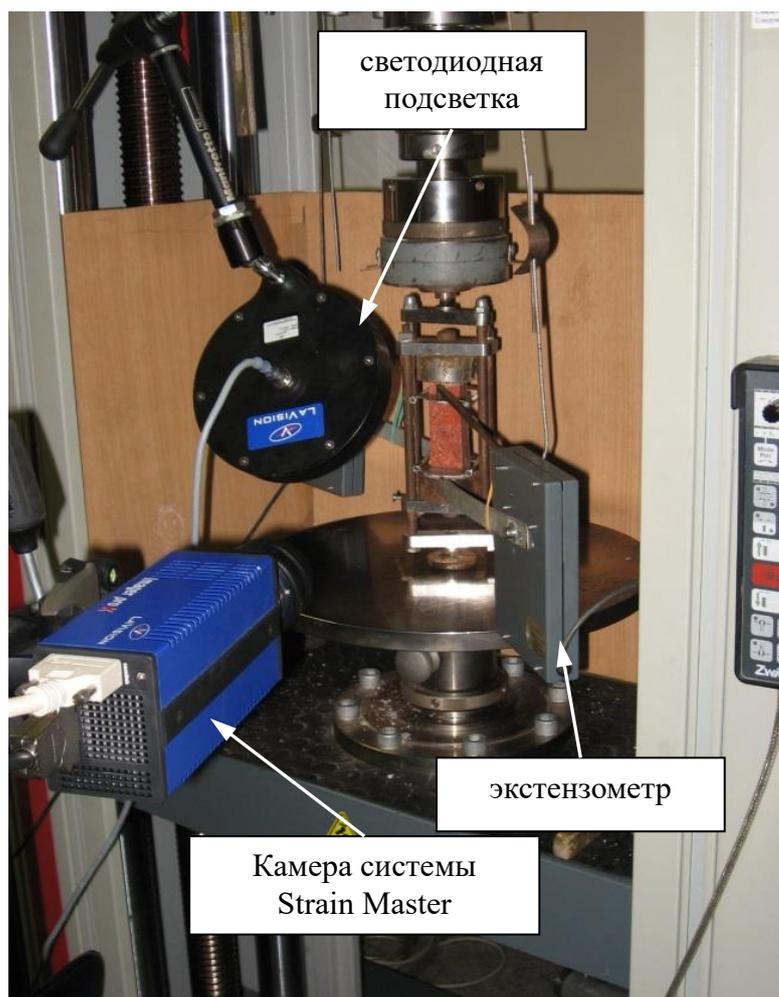


Рисунок 1.16 – Фотография образца сильвинита перед началом испытаний

Для определения оптимального размера подобластей (размера сетки), разделяющих все изображение на уникальные участки, и шага сетки, которые являются базовыми параметрами метода DIC [38, 137, 185], проводилась серия предварительных экспериментов. Полученные в предварительных испытаниях цифровые изображения были использованы для оценки оптимальных значений этих параметров исходя из минимизации погрешности определения компонент вектора перемещений. Во всех экспериментах поля перемещений и деформации рассчитывались для поверхностной области образца размером 54.5 мм на 29 мм с размером подобласти 4 мм и шагом 2 мм.

Для идентификации уникальных подобластей на опорном (недеформированное состояние) и текущем (деформированное состояние) изображении был использован критерий нормированной кросс-корреляции [304]

$$\chi_{NCC}^2 = 1 - \frac{\sum F(x_0, y_0)G(x_1, y_1)}{\sqrt{\sum F(x_0, y_0)^2 \sum G(x_1, y_1)^2}}, \quad (1.42)$$

где  $F(x_0, y_0)$  – уровень яркости пикселей с координатами  $(x_0, y_0)$  опорного изображения,  $G(x_1, y_1)$  – уровень яркости пикселей с координатами  $(x_1, y_1)$  текущего изображения в момент времени  $t = t_1$ .

Для исследования динамики развития повреждений в объеме деформируемых образцов был использован метод акустической эмиссии. Регистрация акустической эмиссии при квазистатическом прямом растяжении образцов силвинита осуществлялась с помощью восьмиканальной системы Amsy-5 (Vallen, Germany) с предусилителем АЕР4Н (усиление 34 дБ) и пьезокерамическим датчиком 2SMEG-P (рабочий частотный диапазон 350-2000 кГц), установленным на поверхности образца. Для обеспечения удовлетворительного акустического контакта датчик крепился на поверхности образца на вакуумную смазку. Регистрация акустической эмиссии осуществлялась в непрерывном режиме с порогом дискретизации 40 дБ.

### 1.3.2 Полученные результаты

Проведенные эксперименты показали, что отобранная серия образцов обладает близкими прочностными и деформационными характеристиками, проявляет идентичных характер макролокализации деформации на поверхности образцов. Среднее значение предела прочности на растяжение сильвинита составило 0.96 МПа с коэффициентом вариации 27.2%.

На рисунке 1.17 представлена характерная диаграмма нагружения сильвинита, совмещенная с активностью (скоростью счета) акустической эмиссии.

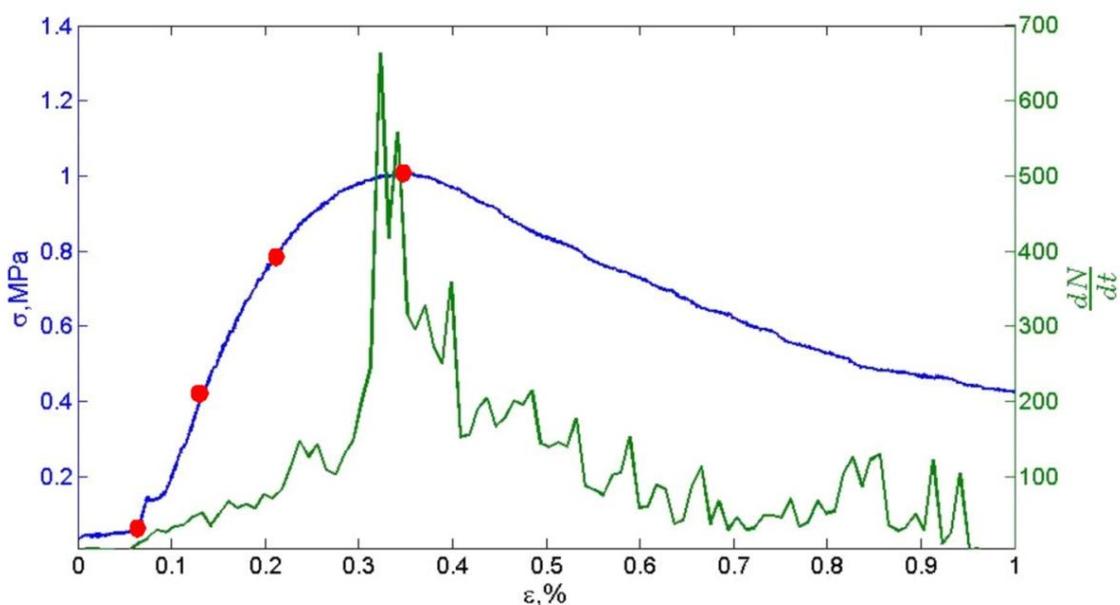


Рисунок 1.17 – Совмещенные диаграммы растяжения сильвинита (синяя линия) и скорости счета акустической эмиссии (зеленая линия) (точки на кривой – моменты времени, для которых ниже представлены карты распределений деформации)

Видно, что максимальная активность акустической эмиссии проявляется на активном участке деформирования в окрестности предельного напряжения. Точками на кривой нагружения показаны моменты времени, для которых далее приводятся карты распределения поверхностной деформации.

Анализ эволюции распределения компонент тензора деформации на боковой поверхности образца сильвинита в процессе деформирования показал,

что деформирование протекает неоднородно с самого начала нагружения. На рисунке 1.18 представлены распределения продольной деформации на поверхности деформируемого образца сильвинита для различных моментов времени.

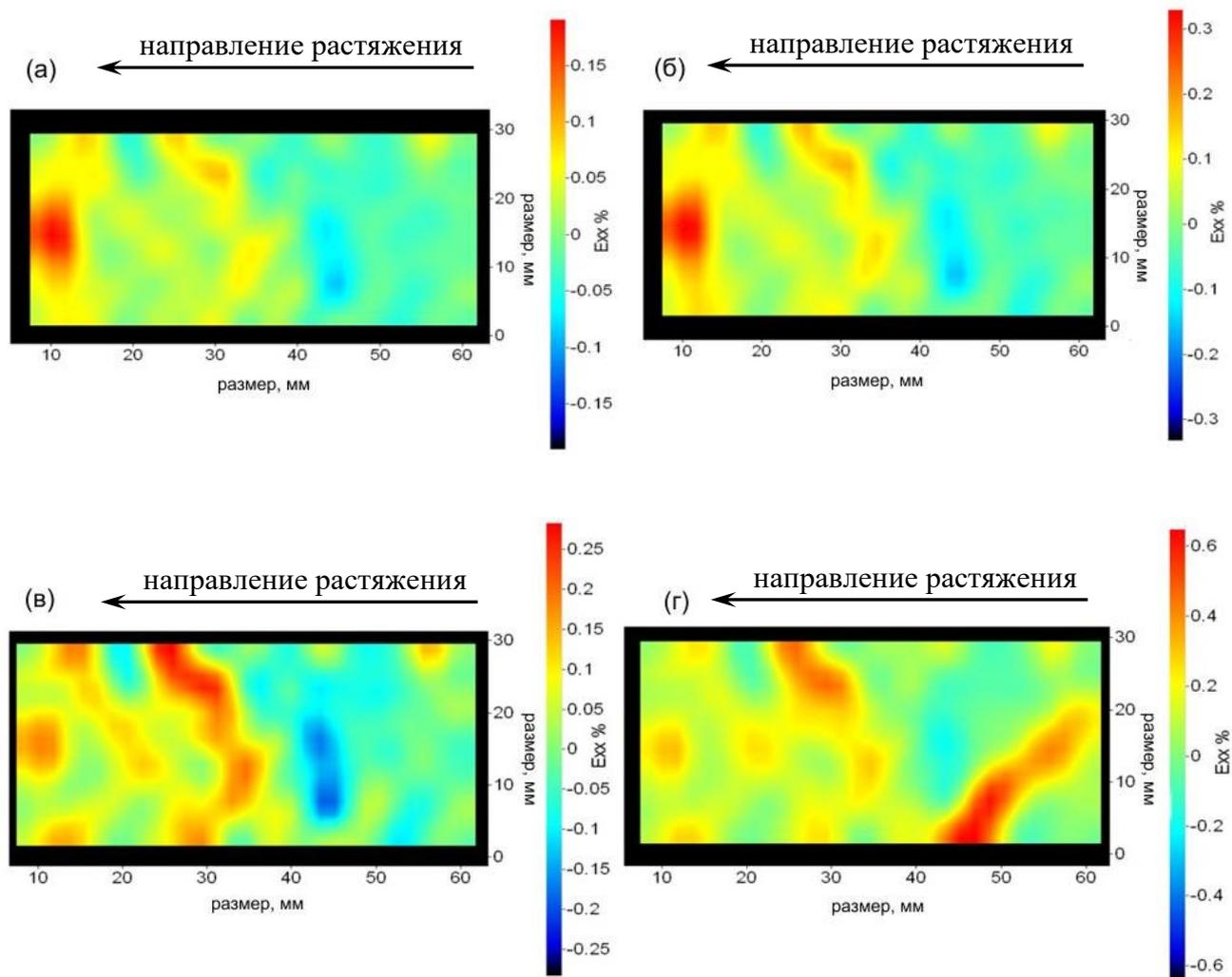


Рисунок 1.18 – Распределение продольной деформации на поверхности сильвинита при различном уровне общей деформации образца: а – 0.06%, б – 0.12%, в – 0.21%, г – 0.36%

Неоднородность деформирования сильвинита проявляется в виде системы эквидистантно расположенных зон локализованной деформации, ориентированных к оси нагружения под углом около  $\pm 54^{\circ}$ . Зоны локализованной деформации формируются с самого начала растяжения и остаются неподвижными в процессе нагружения. Из распределения продольной

деформации видно, что области материала вне зон локализации находятся фактически в недеформированном состоянии. Внутри зон локализации деформация достигает уровня 0.5% при общей деформации образца 0.36% (рис. 1.18г). На рисунке 1.19 представлено распределение поперечной деформации на поверхности сильвинита в различные моменты времени.

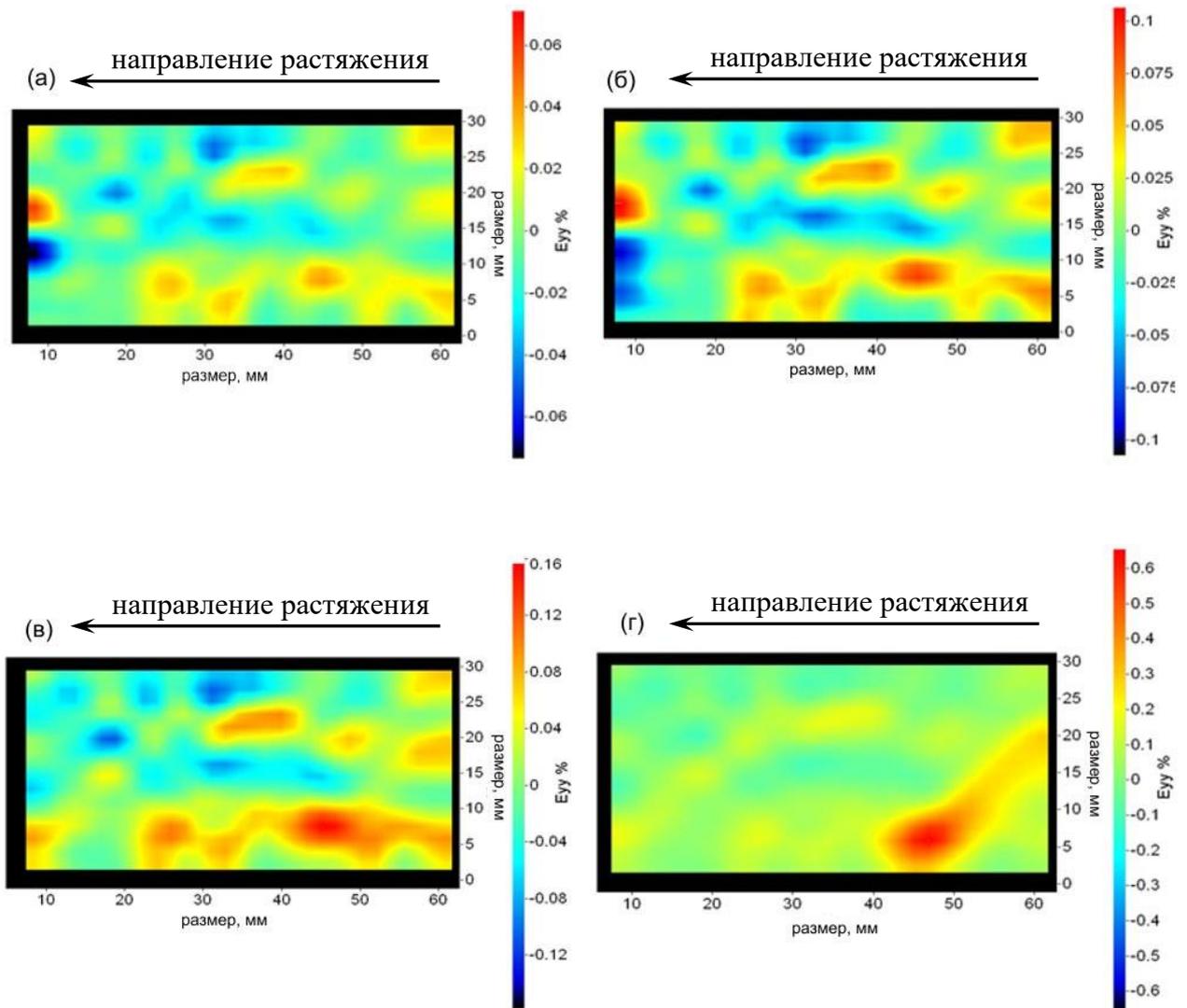


Рисунок 1.19 – Распределение поперечной деформации на поверхности сильвинита при различном уровне общей деформации образца: а – 0.06%, б – 0.12%, в – 0.21%, г – 0.36%

Поле поперечной деформации также является неоднородным с самого начала деформирования. Система эквидистантно расположенных зон, в отличие от

распределений продольной деформации, четко просматривается при приближении к пределу прочности (рис. 1.19 г).

Периодическое расположение зон локализованной деформации более явно видно на зависимости продольной деформации от времени для средней линии образца. Эта зависимость представлена на рисунке 1.20. Как видно из рисунка, в локализованных зонах деформация может быть как деформацией растяжения, так и деформацией сжатия. Этот факт является нетривиальным с учетом того, что на макромасштабе к образцу приложено растягивающее усилие.

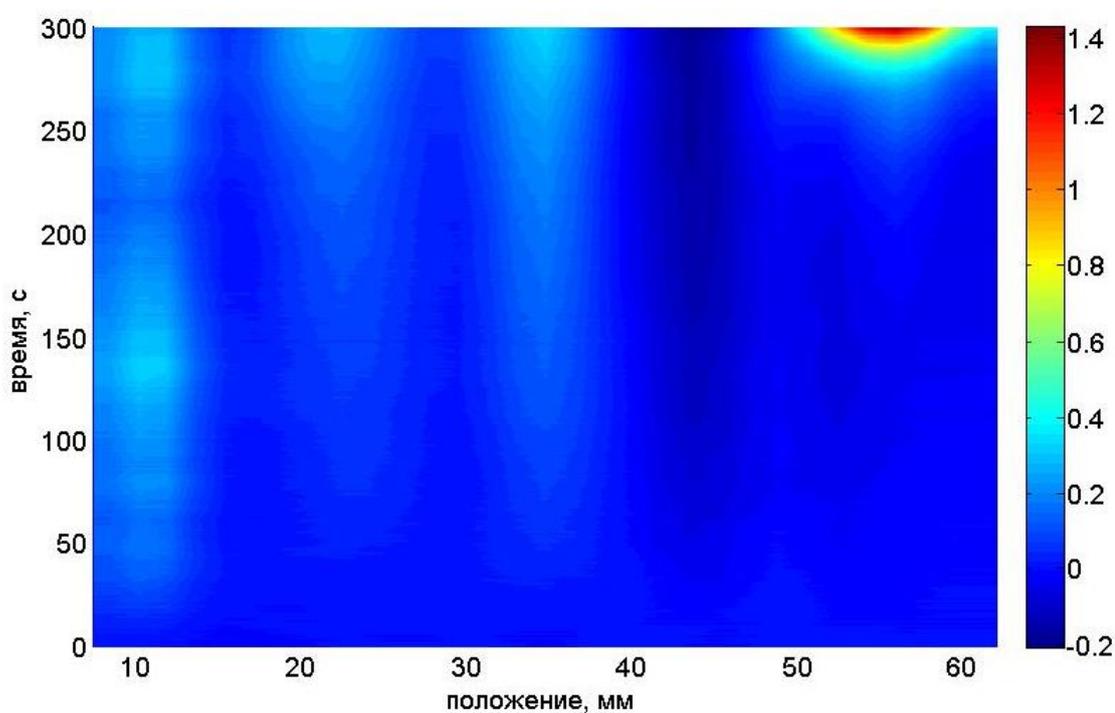


Рисунок 1.20 – Эволюция продольной деформации для средней линии образца

Средняя величина пространственного периода расположения зон локализованной деформации, оцененная для серии испытанных образцов, составляет 13.5 миллиметров с коэффициентом вариации 7.6%. Из анализа расположения максимумов деформации в течении нагружения была получено, что продольная деформация в зонах локализации непрерывно растет, а максимальное значение деформации для всей пространственной области с течением времени перескакивает от зоны к зоне. Процесс деформирования в виде эквидистантно расположенных локализованных зон протекает вплоть до

момента, когда напряжение в образце достигает своего максимума. В этот момент происходит смена формы макролокализации: процесс деформирования продолжается только в одной из зон локализации и заканчивается разрушением, тогда как в других зонах деформирование полностью останавливается (см. рис. 1.20).

Следуя терминологии автоволновой модели пластического течения [54] при квазистатическом растяжении образцов сильвинита процесс деформирования реализуется в виде двух последовательных форм пространственно-временной локализации: системы эквидистантно расположенных стационарных очагов локализованной деформации и одиночной стационарной диссипативной локализованной структуры, деформация внутри которой растет лавинообразно и заканчивается макроразрушением. В отличие от ранее полученных результатов для одноосного сжатия горных пород [114] реализация каждой из форм макролокализации при растяжении сильвинита не определяется соответствующей стадией кривой пластического течения (линейного деформационного упрочнения, параболического деформационного упрочнения, стадии предразрушения), а зависит от уровня приложенного напряжения. Причиной данного обстоятельства является различие в микроскопических механизмах деформирования, задействованных при сжатии и растяжении сильвинита как полиминеральной крупнозернистой породы. На стадии активного деформирования (растяжения) сильвинита дислокационное течение внутри кристаллитов минералов не реализуется и связано это с очень низкой когезионной прочностью их границ.

Установленная последовательность пространственно-временных форм макролокализации деформации при растяжении сильвинита согласуется с теорией структурно-скейлинговых переходов [123, 124]. Так на этапе активного нагружения, деформирование локализовано в периодических пространственных структурах, являющихся собственной формой кинетического уравнения для деформации, обусловленной дефектами, при

$\delta > \delta_*$ . Достижение максимального напряжения сопровождается локализацией деформирования в одной из структур с последующим лавинообразным ростом деформации в режиме с обострением. Развитие процесса в форме диссипативной структуры обострения соответствует переходу величины параметра структурного скейлинга через точку бифуркации  $\delta_c$ .

Регистрируемые в процессе деформирования образцов импульсы акустической эмиссии были использованы для оценки изменения параметра структурного скейлинга в процессе деформирования. Напомним, что параметр структурного скейлинга представляет собой отношение двух характерных пространственных масштабов в ансамбле дефектов:

$$\delta \sim \left(\frac{R}{r_0}\right)^3, \quad (1.43)$$

где  $R$  – среднее расстояние между дефектами,  $r_0$  – характерный размер дефекта. Характерный размер дефектов можно оценить, если принять предположение, что энергия одиночного импульса акустической эмиссии пропорциональна упругой энергии, выделившейся при разгрузке шаровой области с радиусом  $r_0/2$ :

$$E_{AE} \sim \frac{4\pi}{3} \frac{\sigma^2}{E_{el}} \left(r_0/2\right)^3, \quad (1.44)$$

где  $E_{el}$  – модуль Юнга,  $\sigma$  – текущий уровень напряжения растяжения. Характерное расстояние между дефектами оценим через объем образца  $V$  и количество зарегистрированных импульсов  $N$  как

$$l \sim \sqrt[3]{\frac{V}{N}}. \quad (1.45)$$

Данные оценки хоть и не дают точных количественных значений, но позволяют качественно определить характер изменений параметра структурного скейлинга  $\delta$  в процессе деформирования сильвинита.

На рисунке 1.21 представлены совмещенные зависимости напряжения и параметра структурного скейлинга от времени.

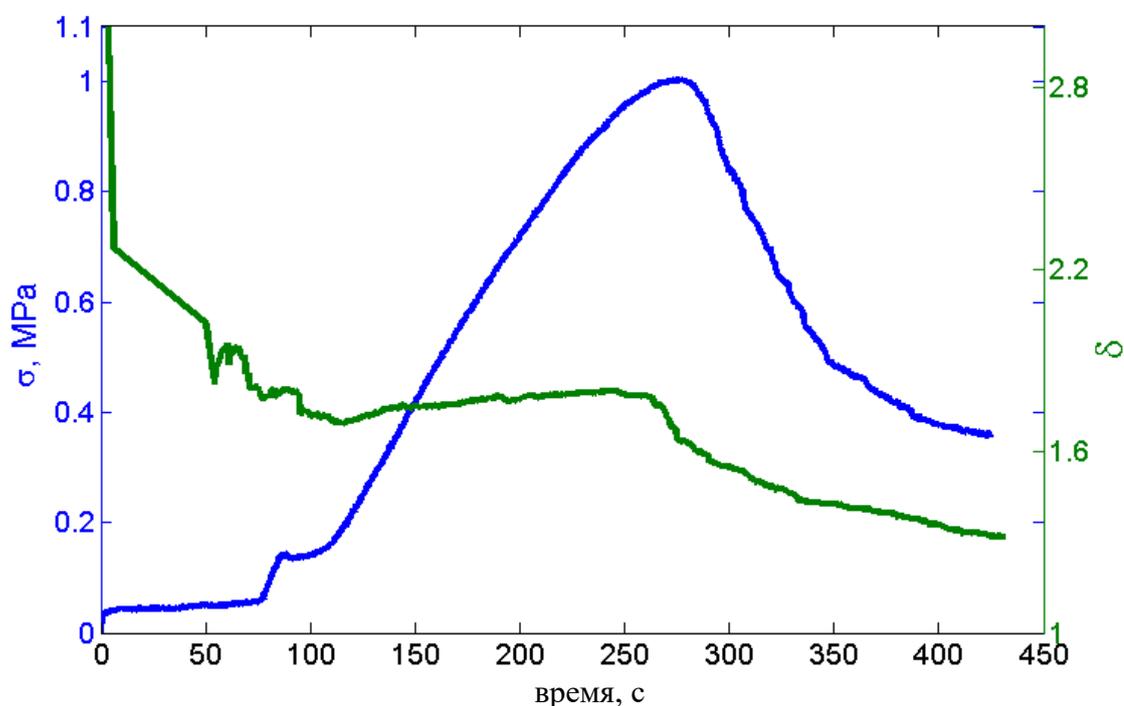


Рисунок 1.21 – Совмещенные зависимости напряжения (синяя линия) и параметра структурного скейлинга (зеленая линия) от времени деформирования

Из рисунка видно, что, начиная с 100 секунды, когда количество зарегистрированных импульсов акустической эмиссии становится существенным, величина параметра структурного скейлинга слабо изменяется. Однако в окрестности максимума напряжений происходит резкое уменьшение этого параметра. Скачок параметра соответствует резкому падению напряжения и связан с появлением магистральной трещины в образце, который продолжает сопротивляться приложенной нагрузке. Таким образом, постоянное значение параметра структурного скейлинга соответствует деформированию образца в форме эквидистантных локализованных зон, а резкое изменение этого параметра соответствует переходу от одной формы локализации к другой.

#### **1.4 Волновая динамика деформаций в формирующейся сдвиговой зоне по данным физического моделирования**

Литературный обзор, приведенный в параграфе 1.2, показал, что «медленные» деформационные волны, как одна из пространственно-временных форм локализации деформации в геосреде, являющиеся причиной временной миграции геодинамических процессов, могут иметь различную природу и подразделяются на межразломные и внутриразломные [30, 194, 197]. Внутриразломные деформационные волны контролируют избирательную тектоническую и сейсмическую активизацию отдельных разломов в крупных разломных зонах. Эти волны способствуют накоплению напряжений на замкнутых сегментах разломов и могут служить триггерами для их сейсмогенной разрядки [194, 197]. Геофизические, деформографические и геодезические методы изучения временных периодических вариаций деформации земной коры хоть и позволили обнаружить и изучить базовые закономерности распространения «медленных» волн обоих типов, однако, не дают возможности исследовать более подробно динамику распространения волн каждого типа, включая трансформацию одного вида в другой и взаимодействие «медленных» деформационных волн с разномасштабными разломными структурами. Для решения подобных задач требуется создание специализированных геодинамических полигонов с плотной сетью измерительных пунктов различного типа, реализация которых в настоящее время затруднительна. В сложившейся ситуации альтернативным подходом, который может помочь найти ответы на поставленные вопросы, является физическое (тектонофизическое) моделирование процессов, протекающих в литосфере.

В настоящем разделе приведены результаты физического моделирования процесса формирования сдвиговой зоны в упруго-вязко-пластической модели континентальной литосферы, реализованного на базе Института земной коры СО РАН. Целью тектонофизического моделирования являлось исследование деформационных процессов на свободной поверхности модельного материала в

условиях сдвига в его основании с использованием метода корреляции цифровых изображений.

#### **1.4.1 Базовые элементы формирования крупных разломов литосферы, выделенные по результатам физического моделирования**

Активное исследование разломной тектоники литосферы началось в середине прошлого века, когда научное сообщество стало отказываться от идей фиксизма (главенствующая роль вертикальных перемещений земной коры) и появилась концепция тектоники плит, основополагающую роль в которой играют горизонтальные перемещения и крупные межплитные разломы. Крупные плиты, в свою очередь делятся на десятки средних и множество мелких субплит системами внутриплитных разломов.

Попытки поиска закономерностей в пространственном расположении разломов и связи их геометрических и кинетических характеристик привело к активному использованию количественных методов анализа параметров разломов [198, 284]. Важную роль на этом этапе изучения разломов стали играть тектонофизические исследования, развиваемые М.В. Гзовским [41]. Им было показано, что успешное решение базовых вопросов тектонофизики (как науки, изучающей физические основы деформации геологических тел в литосфере и динамические геологические процессы) не может быть достигнуто на базе существовавших в середине прошлого века представлений о деформации и разрушении. На основе новых результатов теории прочности и пластичности, механики горных пород им были разработаны физические основы моделирования тектонофизических процессов, включая разломообразование.

В восьмидесятых годах прошлого века происходит трансформация взглядов на строение геофизической среды, переход от представлений о геосреде, как о детерминированном пассивном континууме, к геосреде, как активной, дискретной, нелинейной динамической системе [159, 165]. Было показано, что геосреда неоднородна, имеет блочно-иерархическое строение с

широким спектром размеров блоков – от минералов до литосферных плит, обладающих самоподобием [162]. В это же время начинается активное развитие методов физического моделирования разломных зон, базирующихся на теории подобия [192, 199, 481].

При исследовании базовых закономерностей формирования крупных разломов литосферы методами физического моделирования акцент чаще всего делается на изучение сдвиговых зон. Их распространенность в природе и относительная простота воспроизведения в физическом эксперименте делают сдвиговые зоны своеобразным структурным эталоном для моделирования. Все выявленные для них закономерности в большей части будут правомерны и для других морфолого-генетических типов разломных зон.

Наблюдения за развитием процессов разломообразования в моделях стимулировали введение нового понятия – «область активного динамического влияния разлома» (ОАДВР) [418]. Под ним понимается окружающее разлом в трех измерениях пространство, в котором проявляются пластические и разрывные деформации, вызванные формированием разлома и последующими подвижками по нему (рис. 1.22) [199]. В результате многочисленных физических экспериментов с вариацией параметров модели (толщины модели  $H$  от 0.01 до 0.1 м, вязкости модельного материала от  $10^4$  до  $10^8$  Па·с, скорости деформирования  $V$  от  $10^{-5}$  до  $10^{-3}$  м/с) была установлена зависимость ширины ОАДВР от перечисленные параметров

$$M = C_1 H + C_2 \lg \eta + C_3 \lg V - K. \quad (1.46)$$

Выполненные оценки показали, что ширина зоны разлома главным образом определяется толщиной разрушаемого слоя и связана с ней прямой зависимостью. Существенно меньший вклад в параметр  $M$  вносят вязкость и скорость деформирования. При этом увеличение первой способствует заложению в ней более широких разломных зон, тогда как увеличение второй приводит к обратному эффекту [195, 196, 200].

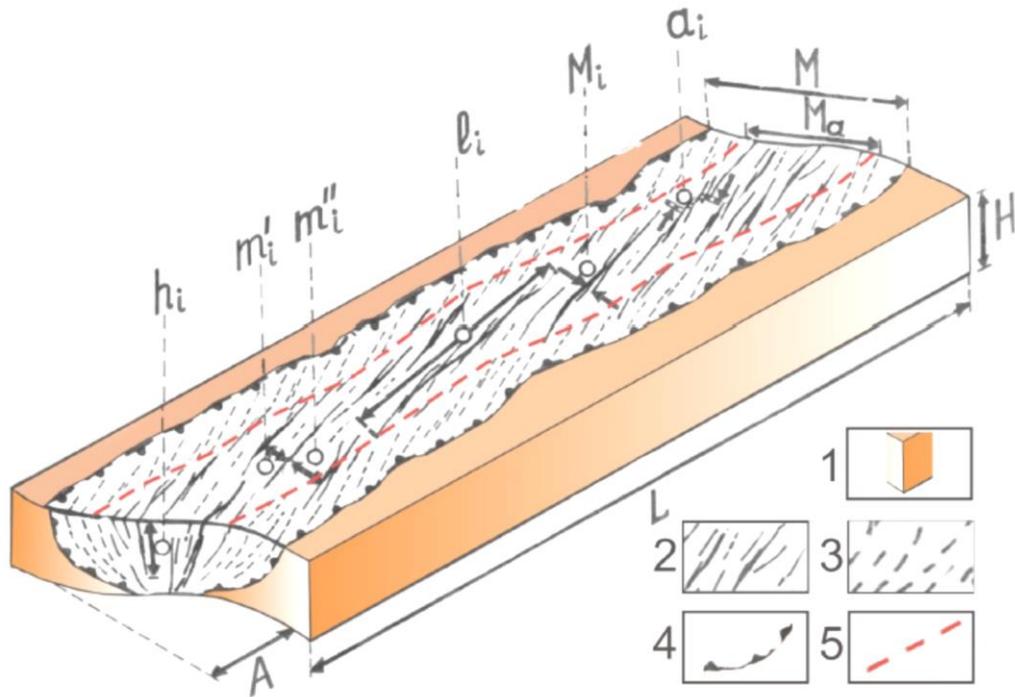


Рисунок 1.22 – Структурная схема ОАДВ сдвиговой зоны в модели и ее параметры:  $L$  – длина и  $H$  – толщина модели,  $A$  – амплитуда смещения крыльев сдвиговой зоны,  $M$  – ширина ОАДВ,  $M_a$  – ширина области активного структурообразования,  $l_i$  – длина и  $h_i$  – глубина проникновения единичного разрыва,  $a_i$  – амплитуда смещения на единичном разрыве,  $m_i'$  и  $m_i''$  – ширина смежных блоков, контактирующих по единичному разрыву (1 – модель разломной зоны, 2 – активные разрывы, 3 – пассивные разрывы, 4 – граница ОАДВ, 5 – граница области активного структурообразования) [418]

Параметр  $M$  отражает максимальную ширину ОАДВР, характерную для конца первой стадии его развития. При дальнейшей эволюции зоны разлома процесс структурообразования локализуется во все более узкой области – области активного структурообразования. Оценка ширины области активного структурообразования для случая сдвиговой зоны имеет вид

$$M_a = 0.9525 H - 0.02701 A - 0.0758 \lg \eta + 0.4161 \lg V + 4.4924. \quad (1.47)$$

Из соотношения (1.47) видно, что ширина области активного структурообразования определяется толщиной разрушаемого слоя  $H$ ,

амплитудой смещения  $A$  ее крыльев, при незначительном влиянии вязкости и скорости деформирования. Толщина разрушаемого слоя определяет максимально возможное значение параметра  $M_a$ , в пределе равное  $M$ , тогда как амплитуду смещения  $A$  контролирует его последующие изменения по мере развития деструктивного процесса.

Внутреннее строение сдвиговой зоны, как объемной трехмерной структуры первого порядка, представлено системами разноранговых разрывных нарушений и вычлняемых ими блоков. Каждый разрыв тоже имеет свою сложно построенную более мелкими разрывными нарушениями зону деструкции, представляя, таким образом, как и материнская структура, объемное трехмерное тело меньшего по отношению к ней ранга. Геометрия ОАДВ таких разрывов характеризуется тремя параметрами: длиной  $l_i$ , шириной  $M_i$  и глубиной проникновения  $h_i$  (рис. 1.22). Ширина  $M_i$  в общем виде описывается уравнением [23]

$$M_i = C_1 l_i + C_2 m_{b1} + C_3 m_{b2} + C_4 \lg \eta + C_5 \lg V - K, \quad (1.48)$$

где  $m_{b1}$  и  $m_{b2}$  – ширина смежных с разрывом блоков, с которыми  $M_i$  связана прямой зависимостью. Выполненные оценки показали, что ширина ОАДВ единичного разрыва в основном определяется его длиной, при осложняющем действии других параметров [418].

Как и для всех реальных физических тел, поведение любого объема земной коры под нагрузкой, от начала деформирования до формирования магистрального разлома, характеризуется как упругопластическое с упрочнением и ослаблением (рис. 1.23). Другими словами, окончательное формирование магистрального разлома (смесителя) происходит в результате последовательной смены во времени стадий упругого деформирования, упрочнения, а затем – разупрочнения. Для последней стадии характерна локализация деформации во все более и более узкой зоне. Разрывообразование происходит при упрочении и ослаблении субстрата: путем возникновения мелких нарушений, их объединения в разрывы более крупного ранга вплоть до

возникновения единого магистрального сместителя, разрушающего весь нагруженный объем.

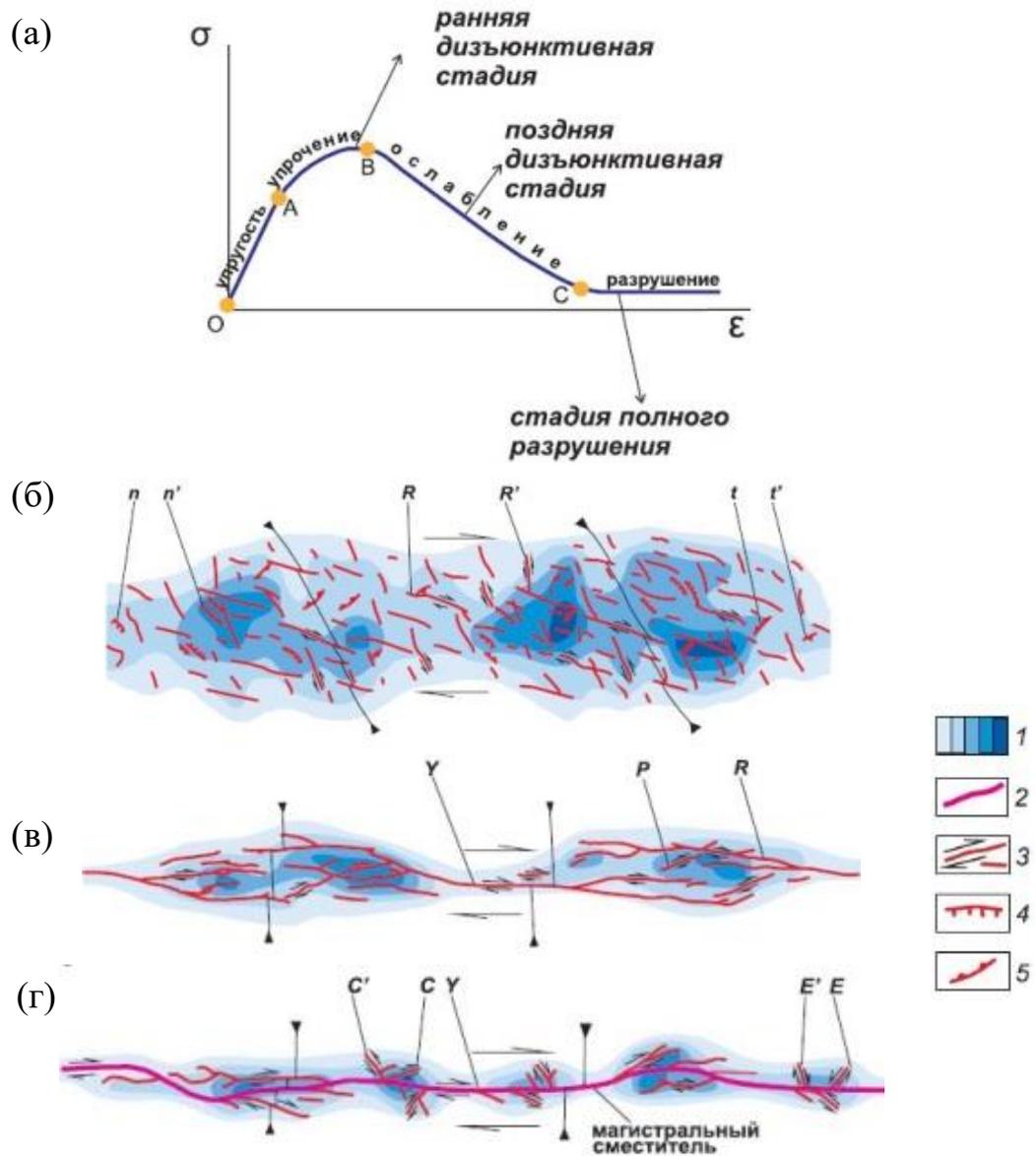


Рисунок 1.23 – Стадии деформирования на кривой  $\sigma(\epsilon)$  (а) и принципиальная схема формирования внутренней структуры сдвиговой разломной зоны (б – ранняя дизъюнктивная стадия, в – поздняя дизъюнктивная стадия, г – стадия полного разрушения). Латинскими буквами на схемах показаны разнотипные разрывы 2-го порядка, опережающие ( $R', R, n', n, t', t, P$ ) и оперяющие (на участках сжатия –  $C', C$  и растяжения –  $E', E$ ) магистральный смеситель 1-го порядка  $Y$  (1 – участки с различным количеством разрывов в единице площади, 2 – магистральный смеситель (разрыв 1-го порядка), 3-5 – сдвиги (3), сбросы (4) и надвиги (5) второго порядка) [503]

Существует три дизъюнктивных стадии формирования разлома, в течение которых состояние внутренней структуры в зоне его динамического влияния отличается кардинальным образом и отвечает, соответственно, упрочению, ослаблению и разрушению [503]. На ранней дизъюнктивной стадии имеет место широкая зона сравнительно мелких опережающих разрывов (рис. 1.23), которую в геологической практике обычно называют зоной повышенной трещиноватости, зоной скрытого разлома. На поздней дизъюнктивной стадии разлом выражен существенно меньшей по размерам зоной распространения активных опережающих разрывов, представленных небольшими фрагментами магистрального сместителя, между которыми имеют место интенсивно нарушенные широкие области их взаимодействия (рис. 1.23). Разлом на дизъюнктивной стадии полного разрушения в качестве активных разрывов представлен единым магистральным сместителем и крупными опережающими нарушениями, причем разрушение деформируемого объема в данном случае является полным лишь с механической точки зрения, так как два обособленных блока контактируют друг с другом по достаточно мощной зоне тектонитов (рис. 1.23). Как следствие, зона полностью сформировавшегося разлома за счет постоянной локализации деформации и наложения структур разных стадий имеет поперечно-зональное строение, в котором по направлению от оси к крыльям происходит смена участков (подзон), соответствующих стадии полного разрушения, ранней и поздней дизъюнктивным стадиям [503].

#### **1.4.2 Методика физического моделирования**

Модельный материал для исследования эволюции деформации при формировании сдвиговой зоны выбирался с учетом его соответствия реологическим свойствам литосферы, имеющей упруго-вязко-пластическое поведение при длительно действующих на нее нагрузках. В рамках временной длительности эксперимента при используемых скоростях нагружения моделей сходные с литосферой реологические свойства имеют водные пасты глин. В данном исследовании использована водная паста монтмориллонитовой глины,

правомерность использования которой в качестве модельного материала обоснована специально проведенным исследованием [163].

Выбор граничных условий эксперимента осуществлялся в соответствии с критерием подобия [24]

$$C_{\eta} = C_{\rho} C_g C_L C_T, \quad (1.49)$$

где  $\eta$  – вязкость среды,  $\rho$  – плотность среды,  $g$  – ускорение свободного падения,  $L$  – линейные размеры,  $T$  – время,  $C_{\eta}$  – коэффициент подобия вязкости,  $C_{\rho}$  – коэффициент подобия плотности,  $C_g$  – коэффициент подобия ускорения свободного падения,  $C_L$  – коэффициент подобия линейных размеров,  $C_T$  – коэффициент подобия времени. Коэффициенты подобия представляют собой отношения параметров модели и натурального объекта. В данном исследовании коэффициенты подобия составляли: для вязкости –  $C_{\eta} \sim 10^{14}$ , для плотности –  $C_{\rho} \sim 1.3$ , для ускорения свободного падения  $C_g \sim 1$ , для линейных размеров –  $C_L \sim 10^5$  и для времени  $C_T \sim 5 \cdot 10^9$ . При таких значениях коэффициентов подобия 1 миллиметр в модели соответствует 0.1 километра в ее природном аналоге, а 1 секунда эксперимента эквивалента 16-17 годам природного процесса.

Физическое моделирование формирования сдвиговой зоны осуществлялось на специализированной установке «Разлом», состоящей из нескольких подвижных штампов (рис. 1.24) и позволяющей реализовывать растяжение, сжатие и сдвиг среды, на них помещенной, со скоростью деформирования  $10^{-5}$ ,  $10^{-4}$  и  $10^{-3}$  м/с.

Водная паста монтмориллонитовой глины (модельный материал) размещалась на двух штампах установки «Разлом» ровным слоем. Геометрические размеры модельного слоя: длина 35 см, высота 10 см, ширина 12 см. Далее осуществлялось смещение активного штампа относительно неподвижного (пассивного) штампа со скоростью  $10^{-5}$  м/с. Схема проведения эксперимента приведена на рисунке 1.25.



Рисунок 1.24 –Общий вид экспериментальной установки «Разлом»

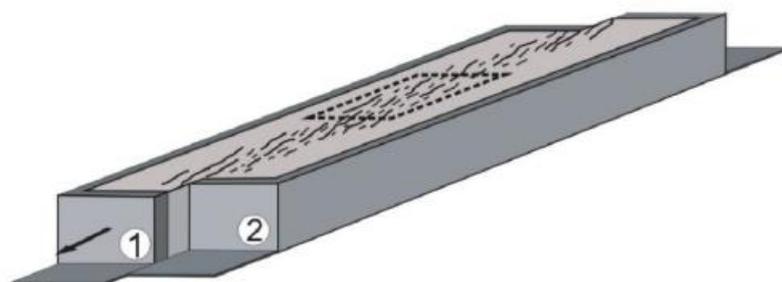


Рисунок 1.25 – Схема эксперимента: 1 – активный и 2 – пассивный штампы.

Стрелка указывает направление смещения активного штампа

Для фотофиксации свободной поверхности модельной среды в процессе формирования сдвиговой зоны была использована цифровая камера Basler acA2000-50gm, имеющая максимальную частоту съемки 50 Гц и разрешение 2 Мпикс. Съемка осуществлялась со скоростью 1 кадр в секунду. Для получения высококонтрастного изображения свободной поверхности модельной среды на ее свободную поверхность насыпался тонкий слой речного песка мелкой фракции. Характерное изображение фрагмента формирующейся сдвиговой зоны представлено на рисунке 1.26.

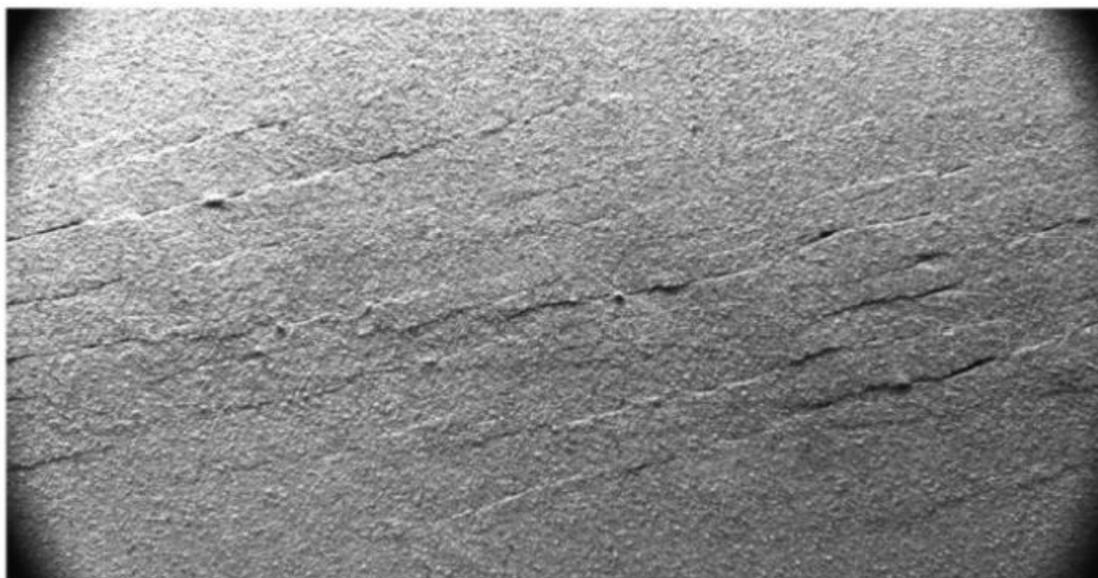


Рисунок 1.26 – Оптическое изображение фрагмента модельной сдвиговой зоны

Для анализа эволюции полей деформации в сдвиговой зоне был использован метод корреляции цифровых изображений. Подробное описание сути метода представлено в параграфе 1.3.1 Предварительная обработка и непосредственно анализ оптических изображений осуществлялись в специализированном ПО StrainMaster LaVision. Для обработки была выбрана серия изображений, соответствующая первой (ранней дизъюнктивной) стадии развития сдвиговой разломной зоны. Данный выбор, в том числе вызван следующими обстоятельствами. Во-первых, на более поздних стадиях в условиях интенсивного сдвига происходит раскрытие разрывов, что делает невозможным в этих областях выделения подобластей с уникальным распределением градаций серого. Во-вторых, интенсивная сдвиговая деформация модельной области сопровождается появлением вертикальных перемещений различного знака, которые, в свою очередь, вносят погрешность в компоненты деформации среды, связанные с горизонтальными перемещениями свободной поверхности. Оценки, полученные в процессе физического моделирования формирования сдвиговой зоны, показали, что на ранней дизъюнктивной стадии вертикальные перемещения не превосходят 2% от максимального уровня горизонтальных перемещений. Расчет полей компонент

тензора деформации осуществлялся в пределах прямоугольной области размером 257.00x106 мм. Для достаточного уровня детализации деформационных полей реализация метода корреляции цифровых изображений осуществлялась для размера подобласти 3.43x3.43 мм и шага 1.52 мм.

### 1.4.3 Полученные результаты

В результате обработки полученных оптических изображений установлено, что деформационный процесс в формирующейся сдвиговой зоне контролируется двумя составляющими – общим перемещением ее активного крыла под действием приложенной к модели нагрузки и периодической миграцией по зоне фронтов локализованной деформации. Первая составляющая является главенствующей и вносит основной вклад в накопление деформаций, тогда как вторая составляющая является второстепенной и осложняет протекание деформационного процесса.

На рисунке 1.27 представлены распределения продольной (вертикальной) деформации на поверхности деформируемой среды для различных моментов времени. На начальных этапах сдвига активного штампа наблюдается однородная деформация всей зоны, сопровождающаяся периодическим прохождением через нее фронтов локализованной деформации в направлении от активной границы (верхней) до пассивной границы (нижней) модели (1.27а). Необходимо отметить, что характер деформации внутри локализованной зоны не одинаков по ее простиранию. Более того, из рисунка 1.27а видно, что наблюдается чередование сегментов с растягивающей и сжимающей деформацией, при этом после прохождения центральной линии деформируемой зоны знак деформации меняется на противоположный. Это обстоятельство является типичным для сдвиговых зон, когда сдвиг не сопровождается вертикальными смещениями. В процессе развития сдвиговой зоны и образования разноранговых разрывов количество зон локализованной деформации, мигрирующих по поверхности модельной среды, увеличивается

(рис. 1.27б). Аналогичная картина наблюдается и для поперечной (горизонтальной) деформации.

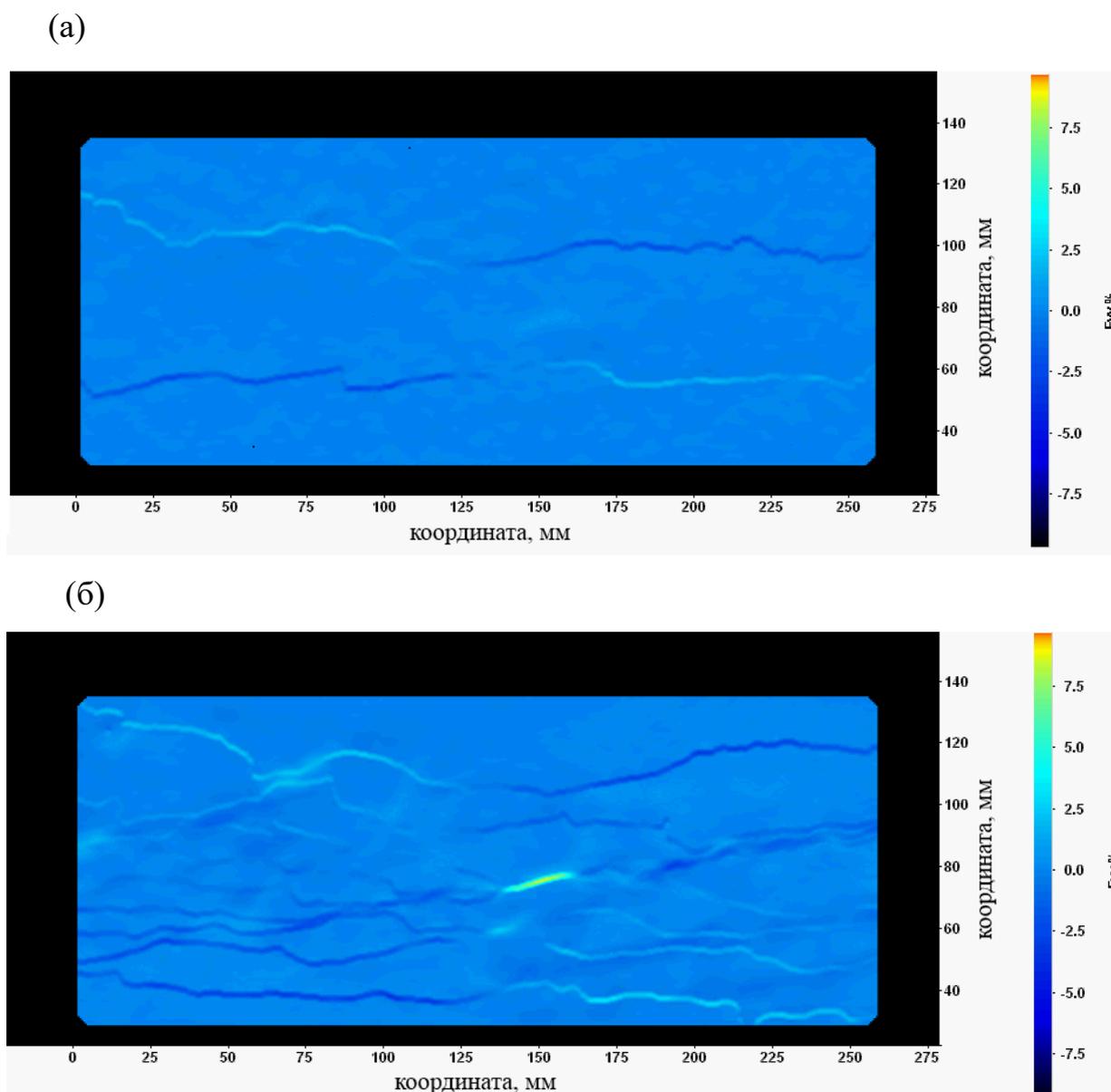


Рисунок 1.27 – Карты продольной деформации на поверхности деформируемой модельной среды в момент  $T = 30$  с. (а) и  $T = 210$  с. (б)

Для анализа пространственно-временной локализации сдвиговых деформаций были построены распределения величины максимальной сдвиговой деформации  $\varepsilon_{xy}^{max}$  для различных моментов времени (рис. 1.28). Данная величина в 2D случае может быть вычислена как

$$\varepsilon_{xy}^{max} = \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 / 4 + \varepsilon_{xy}^2}, \quad (1.50)$$

где  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{xy}$  – продольная, поперечная и сдвиговая компоненты тензора деформации соответственно.

В процессе деформирования модельной среды локализация сдвиговой деформации происходит как на формирующихся разрывных нарушениях, так и в виде мигрирующих зон (фронтов) (рис. 1.28а). Таким образом, мигрирующие фронты локализованной деформации имеют не только продольную, поперечную, но и сдвиговую составляющую. Со временем количество разрывных нарушений возрастает, как и интенсивность сдвига по ним. При этом качественно меняется характер миграции зон локализованной деформации (см. рис. 1.28б) – наблюдается трансформация зон локализованной деформации в субвертикальные сегменты,двигающиеся вдоль разрывных нарушений.

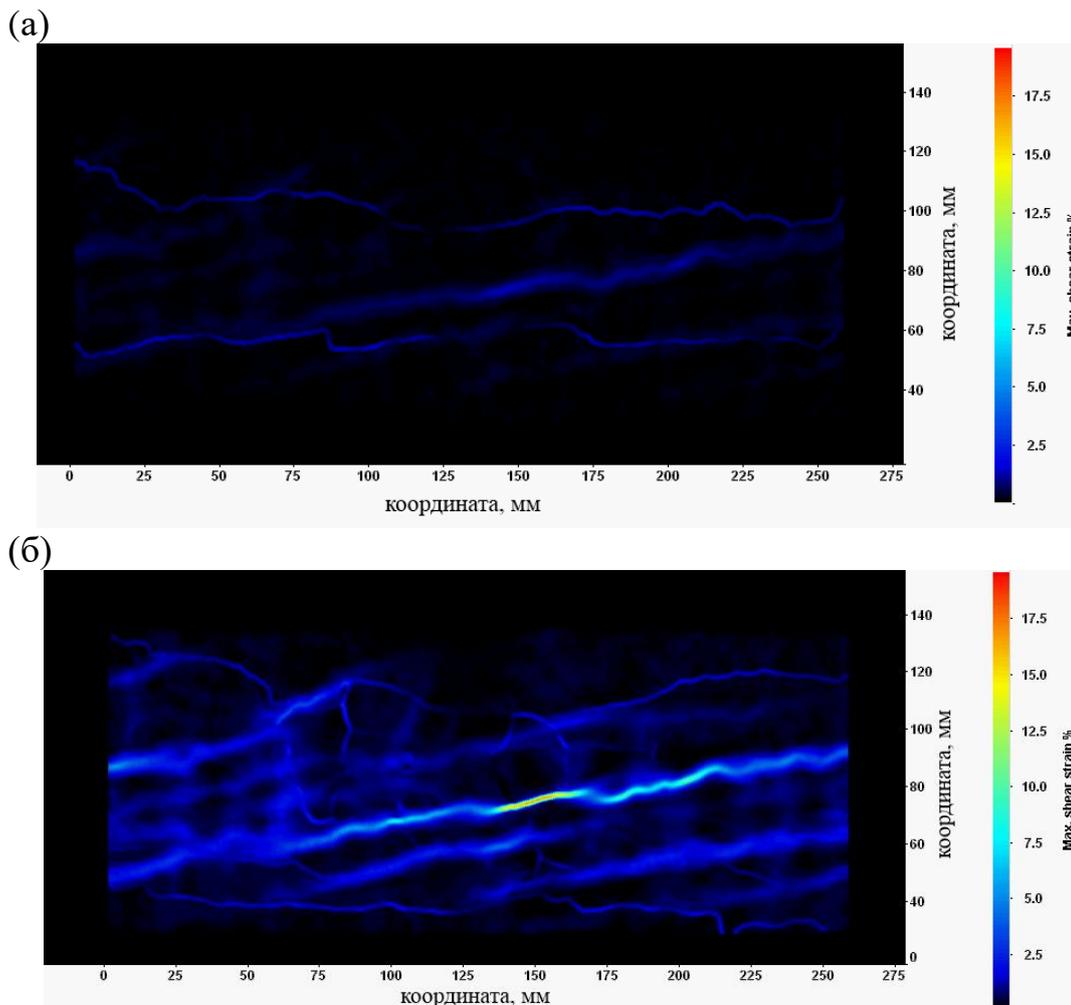


Рисунок 1.28 – Карты максимальной сдвиговой деформации на поверхности модельной среды в момент  $T = 30$  с. (а) и  $T = 210$  с. (б)

Анализ полученных в серии экспериментов распределений компонент тензора деформации при формировании сдвиговой зоны позволил выделить три основных стадии ее развития, схематично показанных на рисунке 1.29.

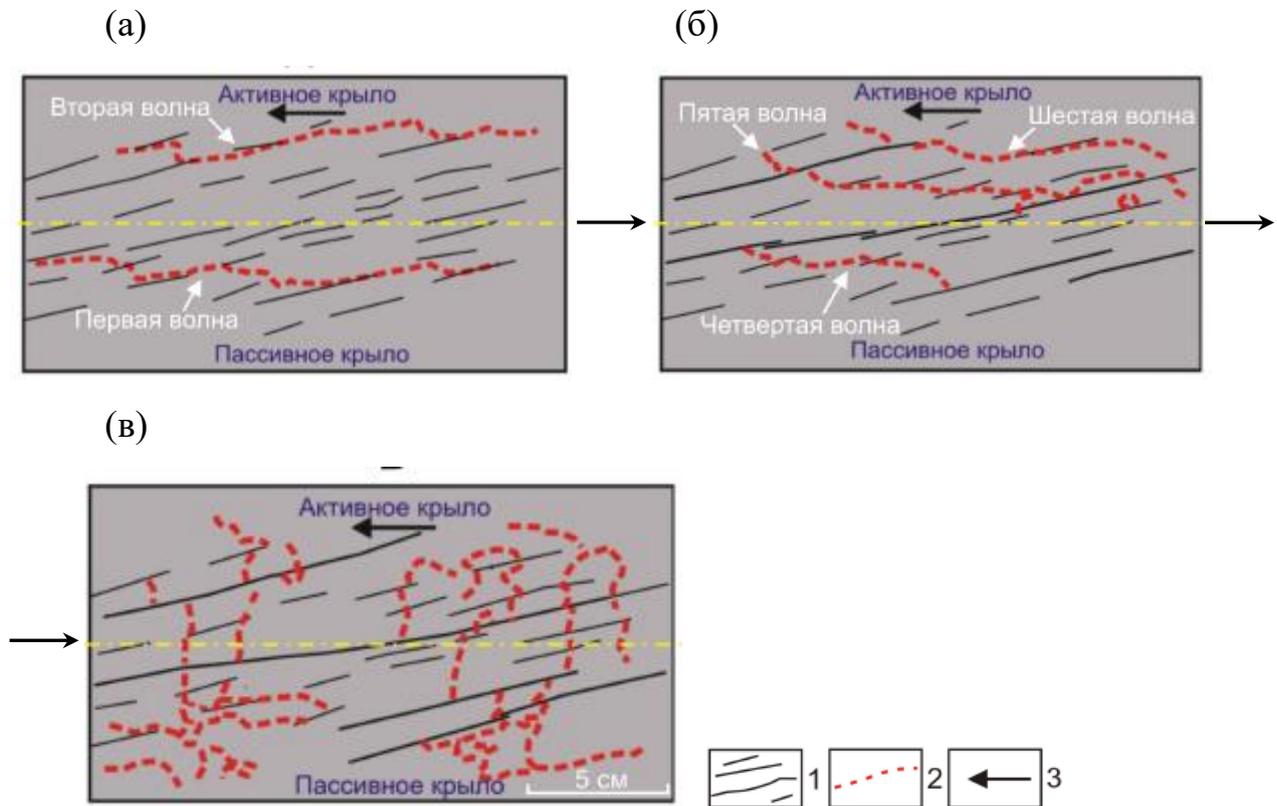


Рисунок 1.29 – Пространственно-временная динамика волн локализации деформации при формировании сдвиговой зоны (1 – разрывы, 2- локализованный фронт деформации сдвига, 3 – направление смещения активного крыла сдвиговой зоны)

На первом этапе деформирования модельной среды наблюдается квазиоднородная деформация всего объема с миграцией единичных деформационных волн от активного штампа к пассивному. Деформационные волны в процессе миграции не меняют свои размеры и форму пока будущая сдвиговая зона представлена мелкими разрывами (рис. 1.29а). Зарождающиеся в процессе нагружения крупные разрывные нарушения, как структурные неоднородности, препятствуют прохождению через них деформационных волн. Вошедшая в сдвиговую зону единичная протяженная деформационная волна, встречая на своем пути такие разрывы, разделяется ими на серию отдельных

фрагментов. Новообразованные фрагменты меняют направление движения и перемещаются по простиранию блоков, выделенных крупными разрывами (рис. 1.296).

По мере приближения межстадийной структурной перестройки, в условиях существенного роста уровня напряжений в сдвиговой зоне, направленная миграция фрагментов деформационных волн по блокам ослабевает. Неподвижные фрагменты образуют систему преимущественно замкнутых округлых и эллипсовидных фронтов локализованной деформации, оконтуривающих локальные объемы модельного материала, испытывающие вращение. Аналогичные структуры – трансляционно-ротационные вихри, были ранее обнаружены при пластической деформации металлов на стадии их предразрушения [53].

Для анализа особенностей миграции зон локализованной деформации (деформационных волн) были выбраны восемь реперных точек, расположенных в двух смежных блоках по четыре сверху и снизу от одного из разрывных нарушений (рис. 1.30). Таким образом, точки образуют четыре последовательно расположенные вдоль разрывного нарушения пары.

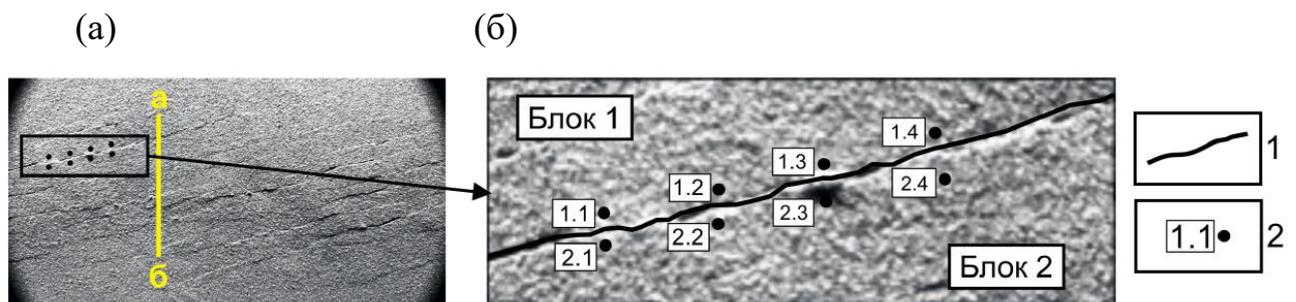


Рисунок 1.30 – Расположение реперных точек в смежных блоках на оптическом изображении фрагмента сдвиговой зоны в исходном (а) и увеличенном (б) масштабе (1- разрыв, 2- реперная точка с порядковым номером, а-б – профиль для анализа скоростей распространения деформационных волн и их амплитуд)

На рисунке 1.31 представлены временные зависимости поперечной (горизонтальной) деформации в четырех реперных точках, расположенных над выбранным разрывным нарушением. При деформировании среды наблюдается дискретное прохождение деформационных волн через реперные точки от последней точки 1.4, расположенной наиболее близко к активному штампу, до точки 1.1. Прохождение волны сопровождается в каждой точке короткопериодной деформационной аномалией (см. рис. 1.31). За выбранный контрольный временной интервал с 55 по 108 секунду зафиксировано прохождение трех волн с периодичностью 17-18 секунд.

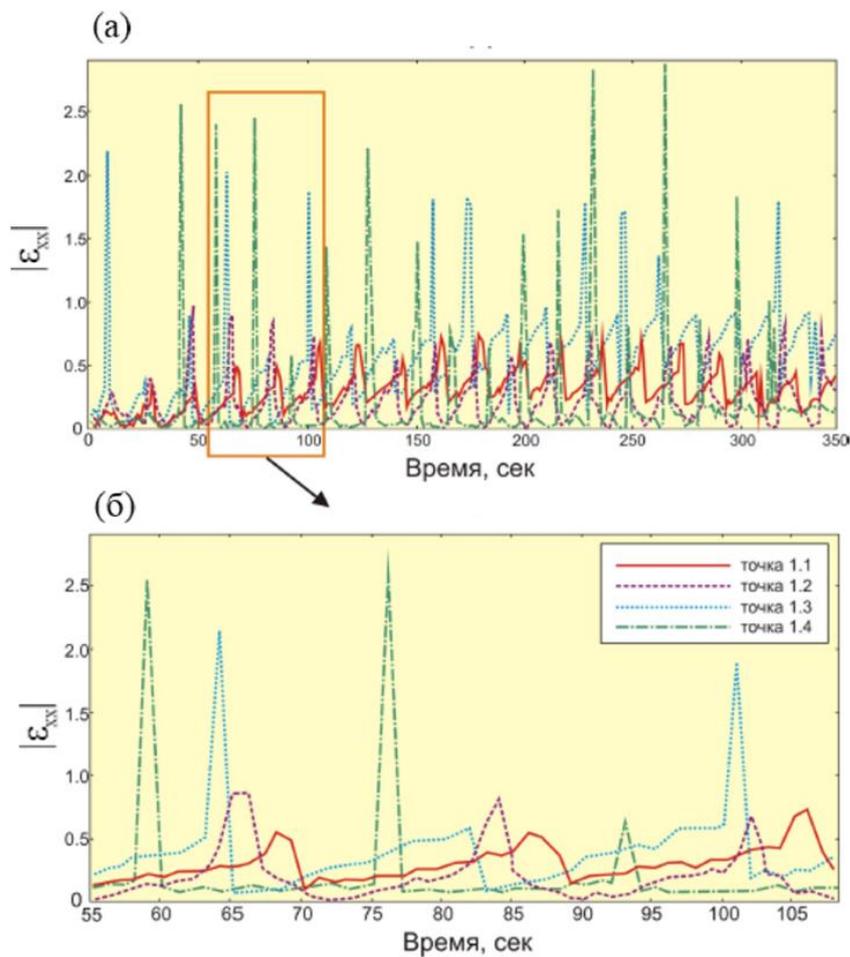


Рисунок 1.31 – Зависимость модуля поперечной деформации от времени для четырех реперных точек за расчетный интервал 350 секунд (а) и ее детализация на временном отрезке с 55 по 108 секунду (б)

Видно, что, несмотря на близкое расположение реперных точек друг от друга, реализующиеся в их пределах деформации отличаются по величине. Это связано с тем, что величина трения на межблоковом разрыве и уровень накопленных напряжений меняются как по его простиранию, так и во времени, что приводит к его сегментации [26]. Степень сдвиговой активности даже у близко расположенных сегментов, а также у одного сегмента, но в разные моменты времени может отличаться [418]. При этом чем ниже степень подвижности сегмента разрыва, то есть чем выше прочность контакта между блоками в пределах сегмента, тем реже реализуются сдвиговые смещения по нему и тем большую деформационную аномалию создает проходящая деформационная волна в реперной точке в его окрестностях.

Сравнение эволюции поперечной деформации в смежных блоках (рис. 1.32) показывает, что два фрагмента некогда единой волны перемещаются по этим блокам с разной периодичностью. Скорость движения таких фрагментов в верхнем блоке, расположенном ближе к активному штампу экспериментальной установки (блок 1), выше, чем в нижнем блоке (блок 2) (см. рис. 1.32). Для блока 1 период прохождения деформационных волн составляет 17-18 секунд, тогда как для второго – 23-24 секунд.

Отличие в периоде (скорости) распространения деформационных волн в блоках дополняется разной динамикой вызванных ими деформаций. Из сопоставления зависимостей поперечной деформации от времени видно, что в реперных точках блока 1 ее реализация всегда происходит по одному сценарию (рис. 1.33а). Деформация импульсно возрастает в момент прихода деформационной волны в реперную точку, после чего релаксирует. В смежном блоке 2 в большинстве случаев ситуация зеркально-противоположная (рис. 1.33б).

Отличия в короткопериодных вариациях деформаций в смежных блоках дополняются отличиями в их долговременных изменениях. Так, в реперных точках 1.1–2.1 и 1.2–2.2 первоначальный тренд на снижение деформаций сменился со временем на их рост (см. рис. 1.32 а, б). В других реперных точках

трендовые деформации либо синхронно снижались (см. рис. 1.32в), либо изменялись разнонаправленно (см. рис. 1.32г).

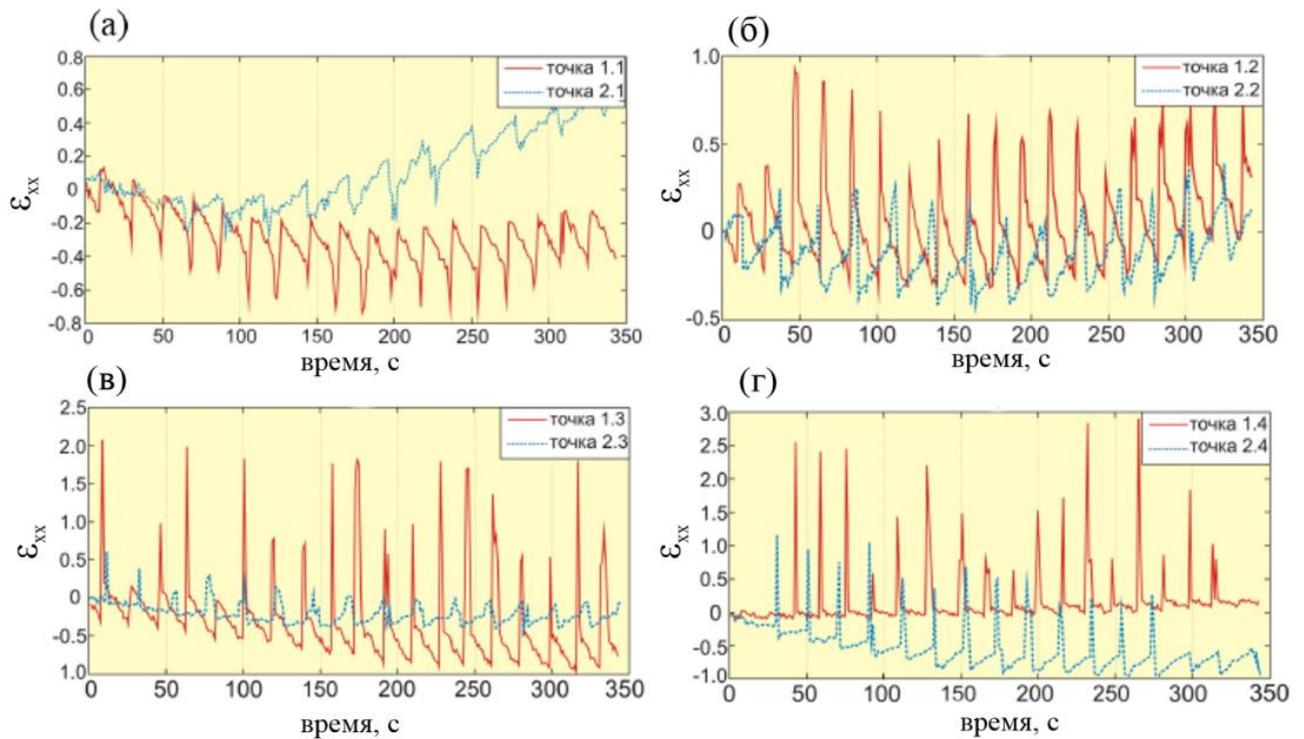


Рисунок 1.32 – Зависимость поперечной деформации от времени в крайних частях смежных блоков для четырех пар точек: 1.1-2.1 (а), 1.2-2.2 (б), 1.3-2.3 (в), 1.4-2.4 (г)

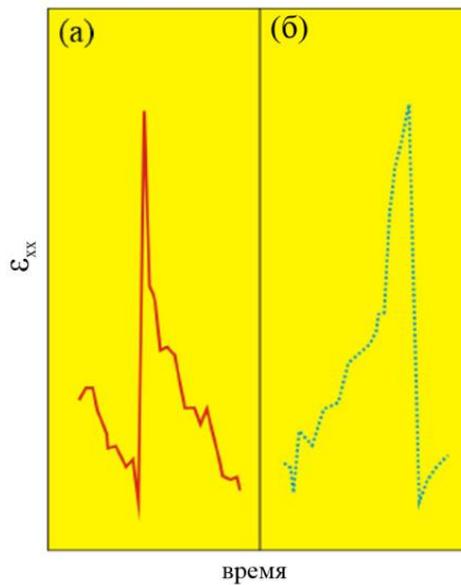


Рисунок 1.33 – Характерные изменения поперечной деформации в реперных точках блоков 1 (а) и 2 (б) при прохождении через них деформационных волн

Зависимость модуля поперечной деформации от времени, приведенная на рисунке 1.31, была использована для оценки скорости распространения деформационных волн. Для этого вычислялись времена регистрации деформационных аномалий в выбранной паре реперных точек, расположенных в блоке 1 (над разрывным нарушением, см. рис. 1.30). Полученные оценки приведены на рисунке 1.34 для первых восемнадцати зарегистрированных деформационных волн.

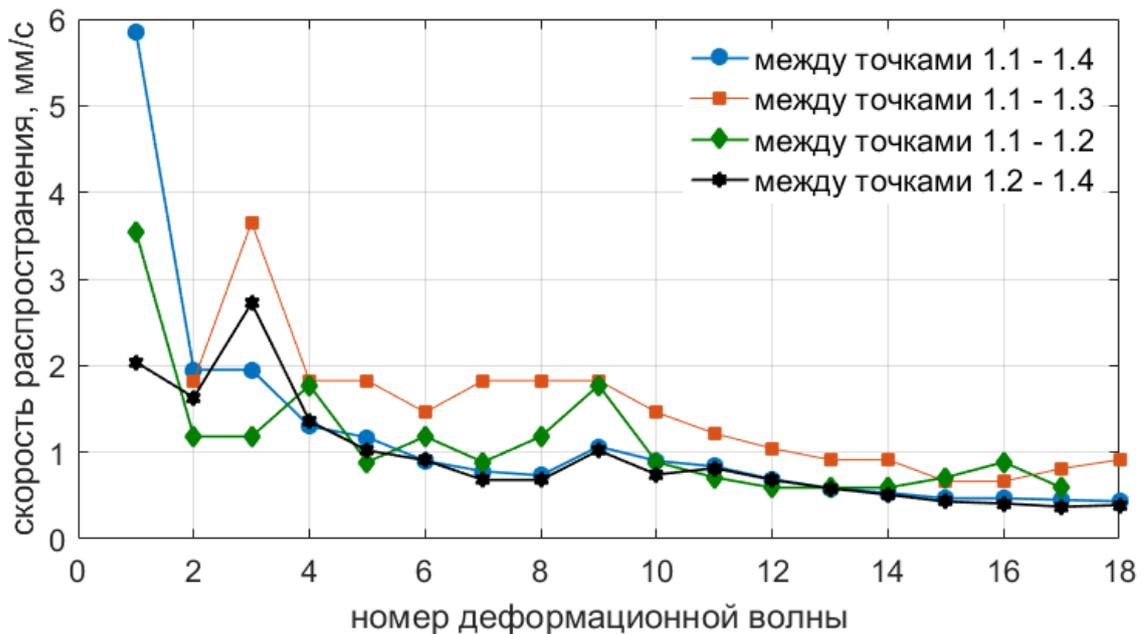


Рисунок 1.34 – Скорости распространения деформационных волн, оцененные для различных пар реперных точек в блоке 1

Начальный этап деформирования характеризуется отсутствием явно выраженных разрывных нарушений и повышенными скоростями распространения деформационных волн. Тогда как с течением времени наблюдается как уменьшение скорости, так и ее вариация для различных пар реперных точек. Среднее значение скорости для волн с порядковым номером от 5 по 18 составляет 0.89 мм/с при коэффициенте вариации 37%. Необходимо отметить, что скорость распространения деформационных волн фактически на два порядка выше скорости смещения активного штампа, что позволяет

характеризовать наблюдаемые волны как «медленные» деформационные волны.

О том, что скорость распространения деформационных волн меняется в процессе формирования сдвиговой зоны также свидетельствует карта изменения модуля поперечных деформаций с течением времени (1.35), построенная для выбранного пространственного профиля а-б. Расположение профиля приведено на рисунке 1.30.

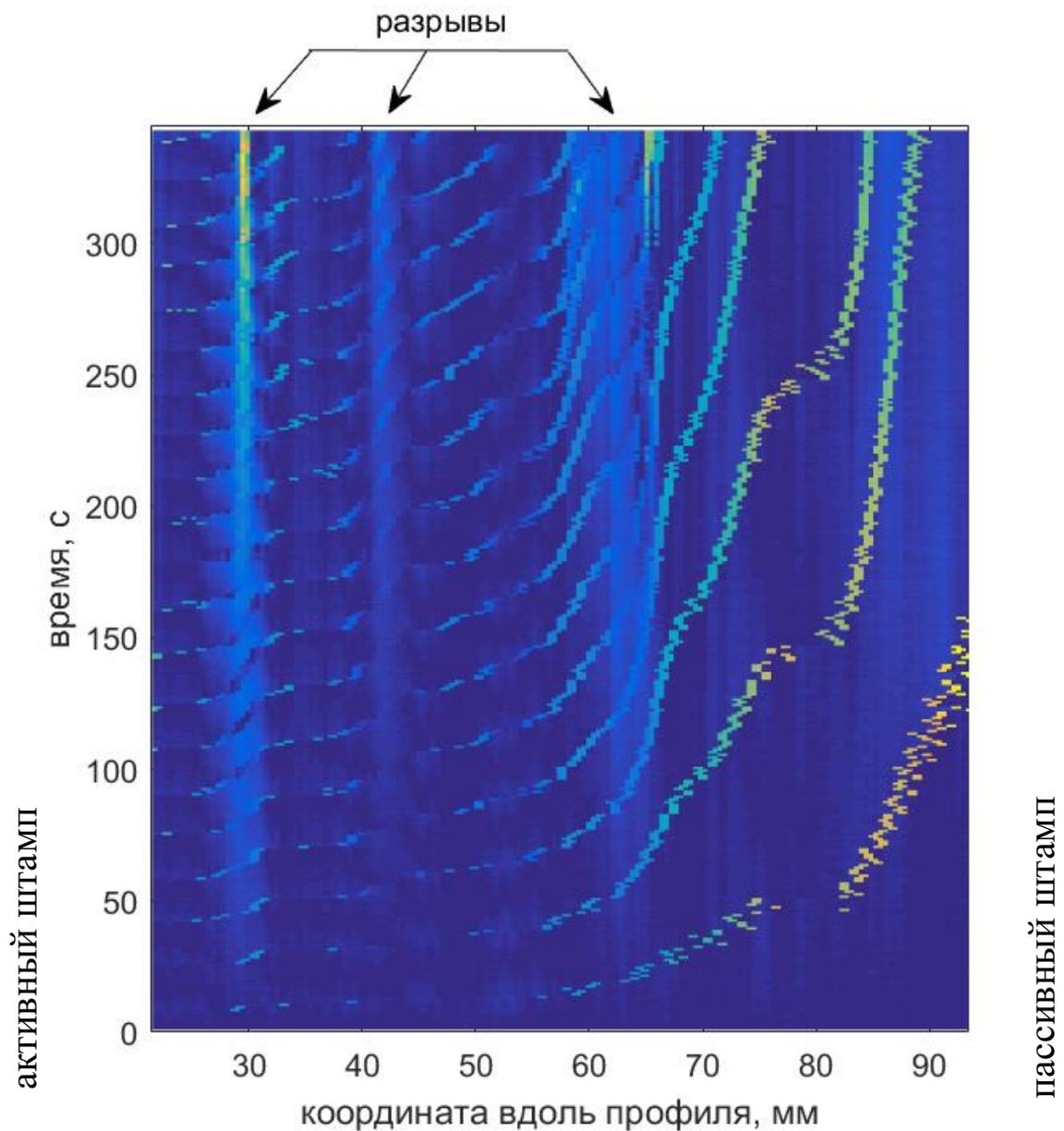


Рисунок 1.35 – Изменение модуля поперечной деформации во времени для выбранного профиля

Цветными наклонными линиями на построенной карте являются деформационные волны, а цветными размытыми вертикальными полосами – формирующиеся разрывы. Скорость деформационных волн меняется по мере продвижения их от активного штампа во внутренние части формирующейся сдвиговой зоны. При этом скачок скорости (ее понижение) происходит в зоне влияния каждого отдельного разрыва. При подходе к пассивному штампу – скорость «медленных» деформационных существенно падает. Также видно, что через первое разрывное нарушение (крайнее слева) проходят все волны, идущие от активного штампа. Тогда как через третий разрыв, имеющий широкую зону динамического влияния (крайний справа), проходят далее только первые несколько волн. Остальные трансформируются в волновые сегменты, распространяющиеся вдоль разломной зоны.

Анализ изменения амплитуд «медленных» деформационных волн при их распространении в формирующейся сдвиговой зоне показал, что по мере продвижения происходит постепенный рост их амплитуды (рис. 1.36).

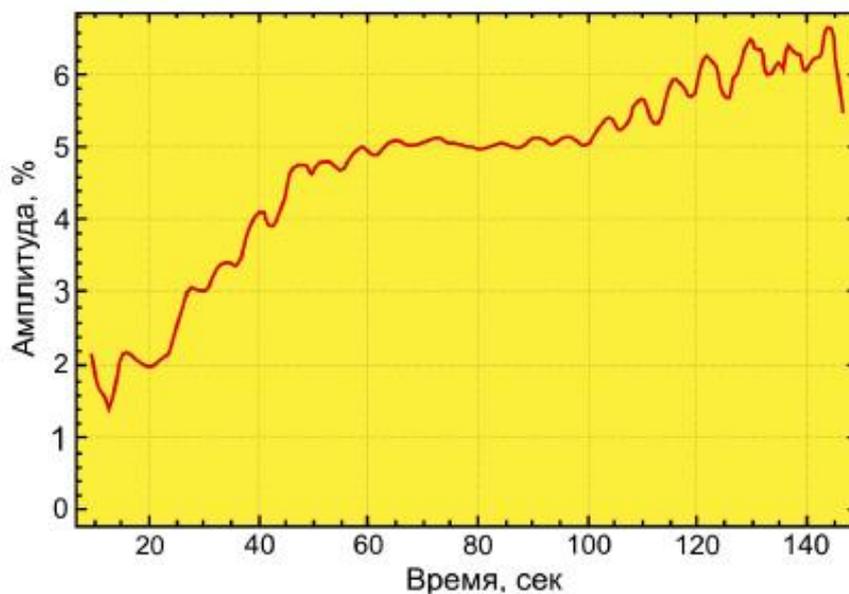


Рисунок 1. 36 – Зависимость амплитуды выбранной деформационной волны от времени

Под амплитудой понимается величина модуля деформации на фронте волны. В свою очередь, временная структура такого роста определяется конфигурацией

разрывных структур различного ранга, которые преодолевает деформационная волна.

Таким образом, в результате проведенных экспериментальных исследований с использованием метода корреляции цифровых изображений впервые показано, что формирование сдвиговой зоны сопровождается генерацией и миграцией по модельной среде «медленных» деформационных волн. По характеру зарождения (за пределами зоны сдвига) и распространения транзитом через всю модельную область их можно охарактеризовать как межразломные. Развитие разрывных структур приводит к тому, что межразломные волны при достижении таких структур распадаются на отдельные волновые фрагменты. Новообразованные фрагменты волн (внутриразломные) меняют направление движения и перемещаются по простиранию блоков. Таким образом, в случае межразломных «медленных» деформационных волн, едиными волноводом является вся сдвиговая зона, а в случае внутриразломных волн роль волноводов выполняют вычленимые крупными разрывами блоки.

### **1.5 Основные результаты главы**

В настоящей главе приведены результаты экспериментального исследования деформационного поведения образцов сильвинита при прямом квазистатическом растяжении и результаты физического моделирования процесса формирования сдвиговой зоны в упруго-вязко-пластической модели континентальной литосферы с использованием метода корреляции цифровых изображений. Целью исследований было изучение пространственно-временных форм макролокализации деформации в горных породах и геосредах при их нагружении.

Для реализации прямого одноосного растяжения образцов сильвинита использовано специальное реверсивное устройство. В результате анализа полученных цифровых изображений боковой поверхности образцов сильвинита при их нагружении установлено, что процесс деформирования реализуется в

виде двух последовательно следующих форм пространственно-временной макролокализации: системы эквидистантно расположенных стационарных очагов локализованной деформации и одиночной стационарной диссипативной локализованной структуры. Материал вне полос локализованной деформации находится в недеформированном состоянии, также в результате одноосного квазистатического растяжения наблюдаются как полосы локализованной деформации растяжения, так и сжатия. Переход от одной формы локализации к другой происходит в окрестности максимума напряжения и сопровождается резким уменьшением параметра структурного скейлинга. Параметр структурного скейлинга характеризует степень взаимодействия дефектов различных масштабных уровней посредством их упругих полей и был оценен по данным акустической эмиссии.

Для изучения пространственно-временной динамики деформаций в процессе формирования сдвиговой зоны проведено физическое моделирование этого процесса на установке «Разлом» (ИЗК СО РАН, Иркутск) на модели из водной пасты монтмориллонитовой глины. В результате анализа серии цифровых изображений, соответствующих начальному этапу формирования сдвиговой зоны, установлено, что деформационный процесс, обусловлен двумя составляющими – общим перемещением активного штампа и периодической миграцией по зоне локализованных фронтов деформации – «медленных» деформационных волн. Первая составляющая является преобладающей и вносит основной вклад в накопление деформаций, тогда как вторая является второстепенной и осложняет протекание деформационного процесса.

На начальном этапе развития сдвиговой зоны «медленные» деформационные волны генерируются за пределами зоны сдвига у активного штампа и мигрируют транзитом через всю модельную область. Развитие разрывных структур приводит к тому, что при достижении волнами таких структур происходит их трансформация и разделение на отдельные волновые фрагменты. Такие фрагменты меняют направление движения и перемещаются по простиранию блоков, выделяемых отдельными разрывами. Дальнейшее

деформирование модельной среды приводит к росту уровня напряжений в сдвиговой зоне, остановке миграции фрагментов деформационных волн и формированию неподвижной системы преимущественно замкнутых фронтов локализованной деформации, оконтуривающих локальные объемы материала, испытывающие вращение. Другими словами, наблюдаемая динамика деформационных волн показывает, что процесс формирования сдвиговой зоны сопровождается генерацией и распространением по зоне сдвига межразломных «медленных» деформационных волн, их последующей трансформацией во внутриразломные волны при развитии разрывных нарушений. Рассогласованность по времени перемещений фрагментов деформационной волны в смежных блоках порождает сложную динамику разнонаправленных смещений на межблоковом разрыве. В конце концов, происходит формирование неподвижных зон локализованной деформации, связанных с блочной структурой сдвиговой зоны.

Проведенные оценки показали, что скорость распространения «медленных» деформационных волн фактически на два порядка превышает скорость перемещения активного штампа и изменяется при прохождении разрывных нарушений и зон их динамического влияния. Амплитуда «медленных» деформационных волн растет по мере их распространения и определяется уровнем напряжений в зоне сдвига.

## **Глава 2. Микромеханизмы деформирования и разрушения хрупких материалов по данным акустической эмиссии**

### **Введение**

В отличие от деформирования пластичных и квазипластичных материалов, в хрупких материалах и, в частности, горных породах макролокализация деформации в виде различных пространственно-временных форм наблюдается при многоосном нагружении с высоким уровнем минимального сжимающего напряжения и является следствием многомасштабного и самоорганизованного развития микротрещин на всем протяжении деформирования материала. С самого начала деформирования хрупких материалов и до стадии предразрушения, сопровождающейся макролокализацией деформации, адаптация материала к внешней нагрузке и возможные сценарии его деформационного отклика базируются на развитии и коллективном взаимодействии ансамблей микротрещин, как различной ориентации, так и различных мод деформирования. Это обстоятельство определяет нелинейное деформационное поведение хрупких материалов, зависимость их упругих свойств от вида напряженно-деформированного состояния.

Вариации ориентаций и мод деформирования микротрещин, в случае фиксированной конфигурации приложенных к хрупкому твердому телу нагрузок, являются маркерами неоднородности микроструктуры материала и связанной с нею изменчивости локального напряженно-деформированного состояния. Исследование вариаций, с одной стороны, является ключом к пониманию процесса адаптации хрупкого материала к внешнему воздействию за счет перестройки и развития дефектной подсистемы, а с другой стороны, позволяет получить уникальную информацию для развития, идентификации и верификации физических моделей деформирования и разрушения материалов, включая физические модели и модели с тензорными параметрами поврежденности. Данные факторы определяют крайнюю актуальность

исследований, направленных на поиск и разработку подходов экспериментального определения ориентации и механизмов микротрещин при деформировании и разрушении хрупких твердых тел.

Наиболее перспективным методом для характеристики развивающейся в процессе деформирования хрупких материалов микротрещиноватости является метод акустической эмиссии (АЭ). Метод акустической эмиссии, как метод неразрушающего контроля, позволяет *in situ* регистрировать упругие волны, содержащие в себе информацию об источнике, их сгенерировавших, в процессе деформирования материала. Несмотря на большое количество подходов к определению типа и механизмов источника АЭ, наиболее перспективными являются сейсмологические методы, предъявляющие высокие требования к формированию исходного каталога событий акустической эмиссии.

В настоящей главе приведены результаты исследования микромеханизмов разрушения гранита при трехточечном изгибе на основе анализа тензора сейсмического момента событий акустической эмиссии. Первый параграф посвящен обзору подходов к определению типа источника акустической эмиссии при деформировании материалов, включающему методы, базирующиеся на анализе огибающих сигналов АЭ; методы, базирующиеся на спектральном анализе сигналов АЭ, а также на кластерном анализе параметров АЭ; сейсмологические методы.

Во втором параграфе приведено определение и базовые соотношения для тензора сейсмического момента, представлены геометрические иллюстрации для определения направления подвижки по разлому/трещине и их классификации. Третий параграф посвящен непосредственно исследованию микромеханизмов разрушения гранита при трехточечном изгибе по данным акустической эмиссии. В параграфе описана методика проведения эксперимента, включая использованные в исследовании подходы к определению времен первого вступления Р-волн и абсолютной калибровки преобразователей АЭ. Отдельное внимание уделено оригинальному трехступенчатому алгоритму уточнения найденных решений для тензора

сейсмического момента и отбраковки неустойчивых. Показано, что изгиб гранита сопровождается формированием и развитием трещин нормального отрыва с дополнительной сдвиговой составляющей различной интенсивности, связанной с микроструктурной неоднородностью образца.

## **2.1 Подходы к определению типа источника акустической эмиссии при деформировании материалов**

Импульс акустической эмиссии, инициированный появлением или развитием одиночного дефекта, несет в себе исчерпывающую информацию о своем источнике, частично искаженную эффектами распространения и его регистрации/преобразования в электрический сигнал. Вычисление *in situ* амплитудно-энергетических параметров импульсов акустической эмиссии, спектральных характеристик волновых форм импульсов в совокупности с результатами локации их источников позволяет получить комплексную информацию о процессе перестройки микроструктуры материала, развития его дефектной подсистемы. Несмотря на то, что, в конечном счете, источник АЭ характеризуется амплитудно-временными, энергетическими, частотными характеристиками электрического сигнала, а не исходного акустического поля, последние несколько десятилетий разрабатываются подходы к интерпретации данных акустической эмиссии с целью определения типа/вида ее источников [112, 148, 152, 154, 171, 172, 179].

Возможными источниками акустической эмиссии материала, вызванной динамической перестройкой его структуры, являются:

- дислокационное скольжение, включая срыв дислокаций с барьеров различного типа;
- двойникование;
- полиморфные и фазовые превращения в твердом теле;
- межзеренное и межкристаллитное скольжение;
- трение на внутренних границах;

- появление, рост и коалесценция внутри- и межкристаллитных микротрещин;
- расслоение (деламинация), развитие трещин между разнородными (в смысле физико-механических свойств) компонентами, структурными элементами материала.

Необходимо отметить, что от набора микромеханизмов деформирования и разрушения материала, являющихся источниками акустической эмиссии, зависит выбор того или иного подхода к анализу данных акустической эмиссии с целью определения его источника. Типовой задачей для экспериментальной механики материалов является сегрегация импульсов акустической эмиссии:

- сопровождающих пластическое течение материала и развитие в нем микротрещин;
- сопровождающих пластическое течение материала по механизмам: дислокационное скольжение, двойникование;
- сопровождающих деформирование композиционных материалов, прежде всего, стекло- и углепластиков по механизмам микроразрушения: разрушения матрицы, волокон, отслоение волокон от матрицы, деламинация;
- сопровождающих трещинообразование в хрупких материалах по типу микротрещин: нормального отрыва, сдвига.

В связи с тем, что для классификации импульсов АЭ по типу их источников в каждом конкретном случае могут быть использованы различные методы и подходы, приведем их общим списком без привязки к материалам и механизмам.

***Методы, базирующиеся на анализе огибающих сигналов акустической эмиссии.*** Основными факторами, определяющими форму огибающей сигналов АЭ, являются длительность сигналов и их максимальная амплитуда. Впервые анализ огибающих сигналов АЭ был использован для разделения акустической эмиссии в металлах и сплавах, инициируемой микропластической деформацией и развитием микротрещин (см. рис. 2.1) [69].

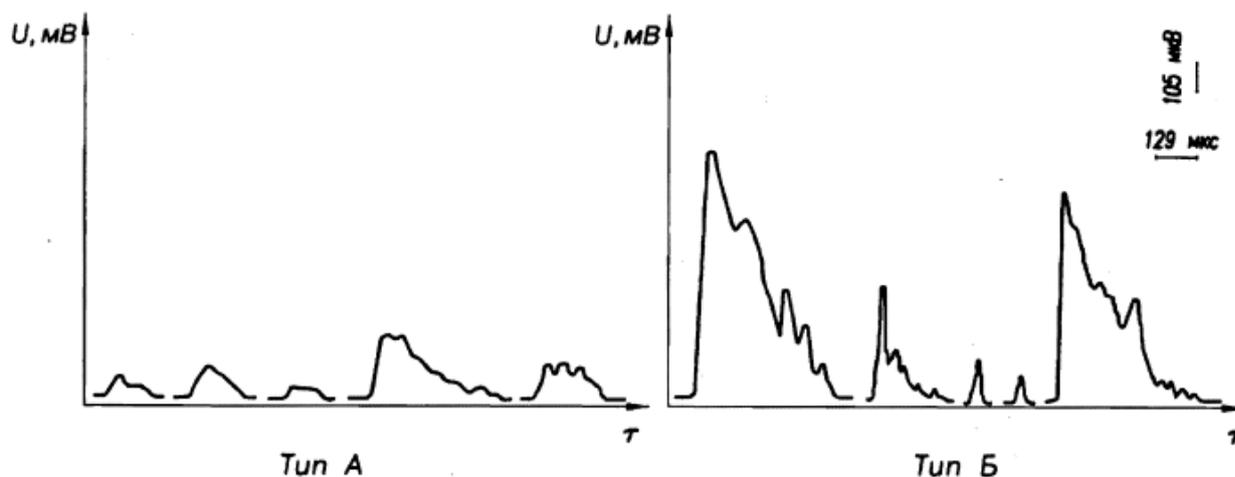


Рисунок 2.1 – Классификация сигналов АЭ по форме огибающей: а – сигналы, возникающие в результате микропластической деформации, б – сигналы, возникающие в результате страгивания и развития микротрещин

В работе [69] для разделения сигналов по типу источника предложен параметр, характеризующий скорость изменения плотности энергии в сигнале АЭ:

$$K_p = \lg\left(\frac{E_c}{\tau^2}\right), \quad (2.1)$$

где  $E_c$  – энергия электрического сигнала акустической эмиссии,  $\tau$  – длительность сигнала. Анализ распределений этого параметра для сигналов акустической эмиссии, зарегистрированных при растяжении и сжатии сталей и других сплавов, позволил показать преобладающие механизмы неупругого деформирования этих материалов (рис. 2.2).

В работах [1, 66] ранжирование сигналов АЭ по форме огибающей было использовано для контроля качества сварного шва в процессе остывания. Недостатком такого подхода, по мнению его авторов, являются высокие временные затраты на обработку данных АЭ, что в случае с непрерывным контролем швов в процессе сварки изделий может привести к пропуску дефекта. Для решения этой проблемы в работе [72] был предложен подход к разделению сигналов АЭ по скорости нарастания переднего фронта сигнала. Скорость нарастания переднего фронта определяется на двух участках, задаваемых тремя пороговыми уровнями (рис. 2.3).

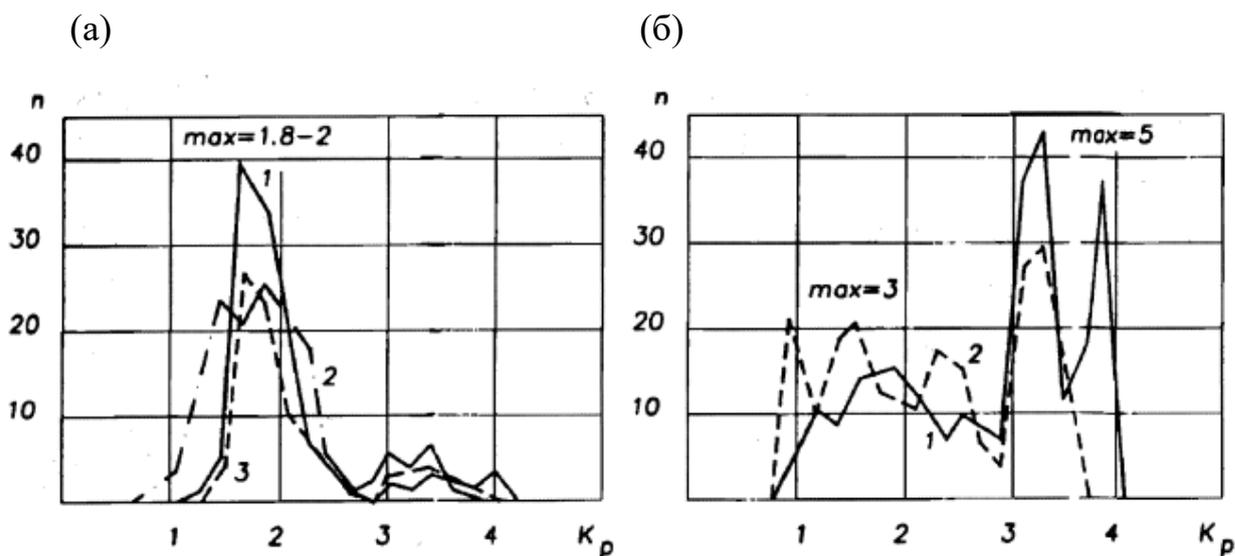


Рисунок 2.2 – Полигоны распределения параметра  $K_p$  при испытании цилиндрических образцов на растяжение (а) и сжатие (б). Материалы: а – стали: 1 – 98; 2 – ОХ18Н10Т; 3 – Х10Н16АГ6; б – сплавы: 1 – ВК-6; 2 – 05-ИТ.

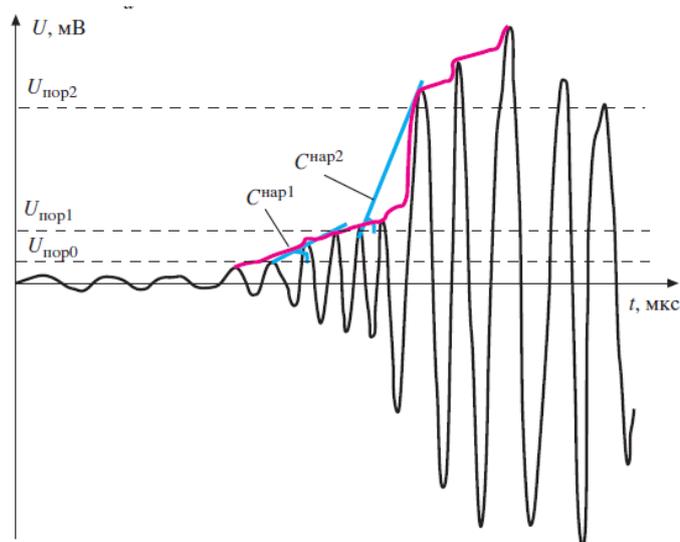


Рисунок 2.3 – Установка трех порогов селекции и определение скорости нарастания переднего фронта [1]

Первый пороговый уровень  $U_0$  устанавливается выше уровня шумов, второй пороговый уровень  $U_1$  не превышает максимальное значение быстрой моды сигнала акустической эмиссии. Третий пороговый уровень  $U_2$  выбирается выше уровня быстрой моды, но ниже уровня медленной моды. Значения  $U_1$  и  $U_2$  подбираются итеративным способом. Апробация предложенного подхода

показала, что он хоть и обладает меньшей точностью по сравнению с анализом формы всей огибающей, но ее уровень и быстродействие самого алгоритма достаточны для практического применения и анализа больших объемов информации в реальном масштабе времени [1].

В работах [454, 460] предложено разделять типы трещин – источников акустической эмиссии в бетонах на трещины нормального отрыва и трещины сдвига по двум параметрам, характеризующим форму волны и интенсивность излучения (рис. 2.4).

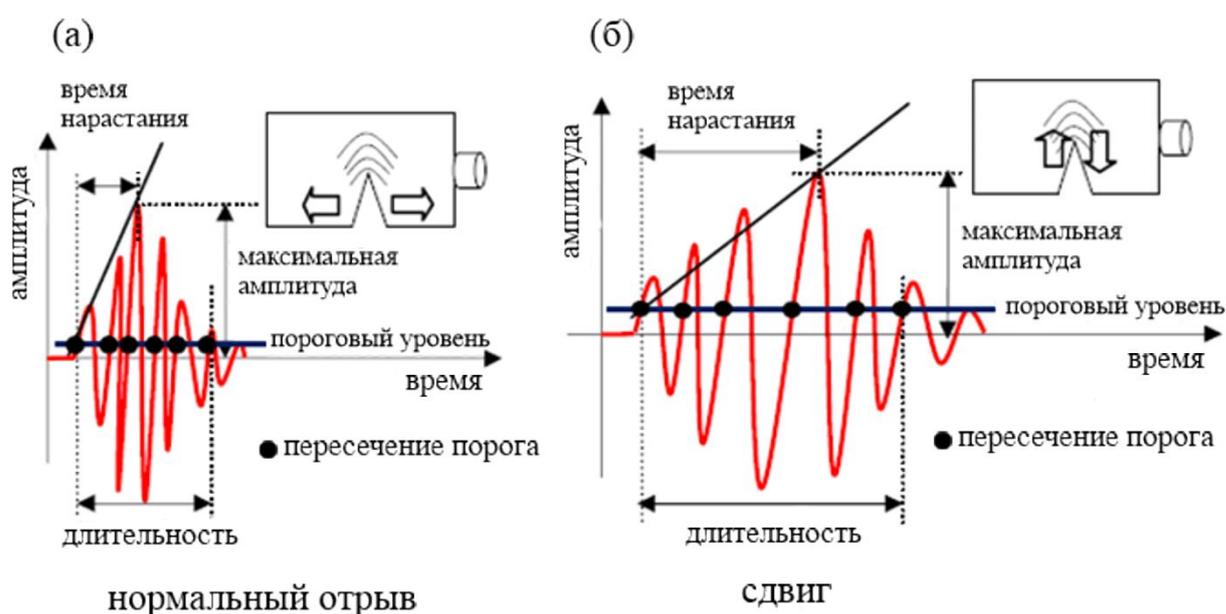


Рис. 2.4 – Определение параметров формы волны согласно [454, 460]

Первый параметр  $RA$  представляет собой время нарастания, нормированное на максимальную амплитуду сигнала

$$RA = \frac{R}{A_{max}}, \quad (2.2)$$

где  $R$  – время нарастания сигнала (время от первого пересечения порога до времени, соответствующего максимальной амплитуде сигнала),  $A_{max}$  – максимальная амплитуда электрического сигнала АЭ. Вторым параметром является средняя частота сигнала  $AF = C/D$ , которая представляет собой отношение количества пересечений порога  $C$  и длительности сигнала  $D$ . Физической основой для разделения сигналов АЭ по механизму источника

является представление о том, что образование новой поверхности вследствие разрыва межмолекулярных связей при отрыве протекает интенсивнее, чем в случае сдвига. Поэтому сигналы акустической эмиссии в случае развития трещин отрыва характеризуются малым временем нарастания, большой амплитудой и высокой средней частотой (рис. 2.5), тогда как трещины сдвига наоборот характеризуются большим временем нарастания и низкой средней частотой.

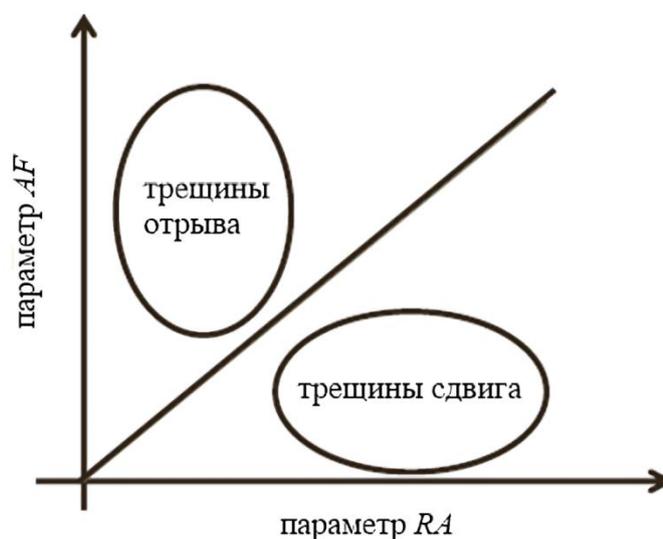


Рисунок 2.5 – Разделение источников АЭ по типу в плоскости  $RA - AF$

Необходимо отметить, что разделение сигналов АЭ по типу источника в плоскости  $RA - AF$  в настоящее время широко используется для различных типов материалов, при этом уточнению формализованных условий разделения, оценке применимости к трещинам смешанного типа внимания фактически не уделяется. Еще одним ограничением такого подхода является априори принятая гипотеза о том, что кроме микротрещин других источников акустической эмиссии в материале при его деформировании и разрушении нет.

В работах сотрудников ИДГ РАН (г. Москва) для разделения акустической эмиссии по типу источника, генерируемой в гранулированном заполнителе модельной разломной зоны в процессе прерывистого скольжения ее берегов, предложен параметр, аналогичный нормированному времени нарастания [75, 463, 464]

$$WI = \frac{t_{max} - t_s}{t_e - t_{max}}, \quad (2.3)$$

где  $t_{max}$  – момент времени, соответствующий максимальной амплитуде сигнала АЭ,  $t_s$  – момент времени, соответствующий началу сигнала АЭ (первому пересечению порога),  $t_e$  – момент времени, соответствующий окончанию сигнала АЭ (рис. 2.6).

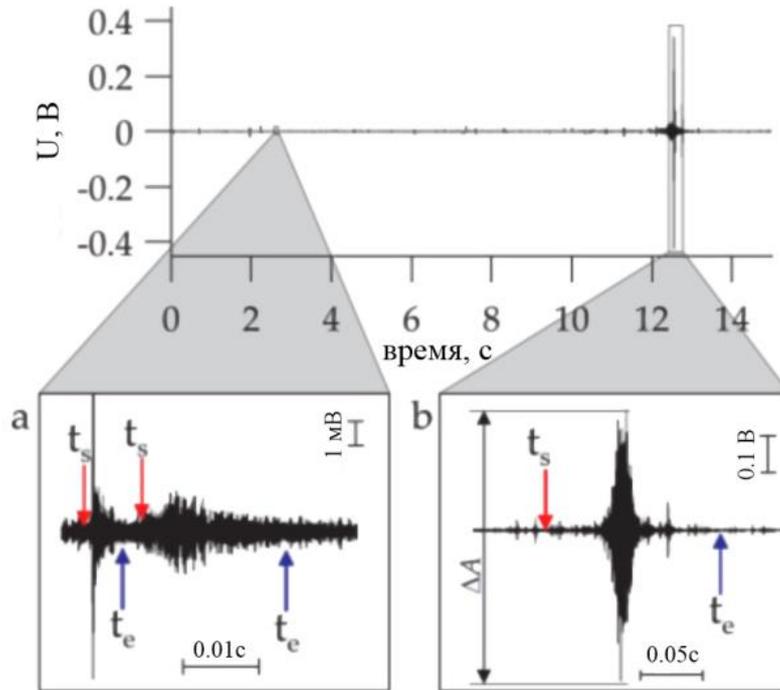


Рисунок 2.6 – Пример событий АЭ с  $WI = 0.15$  (a) и  $WI = 0.44$  (b) [463]

Анализ акустической эмиссии при вариациях материала заполнителя и скорости сдвига одного блока относительно другого в модели разломной зоны позволил выявить два семейства импульсов акустической эмиссии, различающихся по величине параметра  $WI$  [75, 463] (см. рис. 2.6). Установлено, что в процессе прерывистого скольжения по модельному разлому статистические свойства первого семейства импульсов АЭ остаются неизменными, тогда как свойства импульсов АЭ второго типа чувствительны к изменениям стрессовых условий, а их скейлинговые свойства коррелируют с изменением механических свойств разломной зоны [75, 464].

**Методы, базирующиеся на спектральном анализе сигналов акустической эмиссии.** Базовой гипотезой, лежащей в основе данной группы методов, является предположение о том, что каждому физическому механизму деформирования и разрушения материала соответствуют сигналы АЭ определенного частотного диапазона [27, 119]. При этом для классификации сигналов АЭ по типу (механизму) источника используются различные параметры частотного спектра, построенного как с помощью быстрого преобразования Фурье, так и с помощью дискретного вейвлет-преобразования [12, 63, 146, 291, 479].

Наиболее распространенными параметрами частотного спектра сигналов АЭ, используемыми для классификации их источников, являются частота максимума спектра (опорная частота) и медианная частота. В работе [11] для классификации сигналов АЭ по типу их источников был предложен параметр  $K_f$ , определяющий величину вклада отдельных частотных компонентов спектра в сигнал АЭ в целом:

$$K_f = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m stdFQ_j (m + 1 - j), \quad (2.4)$$

$$stdFQ_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_j)^2},$$

где  $stdFQ_j$  – среднеквадратичное отклонение  $j$ -го коэффициента вейвлет-разложения сигнала АЭ,  $n$  – число отсчетов дискретизации сигнала АЭ,  $m$  – число коэффициентов вейвлет-разложения,  $x_{ji}$  – численное значение  $i$ -го отсчета  $j$ -го вейвлет-коэффициента,  $\bar{x}_j$  – среднее значение ряда из  $n$  отсчетов  $j$ -го вейвлет-коэффициента. Введенный параметр позволил в плоскости энергия сигнала АЭ – параметр  $K_f$  разделить сигналы АЭ, соответствующие дислокационному скольжению, образованию микро- и макротрещин при деформировании стали 12Х18Н10Т [11, 12, 63].

Спектральный анализ сигналов акустической эмиссии широко используется для классификации источников акустической эмиссии в композиционных материалах различного типа, в частности, в угле- и

стеклопластиках [236, 435, 474]. Это обстоятельство вызвано существенно различающимися микромеханизмами разрушения данного типа материалов, включающими в себя разрушение матрицы и волокна, отслоение волокна от матрицы, деламинацию, проскальзывание и вытягивание волокна из матрицы. На рисунке 2.7 приведены частотные диапазоны сигналов АЭ, соответствующие различным микромеханизмам разрушения углепластика, предложенные в работах [297, 354, 458].

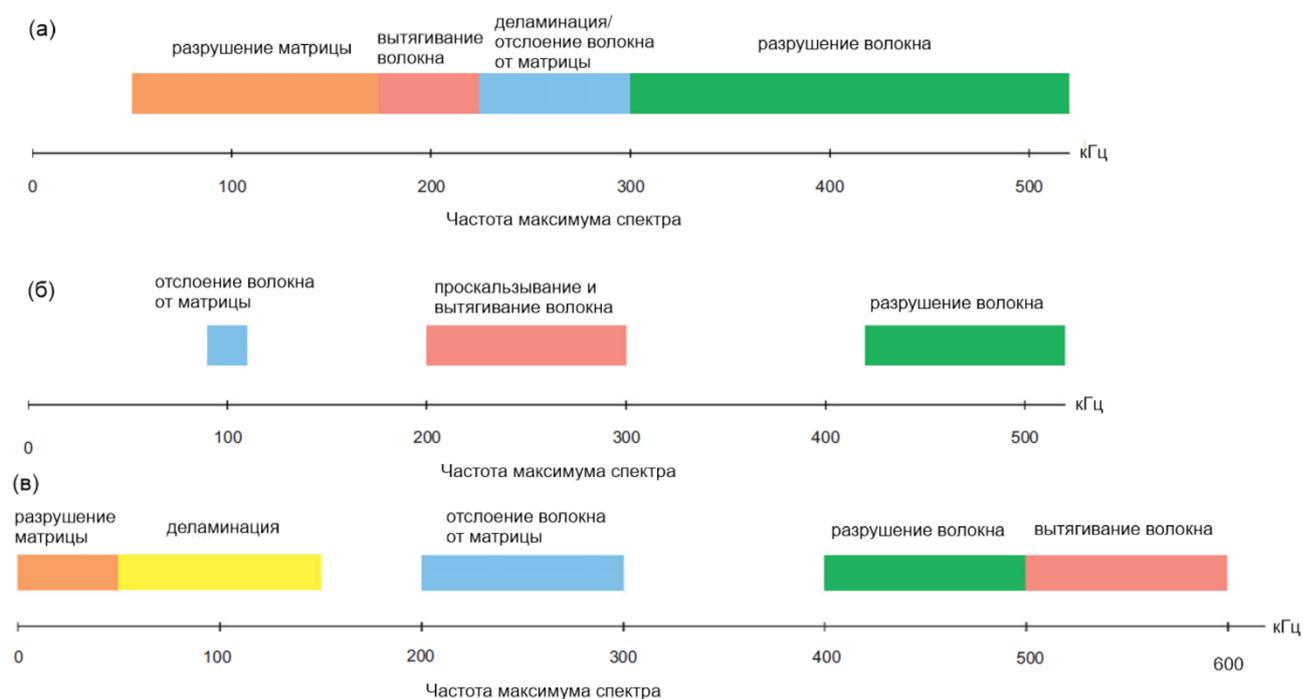


Рисунок 2.7 – Частотные диапазоны сигналов АЭ, соответствующие различным механизмам разрушения углепластика согласно работам [De Groot et al., 1995] – (а), [354] – (б), [458] – (в)

Видно, что от работы к работе наблюдается сильная вариация частотных интервалов, отвечающих за различные механизмы разрушения. Так, разрушению матрицы соответствуют более низкочастотные сигналы АЭ, тогда как разрушение волокна сопровождается высокочастотной акустической эмиссией. Наблюдаемая вариативность вызвана главным недостатком методов, базирующихся на спектральном анализе сигналов акустической эмиссии. При классификации сигналов АЭ по типу их источников исследователи оперируют частотным спектром (или его параметрами) электрического сигнала,

регистрируемого преобразователями акустической эмиссии.

Известно, что амплитудно-частотная характеристика регистрируемого электрического сигнала представляет собой конволюцию амплитудно-частотной характеристики исходного акустического импульса, излучаемого физическим источником, амплитудно-частотной характеристики, соответствующей среде распространения акустического импульса, и характеристики преобразователя акустической эмиссии. Именно поэтому результаты классификации импульсов АЭ по типу источника, основанные на спектральном анализе сигналов акустической эмиссии, зависят как от объекта исследования (испытываемого материала), так и от используемых преобразователей АЭ. Возможными способами нивелирования влияния данных факторов являются расширение списка параметров, по которым осуществляется классификация импульсов АЭ, и реализация процедуры деконволюции частотного спектра сигналов АЭ с использованием известной характеристики преобразователей АЭ.

**Методы, базирующиеся на кластерном анализе параметров акустической эмиссии.** Данный класс методов является наиболее разнообразным и, в настоящее время, широко используемым и развиваемым. Это связано с тем, что алгоритмы кластерного анализа строго формализованы и позволяют в гиперпространстве параметров импульсов АЭ разделять всю совокупность зарегистрированных данных на несколько сравнительно однородных групп (кластеров).

Методы кластерного анализа, в зависимости от используемого математического аппарата, условно можно разделить на несколько групп:

1. *Вероятностные методы.* Методы, позволяющие отнести каждую точку в гиперпространстве параметров к одному из  $k$  априори заданных кластеров путем минимизации суммарного квадратичного отклонения точек кластеров от центров этих кластеров:

- метод  $k$ -средних;

- метод k-медиан;
- EM-алгоритм;
- алгоритмы семейства FOREL;
- дискриминантный анализ.

## 2. Подходы на основе систем искусственного интеллекта:

- метод нечеткой кластеризации C-средних;
- нейронные сети (в частности, сеть Кохоненна);
- генетические алгоритмы.

## 3. Графовые алгоритмы кластеризации

## 4. Иерархические методы:

- агломеративные (объединительные) алгоритмы;
- дивизивные (разделяющие) алгоритмы.

Среди всей совокупности алгоритмов и методов кластерного анализа наиболее часто используемыми для классификации импульсов акустической эмиссии по типу их источника являются:

- метод k-средних для разделения микромеханизмов деформирования металлов и сплавов [302, 303, 308, 478], угле- и стеклопластиков [269, 270, 271, 317, 319, 468];
- метод нечеткой кластеризации C-средних для разделения микромеханизмов деформирования и разрушения угле- и стеклопластиков [272, 273, 290, 533, 557];
- самоорганизующаяся карта Кохонена (нейронная сеть с обучением без учителя) для разделения микромеханизмов деформирования и разрушения угле- и стеклопластиков [9, 299, 329, 458, 534].

Для оценки степени близости отдельной точки в гиперпространстве параметров импульсов акустической эмиссии к центру тяжести того или иного кластера используются различные меры:

- линейное расстояние  $d_{ij}^l = \sum_{i=1}^m |x_i^l - x_j^l|$ ;

- евклидово расстояние  $d_{ij}^E = \left( \sum_{i=1}^m (x_i^l - x_j^l)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ ;
- обобщенное степенное расстояние Минковского  $d_{ij}^P = \left( \sum_{i=1}^m (x_i^l - x_j^l)^P \right)^{\frac{1}{P}}$ ;
- расстояние Чебышева  $d_{ij} = \max_{1 \leq i, j \leq l} |x_i - x_j|$ ;
- Манхэттенское (сити-блок) расстояние:  $d_H(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^k |x_i^l - x_j^l|$ .

Евклидово расстояние является наиболее популярной метрикой и характеризует геометрическое расстояние между точками в гиперпространстве параметров импульсов АЭ. Для придания больших весов более отдаленным друг от друга точкам может быть использован квадрат евклидова расстояния. Расстояние Чебышева используется в случае, когда нужно отделить два объекта, отличающихся только по одной из координат. Сити-блок или Манхэттенское расстояние используется в случае необходимости минимизации отдельных выбросов на общее решение задачи кластеризации.

В независимости от используемого алгоритма кластерного анализа первоочередной задачей является выбор множества параметров акустической эмиссии, по которым далее будут оцениваться объекты в выборке. Анализ отечественной и зарубежной литературы показал, что существуют два подхода к выбору параметров импульсов АЭ для их кластеризации. Первый подход заключается в постулировании фиксированного набора параметров импульсов акустической эмиссии. Как правило, это амплитудно-энергетические и частотные параметры. Согласно второму подходу выбор параметров, являющихся наиболее вариативными для заданного материала и условий нагружения, осуществляется с использованием формализованных алгоритмов. Наиболее часто используемым из таких алгоритмов является метод главных компонент, позволяющий сократить размерность пространства параметров с минимальной потерей полезной информации [292, 471]. С математической точки зрения метод главных компонент представляет собой ортогональное

линейное преобразование, которое отображает данные из исходного пространства параметров в новое пространство меньшей размерности. Также для анализа данных акустической эмиссии применяются методы уменьшения размерности исходного набора данных, основанные на собственных картах Лапласа [387].

Недостатком вероятностных методов кластеризации является необходимость априори задавать количество кластеров, на которое необходимо разбить исходные данные в гиперпространстве выбранных параметров. Для оценки качества разбиения вводятся различные меры (коэффициенты), интегрально характеризующие результат разбиения множества параметров на заданное количество кластеров. Наиболее часто используемые меры оптимальности разделения на заданное количество кластеров применительно к данным акустической эмиссии:

- коэффициент Силуэтта:

$$Sil(C) = \frac{1}{N} \sum_{c_k \in C} \sum_{x_i \in c_k} \frac{b(x_i, c_k) - a(x_i, c_k)}{\max\{a(x_i, c_k), b(x_i, c_k)\}}, \quad (2.5)$$

где  $a(x_i, c_k) = \frac{1}{|c_k|} \sum_{x_j \in c_k} \|x_i - x_j\|$  – среднее расстояние от  $x_i \in c_k$  до других объектов из кластера  $c_k$  (компактность),  
 $b(x_i, c_k) = \min_{c_l \in C \setminus c_k} \left\{ \frac{1}{|c_l|} \sum_{x_j \in c_l} \|x_i - x_j\| \right\}$  – среднее расстояние от  $x_i \in c_k$  до объектов из другого кластера  $c_l: k \neq l$  (отделимость).  
 Коэффициент Силуэтта находится в диапазоне  $-1 \leq Sil(C) \leq 1$ , близость к 1 означает, что данный объект удовлетворительно соответствует своему кластеру и не соответствует соседним.

- индекс Дэвиса-Болдина:

$$DB(C) = \frac{1}{K} \sum_{c_k \in C} \max_{c_l \in C \setminus c_k} \left\{ \frac{S(c_k) + S(c_l)}{\|\bar{c}_k - \bar{c}_l\|} \right\}, \quad (2.6)$$

где  $S(c_k) = \frac{1}{|c_k|} \sum_{x_i \in c_k} \|x_i - \bar{c}_k\|$ ,  $\bar{c}_k$  – центроид кластера  $c_k$ . Данный индекс принимает значения больше нуля и является средним

отношением внутрикластерных разбросов к расстояниям между кластерами.

Несмотря на широкую распространенность описанных выше методов кластеризации, данный класс методов позволяет получить косвенное решение задачи определения типа источника акустической эмиссии при деформировании и разрушении материалов. Слабым местом этих методов является необходимость классификации найденных кластеров, т.е. установления строгой взаимосвязи между найденными кластерами и возможными механизмами деформирования и разрушения конкретного материала. На сегодняшний день успешное решение задачи классификации найденных кластеров является скорее исключением, чем неотъемлемым условием использования методов кластеризации данных акустической эмиссии. Такими исключениями являются работы коллектива из католического университета Левена (Бельгия), направленные на сопоставление результатов кластерного анализа данных акустической эмиссии и анализа оптических изображений деформируемых образцов стеклопластиковых ламинатов [396], а также работы Мерсона Д.Л. и его коллег (Тольяттинский государственный университет), посвященные идентификации механизмов деформирования и разрушения моно- и поликристаллов металлов, сплавов по данным акустической эмиссии с использованием оптической и электронной микроскопии [47, 91].

***Сейсмологические методы.*** Для решения задач определения типа источников акустической эмиссии при деформировании хрупких материалов, в которых главенствующим микромеханизмом деформирования и разрушения является трещинообразование, несколько десятилетий назад стали адаптировать и использовать подходы количественной сейсмологии. В отличие от методов, приведенных ранее, сейсмологические методы опираются на строгий математический базис, описывающий характер распространения упругих волн от заданного источника. К таким методам относятся методы определения механизма источника на основе анализа знаков первых

вступлений Р-волн (продольных) и анализа компонент тензора сейсмического момента.

Метод определения механизма источника на основе анализа знаков первых вступлений Р-волн является геометрическим и позволяет определить тип механизма источника акустической эмиссии по азимутальному распределению знаков первых вступлений упругой волны, зарегистрированной распределённой сетью датчиков акустической эмиссии [145, 276, 512]. Сдвиг бортов микротрещины/трещины/разлома в упругой среде приводит к ее сегрегации на области сжатия и растяжения (см. рис. 2.8), которые характеризуются соответствующим знаком первого вступления продольной волны, прошедшей через эти области. Недостатками такого подхода являются необходимость равномерного охвата области с источником упругих волн преобразователями акустической эмиссии, а также удовлетворительный результат только в случае преимущественно сдвигового характера подвижки по плоскости трещины/разлома.

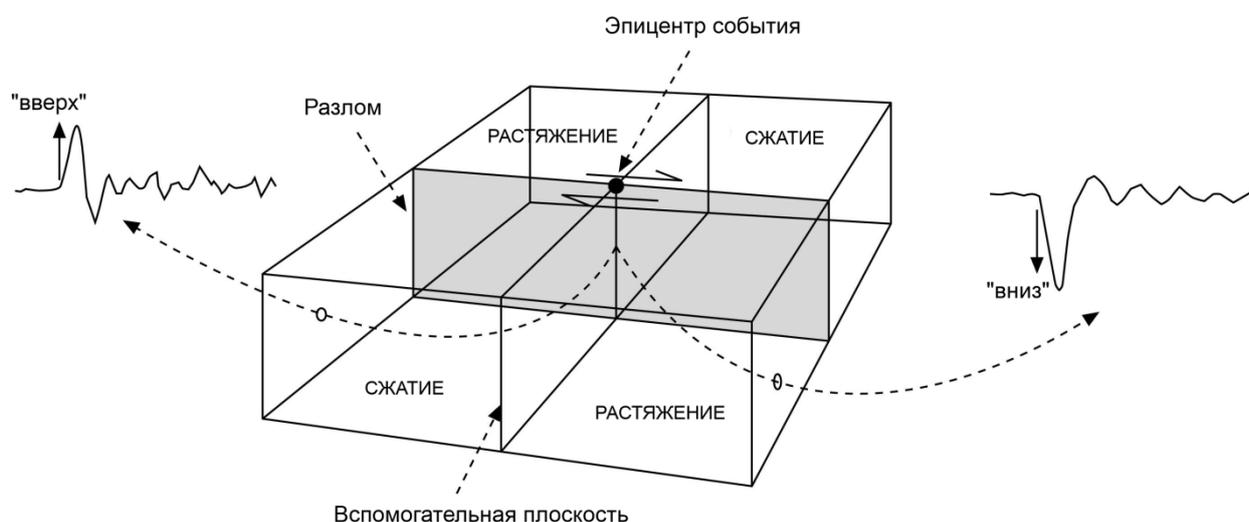


Рисунок 2.8 – Характер деформации в различных октантах при правостороннем сдвиге по вертикальному разлому

Второй сейсмологический метод является более комплексным и заключается в определении компонент тензора сейсмического момента (обобщенного силового эквивалента источника акустической эмиссии) на

основе инверсии волновых форм, зарегистрированных сетью преобразователей акустической эмиссии. Тензор сейсмического момента источника акустической эмиссии содержит в себе информацию о типе механизма, ориентации плоскостей разрыва/сдвига (нодальных плоскостей), направлении подвижки, а также ориентации осей максимального и минимального сжатия, отражающих локальное напряженно-деформированное состояние материала в районе источника.

Впервые подходы к определению компонент тензора сейсмического момента для событий акустической эмиссии были предложены в пионерских работах М. Ohtsu [453, 456] и опирались на приближенное представление производных функции Грина для изотропного бесконечного полупространства (SIGMA– Simplified Green's function for moment tensor analysis). В настоящее время методы определения компонент тензора сейсмического момента (применяющиеся для анализа сейсмологических данных, данных геоакустической и акустической эмиссии) можно разделить на три типа: абсолютные, относительные и гибридные. В абсолютных методах функция Грина оценивается для каждого события при известной текущей скоростной модели среды (образца), что требует наличия плотной сети датчиков и периодического уточнения скоростной модели среды [263, 455]. Относительные методы, напротив, ориентированы на определение тензора сейсмического момента для кластеров событий в предположении, что условия распространения волн от кластера до приемников одинаковы для всех событий в кластере [287, 288]. В этом случае достаточно лишь оценки функции Грина для опорного события в кластере, чтобы на основе итерационной процедуры вычислить компоненты тензора сейсмического момента для всего кластера. Важным требованием для кластеров событий в относительных методах является высокая вариативность диаграмм излучения событий в кластере, что в случае относительно однородных лабораторных образцов является физически необоснованным. Гибридные методы объединяют в себе преимущества абсолютных и относительных методов и позволяют компенсировать

систематические ошибки определения тензора сейсмического момента, вызванные, например, плохим акустическим контактом отдельных датчиков [231].

Приведенный выше обзор подходов к определению типа источника акустической эмиссии показал, что наиболее исчерпывающую информацию об источнике позволяет получить анализ компонент тензора сейсмического момента. Однако его использование предъявляет качественно иные требования к формированию исходного каталога событий акустической эмиссии (точность определения местоположения источника события акустической эмиссии, времени вступления упругих волн). Немаловажной сопутствующей задачей, применительно к данным акустической эмиссии, является задача оценки устойчивости найденных решений для тензора сейсмического момента и их уточнение с привлечением дополнительной информации.

## 2.2 Тензор сейсмического момента и механизмы источников акустической эмиссии

Компоненты вектора перемещения  $u_k(\bar{r}, t)$ , зарегистрированного в момент времени  $t$  на расстоянии  $\bar{r}$  от источника, согласно теореме представления для точечного источника [224], могут быть представлены в виде:

$$u_k(\bar{r}, t) = G_{ki,j}(\bar{r}, t; \xi, t') * M_{ij}(\xi, t'), \quad (2.7)$$

где  $G_{ki,j}(\bar{r}, t; \xi, t') = \frac{\partial G_{ki}}{\partial \xi_j}$  – пространственная производная функции Грина, описывающая эффекты распространения волны от источника  $(\xi, t')$  до приемника  $(\bar{r}, t)$ ,  $M_{ij}(\xi, t')$  – тензор сейсмического момента, представляющий собой обобщенный силовой эквивалент смещения по произвольно ориентированному разлому (разрыву, трещине). Тензор сейсмического момента определяется упругими свойствами среды, ориентацией трещины и вектором смещения ее берегов

$$M_{ij} = C_{ijkl} b_k n_l, \quad (2.8)$$

где  $b_k$  – компоненты вектора смещения берегов трещины,  $n_l$  – компоненты вектора нормали к поверхности (плоскости) трещины,  $C_{ijkl}$  – тензор упругих свойств среды. Тензор сейсмического момента является симметричным тензором ввиду выполнения закона сохранения импульса.

Предположим, что все компоненты тензора  $M_{ij}$  имеют одинаковую зависимость от времени. Тогда можно разделить силовую и временную составляющие в виде  $M_{ij}(t') = M_{ij}s(t')$ , где  $s(t')$  – временная функция источника. При этом соотношение (2.7) преобразуется в:

$$u_k(\vec{r}, t) = [G_{ki,j}(\vec{r}, t; \xi, t') * s(t')] M_{ij}. \quad (2.9)$$

В приближении дальнего поля временная функция источника  $s(t')$  может быть заменена дельта-функцией, тогда соотношение (2.9) преобразуется в систему линейных уравнений:

$$u_k(\vec{r}) = G_{ki,j} M_{ij}, \quad (2.10)$$

решение которой позволяет определить компоненты тензора сейсмического момента. Следуя работам [386, 482], будем искать решение системы (2.10) для функции Грина в приближении бесконечного изотропного пространства и только для компонент продольной волны. В этом случае система (2.10) преобразуется к

$$u_k(\vec{r}) = \frac{\gamma_k \gamma_i \gamma_j}{4\pi(\lambda + 2\mu)c_l |\vec{r}|} M_{ij}, \quad (2.11)$$

где  $(\gamma_k, \gamma_i, \gamma_j)$  – направляющие косинусы,  $c_l$  – скорость продольных волн в среде,  $|\vec{r}|$  – длина вектора, направленного от источника АЭ к приемнику (преобразователю акустической эмиссии). Для учета влияния свободной границы, на которой расположен приемник, скорректируем соотношение (2.11) путем аппроксимации падающей Р-волны в виде плоской волны [502]. Тогда нормальное перемещение на свободной границе  $v$  в точке расположения приемника может быть найдено как (рис. 2.9)

$$v = |\vec{v}| = u_r R_p, \quad (2.12)$$

где  $u_r$  – радиальное смещение,  $R_p$  – коэффициент отражения, равный

$$R_p = \frac{2k^2 \cos \psi (k^2 - 2 \sin^2 \psi)}{(k^2 - 2 \sin^2 \psi)^2 + 4 \sin^2 \psi (1 - \sin^2 \psi)^{1/2} (k^2 - \sin^2 \psi)^{1/2}}, \quad (2.13)$$

где  $\psi$  угол между векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{v}$  (см. рис. 2.9),  $k$  – отношение скорости продольных и сдвиговых волн в материале. С учетом  $u_k = \gamma_k u_r$  и соотношений (2.12)-(2.13) выражение (2.11) трансформируется в

$$v(\vec{r}) = \frac{\gamma_i \gamma_j}{4\pi(\lambda + 2\mu)c_l |\vec{r}|} M_{ij}. \quad (2.14)$$

Система уравнений (2.14) для амплитуд первых вступлений импульса акустической эмиссии, зарегистрированного в шести и более пространственных точках, позволяет в приближении дальнего поля находить шесть неизвестных компонент тензора сейсмического момента.

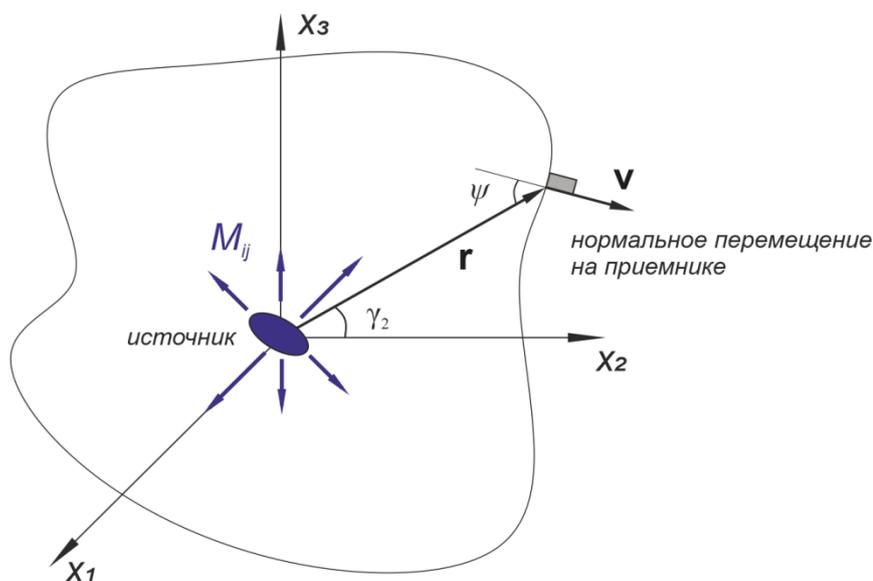


Рисунок 2.9 – Схема взаимного расположения источника и приемника АЭ

Тензор сейсмического момента  $\tilde{M}$  описывает деформацию в источнике на основе обобщенных силовых пар: трех силовых диполей (диагональные компоненты) и трех силовых пар с моментом (рисунок 2.10).

Представление тензора сейсмического момента через его главные компоненты ( $M_1 \geq M_2 \geq M_3$ ) позволяет разделить тензор на шаровую и девиаторные части в виде:

$$[M_{ij}] = \frac{1}{3}(M_1 + M_2 + M_3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (1 - 2|\epsilon|)m_{max}^* \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} +$$

$$|\epsilon|m_{max}^* \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = M^{ISO} + M^{DC} + M^{CLVD}, \quad (2.15)$$

где  $\epsilon = -m_{min}^*/|m_{max}^*|$ ,  $m_{min}^*$ ,  $m_{max}^*$  – максимальное и минимальное главные значения девиатора тензора сейсмического момента [536].

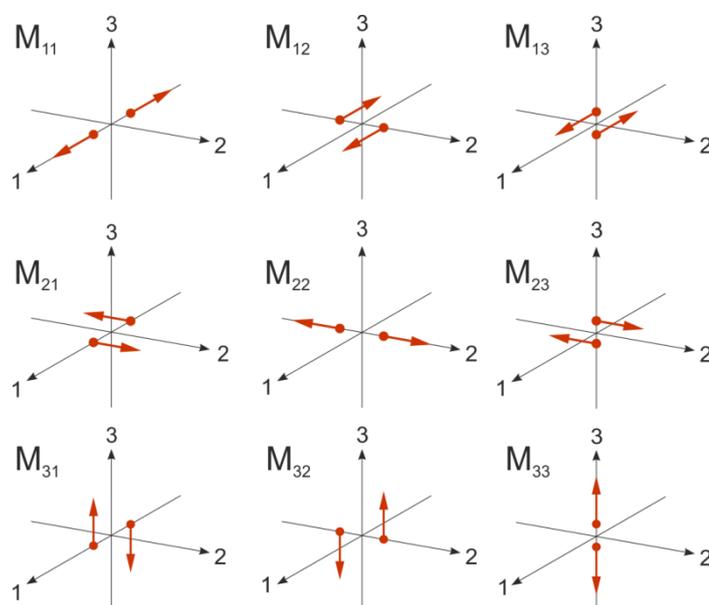


Рисунок 2.10 – Девять пар сил для описания силового эквивалента произвольно ориентированного разрыва

Шаровая часть тензора (ISO компонента) описывает изменение объема в источнике упругих волн, девиаторная часть характеризует формоизменение источника и может быть разделена на две составляющих: чистый сдвиг (DC компонента (двойной диполь) – механизм, типичный для коровых землетрясений) и компенсированный линейный векторный диполь (CLVD компонента). Значительная изотропная (шаровая) компонента свидетельствует о деформации сжатия или растяжения в очаге события, тогда как преобладание девиаторной части указывает на сдвиговый характер разрушения

(деформирования). В данной работе, следуя [455], будем разделять все события АЭ по моде деформации на три типа: трещины нормального отрыва ( $DC < 40\%$ ), трещины сдвига ( $DC > 60\%$ ) и трещины смешанного типа ( $40\% \leq DC \leq 60\%$ ).

Представление тензора сейсмического момента через его главные компоненты позволяет определить направление подвижки (вектор смещения берегов) и нормаль к плоскости разрыва (трещины). Выражение для главных компонент тензора в случае изотропной среды имеет вид

$$\begin{aligned} M_1 &= (\lambda + 2\mu)b_k n_k + \mu(b_k b_k)^{1/2} \\ M_2 &= \lambda b_k n_k \\ M_3 &= (\lambda + 2\mu)b_k n_k - \mu(b_k b_k)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.16)$$

В свою очередь компоненты главных осей тензора сейсмического момента определяются как

$$\begin{aligned} x_i^{(1)} &= b_i + n_i(b_k b_k)^{1/2} \\ x_i^{(2)} &= \varepsilon_{ijk} b_j n_k \\ x_i^{(3)} &= b_i - n_i(b_k b_k)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.17)$$

где  $x_i^{(l)}$  – компоненты  $l$ -ой главной оси тензора сейсмического момента,  $\varepsilon_{ijk}$  – тензор Леви-Чивиты. Второе соотношение в (2.17) показывает, что главная ось  $x^{(2)}$ , соответствующая промежуточному главному значению тензора сейсмического момента, нормальна к плоскости, определяемой векторами  $\bar{n}$  и  $\bar{b}$  (см. рисунок 2.11).

Первое и третье уравнения в (2.17) показывают, что вектор  $x^{(1)}$  лежит в плоскости, определяемой векторами  $\bar{n}$  и  $\bar{b}$ , и делит угол между этими векторами пополам. Вектор  $x^{(3)}$  также лежит в плоскости, определяемой векторами  $\bar{n}$  и  $\bar{b}$ , и ортогонален к  $x^{(1)}$ . Вектор нормали к плоскости микротрещины может быть найден через компоненты главных осей тензора сейсмического момента как

$$n_i = \frac{1}{2(b_k b_k)^{1/2}} (x_i^{(1)} - x_i^{(3)}). \quad (2.18)$$

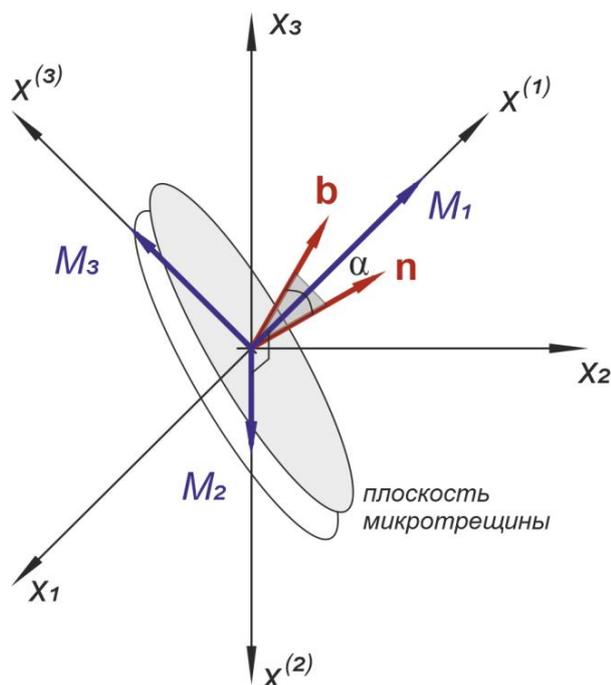


Рисунок 2.11 – Ориентация микротрещины и вектора подвижки относительно главных осей тензора сейсмического момента

В свою очередь вектор направления смещения (подвижки)  $\bar{b}$  может быть определен через угол  $\alpha$  между векторами  $\bar{n}$  и  $\bar{b}$ :

$$\cos \alpha = \frac{b_k n_k}{(b_k b_k)^{1/2}} = \frac{2\mu M_2}{\lambda(M_1 - M_3)}. \quad (2.19)$$

Необходимо отметить, что полученные соотношения позволяют установить две равнозначные плоскости разрыва (нодальные плоскости). Выбор одной из них, по которой произошла подвижка, определяется схемой нагружения материала/среды. В данной работе для определения ориентации нодальных плоскостей и осей максимального сжатия (Р-ось) и растяжения (Т-ось) использована девиаторная часть тензора сейсмического момента. В этом случае вектор  $\bar{b}$  лежит в плоскости трещины.

В совокупности данные об ориентации разлома/трещины и направлении подвижки определяют тип (характер) разлома/трещины, подвижка по берегам которого явилась источником упругих волн. Характерные типы разломов и соответствующие им ориентации осей сжатия и растяжения представлены на рисунке 2.12.

Ориентация нодальных плоскостей в лабораторной системе координат (см. рисунок 2.13) задается углами простирания  $\varphi$  (от  $0^{\circ}$  (положительное направление  $y$ -оси) до  $360^{\circ}$ ) и падения  $\delta$  (от  $0^{\circ}$  (горизонтальное расположение) до  $90^{\circ}$  (вертикальное)) в соответствии с сейсмологической конвенцией. Направление смещения берегов разлома определяется углом  $\omega$ , изменяющемся в интервале от  $-180^{\circ}$  до  $180^{\circ}$ , при этом угол  $0^{\circ}$  соответствует левостороннему сдвигу (параллельно плоскости простирания разлома), а  $-90^{\circ}$  – сбросу.

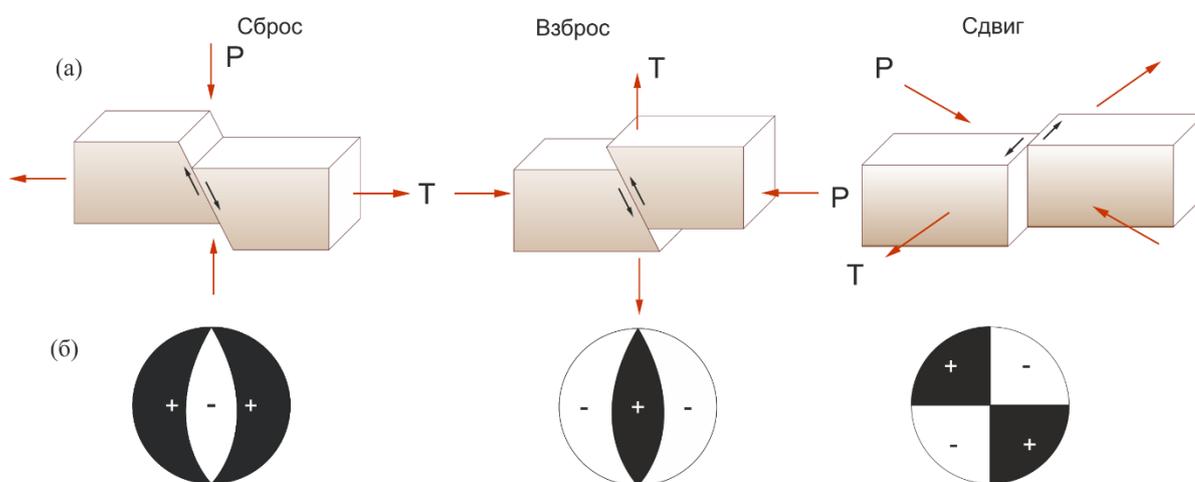


Рисунок 2.12 – Типы разломов (а) и соответствующие им стереограммы фокальных механизмов (б) (проекция на нижнюю полусферу)

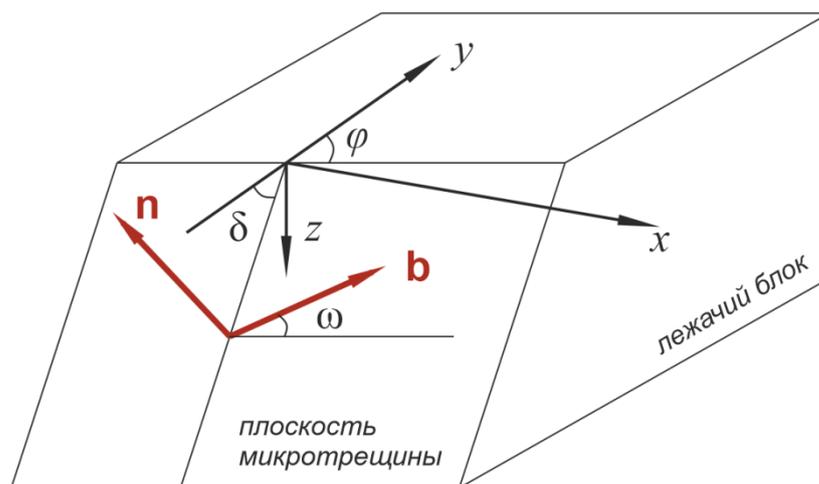


Рисунок 2.13 – Угловые параметры подвижки по разлому/трещине

В свою очередь ориентация Р и Т-осей задается азимутом (углом от положительного направления у-оси) и углом погружения относительно горизонта ( $0^0$  параллельно плоскости хОу,  $90^0$  – вертикально по направлению отрицательной z-оси).

Скалярный сейсмический момент  $M_0$ , характеризующий размер события и являющийся в своем роде мерой потенциальной энергии, необходимой для перемещения масс по поверхности разрыва, можно оценить [424] как:

$$M_0 \propto \frac{4\pi\rho c_l^3}{8} \sum_{i=1}^n r_i \Omega_i, \quad (2.20)$$

где  $\rho$  – плотность среды,  $i$  – номер приемника,  $n$  – количество приемников,  $r_i$  – расстояние от  $i$ -го приемника до источника,  $\Omega_i \approx D\tau \text{sign}(u(t_{max}))$  – параметр, характеризующий спектральный уровень амплитудного спектра волновой формы сигнала акустической эмиссии. Параметр  $\Omega_i$  определяется амплитудой первого вступления Р-волны  $D$  (в метрах), временем нарастания  $\tau$  (в секундах) и знаком первого вступления.

Для оценки энергетического уровня событий акустической эмиссии будет использована моментная магнитуда  $M_w$ , которая связана со скалярным сейсмическим моментом следующим феноменологическим соотношением [340]:

$$M_w = 0.66 \lg M_0 - 6.03. \quad (2.21)$$

Для компенсации систематических ошибок определения компонент тензора сейсмического момента, вызванных плохим акустическим контактом отдельных приемников (датчиков АЭ), а также случайными ошибками в определении полярности первых вступлений, в настоящей работе будет использован алгоритм уточнения амплитуд первых вступлений импульсов АЭ, являющийся базовым в гибридных методах определения тензора сейсмического момента. На следующем шаге после определения компонент тензора сейсмического момента импульсов акустической эмиссии согласно системе (2.14), найденные компоненты используются для вычисления теоретического

смещения  $u_{ij}$  в каждой из точек измерений, и оценивается отношение компонент теоретического и фактического смещения

$$r_{ij} = \frac{u_{ij}^{th}}{u_{ij}^{obs}}, \quad (2.22)$$

где  $u_{ij}^{th}$  –  $j$ -ая компонента теоретического смещения в  $i$ -ой точке наблюдения,  $u_{ij}^{obs}$  –  $j$ -ая компонента фактического смещения в  $i$ -ой точке наблюдения. Далее, отдельно для каждого  $i$ -го приемника (датчика АЭ), оценивается медиана  $\tilde{r}_{ij}$  и осуществляется корректировка измеренного смещения

$$u_{ij}^{*,obs} = u_{ij}^{obs} + w_i u_{ij}^{obs} (\tilde{r}_{ij} - 1), \quad (2.23)$$

где  $w_i$  – весовой коэффициент  $i$ -го приемника. Скорректированное смещение используется для уточнения компонент тензора сейсмического момента. Далее, снова оценивается теоретическое смещение и вычисляется медиана  $\tilde{r}_{ij}$ . Итерационный процесс продолжается пока не будет выполнено неравенство  $|\tilde{r}_{ij} - 1| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданная погрешность. После завершения итерационного процесса, найденные весовые коэффициенты  $w_i$  используются для нахождения итогового решения для компонент тензора сейсмического момента.

Существует несколько подходов для визуализации найденных решений для тензора сейсмического момента [351, 520, 537]. В данной работе для наглядного представления вариаций механизмов событий акустической эмиссии будет использована диаграмма Хадсона [351]. Диаграмма строится в координатах  $u - v$ , связанных с главными значениями тензора сейсмического момента соотношениями (рис. 2.13)

$$u = -\frac{2}{3|m_{max}^*|} (M_1 + M_3 - 2M_2), v = \frac{1}{3|m_{max}^*|} (M_1 + M_2 + M_3). \quad (2.24)$$

Все возможные решения ограничены на диаграмме Хадсона наклонным ромбом, грани которого определяются двумя параметрами  $T$  и  $k$  (рис. 2.14):

$$T = \frac{2M_2}{\max(|M_1|, |M_3|)},$$

$$k = \frac{M^{ISO}}{|M^{ISO}| + \max(|M_1|, |M_3|)},$$
(2.25)

где  $M^{ISO}$  – шаровая часть тензора сейсмического момента. Оба параметра изменяются в диапазоне  $[-1, 1]$ , при этом параметр  $k$  отвечает за степень изменения объема в источнике (вклад шаровой части в общее решение), а параметр  $T$  отражает степени отличия девиаторной части найденного решения от чистого сдвига.

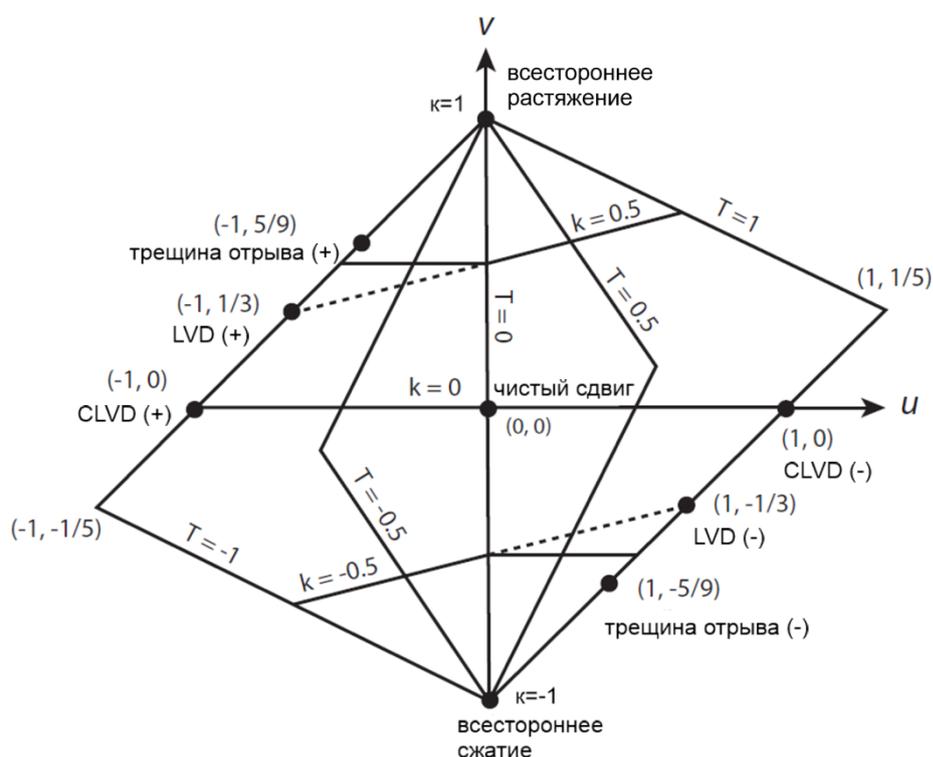


Рисунок 2.14 – Диаграмма Хадсона [351] (CLVD – компенсированный линейный векторный диполь, LVD – линейный векторный диполь, (+) – раскрытие берегов разрыва, (-) – схлопывание берегов разрыва)

### 2.3 Микромеханизмы разрушения гранита при трехточечном изгибе по данным акустической эмиссии

В настоящем разделе приведены результаты исследования микромеханизмов разрушения гранита при трехточечном изгибе на основе анализа тензора сейсмического момента событий акустической эмиссии.

Трехточечный изгиб выбран в качестве эталонного вида нагружения, так как позволяет проследить процесс формирования магистральной трещины, начиная от появления отдельных микротрещин до макроскопического разрушения. Основное внимание при реализации экспериментальной программы уделено решению методических задач, связанных с использованием гибридного метода определения тензора сейсмического момента АЭ, и оценке устойчивости найденных решений.

### 2.3.1 Методика проведения эксперимента

Для проведения исследований был выбран гранит Исетского месторождения (Свердловская область), относящегося к Верхне-Исетскому гранитному массиву. Исетский гранит имеет мелкозернистую структуру с неравномерными включениями слюды. Минеральный состав представлен в Таблице 2.1. Физико-механические характеристики Исетского гранита: средняя плотность – 2650 кг/м<sup>3</sup>, пористость – 1-2 %, модуль упругости при одноосном сжатии – 6.94±0.3 ГПа, предел прочности на одноосное сжатие – 364±23 ГПа.

Таблица 2.1 Минеральный состав Исетского гранита

| Минерал       | плагиоклаз | кварц | калишпат | биотит | роговая обманка | мусковит |
|---------------|------------|-------|----------|--------|-----------------|----------|
| Содержание, % | 45-50      | 20-25 | 5-10     | 5-7    | 3-5             | 0.5-1.5  |

Испытания на трехточечный изгиб образцов гранита осуществлялись на электромеханической испытательной машине AG-X Plus Shimadzu (Япония) с максимальным усилием 30 тонн. Скорость перемещения верхнего захвата составляла 4 мкм/мин. Геометрия образцов и места расположения датчиков акустической эмиссии представлены на рисунке 2.15. Испытываемый образец устанавливался на цилиндрические опоры диаметром 24 мм, изгиб осуществлялся металлической оправкой с диаметром закругления 10 мм. Всего было испытано 4 образца.

Измерение прогиба образца в процессе испытания осуществлялось видеоэкстензометром TRViewX240S Shimadzu (класс точности 0.5). Для непрерывной регистрации акустической эмиссии в процессе испытания была использована восьмиканальная система Amsy-6 Vallen (Германия), укомплектованная миниатюрными широкополосными датчиками М-31 (Fujisera, Япония) с рабочим частотным диапазоном 300-800 кГц и предусилителями АЕР4Н (Vallen, Германия) с усилением 34 дБ. Датчики акустической эмиссии располагались в двух плоскостях по обе стороны от линии приложения нагрузки таким образом, чтобы на каждой из граней образца было по два датчика. Расстояние между плоскостями расположения датчиков составляло 60 мм. Регистрация акустической эмиссии осуществлялась с порогом дискретизации 47.1 дБ (для выделения локальных импульсов акустической эмиссии) и записью волновой формы каждого импульса с частотой дискретизации 10 МГц. Датчики акустической эмиссии крепились на поверхность образца с помощью цианакрилатного клея, обеспечивающего приемлемый акустический контакт.

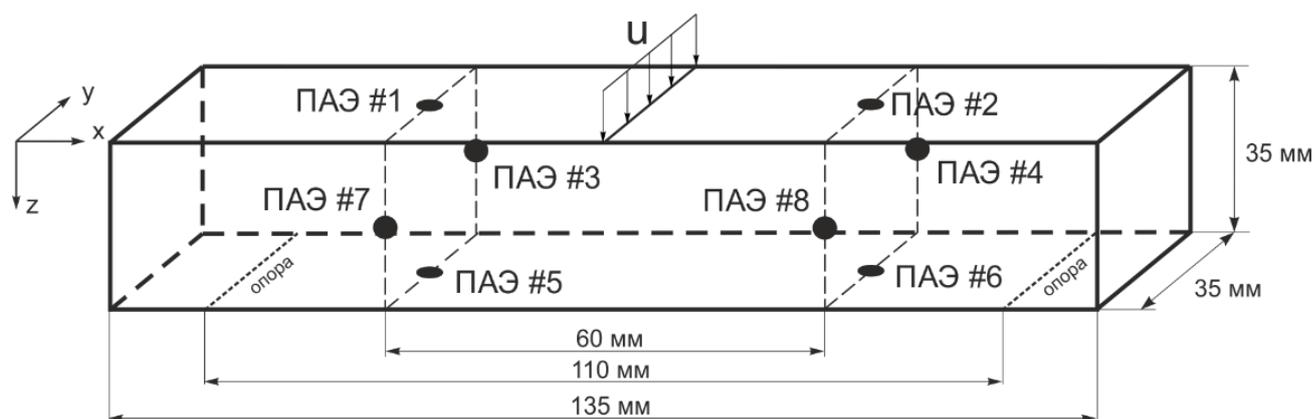


Рисунок 2.15 – Схема нагружения образца и расположение датчиков акустической эмиссии (на схеме отмечены как ПАЭ)

На рисунке 2.16 представлена фотография образца перед началом эксперимента. Всего было испытано пять образцов, изготовленных из одного гранитного блока. Перед началом каждого эксперимента проводилась калибровка антенны датчиков акустической эмиссии с целью уточнения их

фактического расположения и определения вариации характерной скорости звука в материале между плоскостями их размещения. Проверка акустического контакта каждого датчика осуществлялась с помощью источника Су-Нильсена, позволяющего имитировать импульс акустической эмиссии фиксированной амплитуды.

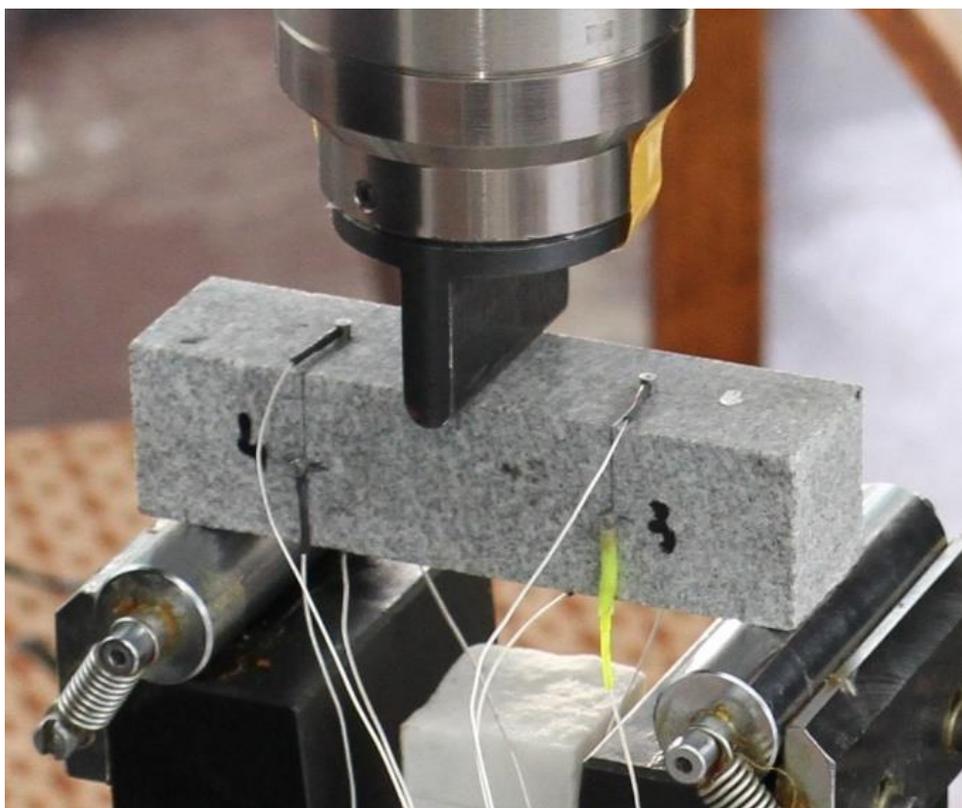


Рисунок 2.16 – Фотография образца гранита в оснастке для испытания на трехточечный изгиб

***Определение времени первого вступления импульса АЭ.*** Точность определения местоположения источников импульсов акустической эмиссии главным образом определяется точностью определения времени первого вступления Р-волны на каждом из преобразователей акустической эмиссии. В коммерческих системах регистрации акустической эмиссии, к которым относится используемая система Amsy-6 Vallen, за время прихода импульса АЭ на преобразователь принимается время первого пересечения порога дискриминации. Таким образом, время регистрации импульса АЭ в общем случае зависит от выбранного порога и вносит существенную ошибку в

решение задачи локации источников акустической эмиссии. Для решения этой проблемы существуют различные автоматизированные алгоритмы определения времени первого вступления Р-волны (импульса АЭ), наиболее популярными из которых являются авторегрессионные алгоритмы.

Перед проведением экспериментов по трехточечному изгибу гранита были реализованы предварительные эксперименты по одноосному сжатию образцов гранита с регистрацией акустической эмиссии, направленные на сравнительный анализ времен первого вступления импульсов АЭ, полученных с использованием алгоритма, встроенного в ПО Vallen, и двух авторегрессионных алгоритмов: классического (одноступенчатого) информационного критерия Акайке и двухступенчатого алгоритма Акайке [235, 486].

В основе авторегрессионных алгоритмов лежит предположение о том, что любой временной ряд может быть разделен на сегменты (интервалы), каждому из которых соответствует определенный стационарный авторегрессионный процесс. В случае волновых форм акустической эмиссии такими сегментами являются фоновый (шумоподобный) сигнал и сигнал акустической эмиссии. Согласно работе [417] классический информационный критерий Акайке  $AIC$  рассчитывается для ряда  $x$  длиной  $N$  как

$$AIC(k) = k \log S(x[1, k]) + (N - k - 1) \log S(x[k + 1, N]), \quad (2.26)$$

где  $S(x)$  – дисперсия ряда  $x$ ,  $k$  – варьируемый размер временного окна. Момент времени, где критерий  $AIC$  принимает минимальное значение, соответствует оптимальному разделению на сегменты и интерпретируется как время первого вступления импульса акустической эмиссии.

В двухступенчатом алгоритме Акайке исходный сигнал (ряд) преобразуется к характеристическому виду согласно соотношению [235]

$$CF(i) = |x(i)| + R|x(i) - x(i - 1)|, \quad (2.27)$$

где  $R=4$  – произвольный параметр. Далее, рассчитывается значение информационного критерия Акайке  $AIC$  уже для ряда  $CF$ .

На рисунке 2.17 представлен пример использования классического критерия Акайке для определения времени первого вступления импульса АЭ. Видно, что относительно времени первого пересечения порога (красная линия) данный критерий дает величину меньшую на несколько микросекунд (коричневая линия).

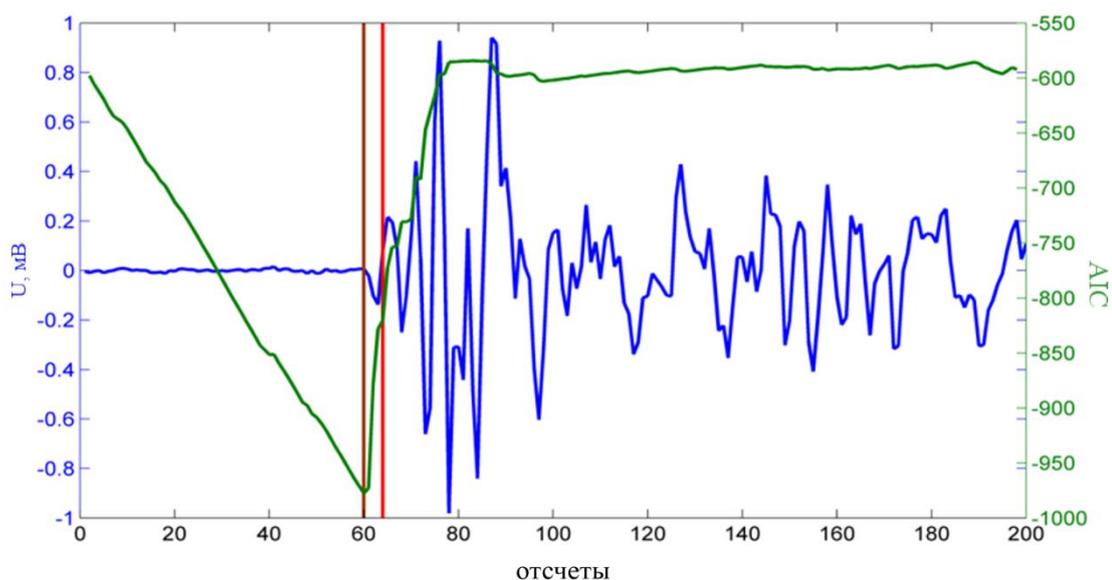


Рисунок 2.17 – Совмещенные волновая форма импульса АЭ (синяя кривая) и информационный критерий Акайке  $AIC$  (зеленая кривая) (красная линия – время первого вступления, определенное по времени первого пересечения порога дискриминации, коричневая линия – время, соответствующее минимуму критерия  $AIC$ )

Статистический анализ разности времен первого вступления импульсов АЭ, определенных различными методами позволил сделать следующие выводы (см. рис. 2.18). Во-первых, метод определения по первому пересечению порога дискриминации дает существенную ошибку (для характерной скорости звука 3000 м/с погрешность в определении координат может составлять от 3 до 90 мм). Во-вторых, классический и двухступенчатый алгоритмы дают очень близкие результаты для большинства импульсов АЭ в выборке. В виду того, что двухступенчатый алгоритм требует больше времени и вычислительных ресурсов, в дальнейшем для автоматического определения времен первого

вступления импульсов АЭ (Р-волны) был использован классический информационный критерий Акаике.

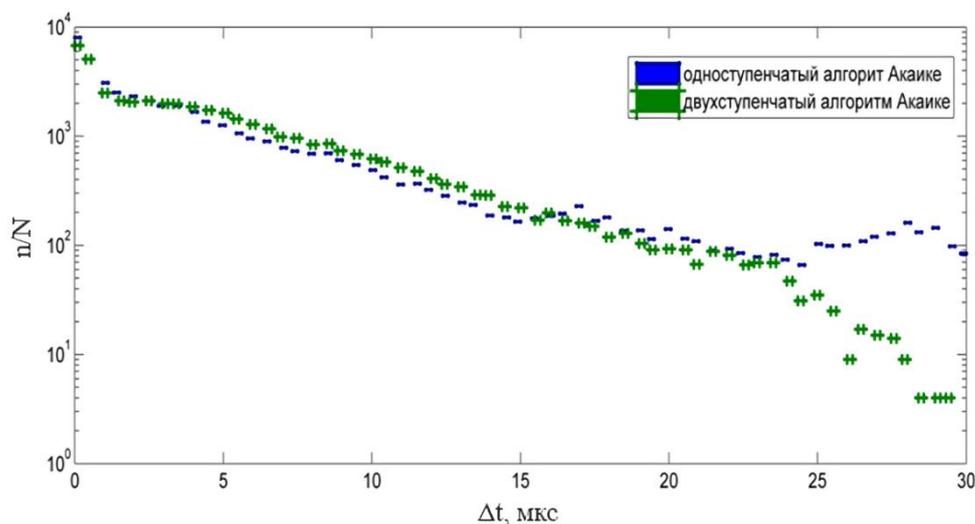


Рисунок 2.18 – Гистограммы разности времен вступления импульсов АЭ, вычисленных по классическому и двухступенчатому критерию Акаике, и времени вступления, определенному по первому пересечению порога дискриминации

### *Абсолютная калибровка преобразователей акустической эмиссии.*

Трансформация электрического сигнала акустической эмиссии в зависимость перемещения (скорости или ускорения) от времени является специфической задачей для большинства приложений данной метода неразрушающего контроля. Для локализации источника акустической эмиссии на поверхности объекта контроля, оценки его опасности, определения стадийности процесса деформирования и разрушения материала достаточным является использование амплитудных, энергетических, частотных параметров импульсов АЭ, дифференциальных и интегральных характеристик потока импульсов АЭ. В случае же восстановления компонент тензора сейсмического момента в источнике АЭ (как было показано в разделе 2.2) определение абсолютной амплитуды и знака первого вступления Р-волны является обязательным и ключевым условием для успешного решения поставленной задачи. Необходимо отметить, что в Российской Федерации на сегодняшний день нет ГОСТов для

абсолютной калибровки преобразователей акустической эмиссии. Поэтому для решения данной задачи были использованы методы, развивающиеся как в нашей стране, так и за рубежом.

Существует два подхода к абсолютной калибровке датчиков АЭ. Первый подход заключается в сравнении записанного сигнала с сигналом, зарегистрированным откалиброванным преобразователем акустической эмиссии (эталонным датчиком), второй подход – в сравнении записанного сигнала с теоретически вычисленным сигналом или с модельным сигналом известной формы [256, 342, 343]. Для выбора наиболее оптимального метода абсолютной калибровки датчиков АЭ, задействованных в эксперименте по трехточечному изгибу гранита, была проведена реализация и сравнительный анализ двух методов абсолютной калибровки. Первый метод – метод калибровки по теоретически вычисленному сигналу, второй метод – метод сравнения с эталонным сигналом. В данных методах анализ сигналов и калибровка датчиков проводится на основе понятия передаточной функции. Предполагается, что эффекты распространения волны и инструментальный отклик могут быть представлены как линейные, инвариантные относительно времени системы.

Ввиду того, что расстояние между источником и приемником существенно выше, чем апертура датчика, датчик и источник считаются точечными. Сигнал, зарегистрированный датчиком АЭ с местоположением  $\mathbf{x}$ , может быть представлен как [425]

$$s(\mathbf{x}, t) = u_k(\mathbf{x}, t) * i_k(t) = f_j(\xi, \tau) * g_{kj}(\mathbf{x}, t; \xi, \tau) * i_k(t), \quad (2.28)$$

где  $u_k(\mathbf{x}, t)$  – сигнал, пришедший от источника,  $*$  – операция конволюции,  $i_k(t)$  – функция инструментального отклика (передаточная функция),  $f_j(\xi, \tau)$  – сила, действующая в направлении  $j$  в точке  $\xi$ ,  $g_{kj}(\mathbf{x}, t; \xi, \tau)$  – функция Грина, описывающая смещение в направлении  $k$  в точке  $\mathbf{x}$  в момент времени  $t$ , вызванное действием одиночной силы в точке  $\xi$  в направлении  $j$  в момент времени  $\tau$ . Ввиду независимости роли инструментального отклика от способа

представления источника, для калибровки датчиков АЭ можно использовать источники, воспроизводящие волны напряжений в соответствующем частотном диапазоне, но не являющиеся репрезентативными с точки зрения вида реальных источников (трещины, скопления дислокаций и т.д.).

Функция инструментального отклика (передаточная функция), согласно (2.28), может быть определена в частотной области как

$$I_k(\omega) = S(x, \omega)/U_k(\omega, t) = S(x, \omega)/[F_j(\xi, \varpi)G_{kj}(x, \omega; \xi, \varpi)], \quad (2.29)$$

где  $I_k(\omega)$ ,  $S(x, \omega)$ ,  $U_k(\omega, t)$ ,  $F_j(\xi, \varpi)$ ,  $G_{kj}(x, \omega; \xi, \varpi)$  – Фурье-образы функции инструментального отклика, зарегистрированного датчиком сигнала, сигнала от источника, точечной силы в источнике и функции Грина соответственно [425].

Для проведения абсолютной калибровки миниатюрного широкополосного датчика акустической эмиссии АЕ104А (Fujitsu, Япония) (рабочий диапазон 100-500 кГц) по теоретически вычисленному сигналу был использован метод падения металлического шарика, описанный в работе [425]. Для реализации метода был разработан специализированный стенд, представляющий собой столик из бронированного стекла толщиной  $h_1 = 30$  мм, установленный на опоры через демпфирующую прокладку (рис. 2.19). Модельный источник одиночного импульса акустической эмиссии генерируется путем свободного падения металлического шарика фиксированного диаметра, равного 1.75 мм, с заданной высоты  $h_2$ . Калибруемый преобразователь акустической эмиссии фиксируется при помощи цианакрилатного клея на противоположной стороне столика точно напротив места падения шарика.

Удар металлического шарика по бронированному стеклу вызывает импульсное силовое воздействие в точке соударения. Форма силового воздействия может быть вычислена по теории Герца [426] как

$$\begin{cases} f(t) = f_{max} \sin\left(\frac{\pi t}{t_c}\right)^{3/2}, & 0 \leq |t| \leq t_c, \\ f(t) = 0, & |t| > t_c \end{cases} \quad (2.30)$$

где  $t_c = 4.53(4\rho_1\pi(\delta_1 + \delta_2)^{-1}/3)^{2/5}R_1v_0^{-1/5}$  – время контакта шарика и основания,  $f_{max} = 1.92\rho_1^{3/5}(\delta_1 + \delta_2)^{-2/5}R_1^2v_0^{6/5}$  – максимальное усилие,  $\delta_i = (1 - \mu_i^2)/\pi E_i$ ,  $E_i$  и  $\mu_i$  – модуль Юнга и коэффициент Пуассона шарика ( $i = 1$ ) и материала основания ( $i = 2$ ),  $R_1$  – радиус шара,  $v_0$  – скорость шара при соударении,  $\rho_1$  – плотность материала шарика.

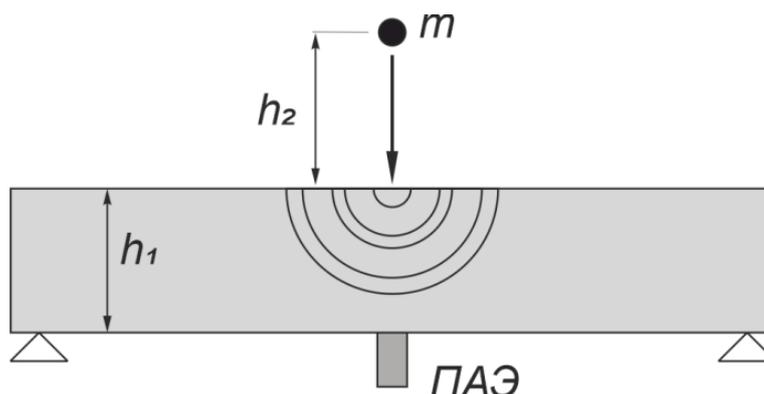


Рисунок 2.19 – Схема стенда калибровки ПАЭ по сигналу, сгенерированному падением шарика массы  $m$

Соотношение (2.30) строго справедливо в случае, когда шар отскакивает на ту же высоту, с которой упал. В случае отскока на половину высоты падения максимальное усилие может быть оценено как  $f_{max\ 1/2} \approx 0.75f_{max}$ . Также необходимо отметить, что согласно [425] источник в виде металлического шара позволяет получать калибрующий сигнал с частотным спектром, ограниченным частотой  $1.5/t_c$ , которая для использованных материалов составляет 250 кГц. Соотношения (2.29)-(2.30) позволяют восстановить передаточную функцию преобразователя акустической эмиссии и оценить ее устойчивость при варьировании высоты падения шарика.

В качестве второго метода абсолютной калибровки датчиков акустической эмиссии был использован метод сравнения с эталонным сигналом. Для создания воспроизводимого эталонного сигнала был использован генератор MSAE-UCA-01 (разработка Тольяттинского государственного университета и ООО «Микросенсор») (рис. 2.20а) [313]. Данный прибор позволяет получать

стабильный акустический импульс в частотном диапазоне 10 кГц-10 МГц с амплитудой 40 нм  $\pm 5\%$  и длительностью 100 нс  $\pm 5\%$  (см. рис 2.20б). Преимуществом данного генератора является отсутствие промежуточного звена (материала) между генератором и датчиком.

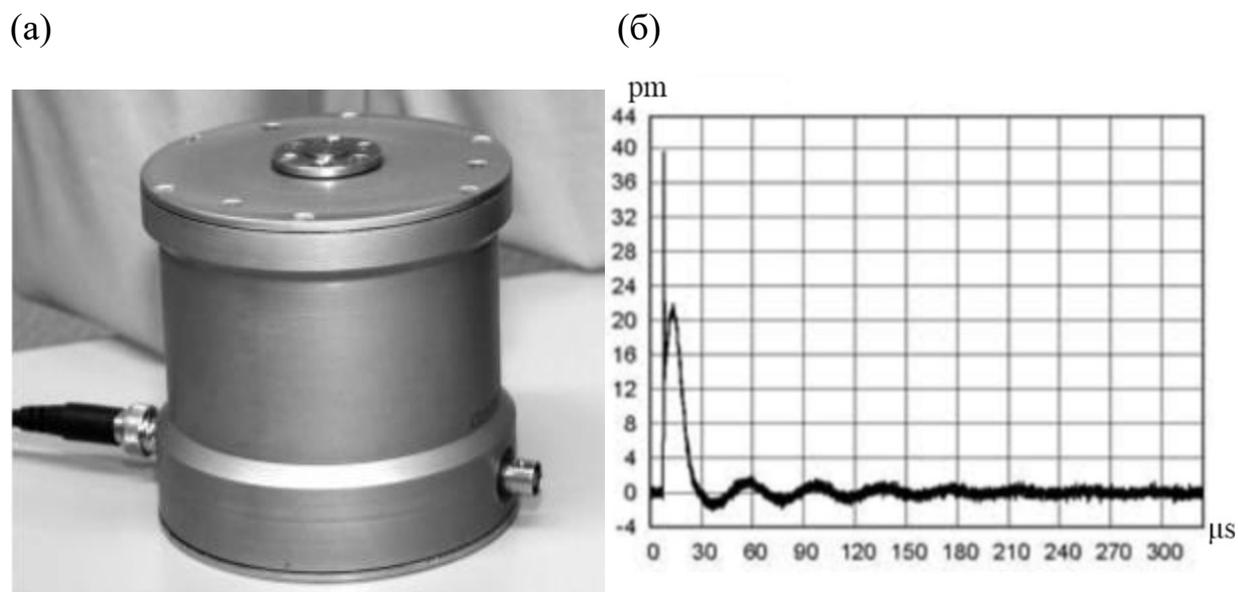


Рисунок 2.20 – Фотография генератора MSAE-UCA-01 (а) и устойчиво воспроизводимый эталонный импульс перемещения (б)

Абсолютная калибровка датчика AE104A (Fujicera, Japan) по первому методу проводилась в лаборатории физических основ прочности ИМСС УрО РАН на разработанном стенде с использованием системы регистрации акустической эмиссии Amsy-5 Vallen (Germany). Калибровка того же датчика по второму методу проводилась на базе лаборатории акустико-эмиссионных систем Тольяттинского государственного университета с использованием одного и того же набора кабелей и предусилителей для нивелирования влияния параметров измерительного канала.

Для калибровки датчика AE104A по теоретически вычисленному сигналу проведена серия измерений акустической эмиссии, вызванной падением металлического шара на неподвижное основание. Высота падения шара варьировалась от 15 сантиметров до 50 сантиметров. Теоретическое перемещение в точке падения шара вычислялось по известному силовому

воздействию (2.30) и известной функции Грина для упругой изотропной пластины. В результате проведенных экспериментов показано, что высота падения не оказывает влияния на частотную составляющую сигнала регистрируемых импульсов АЭ, а лишь определяет их максимальную амплитуду в случае, когда не наблюдается насыщение измерительного канала по амплитуде.

По совокупности серии измерений определена передаточная функция датчика АЕ104А. На рисунке 2.21 приведено сравнение теоретического перемещения в точке падения шара и перемещения, вычисленного для двух отдельных измерений акустической эмиссии с использованием найденной передаточной функции. Видно, что от измерения к измерению наблюдается вариация восстановленной зависимости перемещения от времени.

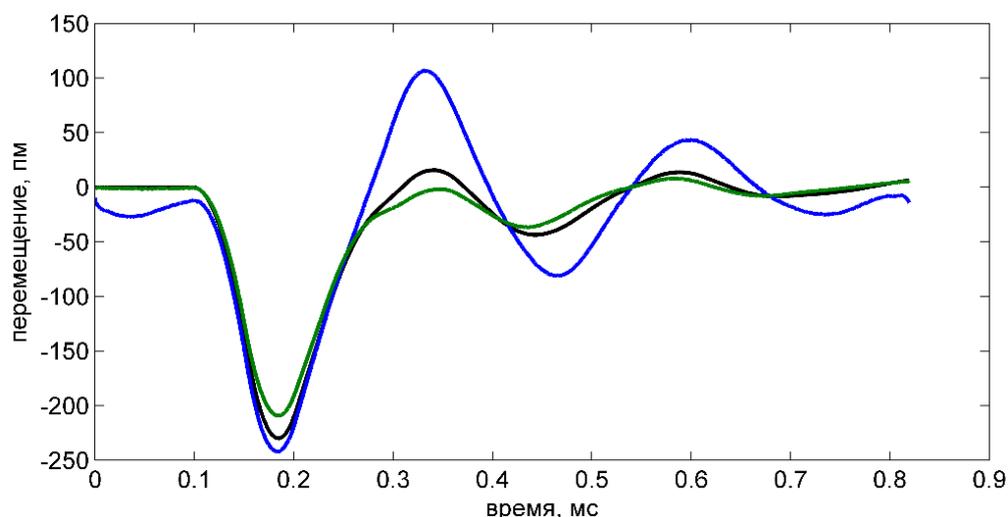


Рисунок 2.21 – Временные функции перемещения в точке падения шара (черная кривая – теоретическое перемещение, синяя и зеленая кривые – результаты восстановления по зарегистрированным сигналам АЭ)

Это обстоятельство связано как с упрощениями, принятыми при использовании функции Грина (рассматривается только нормальная к поверхности компонента), так и с вариациями места падения. Необходимо отметить, что максимальная амплитуда у восстановленных кривых отличается от

теоретического значения не более, чем на 14%. Ошибок в определении полярности не наблюдается для всей совокупности измерений.

Выполненная абсолютная калибровка датчика АЕ104А по эталонному сигналу с использованием генератора MSAE-UCA-01 позволила получить альтернативный вариант передаточной функции. Сравнение амплитудно-частотных характеристик передаточных функций, полученных двумя методами, представлено на рисунке 2.22.

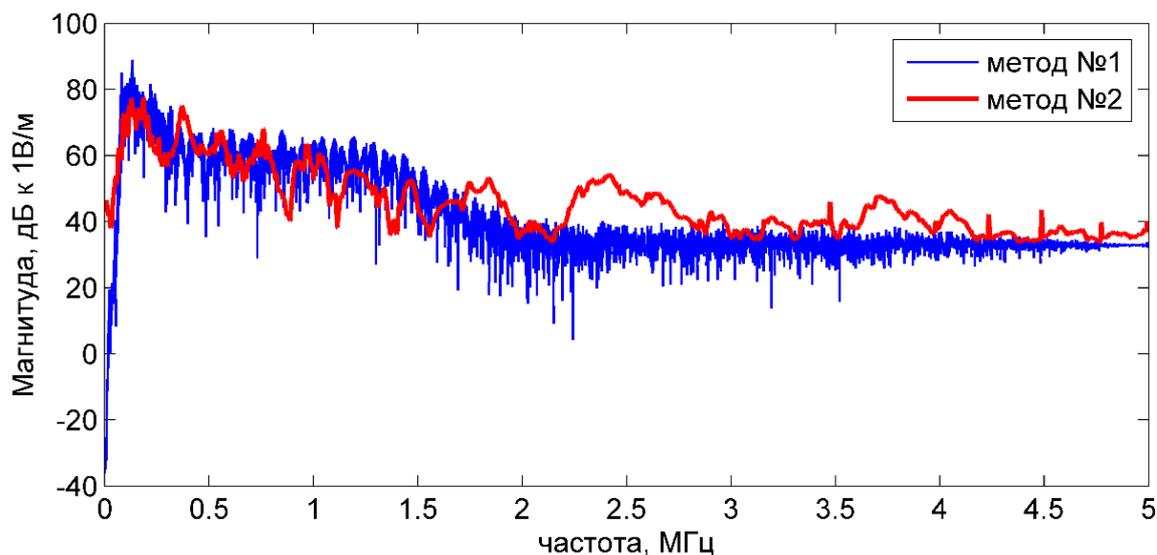


Рисунок 2.22 – Сравнение амплитудно-частотных характеристик передаточных функций, полученных из теоретически вычисленного сигнала (синяя кривая), и с использованием генератора MSAE-UCA-01 (красная кривая)

Видно, что обе функции имеют количественное соответствие в диапазоне частот 10кГц – 250кГц. Частота 250 кГц является предельной для первого метода, что накладывает ограничение на возможность его использования для калибровки высокочастотных датчиков АЭ.

Перед проведением экспериментов на трехточечный изгиб образцов Исетского гранита для всех задействованных преобразователей М-31 была реализована процедура их абсолютной калибровки с использованием генератора MSAE-UCA-01, позволяющая для экспериментальных сигналов акустической эмиссии автоматически определять полярность и амплитуду Р-

волны (в метрах).

**Локация источников акустической эмиссии.** Формирование исходного набора данных для решения задачи локации источников акустической эмиссии осуществлялось с помощью алгоритма ассоциации многоканальных записей акустической эмиссии. Суть алгоритма заключается в последовательном поиске (когда каждый следующий во времени импульс считается первым импульсом события) уникальных наборов импульсов (зарегистрированных всеми датчиками) во временном интервале  $\Delta t = R_{max}/V_{min}^p$ , где  $R_{max}$  – максимальное расстояние между датчиками в антенне,  $V_{min}^p$  – минимальная скорость звука в области, контролируемой антенной, определенная на этапе калибровки датчиков. При этом предполагается, что каждый найденный набор импульсов определяет одиночное событие акустической эмиссии, а отбраковка «ложных» событий осуществляется на этапе оценки точности решения задачи локации.

Решение задачи локации для сформированных наборов импульсов акустической эмиссии осуществлялось путем минимизации теоретической (для известной скоростной модели) и фактической разностей времен прихода волны на все восемь датчиков. Известно, что в случае если антенна состоит более чем из четырех датчиков, система уравнений является переопределенной. В данной работе это обстоятельство было использовано, чтобы оценить точность локации событий акустической эмиссии. Для каждого события акустической эмиссии последовательно решалась задача локации для набора данных от произвольных семи датчиков из восьми (всего 8 комбинаций). Каталог событий акустической эмиссии для последующего анализа механизмов их источников формировался из событий, среднее квадратическое отклонение для набора координат которых не превышало 3 мм (диаметр датчика М-31).

### 2.3.2 Результаты определения механизмов АЭ

На рисунке 2.23 представлены совмещенные графики зависимости усилия от прогиба образца гранита при его трехточечном изгибе и суммарного счета

лоцированных событий акустической эмиссии. Представленные зависимости имеют характерный вид, не меняющийся от образца к образцу. Изгиб образца гранита продолжается до критической величины деформации, после которой происходит катастрофическое образование магистральной трещины, сопровождающееся лавинообразным ростом акустической эмиссии. Предельный прогиб для данного образца составил  $2.26 \pm 0.14$  мм.

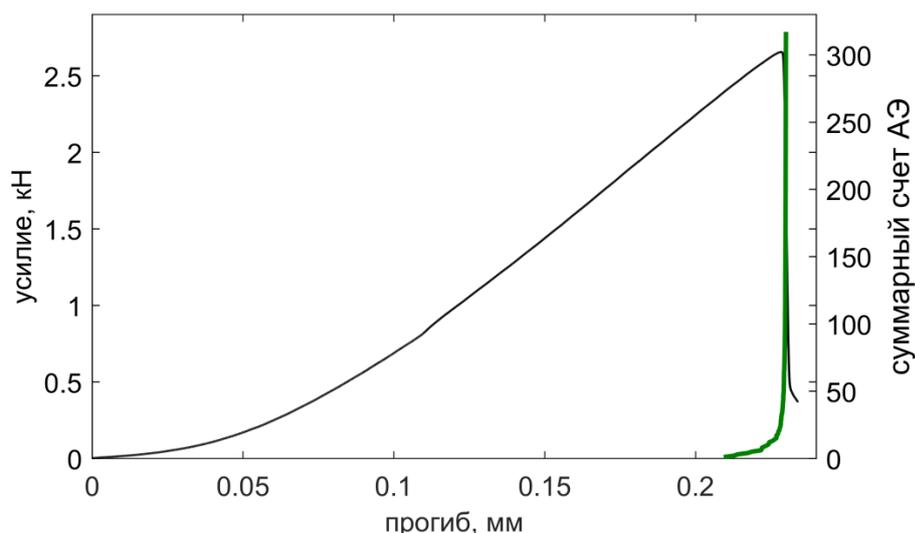


Рисунок 2.23 – Графики зависимости усилия от прогиба образца гранита и суммарного счета лоцированных событий акустической эмиссии

Необходимо отметить, что акустическая эмиссия регистрируется фактически в течение всего времени деформирования, но высокоамплитудные события, которые могут быть зарегистрированы всеми датчиками в антенне, наблюдаются при приближении к критическому уровню приложенного усилия.

Всего были определены координаты 317 событий акустической эмиссии. Преобладающее большинство лоцированных событий акустической эмиссии располагается в нижней части образца, что определяется максимальным уровнем действующих растягивающих напряжений в этой зоне (рисунок 2.24б). При этом лоцированные события в плоскости  $xOy$  локализованы вдоль изогнутого контура (рисунок 2.24а), который определяется геометрией будущей магистральной трещины. На фотографии различных граней образца гранита после разрушения видно, что магистральная трещина имеет сложную

структуру, не является плоской и расположена под углом к плоскости приложения нагрузки (рисунок 2.25).

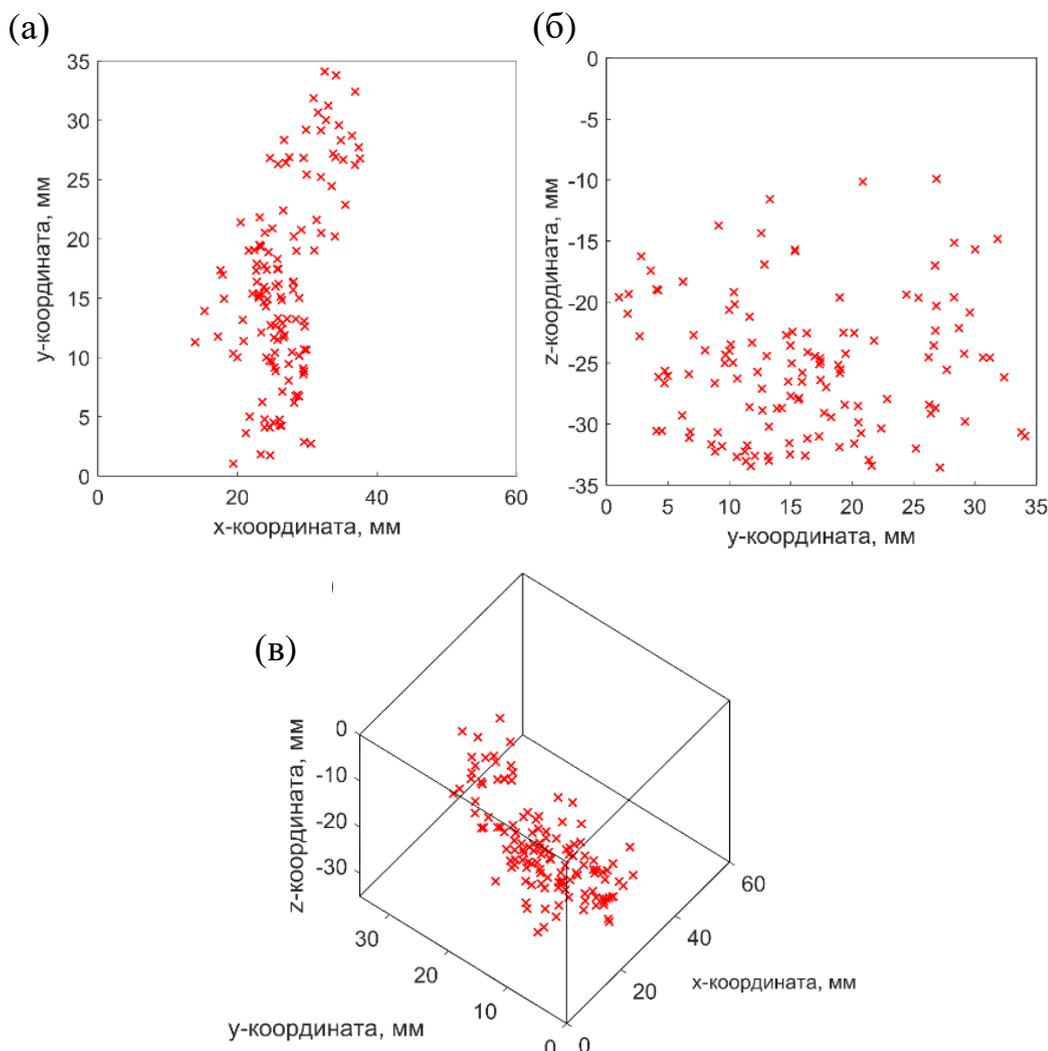


Рисунок 2.24 – Результаты локации событий акустической эмиссии: проекция на плоскость  $xOy$  (а), проекция на плоскость  $yOz$  (б), 3D область внутри антенны датчиков акустической эмиссии (в)

На основе данных локации был построен каталог событий акустической эмиссии, включающий помимо координат источника, время появления события акустической эмиссии и параметр  $\Omega$  для каждого датчика. Далее, для каждого события акустической эмиссии из каталога была решена задача вычисления компонент тензора сейсмического момента (2.14) с использованием процедуры, ранее апробированной на синтетических данных и верифицированной, в том числе на данных акустической эмиссии [385].

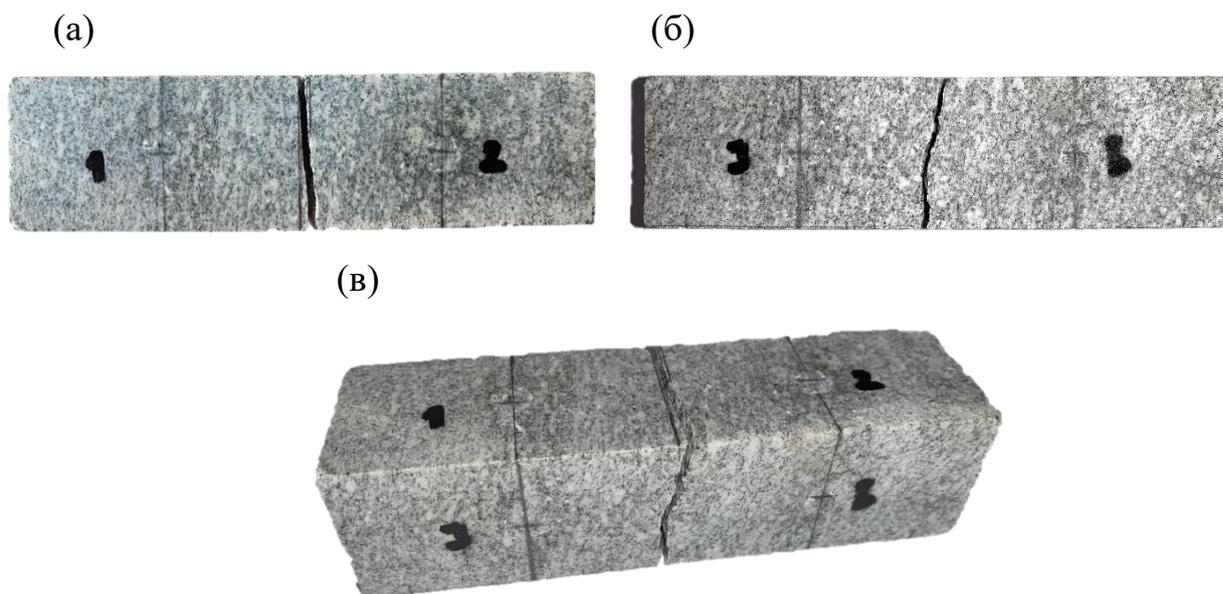


Рисунок 2.25 – Фотографии образца после разрушения (а – верхняя грань, б – передняя грань, в – весь образец)

На рисунке 2.26 представлена диаграмма Хадсона с найденными решениями для 317 событий акустической эмиссии из каталога. Как было показано в разделе 2.2, диаграмма позволяет на одной плоскости отобразить все возможные типы механизмов событий акустической эмиссии: от центров всестороннего сжатия и растяжения, до чистого сдвига и трещин нормального отрыва. Видно, что наибольшая плотность найденных решений локализована в области положительных (левый верхний треугольник) и отрицательных (правый нижний треугольник) ISO и CLVD компонент, соответствующих трещинам нормального отрыва (с увеличением и уменьшением объема) и линейным векторным диполям с различным направлением действующих сил. Часть событий акустической эмиссии попадает в области с различными знаками ISO и CLVD компонент (левый нижний и верхний правый четырехугольники). Подобное сочетание является сложно интерпретируемым с механической точки зрения и, как правило, указывает либо на области сильной локализованной анизотропии упругих свойств, либо на ошибочное решение для механизма события акустической эмиссии.

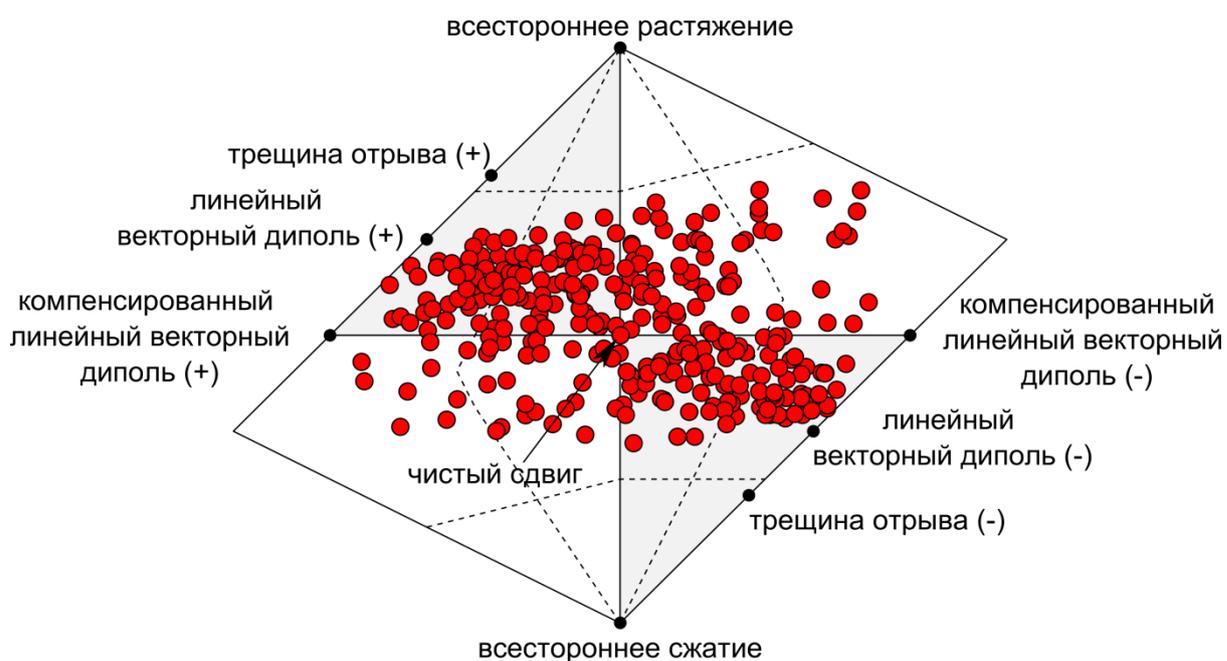


Рисунок 2.26 – Диаграмма Хадсона с найденными механизмами событий акустической эмиссии

Из сейсмологической практики известно, что для устойчивого определения тензора сейсмического момента землетрясения данных восьми датчиков катастрофически мало. В связи с этим, вопрос об устойчивости найденных решений для событий акустической эмиссии, зафиксированных антенной из восьми датчиков акустической эмиссии, является весьма актуальным, и, как правило, в немногочисленной зарубежной литературе игнорируется полностью. Для проверки устойчивости найденных решений механизмов событий акустической эмиссии был разработан трехстадийный алгоритм, базирующийся на том, что система (2.14) является переопределенной.

На первом, предварительном этапе, следуя философии современных методов определения тензора сейсмического момента, решение уточняется на основе итерационного гибридного алгоритма (соотношение (2.23)), описанного в [231]. Результатом реализации алгоритма являются поправочные коэффициенты для каждого датчика акустической эмиссии (ПАЭ) в антенне (рис. 2.27).

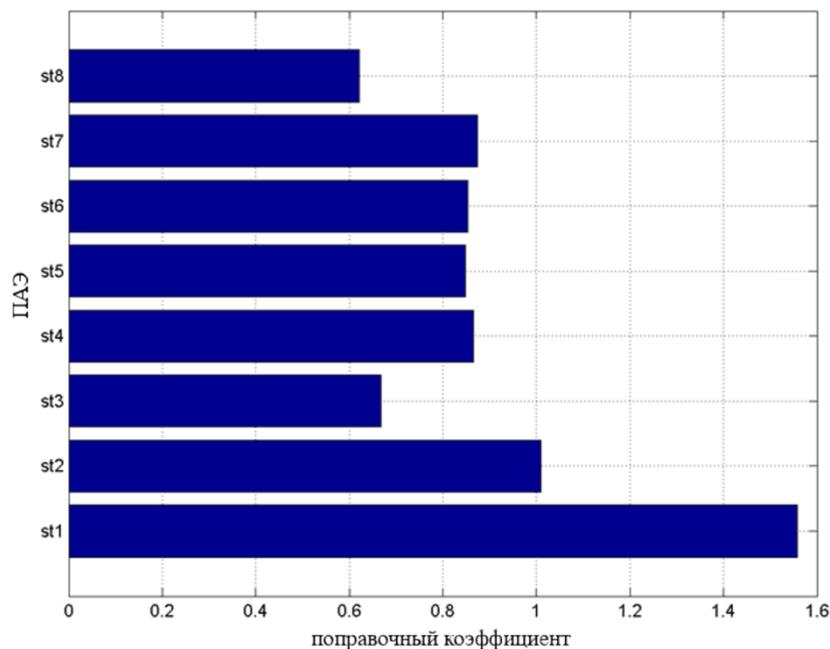


Рисунок 2.27 – Найденные поправочные коэффициенты для амплитуд волн, регистрируемых различными преобразователями акустической эмиссии

На втором этапе, используется метод «складного» ножа (jackknife resampling), заключающийся в последовательном исключении из решения для данного события акустической эмиссии данных с одного из датчиков акустической эмиссии. Таким образом, для каждого события акустической эмиссии из каталога получаем одно решение с использованием данных со всех датчиков, и еще восемь решений для различных комбинаций данных от семи датчиков. Об устойчивости решения будем судить по вариациям углов нодальных плоскостей, а также Р и Т-осей. Исследования трещинообразования при истинном трехосном нагружении и одноосном нагружении с вращением эллипсоида приложенных напряжений показали, что ориентация вновь образующихся трещин может варьироваться в интервале  $\pm 10-18^{\circ}$  относительно направления минимального главного напряжения [220, 234, 305, 389]. Поэтому будем считать решение устойчивым, если минимум пять решений из девяти удовлетворяют следующим условиям:

- углы простирания и падения обоих нодальных плоскостей в этих решениях лежат в секторе  $\pm 15^{\circ}$  по каждому из углов;

- азимуты и углы погружения Р и Т-осей также лежат в секторе  $\pm 15^{\circ}$ .

Из событий, удовлетворяющих заданным условиям, происходит формирование нового каталога событий акустической эмиссии для последующего уточнения решения.

На третьем (заключительном) этапе находим среднее решение для найденных наборов механизмов по каждому событию акустической эмиссии. Следует отметить, что решение для полного набора данных не обязательно может входить в пятерку решений, удовлетворяющих сформулированным условиям. На рисунке 2.28 представлены типовые случаи решения для двух событий акустической эмиссии, одно из которых (согласно предложенному алгоритму) является устойчивым, а второе – нет. При этом среднее решение для устойчивого случая не совпадает с решением, полученным для полного набора данных (черные линии, рисунок 2.28а).

В результате реализации предложенного алгоритма уточнения решений и отбраковки из них неустойчивых показано, что устойчивыми являются решения для 99 из 317 событий акустической эмиссии. Итоговые механизмы для событий акустической эмиссии с указанием моментной магнитуды, оцененной по соотношению (2.21), представлены на рисунке 2.29.

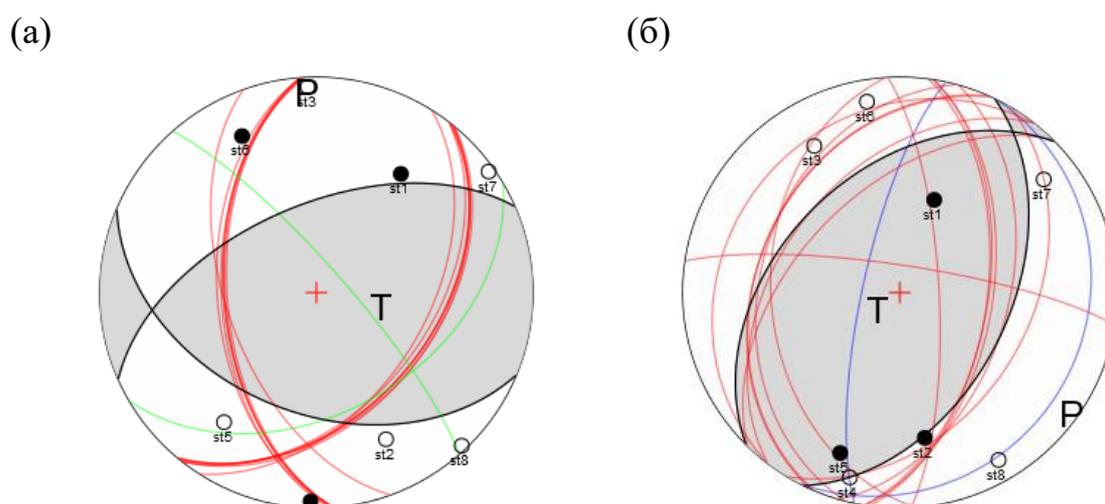


Рисунок 2.28 – Стереогаммы устойчивого (а) и неустойчивого (б) решения для механизмов событий акустической эмиссии (проекция на нижнюю

полусферу) (черные линии – решение для полного набора данных, цветные – для усеченного набора)

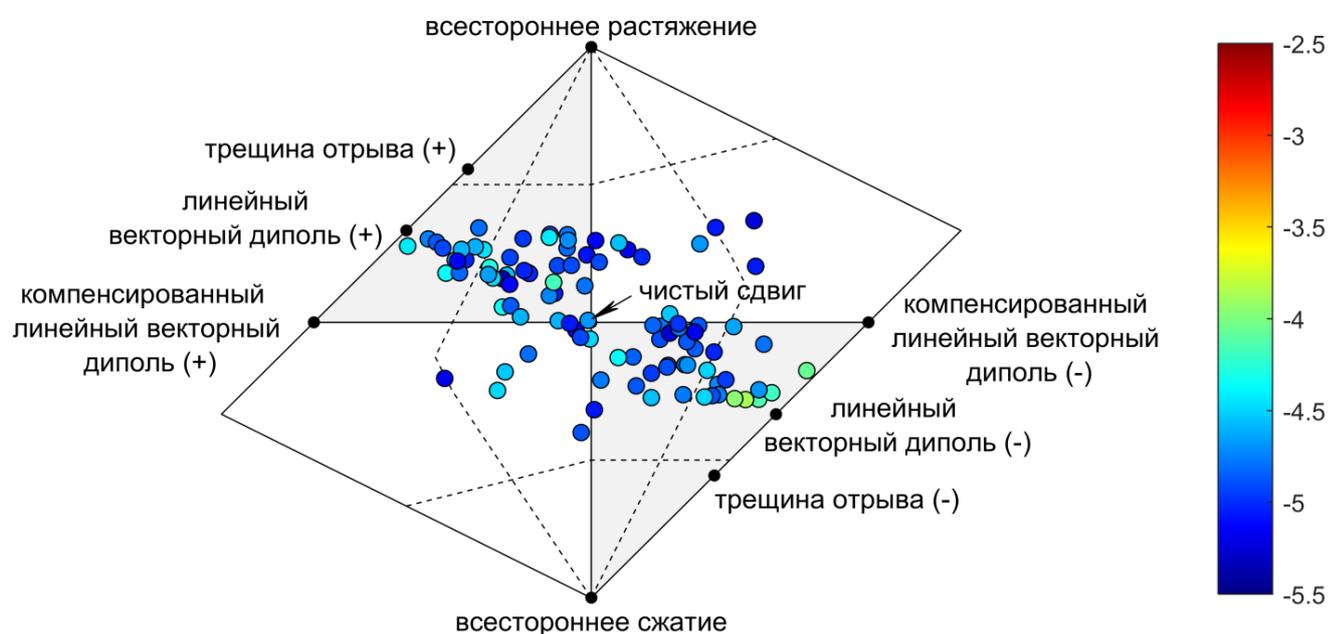


Рисунок 2.29 – Диаграмма Хадсона с устойчивыми решениями для механизмов событий акустической эмиссии, зарегистрированных при трехточечном изгибе образца Исетского гранита

Моментная магнитуда  $M_w$  варьируется в диапазоне от -5.3 до -4, что коррелирует с оценками других исследователей [330]. События акустической эмиссии с максимальной моментной магнитудой имеют механизм, близкий к линейному векторному диполю с отрицательной ISO компонентой. Анализ распределений механизмов событий акустической эмиссии по различным компонентам тензора сейсмического момента (рис. 2.30) показал, что распределения не являются унимодальными, ISO компонента найденных решений изменяется в пределах от -40 до 40%, также имеют место решения с DC и CLVD компонентами, варьирующимися во всем диапазоне возможных значений.

Найденные механизмы событий акустической эмиссии были разделены по модам деформации и типам разрывов (разломов) (рисунок 2.31).

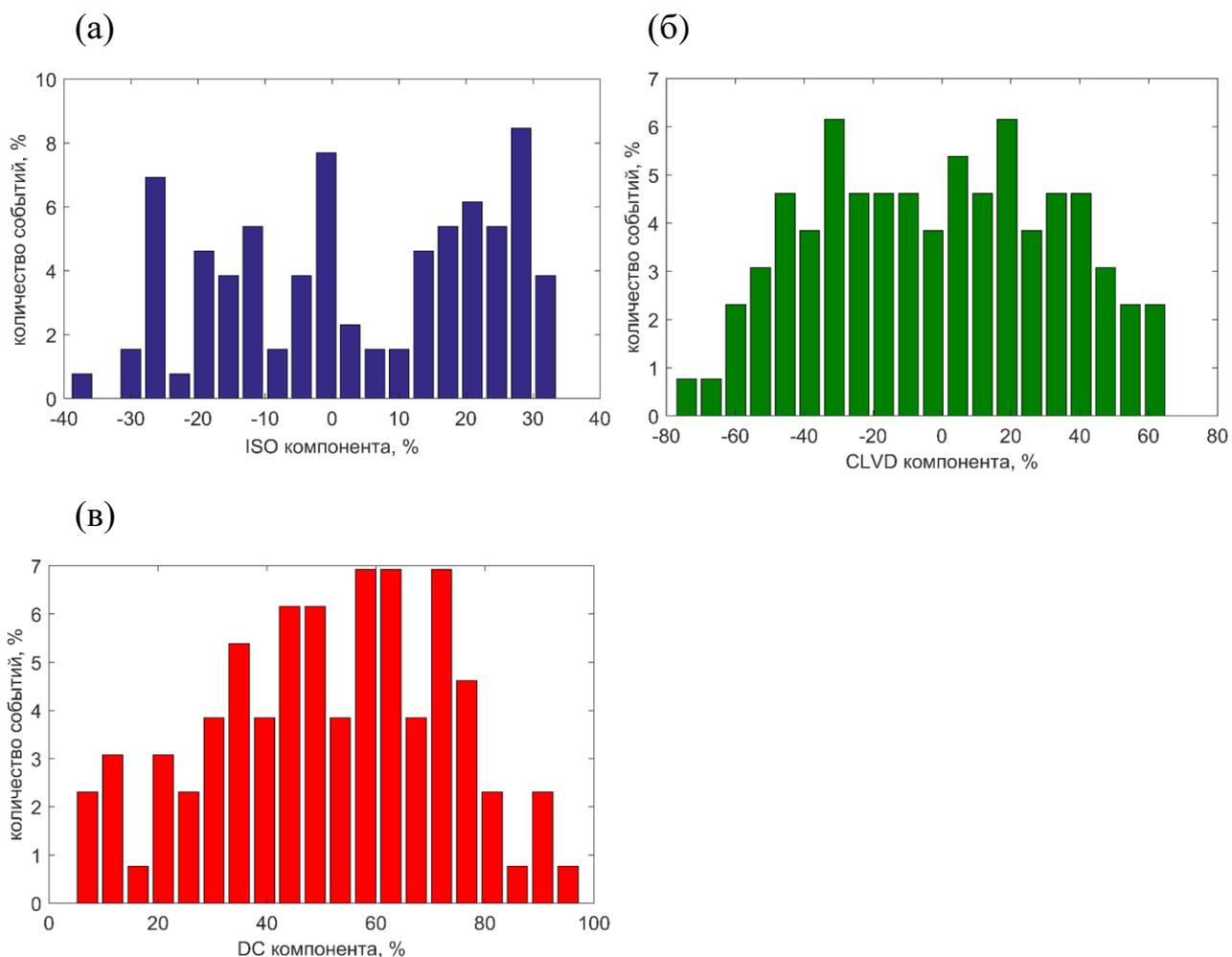
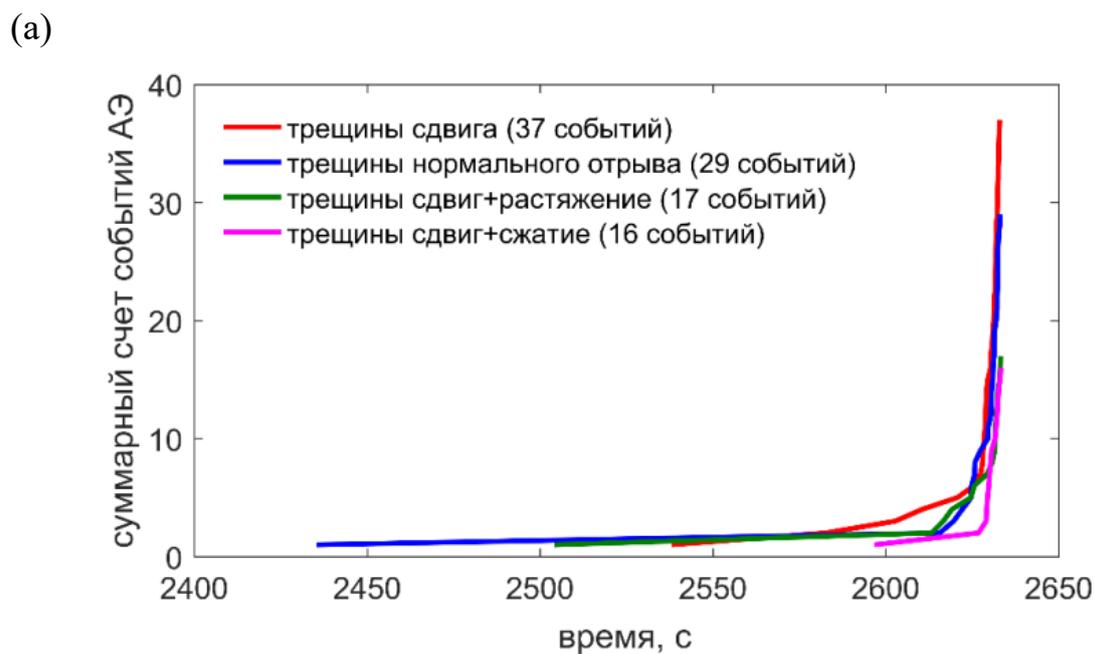


Рисунок 2.30 – Гистограммы распределения механизмов событий акустической эмиссии по величине ISO (а), CLVD (б) и DC (в) компонент



(б)

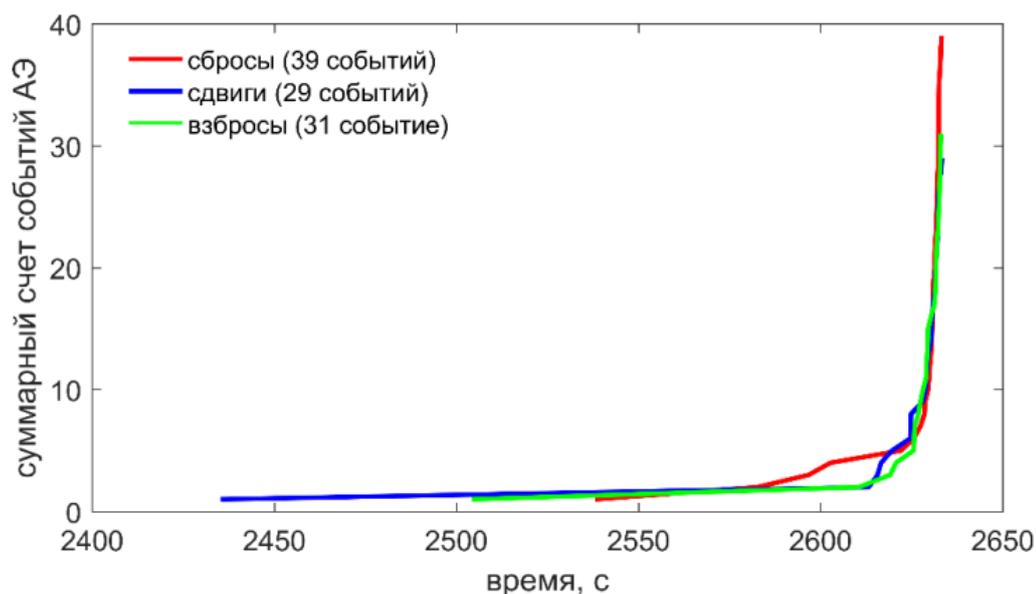


Рисунок 2.31 – Суммарный счет событий акустической эмиссии, построенный отдельно для различных мод деформации (а) и типов разрыва (б)

Наиболее часто встречающимися источниками событий акустической эмиссии являются трещины сдвига со смещением висящего крыла вниз (сбросы), при этом источниками первых регистрируемых событий акустической эмиссии являются трещины нормального отрыва со сдвиговым типом смещения берегов. Необходимо отметить, что события акустической эмиссии с механизмами сдвигового типа преобладают на стадии, предшествующей разрушению образца. На этой же стадии имеют место механизмы акустической эмиссии смешанного типа с увеличением или уменьшением объема источника. В целом кинематика найденных механизмов событий акустической эмиссии соответствует конфигурации приложенных к образцу нагрузок и характеризуется нормальной модой с дополнительной сдвиговой составляющей различной величины. Наличие сдвиговой составляющей вызвано микроструктурной неоднородностью образца, и, как следствие, приводит к формированию магистральной трещины со сложной геометрией. Анализ вариаций найденных решений по моде деформации для всех испытанных образцов показал, что трещины сдвига и нормального отрыва являются преобладающими (рисунок 2.32), тогда как источники смешанного типа

(сдвиг+отрыв, сдвиг+сжатие) не превышают 35% от общего числа событий АЭ, для которых найдено устойчивое решение.

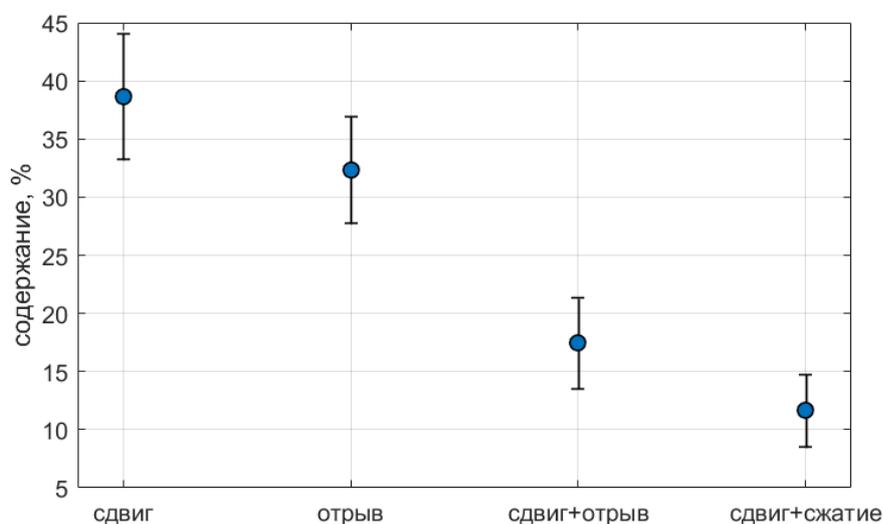


Рисунок 2.32 – Относительный вклад мод деформации

Микроструктурная неоднородность образца гранита также отражается в вариациях ориентаций осей максимального девиаторного сжатия (Р-ось) и растяжения (Т-ось), определяющих локальное напряженно-деформированное состояние материала в районе источников акустической эмиссии (рисунок 2.33).

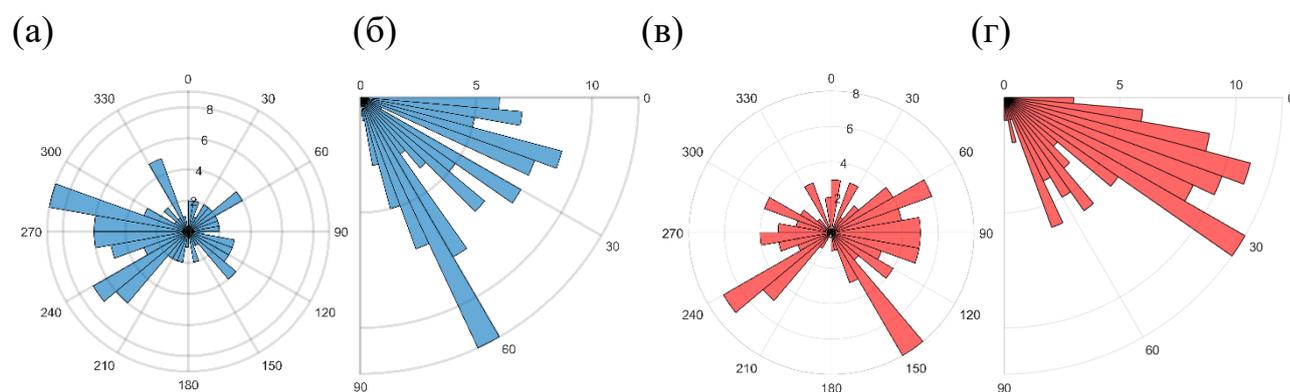


Рисунок 2.33 – Гистограммы распределений азимутов и углов погружения Р (а, б) и Т-осей (в,г)

Оси максимального девиаторного сжатия преимущественно ориентированы субвертикально (согласно направлению приложенной нагрузки) и вдоль образца (перпендикулярно линии приложения нагрузки), тогда как оси максимального девиаторного растяжения субгоризонтальны и имеют достаточно широкий разброс по азимуту. Полученная картина в целом коррелирует с теоретическим решением теории упругости для нижней части упругого однородного образца при его трехточечном изгибе.

Важным результатом проведенных исследований является также выполнение закона Гутенберга-Рихтера для моментных магнитуд локализованных событий акустической эмиссии (рисунок 2.34). Начиная с магнитуды  $M_w = -5$  график повторяемости событий акустической эмиссии имеет линейный участок с наклоном  $b = -1.8$ . Данное обстоятельство указывает на коррелированное (во времени и пространстве) накопление микродефектов (источников акустической эмиссии) при трехточечном изгибе образца гранита [45].

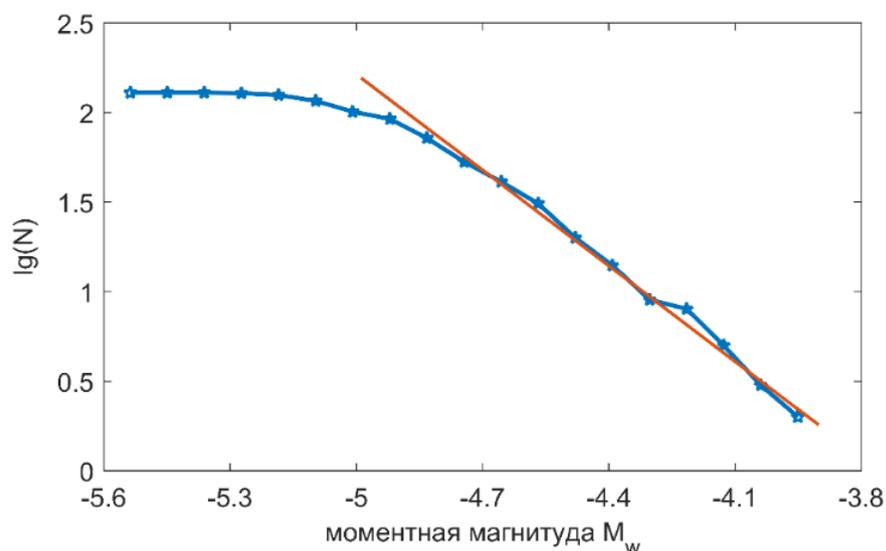


Рисунок 2.34 – График повторяемости событий акустической эмиссии для моментных магнитуд

## 2.4 Основные результаты главы

Исследования, представленные в данной главе, были направлены на определение микромеханизмов разрушения гранита при трехточечном изгибе по данным акустической эмиссии. Восстановление механизмов источников событий акустической эмиссии основано на вычислении компонент тензора сейсмического момента, описывающего обобщенный силовой эквивалент смещения по произвольно ориентированному разлому (микроразрыву) в нагруженном материале. Для формирования исходного каталога событий акустической эмиссии последовательно решены задачи:

- определения времен первых вступлений Р-волн в импульсах акустической эмиссии, зарегистрированных каждым датчиком. Для импульсов АЭ, зарегистрированных в предварительных экспериментах по одноосному сжатию гранита, проведен сравнительный анализ времен первых вступлений, определенных по первому пересечению порога дискриминации, с использованием классического и двухступенчатого критерия Акайке. Показано, что определение времени по первому пересечению порога приводит к значительной погрешности, использование классического критерия Акайке позволяет автоматизировать процесс определения времен первых вступлений Р-волн в записях АЭ при невысоких затратах вычислительных ресурсов;
- абсолютной калибровки датчиков акустической эмиссии. Проведен сравнительный анализ амплитудно-частотных характеристик передаточных функций, определенных методом калибровки по теоретически вычисленному сигналу и методом сравнения с эталонным сигналом. Показано, что метод калибровки по теоретически вычисленному сигналу (падение шарика на неподвижное основание) имеет ограничение сверху по частоте, что

не позволяет использовать его для калибровки широкополосных преобразователей акустической эмиссии.

В результате проведенных испытаний образцов Исетского гранита сформирован каталог событий акустической эмиссии для каждого образца и найдены компоненты тензора сейсмического момента. Предложен трехступенчатый алгоритм уточнения найденных решений и отбраковки неустойчивых. На первом этапе происходит итеративное уточнение амплитуд Р-волн (на основе гибридного алгоритма), зарегистрированных различными датчиками в антенне. Эта процедура позволяет получить поправочные коэффициенты для каждого датчика и минимизировать влияние систематической ошибки, связанной с внешними шумами, качеством акустического контакта и локальными неоднородностями на траекториях распространения упругих волн. На втором этапе с использованием метода «складного ножа» (jackknife resampling) определяется устойчивость решения для тензора сейсмического момента каждого события акустической эмиссии по степени вариации углов нодальных плоскостей, Р и Т-осей, вызванной игнорированием информации от одного из восьми датчиков. На третьем этапе вычисляется среднее решение для тензора сейсмического момента событий акустической эмиссии, отобранных после второго этапа. Предложенный алгоритм является оригинальным и позволяет определить устойчивые решения для механизмов событий акустической эмиссии.

В результате решения задачи локации источников АЭ установлено, что события акустической эмиссии локализуются в области формирования будущей магистральной трещины. Магистральная трещина, как правило, имеет сложную структуру, не является плоской и располагается под углом к плоскости приложения нагрузки. Сложная структура магистральной трещины обусловлена микроструктурной неоднородностью гранита. Микроструктурная неоднородность также определяет вариацию механизмов разрушения гранита. Анализ найденных устойчивых решений для тензора сейсмического момента событий акустической эмиссии показал, что процесс изгиба гранита

сопровождается формированием и развитием трещин нормального отрыва с дополнительной сдвиговой составляющей различной интенсивности. Установлено, что непосредственно перед разрушением образца преобладают сдвиговые трещины. По типу разрыва (разлома) источники акустической эмиссии делятся на три типа: сдвиги, взбросы и сбросы, последние из которых являются преобладающими. Анализ ориентаций осей максимального девиаторного сжатия (Р-ось) и растяжения (Т-ось) показал хорошую корреляцию с теоретически предсказанными направлениями, при этом их вариативность также обусловлена микроструктурной неоднородностью образца и отражает изменчивость локального напряженно-деформированного состояния материала в районе источников акустической эмиссии. Отдельно установлено, что моментные магнитуды событий акустической эмиссии подчиняются закону Гутенберга-Рихтера.

В целом проведенное исследование показало, что метод акустической эмиссии обладает дополнительным потенциалом для исследования микромеханизмов разрушения квазихрупких неоднородных материалов при их квазистатическом нагружении, а тензор сейсмического момента события акустической эмиссии позволяет получить исчерпывающую информацию о моде деформации, ориентации микроразрыва и характере подвижки по нему. Результаты определения механизмов событий акустической эмиссии могут быть использованы для верификации современных физических моделей деформирования и разрушения структурно-неоднородных материалов и сред.

### **Глава 3. Эффект Кайзера при трехосном сжатии песчаника с изменением ориентации, размеров и формы эллипсоида приложенных напряжений**

#### **Введение**

Фундаментальным свойством деформационного отклика структурно-неоднородных материалов, в частности горных пород, при их циклическом нагружении является эффект памяти (эффект Кайзера), проявляющийся в способности сохранять и воспроизводить информацию о пиковых нагрузках и деформациях, испытанных материалом в прошлом. Физическим механизмом, обеспечивающим такую способность, является эволюция первичной и формирование вторичной разномасштабной, разноориентированной микротрещиноватости в материале. Несмотря на интенсивные исследования проявления этого эффекта в горных породах на протяжении последних тридцати-сорока лет, вопрос о механизмах, параметрах, контролирующих проявление эффекта Кайзера, в особенности в случае многоосной нагрузки с переориентацией приложенных напряжений является до сих пор открытым.

Актуальность исследования этого эффекта при трехмерных конфигурациях приложенных напряжений обеспечивается возможностью его использования для оценки величины и ориентации природных напряжений в массиве горных пород в районах добычи полезных ископаемых, сложных геологических структур, разломных зон и вулканических построек. Прикладная значимость эффекта определяет также необходимость его изучения в условиях вращающихся в пространстве трехмерных механических воздействий, имеющих место при эксплуатации месторождений углеводородов в условиях больших глубин и экстремальных геологических обстановок (континентальный шельф, зоны крупных разломов и т.д.). Сложность в реализации таких исследований связана с необходимостью использования специализированных экспериментальных установок по независимому трехосному нагружению

материалов. Такие установки уникальны и имеются в распоряжении у небольшого числа научно-исследовательских центров по всему миру.

В настоящей главе приведены результаты исследований особенностей проявления эффекта Кайзера при циклическом непропорциональном сжатии песчаника с изменением ориентации, размеров и формы эллипсоида приложенных напряжений, выполненных на экспериментальной базе лаборатории геомеханики Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН (г. Москва). В первом параграфе приведен литературный обзор проявления эффекта Кайзера в горных породах при различных условиях нагружения, а также теоретических представлений о механизмах этого явления. Второй параграф посвящен результатам экспериментальных исследований проявления эффекта Кайзера при различных режимах трехосного нагружения песчаника. Приведены результаты испытаний песчаника, выполненные по четырем программам: циклическое всестороннее сжатие, 6-и и 9-и цикловые программы непропорционального сжатия с изменением формы, размеров и ориентации эллипсоида приложенных напряжений, циклическое непропорциональное сжатие с постоянным средним напряжением и изменяющимся уровнем девиаторных напряжений.

В результате проведенных исследований установлено, что преобладающим механизмом проявления эффекта памяти повреждений в каждом определенно ориентированном ансамбле трещин является развитие микротрещин нормального отрыва, ориентированных субнормально к направлению минимального главного напряжения. Показана независимость эффекта Кайзера от уровня интенсивности касательных напряжений, действующих на образец. Полученные экспериментальные результаты могут рассматриваться в качестве триггера для развития моделей деформирования и разрушения горных пород, учитывающих анизотропную природу и ориентационные эффекты развития поврежденности при различных сложных напряженно-деформированных состояниях и реальных условиях трехосного непропорционального нагружения, которые наблюдаются в природных и антропогенных системах.

### 3.1 Эффект Кайзера в горных породах: механизмы и закономерности проявления

В середине XX в. Й. Кайзер в экспериментах по циклическому деформированию природных и искусственных материалов обнаружил эффект памяти — отсутствие импульсов акустической эмиссии в материале при циклическом нагружении до тех пор, пока не будет достигнут максимальный уровень нагрузки предыдущего цикла [371]. Достижение этого уровня сопровождается скачкообразным ростом активности акустической эмиссии. Эффект Кайзера является проявлением фундаментальной способности материалов накапливать, сохранять и воспроизводить информацию о пиковых нагрузках и деформациях, испытанных в прошлом. Необходимо отметить, что применительно к горным породам акустоэмиссионный эффект памяти стал первым в цепочке эффектов памяти, открытых позже [90]:

- электромагнитный эмиссионный: невозпроизводимость активности электромагнитной эмиссии в процессе циклического нагружения при напряжениях, меньших максимально достигнутого ранее значения напряжения;
- ультразвуковой: наличие перегибов кривых зависимостей скоростей продольных и поперечных упругих волн от напряжения при достижении напряжением своего максимально испытанного ранее значения;
- электрический: наличие перегибов кривых зависимостей электрического сопротивления и проводимости от механического напряжения при достижении последним своего максимального значения;
- магнитный: наличие перегибов кривой зависимости намагниченности от механического напряжения при достижении последним своего максимально испытанного ранее значения;

- термоэмиссионный: невозпроизводимость активности акустической и электромагнитной эмиссии в процессе циклического нагрева при температурах, меньших максимально достигнутого ранее значения температуры.

В настоящее время проведено большое количество исследований, направленных на изучение условий проявления эффекта Кайзера в породах различного генезиса и при разных условиях нагружения [206, 309, 348, 390, 395, 459, 485, 531, 532, 538, 552]. Повышенный интерес к проявлению эффекта Кайзера в горных породах вызван его прикладной значимостью – возможностью использования для оценки уровня и ориентации природных напряжений в районе горных выработок и нефтегазоносных бассейнов [14, 15, 155, 229, 373, 390, 541, 555], в том числе с использованием искусственных анизотропных материалов [64, 205, 507], и его применимостью к исследованию характера воздействия циклических вулканических процессов на деформацию вулканических построек и окружающих массивов [345, 377]. Первые попытки использования эффекта Кайзера для определения естественного поля напряжений в массиве горных пород представлены в работе [383]. В основе этой работы лежит предположение, что воздействие природного поля напряжений на горную породу и последующее ее извлечение из недр является первоначальным циклом нагружения. Поэтому производя в лабораторных условиях повторное нагружение образцов керна в различных направлениях можно оценить нормальную компоненту поля напряжений, действующую в направлении нагружения. Преимущество методов измерения напряжений, использующих эффект Кайзера, заключается в отсутствии сложных высокоточных измерений деформаций.

В работе [348] на основе анализа большого количества экспериментальных данных по одноосному и многоосному циклическому нагружению горных пород был сделан следующий фундаментальный вывод: если природа эффекта Кайзера, наблюдаемого в лабораторных условиях и в породах, извлеченных из массива, одинакова, то определить компоненты тензора природных напряжений,

осуществляя одноосное нагружение керна в разных направлениях, невозможно. Этот результат послужил толчком для интенсификации исследований проявления эффекта Кайзера в горных породах при многоосном нагружении. В Российской Федерации широкомасштабные исследования акустоэмиссионного эффекта памяти в горных породах проводились в Московском государственном горном университете (с 2014 года входит в состав Национального исследовательского технологического университета «МИСиС») научным коллективом под руководством Владимира Лазаревича Шкуратника и Александра Вадимовича Лаврова [64, 89, 205, 206, 390, 452]. В работах [149, 390, 432], посвященных экспериментальным исследованиям деформационного поведения горных пород при циклическом одноосном сжатии с боковым подпором, показано, что резкий скачок активности акустической эмиссии во втором и последующих циклах отмечается при достижении не максимального уровня приложенного осевого напряжения в предыдущем цикле, а уровня максимального дифференциального напряжения  $\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_3$  ( $\sigma_1, \sigma_3$  — максимальное и минимальное главные напряжения). Показано, что дифференциальное напряжение проявления эффекта Кайзера в следующем цикле зависит от уровня бокового давления:

$$\sigma_1^{II*} - (1 + k)\sigma_3^{II} = \sigma_1^I - (1 + k)\sigma_3^I, \quad (3.1)$$

где  $k$  — безразмерный коэффициент, зависящий от типа породы;  $\sigma_1^{II*}$  — максимальное главное напряжение, при котором наблюдается скачок акустической эмиссии во втором цикле;  $\sigma_3^{II}$  — боковой подпор во втором цикле;  $\sigma_1^I$  — максимальное главное напряжение, достигнутое в первом цикле;  $\sigma_3^I$  — боковой подпор в первом цикле. В [538, 552] для нескольких типов пород показана линейная зависимость коэффициента  $k$  от модуля Юнга и скорости продольных волн. В [552] описана аналогия между соотношением (3.1) и критерием Кулона–Мора, что позволило выявить экспоненциальную зависимость коэффициента  $k$  от угла внутреннего трения породы.

Шкуратником В.Л. и Лавровым А.В. на основе многочисленных

экспериментов по одно-, двух- и трехосному сжатию горных пород определены случаи, для которых на основе проявления эффекта Кайзера может быть получена информация о природном поле напряжений [90]:

- 1. Определение направлений действия минимального  $\sigma_3$  и промежуточного  $\sigma_2$  главных напряжений в массиве.* Если направление максимального главного напряжения  $\sigma_1$  определено ранее и напряженное состояние в массиве является неравнокомпонентным (истинно трехосным,  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ), то для определения направления  $\sigma_3$  необходимо изготовить образцы, ориентированные в плоскости перпендикулярной оси  $\sigma_1$  с определенным шагом, и произвести их нагружения в режиме обобщенного растяжения по схеме Беккера (увеличение  $\sigma_1 = \sigma_2$ , при  $\sigma_3 = 0$ , которое действует в направлении оси образца). Образец, в котором наиболее ярко проявляется эффект Кайзера, соответствует направлению действия минимального главного напряжения  $\sigma_3$ . Направление действия промежуточного главного напряжения  $\sigma_2$  определяется путем построения перпендикуляра к направлениям  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ .
- 2. Определение типа трехосного напряженного состояния при известном направлении действия максимального главного напряжения  $\sigma_1$  в массиве.* Если в процессе испытаний образцов по схеме Беккера, рассмотренной в предыдущем пункте, эффект Кайзера имеет место во всех образцах независимо от ориентации, причем при одних и тех же значениях  $\sigma_1 = \sigma_2$ , напряженное состояние массива является осесимметричным (схема Кармана  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ).
- 3. Определение величины максимального главного напряжения  $\sigma_1$  при осесимметричном напряженном состоянии массива и известном значении  $\sigma_2 = \sigma_3$ .* В этом случае  $\sigma_1$  можно определить одним из двух способов. В первом способе необходимо выполнить испытание по схеме Кармана образца, ориентированного в направлении  $\sigma_1$ , при постоянном

боковом давлении, соответствующем величине  $\sigma_2 = \sigma_3$  в массиве. Эффект Кайзера будет иметь место при достижении нагрузкой  $\sigma_{1ЭК}^{II}$  величины максимального главного напряжения  $\sigma_1$ . Второй способ заключается в одноосном нагружении образца, ориентированного в направлении  $\sigma_1$ , и определении  $\sigma_{1ЭК}^{II}$ , при котором будет эффект Кайзера. В этом случае  $\sigma_1$  можно определить из соотношения  $\sigma_1^I = \sigma_{1ЭК}^{II} + (k + 1)\sigma_3^I$ . Значение коэффициента  $k$  должно быть определено из дополнительных испытаний.

4. *Определение неизвестных величин двух главных напряжений ( $\sigma_1, \sigma_3$ ) при осесимметричном напряженном состоянии массива.* Необходимо изготовить серию образцов, ориентированных в направлении действия  $\sigma_1$  в массиве. Далее каждый образец испытывается в камере трехосного сжатия в режиме пропорционального осесимметричного нагружения, т.е. при постоянстве соотношения  $\sigma_1/\sigma_3$  в процессе нагружения. Величина соотношения  $\sigma_1/\sigma_3$  задается различной для разных образцов. Далее необходимо выбрать тот образец серии, в котором эффект Кайзера проявляется наиболее отчетливо. Значения  $\sigma_1, \sigma_3$ , при которых имеет место эффект в образцах, соответствуют главным напряжениям  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  в массиве.

В связи с тем, что земная кора в районе активных разломных зон и вулканических построек может испытывать не только циклические деформации, но и переориентацию (вращение) напряженного состояния [332, 451, 510], приводящую к формированию анизотропной трещиноватости, отдельным направлением исследований эффекта Кайзера в настоящее время является изучение влияния вращения эллипсоида заданных напряжений на его проявление [208, 220, 267, 345, 377, 388]. Как правило, вращение эллипсоида заданных напряжений в экспериментах осуществляется поворотом призматического образца после каждого цикла, относительно оси заданной нагрузки, вырезанием образцов различной геометрии под разным углом из

предварительно однократно нагруженной плиты или сменой активной оси нагружения в случае испытания образцов на установках независимого трехосного нагружения.

В работе [389] исследование влияния вращения тензора приложенных напряжений на проявление эффекта Кайзера осуществлялось в условиях косвенного растяжения (Бразильский тест) образцов известняка с их вращением после первого цикла на угол от 4 до 90 градусов. Проведенные лабораторные и численные эксперименты (методом граничных элементов разрывных смещений) показали (рис. 3.1), что эффект Кайзера наблюдается отчетливо в тех случаях, когда направление максимального сжимающего напряжения во втором цикле отличается от направления первого цикла в пределах  $\pm 16^\circ$ . Это обстоятельство вызвано тем, что поворот диска между циклами больше чем 16 градусов приводит во втором цикле к формированию новой вторичной (по отношению к первому циклу) трещиноватости, а не активизации первичной, сформированной после первого цикла.

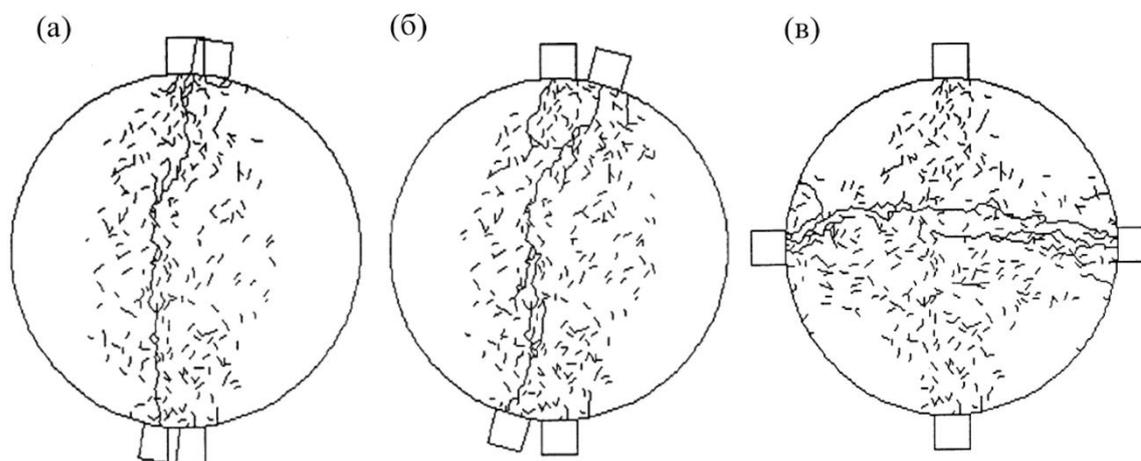


Рисунок 3.1 – Индуцированная трещиноватость (по результатам моделирования) в конце второго цикла нагружения при повороте диска между первым и вторым циклом на  $8^\circ$  (а),  $16^\circ$  (б) и  $90^\circ$  (в) [389]

Этот результат показывает, что эффект Кайзера — эффект не только памяти уровня максимальных напряжений, но и памяти состояния и ориентации

ансамбля дефектов и трещин. Подтверждением также служат результаты экспериментов по последовательному гидростатическому и одноосному сжатию образцов туфа и гранита, показывающие, что эффект Кайзера в этом случае не проявляется [349, 466]. Действительно, гидростатическое сжатие приводит к частичному смыканию берегов имеющихся микротрещин, часть из ориентированных субпараллельно направлению сжатия при последующем одноосном сжатии начинает расти сразу после приложения нагрузки.

В пионерских работах [213, 220] впервые были представлены результаты исследования эффекта Кайзера при истинном трехосном нагружении с вращением главных напряжений. Было показано, что эффект Кайзера является эффектом памяти поврежденности, при этом его проявление зависит от взаимной ориентации ансамбля трещиноватости и приложенных напряжений. В экспериментах на истинное и традиционное трехосное нагружение была продемонстрирована возможность избирательного повторного инициирования ортогонально ориентированных ансамблей микротрещин (рис 3.2).

Так, например, в первом цикле (рис. 3.2а) активное сжатие кубического образца песчаника в направлениях  $\sigma_{zz}$  и  $\sigma_{xx}$  сопровождается появлением трещиноватости ориентированной перпендикулярно оси  $\sigma_{yy}$ . Во втором цикле при неизменности ориентации приложенных напряжений при превышении максимального напряжения первого цикла  $\sigma_{zz}$  наблюдается эффект Кайзера. В третьем цикле напряжения в направлениях  $\sigma_{yy}$  и  $\sigma_{xx}$  удерживаются постоянными при активном сжатии в направлении  $\sigma_{zz}$ . Несмотря на меньшее чем в предыдущих циклах напряжение происходит формирование вторичной вертикальной трещиноватости, произвольно ориентированной в плоскости  $xOy$  (рис. 3.2б). Наличие вторичной трещиноватости не влияет на проявление эффекта Кайзера в четвертом цикле с ориентацией приложенных напряжений идентичной первому и второму циклу, но с большим максимальным напряжением  $\sigma_{zz}$ . Аналогичная ситуация наблюдается в пятом цикле при возвращении к традиционному сжатию с боковым подпором.

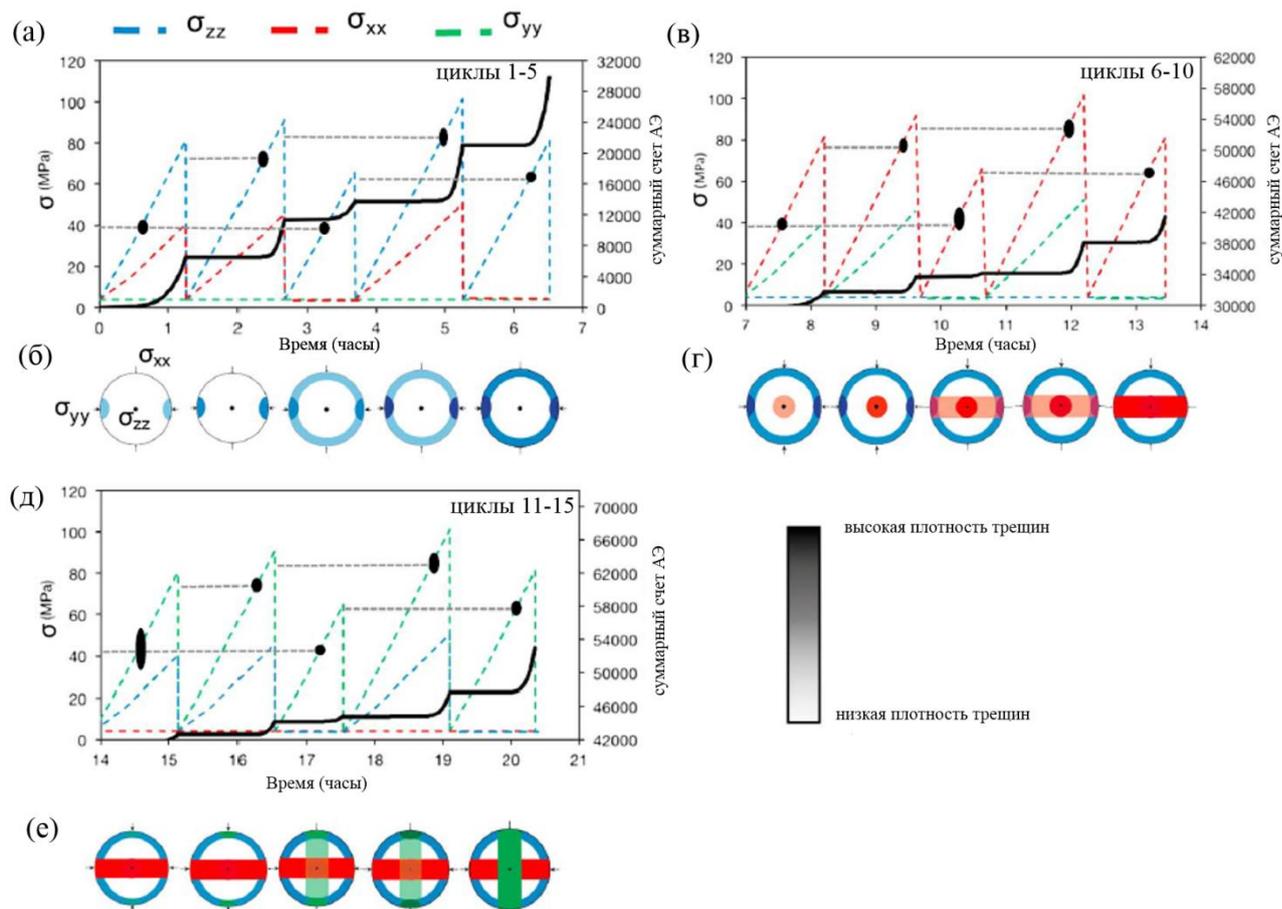


Рисунок 3.2 – Циклическое истинное трехосное нагружение с последовательной сменой направлений активного сжатия (а, в, д) и стереограммы ориентаций образующихся в каждом цикле трещин (б, г,е) [213]

Необходимо отметить, что по мере накопления экспериментальных наблюдений проявления эффекта Кайзера в горных породах при различных условиях нагружения развивались и теоретические представления о механизмах этого явления. Так, в работе [281] для описания механизма возникновения эффекта Кайзера предложена модель дискообразной трещины. Согласно модели неравнокомпонентное напряженное состояние приводит к локальной концентрации напряжений на существующих в породе микродефектах. В результате концентрации напряжений образуются трещины растяжения, направление распространения которых совпадает с наибольшим главным сжимающим напряжением. При разгрузке породы происходит закрытие

трещин, и в случае повторного нагружения акустическая эмиссия появляется, начиная с момента раскрытия трещин до предыдущей величины.

Для объяснения эффекта Кайзера в случае испытания породы по схеме Кармана в работах [204, 320, 395, 472, 473] рассматривалась двухмерная модель «крылатой» трещины (рис. 3.3). В породе в первоначальном состоянии всегда присутствует некоторое количество разнонаклонных дефектов (микротрещины, границы зерен, плоскости напластования и т.д.). При нагружении породы на таких дефектах при сдвиге в краевых частях возникают трещины растяжения в виде крыльев. С увеличением нагрузки «крылья» растут в направлении максимального главного напряжения  $\sigma_1$ , генерируя импульсы акустической эмиссии. В случае повторного нагружения, как только величина касательных напряжений достигнет максимального значения предыдущего цикла, рост трещин растяжения и акустическая эмиссия возобновляются.

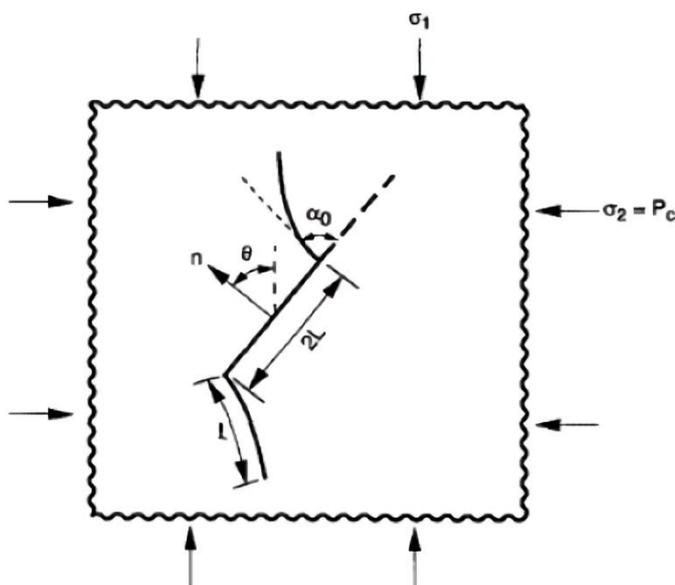


Рисунок 3.3 – Схематичное изображение двухмерной модели «крылатой» трещины, образовавшейся из первоначальной наклонной трещины [472]

В работах [90, 204] предложено обобщение двухмерной модели «крылатой» трещины на трехмерный случай. Получены аналитические соотношения для условий возобновления роста трещины в трехмерном пространстве, в том числе с учетом трения при сдвиге берегов наклонной трещины. В работе [348]

предложена альтернативная гипотеза проявления эффекта Кайзера. Известно, что при извлечении из массива керна за счет всестороннего расширения в породе образуется система трещин, отражающая природное поле напряжений (рис. 3.4). В случае повторного сжатия породы в лабораторных условиях будет происходить закрытие образовавшихся трещин и пустот, поэтому акустическая эмиссия будет отсутствовать до тех пор, пока их шероховатые поверхности в процессе сближения не начнут соприкасаться друг с другом. Когда нагрузка в тестовом цикле достигнет величины напряжения, действовавшего в массиве в направлении оси нагружения, трещины полностью закроются, и произойдет резкое увеличение акустической эмиссии за счет разрушения шероховатостей на их берегах при взаимном контакте, т.е. эффект Кайзера.

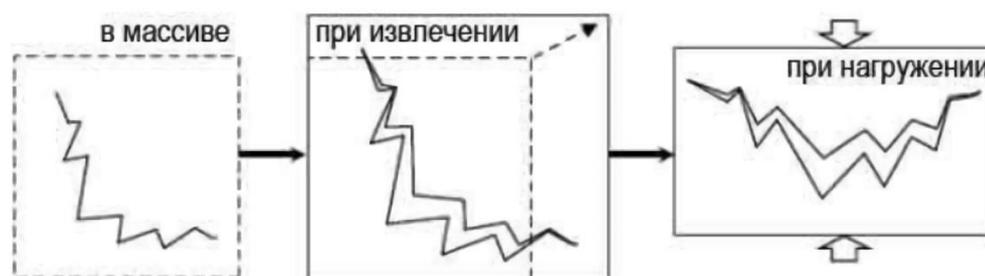


Рисунок 3.4 – Схема эволюции состояния микротрещины при извлечении из массива и последующем испытании [14]

Приведенный литературный обзор показал, что вопрос физических механизмов, лежащих в основе проявления эффекта Кайзера в условиях трехосного напряженно-деформированного состояния, остается открытым. Аналогичная ситуация с параметрами, контролирующими проявление эффекта, помимо ориентации и величины дифференциального напряжения, в случае циклической многоосной нагрузки с переориентацией эллипсоида приложенных напряжений. Актуальность исследования физических основ проявления эффекта Кайзера в горных породах обеспечивается необходимостью развития современных методов оценки состояния массива горных пород в районе добычи твердых и жидких полезных ископаемых.

### **3.2 Экспериментальное исследование эффекта Кайзера при различных режимах трехосного нагружения песчаника**

В настоящем разделе приведены результаты экспериментальных исследований проявления эффекта Кайзера при циклическом трехосном непропорциональном нагружении песчаника в условиях последовательного изменения формы, размеров и ориентации эллипсоида приложенных напряжений (эллипсоида Ламе), реализованных на базе лаборатории геомеханики Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. Целью исследований являлось установление новых закономерностей и особенностей проявления эффекта Кайзера в условиях многоосного нагружения, при этом акцент при разработке экспериментальных программ сделан на изучении механизма направленного эффекта памяти.

#### **3.2.1 Постановка эксперимента**

Для испытаний был выбран полимиктовый песчаник, относящийся к Шешминской свите уфимского яруса пермской системы. Песчаник взят в районе Верхнекамского месторождения калийно-магниевых солей, расположенного в Соликамской котловине Предуральяского прогиба. Состав и внутреннее строение образцов песчаника были изучены методами оптической и электронной микроскопии с использованием поляризационного микроскопа Axioskop 40 Pol (Carl Zeiss) и сканирующего электронного микроскопа VEGA3 LMN с системой рентгеновского энергодисперсионного микроанализа Oxford Instruments INCA Energy 250/X. Песчаник характеризуется слоистой структурой, обусловленной чередованием прослоев, обогащенных эпидотом и обломками кремней (рис. 3.5а). Песчаник сложен обломками кремня (60%), кальцитом (20%), эпидотом (15%) и 5% другими минералами, включающими полевые шпаты, амфиболы и редкие рудные минералы (хромит и ильменит). SEM-исследования поверхности песчаника показали (рис. 3.5б, в), что распределение зерен минералов по объему равномерное с размером от 150 до

450 мкм. Пористость песчаника составляет 9.5% и развита, в основном, по границам зерен, что вызвано выщелачиванием кальцита грунтовыми водами.

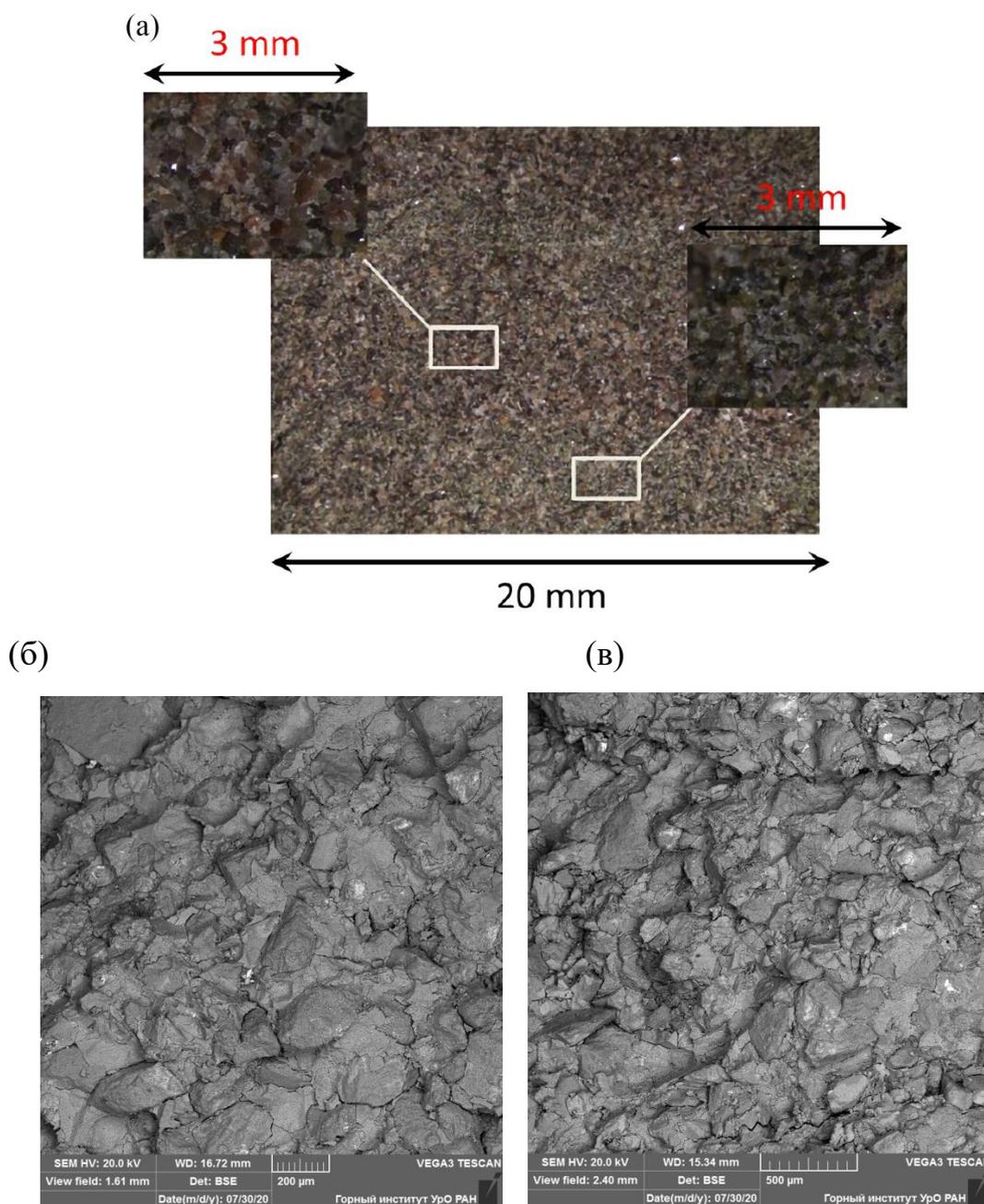


Рисунок 3.5 – Оптическое (а) и SEM-изображения (б,в) поверхности образца песчаника

Кубические образцы с размером ребра 40 мм были изготовлены на специальном обрабатывающем комплексе ИПМех РАН с высокой точностью, непараллельность граней не превышала 20 мкм.

Перед началом испытаний измерялись скорости распространения продольных упругих волн в каждом образце в трех направлениях (перпендикулярно плоскости напластования и в двух произвольных лежащих в ней направлениях). Для испытаний выбирались слабо анизотропные образцы, для которых характерная скорость Р-волн по каждому из трех направлений варьируется в пределах не более 15 %.

Механические испытания проводились на испытательной системе трехосного независимого нагружения (ИСТНН) в лаборатории геомеханики Института проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН — уникальном испытательном стенде для физического моделирования деформационных процессов в горных породах при сложных горно-геологических условиях [191, 207, 323, 374, 378, 431, 506]. С помощью данной системы можно выполнять эксперименты по истинному независимому трехосному сжатию кубических образцов с размером грани 40 и 50 мм по любым траекториям, в частности, в виде многозвенных ломанных с регистрацией смещений и сил по трем взаимно ортогональным направлениям. Управление нагружением возможно по силе и смещению. Можно независимо нагружать образец по каждой из трех осей благодаря примененной в конструкции нагружающего узла оригинальной кинематической схеме, которая позволяет нажимным плитам сближаться в трех направлениях, не создавая препятствия друг другу. При установке образцов в рабочую камеру ИСТНН на каждую грань образца крепилась фторопластовая прокладка со смазкой для минимизации трения о нагружающие плиты и обеспечения однородного напряженно-деформированного состояния (рис. 3.6). Автоматизированный комплекс управления и сбора данных ИСТНН включает LVDT-датчики перемещения и датчики усилия с разрешающей способностью 0.2 мкм и 0.03 МПа соответственно. Измерения необходимых величин проводятся независимо по всем трем осям нагружения с частотой дискретизации 1 Гц.

Для непрерывной регистрации акустической эмиссии при нагружении образцов использован аппаратный комплекс Amsy-6 (Vallen, Германия),

укомплектованный тремя широкополосными преобразователями 2SMEG-P (Desi, США) с плоской характеристикой в интервале 200–2000 кГц и предусилителями АЕР4Н (Vallen, Германия) с усилением 34 дБ. Датчики крепились на каждой из трех нагружающих плит вакуумной смазкой (рис. 3.6). В работах [191, 207, 506] в рамках диссертационного исследования младшего научного сотрудника ИПМех РАН Николая Ивановича Шевцова показано, что данные об интегральных и дифференциальных характеристиках акустической эмиссии, полученные с преобразователей 2SMEG-P на нагружающих плитах ИСТНН, соответствуют данным, зарегистрированным на боковой грани образца.

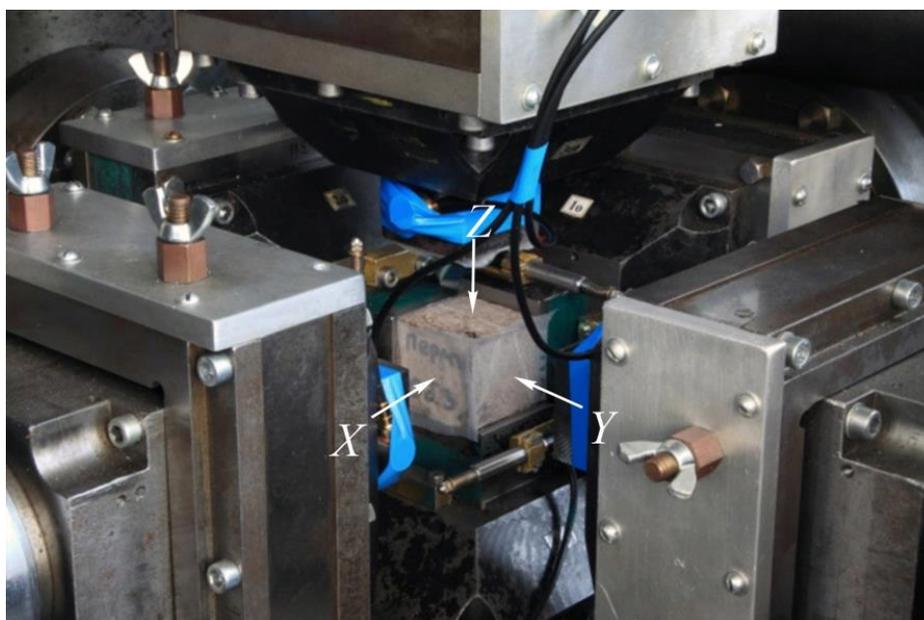


Рисунок 3.6 – Образец в ИСТНН после остановки испытания на трехосное непропорциональное сжатие

Это обстоятельство открывает новые перспективы для исследования механизмов разрушения горных пород на ИСТНН при произвольных траекториях трехосного нагружения в виде многозвенных ломаных на основе анализа данных акустической эмиссии. Для выделения одиночных импульсов на фоне шумов различной природы применялась регистрация акустической эмиссии с фиксированным порогом отсека по амплитуде в 38.9 дБ. После экспериментов проводилась многопараметрическая фильтрация данных для

удаления импульсов, связанных с механическими шумами и электромагнитными наводками.

Для исследования особенностей проявления эффекта Кайзера при циклическом многоосном сжатии песчаника были разработаны четыре программы испытаний, отличающиеся количеством циклов и траекториями нагружения.

### 3.2.2 Циклическое всестороннее сжатие

Первая программа испытаний представляет собой три последовательных цикла всестороннего сжатия образцов песчаника ( $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ ). Ориентация осей активного сжатия представлена на рисунке 3.7а. Скорость активного нагружения и разгрузки в каждом из трех циклов постоянна и равна 31 кПа/с. После достижения максимального напряжения в каждом цикле образец выдерживался под нагрузкой в течение 1000 секунд, выдержка аналогичной длительности осуществлялась также между циклами. В первом цикле максимальная нагрузка составила 19.5 МПа, во втором – 34 МПа и в третьем – 48.5 МПа. После каждого цикла образец разгружался до напряжения 9.75 МПа.

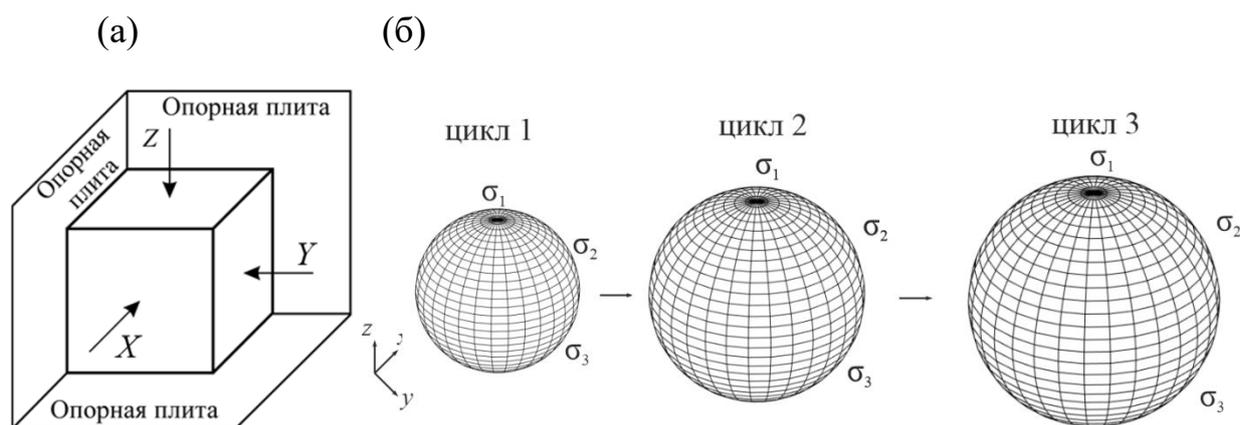


Рисунок 3.7 – Схема нагружения образца и изменения размеров эллипсоида приложенных напряжений

Таким образом, эллипсоид приложенных напряжений в данном испытании представляет собой шар с радиусом, соответствующим максимальному

напряжению в цикле, увеличивающийся в размерах от цикла к циклу (рис. 3.7).

Для анализа активности акустической эмиссии, зарегистрированной при циклическом трехосном сжатии песчаника, в скользящем временном окне длительностью 1 секунда проводилось осреднение данных о количестве зарегистрированных импульсов акустической эмиссии каждым из трех датчиков.

На рисунке 3.8 представлены совмещенные зависимости напряжения и среднего суммарного счета АЭ от времени. Видно, что и во втором, и в третьем циклах наблюдается эффект Кайзера строго при превышении максимального напряжения предыдущего цикла.

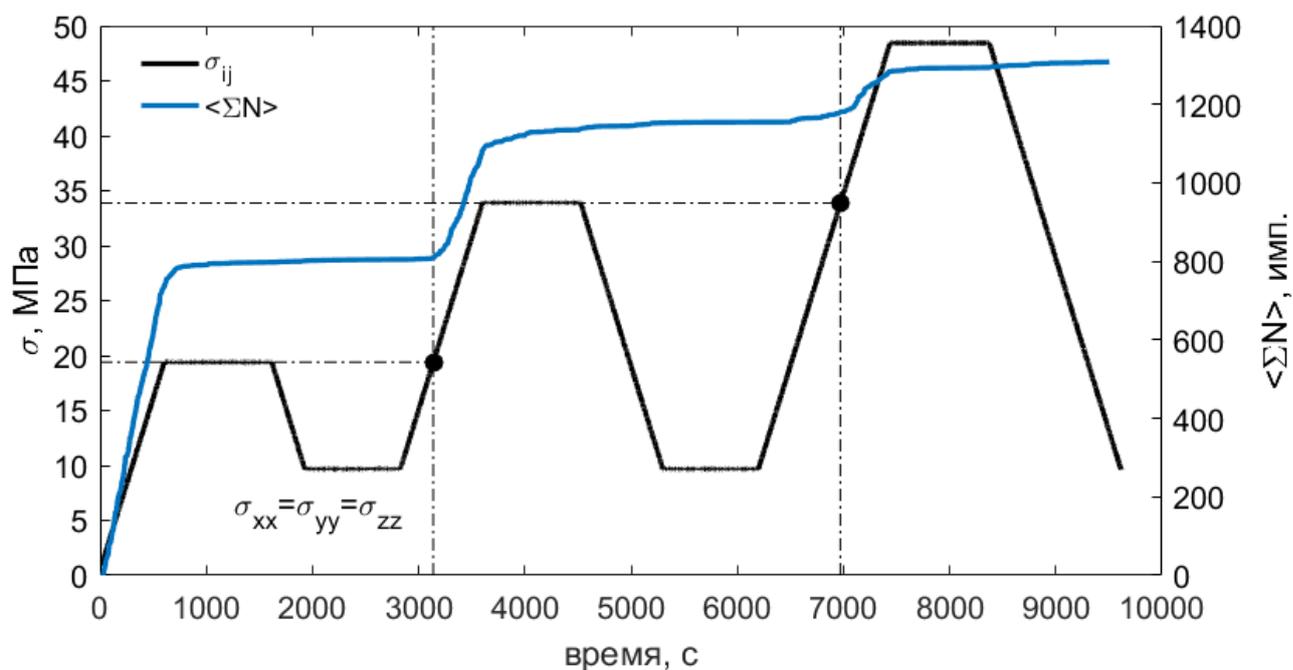


Рисунок 3.8 – Программа циклического всестороннего сжатия песчаника и средний суммарный счет АЭ

При этом если во втором цикле скачок АЭ при превышении максимального напряжения предыдущего цикла составил около 300 импульсов, то в третьем – в три раза меньше (около 100 импульсов), что указывает на уменьшение количества источников акустической эмиссии, реализующих эффект Кайзера.

### 3.2.3 6-и цикловая программа непропорционального трехосного сжатия с изменением формы и ориентации эллипсоида Ламе

Данная программа циклического нагружения песчаника предполагала всестороннее сжатие до напряжения 10 МПа и последующую реализацию трех пар циклов “активное нагружение–разгрузка”. В первом цикле выполнялось активное сжатие по оси  $X$  до напряжения  $\sigma_{xx} = 60$  МПа с последующей разгрузкой до  $\sigma_{xx} = 10$  МПа при удерживании напряжений постоянными по двум другим осям  $\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 10$  МПа (рис. 3.9). Во втором цикле нагрузка осуществлялась в этом же направлении до  $\sigma_{xx} = 80$  МПа для проверки выполнения эффекта Кайзера с последующей разгрузкой до 10 МПа. Далее, такая же пара циклов следовала при активном сжатии по оси  $Y$  с контролем постоянства напряжений в двух других направлениях, затем — в направлении  $Z$ .

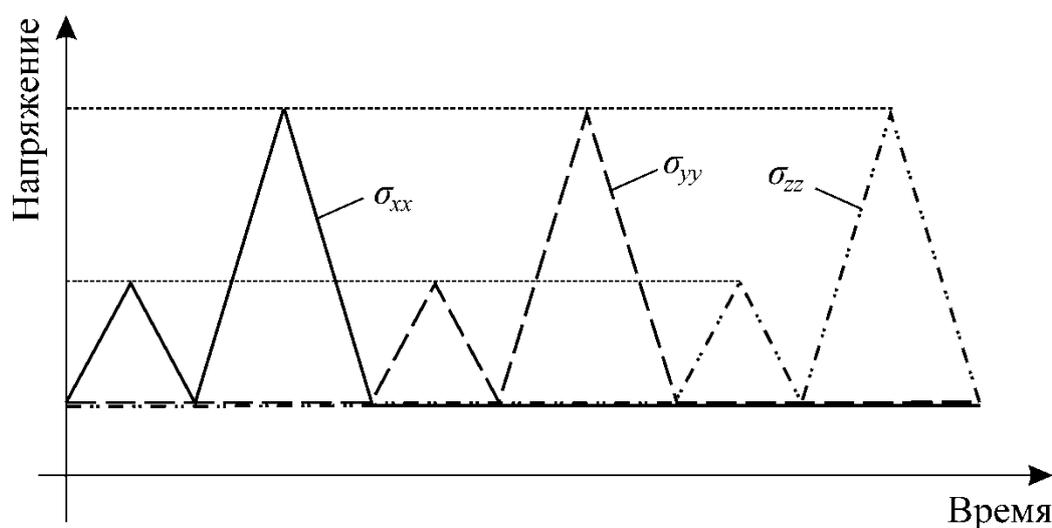


Рисунок 3.9 – Программа циклического непропорционального трехосного сжатия песчаника

Скорость активного нагружения и разгрузки в каждом из шести циклов постоянна и равна 31 кПа/с. Общая длительность испытания одного образца составила более 6 ч. При непропорциональном трехосном сжатии образца песчаника дважды изменялись ориентации главных напряжений, т. е. вращались эллипсоиды заданных напряжений (рис. 3.10): с  $\sigma_1 = \sigma_{xx} > \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$

на  $\sigma_1 = \sigma_{yy} > \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{xx} = \sigma_{zz}$  (после второго цикла), с  $\sigma_1 = \sigma_{yy} > \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{xx} = \sigma_{zz}$  на  $\sigma_1 = \sigma_{zz} > \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{xx} = \sigma_{yy}$  (после четвертого цикла).

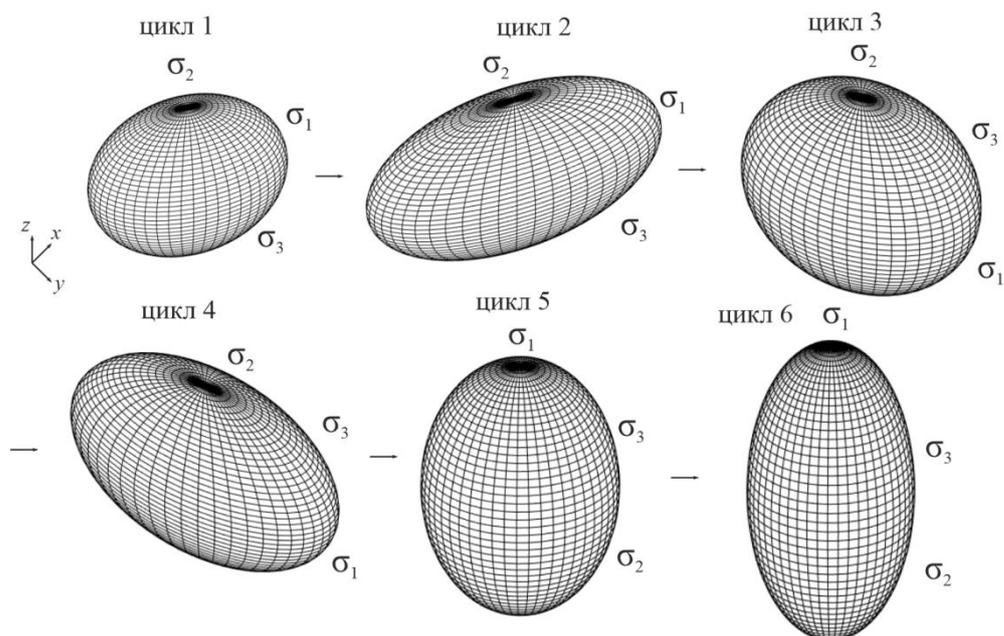


Рисунок 3.10 – Эволюция эллипсоида Ламе от первого к шестому циклу непропорционального сжатия песчаника

Всего было испытано четыре образца. На рисунке 3.11 представлены диаграммы деформирования одного из образцов песчаника в каждом из трех пар циклов нагружения. Результаты экспериментов схожи: для каждого цикла проявляется деформационный эффект памяти, заключающийся в скачкообразном изменении угла наклона кривой “напряжение – деформация” во втором цикле при достижении наибольшего напряжения первого цикла. Для сравнения деформационных характеристик в каждом из трех направлений определены касательный модуль деформации на этапе активного нагружения и модуль упругости на этапе разгрузки для обоих циклов (таблица 3.1).

В первых циклах нагружения в каждом из направлений (циклы 1, 3, 5) наблюдается вариация модуля деформации, вызванная исходной неоднородностью песчаника и наличием вторичных разноориентированных локальных трещиноподобных дефектов, накопленных в предыдущих циклах. Касательные модули деформации, определенные во вторых циклах, близки

модулям упругости, установленным на этапе разгрузки в первых циклах по каждому направлению.

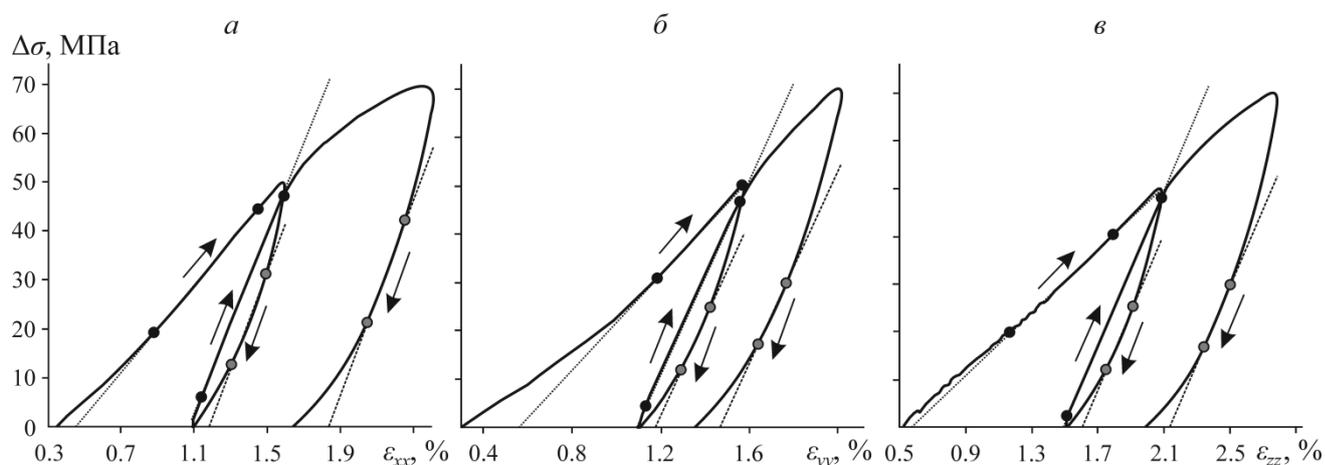


Рисунок 3.11 – Кривая деформирования для двух циклов нагружения в направлениях X (а), Y (б) и Z (в) (пунктирные линии — линейная аппроксимация, точки — границы интервалов, для которых оценивались касательные модули)

Таблица 3.1. Деформационные модули, определенные на каждом цикле активного сжатия и разгрузки, ГПа

| Направление активного сжатия | Номер цикла | Модуль деформации | Модуль упругости |
|------------------------------|-------------|-------------------|------------------|
| X                            | 1           | 4.48              | 10.04            |
| X                            | 2           | 9.12              | 10.04            |
| Y                            | 3           | 4.94              | 10.04            |
| Y                            | 4           | 10.03             | 9.95             |
| Z                            | 5           | 3.29              | 8.18             |
| Z                            | 6           | 8.09              | 8.04             |

Для второй и третьей пары циклов отмечается снижение относительно первого цикла модуля упругости из второго цикла.

На рисунке 3.12 показано совмещение программы нагружения и среднего суммарного счета акустической эмиссии. Видно, что предварительное гидростатическое сжатие образца сопровождается квазилинейным ростом количества зарегистрированных импульсов акустической эмиссии, который

замедляется при начале активного сжатия в направлении  $X$  с сохранением бокового поджатия по  $Y$  и  $Z$ . Следующая активизация акустической эмиссии происходит при приложенном напряжении  $\sigma_{xx} = 40.7$  МПа и связана с началом активного роста поврежденности. Во втором цикле нагружения активизация акустической эмиссии возникает при напряжении  $\sigma_{xx} = 60.7$  МПа, близком к максимальному напряжению предыдущего цикла. Наблюдается четко выраженное проявление эффекта Кайзера для этой пары циклов.

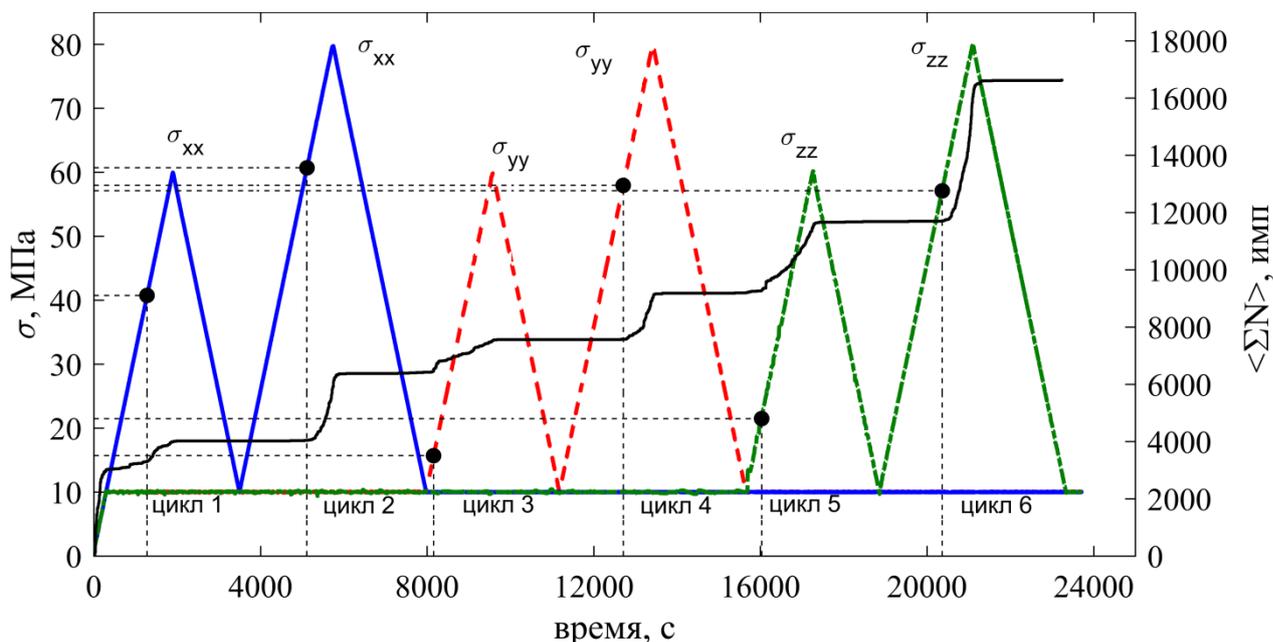


Рисунок 3.12 – Программа нагружения песчаника и средний суммарный счет акустической эмиссии (точки — моменты активации акустической эмиссии)

Аналогичная ситуация наблюдается для второй и третьей пары циклов. Напряжение активизации акустической эмиссии постепенно уменьшается и становится ниже 60 МПа, что связано с последовательным развитием поврежденности песчаника, т. е. появлением внутренней поврежденной структуры [293]. В отличие от первого цикла, в третьем (первый цикл нагружения по направлению  $Y$ ) и пятом (первый цикл нагружения по направлению  $Z$ ) активизация акустической эмиссии наступает при меньшем уровне приложенного напряжения: в третьем цикле при достижении  $\sigma_{yy} =$

15.7 МПа, в пятом — при  $\sigma_{zz} = 21.5$  МПа.

Полученные результаты демонстрируют отсутствие “памяти” материала при смене направления главного напряжения (вращении эллипсоида заданных напряжений) и наличие “памяти” при повторном деформировании материала в заданном направлении. Это доказывает, что эффект Кайзера — ориентационный эффект памяти состояния ансамбля трещиноподобных дефектов относительно направления действия максимального сжимающего напряжения. В рассматриваемом случае в каждой паре циклов нагружения происходит активизация существующих и формирование новых дефектов и трещин, ориентированных субпараллельно направлению максимального по модулю сжимающего напряжения  $\sigma_1$ . При повторном нагружении без изменения ориентации эллипсоида заданных напряжений вторичная активизация акустической эмиссии определяется локальным напряженно-деформированным состоянием в окрестности этих трещин. При смене направления действия  $\sigma_1$  на  $90^\circ$  в песчанике создаются новые системы трещин ортогонально имеющимся.

### **3.2.4 9-и цикловая программа непропорционального трехосного сжатия с изменением формы и ориентации эллипсоида Ламе**

Данная программа представляет собой девять последовательных циклов: три "блока" по три цикла активное нагружение – разгрузка в каждом, реализуемых после предварительного гидростатического сжатия образца до 10 МПа. Это предварительное сжатие позволяет закрыть микротрещины, образовавшиеся при экстракции образца из массива. В первом цикле каждого блока осуществляется двухосное сжатие до величины 58 МПа при неизменном напряжении в третьем направлении. В первом блоке происходит рост  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{yy}$  при  $\sigma_{zz} = 10$  МПа, во втором – рост  $\sigma_{zz}$  и  $\sigma_{yy}$  при постоянном  $\sigma_{xx}$ , в третьем — рост  $\sigma_{zz}$  и  $\sigma_{xx}$  при постоянном  $\sigma_{yy}$  соответственно (рис. 3.13). Во втором и третьем циклах каждого блока происходит последовательное одноосное сжатие

в одном из двух направлений до величины 77 МПа, по которым осуществлялось сжатие в первом цикле этого блока. При этом в двух других направлениях напряжения поддерживаются постоянными, равными 10 МПа. В первом блоке имеем: второй цикл  $\sigma_{xx} > \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$  и третий цикл  $\sigma_{yy} > \sigma_{xx} = \sigma_{zz}$ ; во втором блоке: второй цикл  $\sigma_{yy} > \sigma_{xx} = \sigma_{zz}$  и третий цикл  $\sigma_{zz} > \sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ ; в третьем блоке: второй цикл  $\sigma_{xx} > \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$  и третий цикл  $\sigma_{zz} > \sigma_{xx} = \sigma_{yy}$  (см. рис. 3.13).

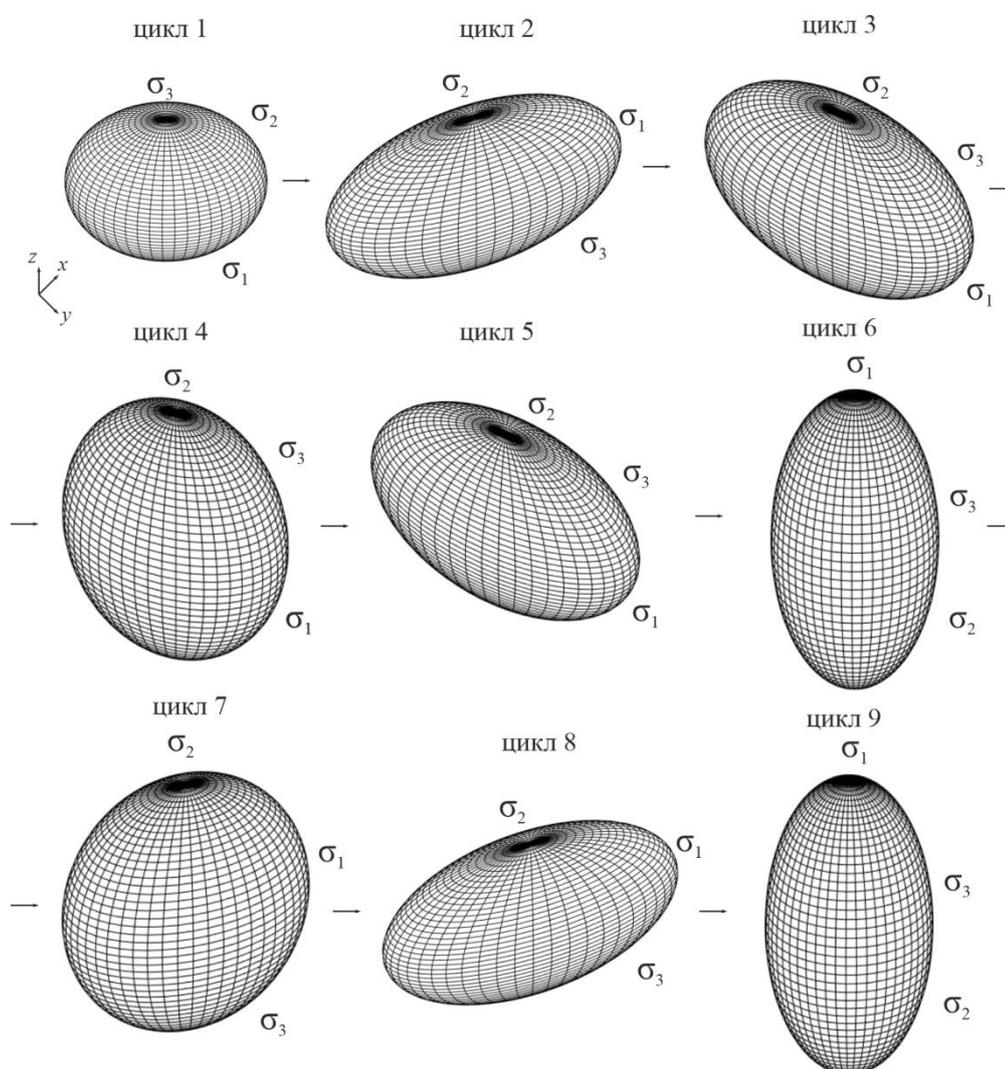


Рисунок 3.13 – Эволюция эллипсоида Ламе от первого к девятому циклу непропорционального сжатия песчаника

Нагрузка и разгрузка в каждом из девяти циклов осуществлялась со скоростью 31 кПа/с. Увеличение амплитуды сжатия во втором и третьем циклах

относительно первого цикла в каждом из блоков нагружения позволяет исследовать проявление направленного эффекта Кайзера при изменении формы и ориентации эллипсоида Ламе.

Реализация 9-ти цикловой программы экспериментов по трехосному непропорциональному сжатию образцов песчаника показала, что эффект Кайзера, характеризующийся резким ростом активности АЭ при достижении максимального уровня напряжений предыдущего цикла, наблюдается избирательно в каждом из трех блоков нагружения. Так, например, в первой тройке циклов активизация АЭ отчетливо наблюдается во втором цикле, и слабо проявляется в третьем (рисунок 3.14). Во второй тройке циклов активное нагружение-разгрузка регистрируется всплеск АЭ в третьем цикле, в то время как второй цикл характеризуется отсутствием активизации АЭ. В третьем блоке циклов в целом рост АЭ незначительный с небольшой активизацией в третьем цикле.

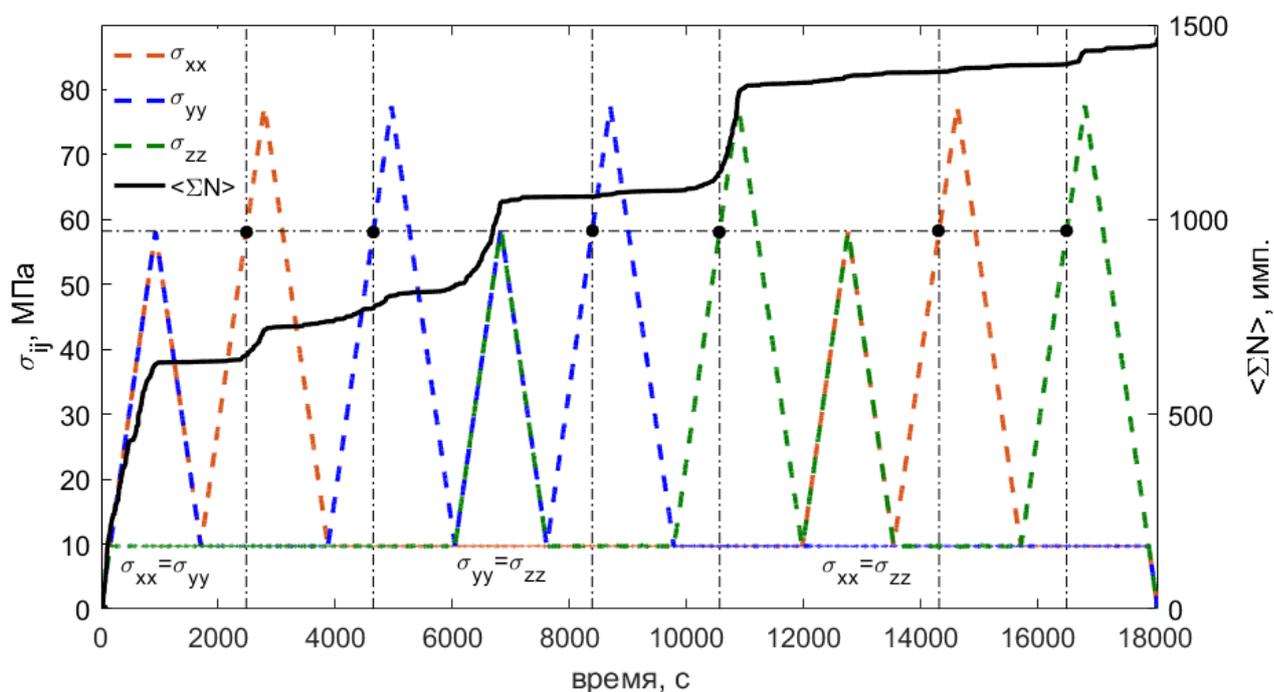


Рисунок 3.14 – Траектории нагружения 9-ти циклового эксперимента и суммарный счет АЭ

Для определения причин избирательного проявления эффекта памяти был проведен анализ деформированного состояния образца песчаника и определены

осевые деформации  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$  и  $\epsilon_{zz}$  в трех взаимно ортогональных направлениях  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$ , вдоль которых осуществляется активное непропорциональное нагружение – разгрузка. На рисунке 3.15 представлены совмещенные зависимости осевых деформаций и среднего суммарного счета АЭ от времени.

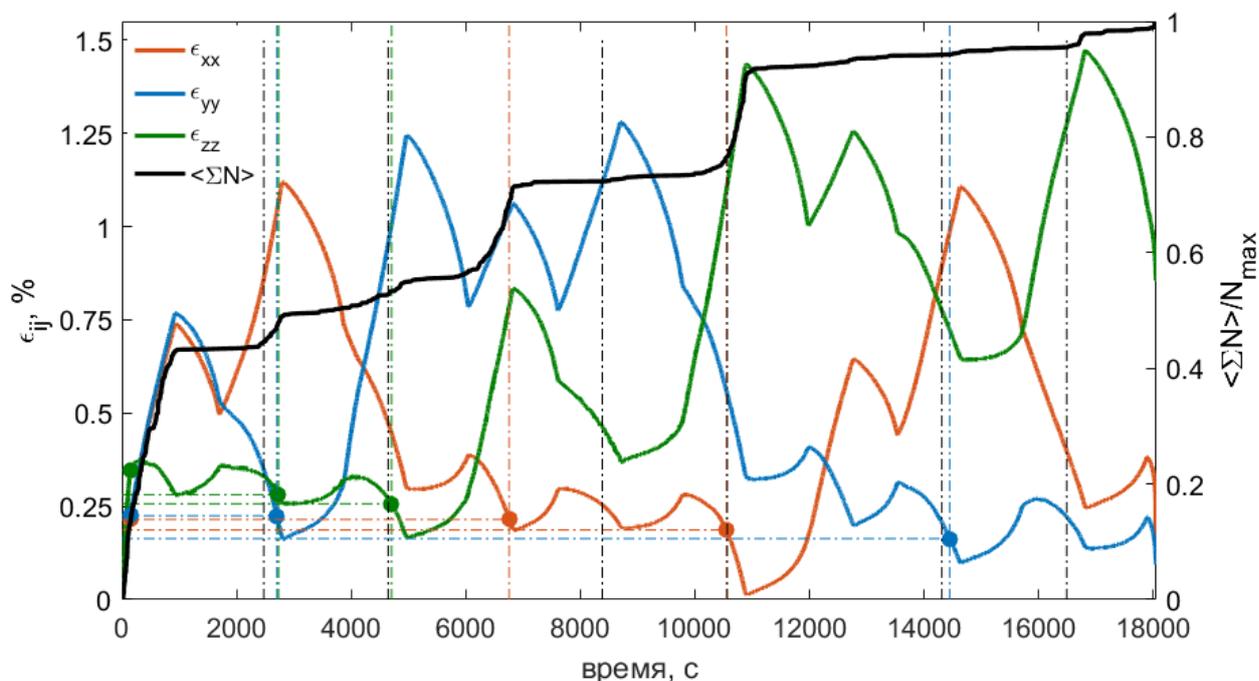
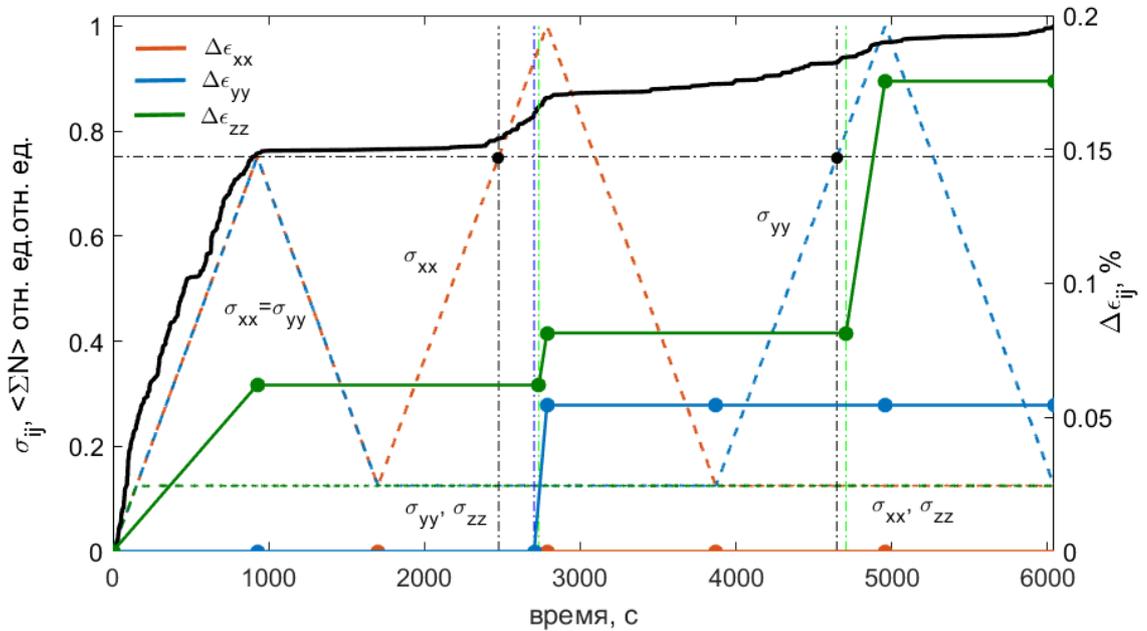


Рисунок 3.15 – Зависимости осевых деформаций  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$  и  $\epsilon_{zz}$  от времени и средний суммарный счет АЭ

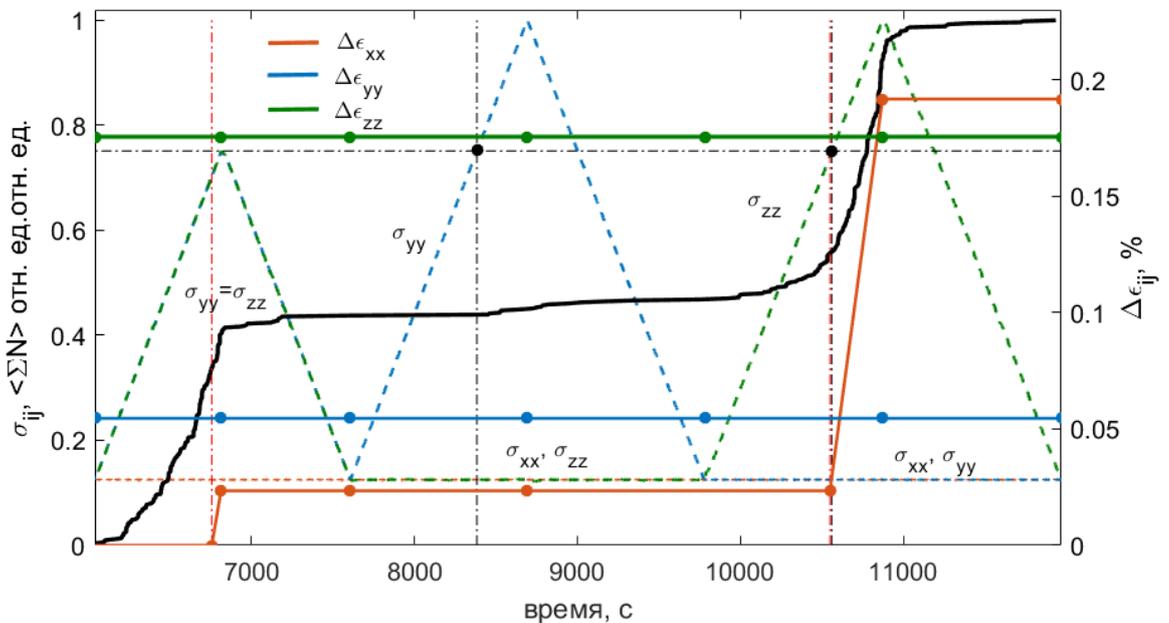
Деформации  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$  и  $\epsilon_{zz}$  образца, соответствующие окончанию этапа всестороннего сжатия, принимались за реперные отсчетные величины. Далее, от цикла к циклу определялись приращения  $\Delta\epsilon_{xx}$ ,  $\Delta\epsilon_{yy}$  и  $\Delta\epsilon_{zz}$  относительного растяжения по каждому из направлений. Так, во втором цикле первого блока  $\epsilon_{yy}$  и  $\epsilon_{zz}$  меньше соответствующих реперных значений. Это может быть объяснено увеличением деформации относительного растяжения в этих направлениях. В каждом случае фиксировался момент времени превышения предыдущего уровня относительных деформаций растяжения и амплитуда приращения в абсолютных единицах. Если в рассматриваемом цикле превышение не наблюдалось ни по одному из трех направлений, приращение принималось равным нулю и относилось либо к моменту окончания этапа

активного нагружения, либо к моменту окончания разгрузки. На рисунке 3.16 представлены зависимости приращений деформации относительного растяжения  $\Delta\epsilon_{xx}$ ,  $\Delta\epsilon_{yy}$  и  $\Delta\epsilon_{zz}$  в трех взаимно ортогональных направлениях  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  и суммарного счета АЭ от времени, совмещенные с траекториями нагружения. Черными точками на траекториях отмечены моменты превышения напряжения, достигнутого в первом цикле каждого блока.

(a)



(б)



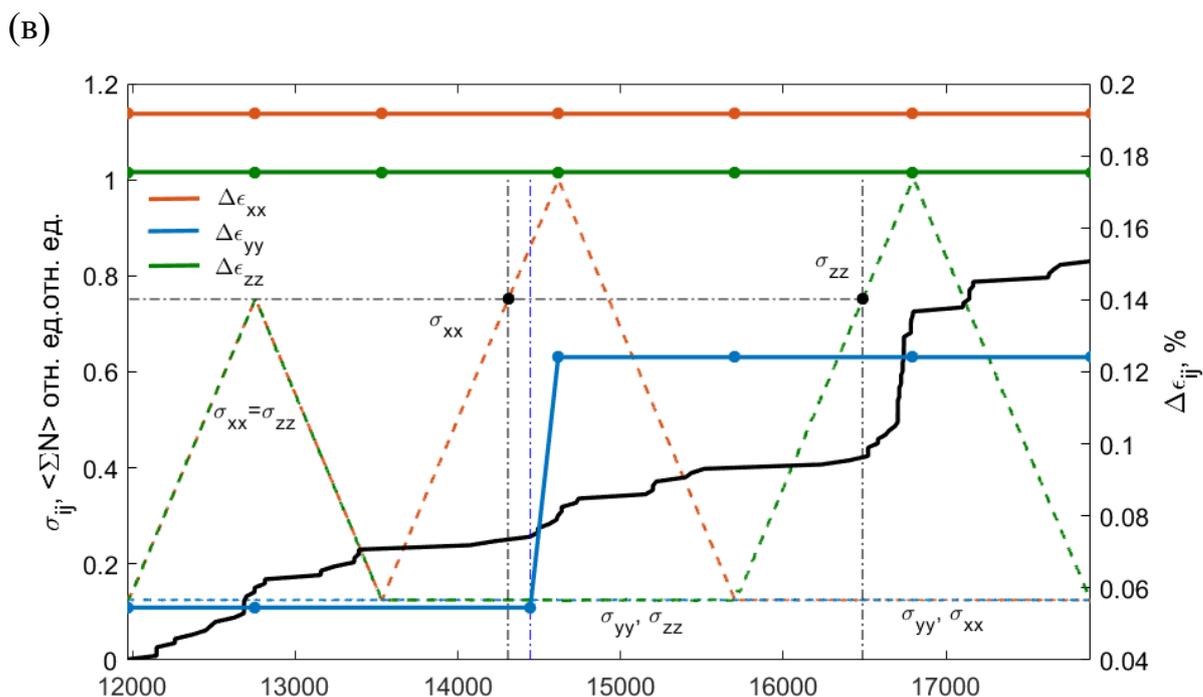


Рисунок 3.16 – Зависимости приращений деформаций относительного растяжения  $\Delta\epsilon_{xx}$ ,  $\Delta\epsilon_{yy}$  и  $\Delta\epsilon_{zz}$  (сплошная линия) в трех взаимно ортогональных направлениях и средний суммарный счет АЭ (черная линия) для первой (а), второй (б) и третьей (в) тройки циклов от времени. Пунктирная линия — траектории нагружения

Рассмотрим результаты по каждому блоку циклов нагружения отдельно.

**Циклы 1-3 (рис. 3.16а).** Во втором цикле рост  $\sigma_{xx}$  не сопровождается АЭ активностью вплоть до напряжения, соответствующего максимальному напряжению первого цикла. При этом момент превышения напряжения предыдущего уровня (отмечен черной точкой) не сопровождается ростом деформации относительного растяжения в направлениях, по которым напряжение поддерживается постоянным. Рост  $\Delta\epsilon_{yy}$  и  $\Delta\epsilon_{zz}$  наблюдается спустя 230 сек. и сопровождается увеличением активности АЭ, изменением наклона на кривой суммарного счета. В третьем цикле момент превышения напряжения первого цикла и начало роста  $\Delta\epsilon_{zz}$  совпадают (см. рис. 3.16а), и сопровождаются слабовыраженным изменением наклона кривой суммарного счета при существенном увеличении  $\Delta\epsilon_{zz}$ .

В первом цикле образец песчаника подвергается истинному непропорциональному трехосному сжатию. В этом случае ансамбль возникающих трещин и дефектов, согласно [213], характеризуется плоской трансверсальной изотропией (planar transverse isotropy): возникающие трещины и дефекты принадлежат плоскостям, субнормальным к  $\sigma_3 = \sigma_{zz}$ . Во втором цикле истинное трехосное сжатие сменяется на традиционное трехосное сжатие с возможностью роста трещин, ориентированных преимущественно параллельно  $\sigma_1 = \sigma_{xx}$  с нормалью, произвольно ориентированной в плоскости  $\sigma_{yy} - \sigma_{zz}$ . Во втором цикле рост трещин и дефектов, субнормальных к  $\sigma_{zz}$ , начинается только после достижения максимального напряжения, при котором они были сформированы в первом цикле. При этом рост трещин, субнормальных к  $\sigma_{yy}$ , ожидаемо вызывает больший прирост деформации относительного растяжения. По абсолютной величине за два цикла  $\Delta\varepsilon_{zz}$  больше, чем  $\Delta\varepsilon_{yy}$ , что отражает факт более интенсивного развития ансамбля трещин субнормальных к  $\sigma_{zz}$ . Задержка между моментом превышения напряжения первого цикла и превышения деформациями своих реперных значений, по мнению авторов, связана с тем, что макроскопическое деформационное проявление раскрытия микротрещин является пороговым процессом, требующим некоторой критической плотности одинаково ориентированных трещин, с одной стороны. С другой стороны, частично задержка связана с чувствительностью используемого метода измерения деформаций. По сравнению с деформационными измерениями метод АЭ, безусловно, более чувствителен к росту микротрещиноватости.

В третьем цикле происходит смена направления активного сжатия. Оно осуществляется в направлении  $OY$  при постоянных напряжениях  $\sigma_{zz}$  и  $\sigma_{xx}$ . Такая конфигурация приложенных нагрузок допускает рост трещиноватости субпараллельной  $\sigma_{yy}$  с произвольно ориентированными нормальными в плоскости  $\sigma_{xx} - \sigma_{zz}$ . Относительное растяжение  $\Delta\varepsilon_{xx}$  за цикл нагружения не превосходит реперную величину деформации (см. рис. 3.16а). При этом рост  $\Delta\varepsilon_{zz}$

продолжается. Невыразительное изменение суммарного счета АЭ в третьем цикле после достижения максимального по абсолютной величине напряжения первого цикла вместе с ощутимым приростом  $\Delta\varepsilon_{zz}$  позволяет сделать вывод о том, что основной вклад в деформацию относительного растяжения в этом направлении дают микротрещины, сформировавшиеся на предыдущих этапах нагружения. Фактором, сдерживающим активный рост трещинообразования в третьем цикле нагружения (появление новых трещин, увеличение длины имеющихся трещин), может служить многочастичное взаимодействие в ансамблях уже сформированных разноориентированных трещин. Необходимо также отметить, что от цикла к циклу наблюдался рост  $\Delta\varepsilon_{zz}$  с различной интенсивностью при последовательном уменьшении общего числа импульсов АЭ.

**Циклы 4-6 (рис. 3.16б).** Для второй тройки циклов характерен рост деформации относительного растяжения в направлении  $OX$ , который в течение первых трех циклов не наблюдался. При этом если в четвертом цикле  $\Delta\varepsilon_{xx}$  сравнительно невелико (0.023 %), то в шестом цикле прирост уже составил 0.168 %. Примечательно, что после четвертого цикла изменение конфигурации приложенных напряжений (изменение формы эллипсоида Ламе) при увеличении максимального сжимающего напряжения в пятом цикле не приводит к росту,  $\Delta\varepsilon_{xx}$  и АЭ активности. Переход от пятого цикла к шестому сопровождается разворотом эллипсоида Ламе на угол  $\pi/2$  (см. рис. 3.13), т.е. сменой направления активного сжатия. Достижение наибольшего по абсолютной величине напряжения третьего цикла и момент начала роста  $\Delta\varepsilon_{xx}$  совпадают по времени и сопровождаются существенным увеличением АЭ активности. Суммарная деформация  $\Delta\varepsilon_{xx}$  превосходит достигнутую к этому моменту деформацию  $\Delta\varepsilon_{zz}$  в ортогональном к  $OX$  направлении  $OZ$ .

По аналогии с первой тройкой циклов в пятом цикле следовало ожидать продолжения роста (или раскрытия) трещин и дефектов, сформировавшихся в четвертом цикле и ориентированных субнормально к  $\sigma_{xx}$ . Отсутствие такого

роста вместе с отсутствием интенсификации АЭ позволяет предположить, что на развитие раскрытия и увеличения длины трещин влияет как вид напряженного состояния, так и характер взаимодействия в уже сформированном к этому моменту ансамбле разноориентированных дефектов. В пятом цикле при активном нагружении в направлении  $\sigma_{yy}$  имеет место формирование трещин, субнормальных к  $OX$  и  $OZ$ . Активное сжатие в предыдущем (четвертом) цикле по двум ортогональным направлениям  $OX$  и  $OZ$  создало условие для формирования системы трещин и дефектов в ансамбле, субнормальных к  $OX$ . В пятом цикле на ее развитие влияет наличие наиболее развитой в образце к этому циклу подсистемы дефектов, ориентированной субнормально к  $OZ$ . Прикладываемые нагрузки недостаточны для ее развития, но именно она, определяет возможность эволюции ансамбля трещин с преимущественно ортогональной ориентацией. Данное предположение подтверждается в шестом цикле, когда активное сжатие в направлении  $\sigma_{zz}$ , приводящее к частичному закрытию и блокировке наиболее представительного ансамбля трещин, субнормальных к  $\sigma_{zz}$ , инициирует активный рост и развитие трещин, субнормально ориентированных к  $\sigma_{xx}$ . Это выражается как в существенном росте деформации  $\Delta\varepsilon_{xx}$ , имеющей максимальное значение за шесть циклов по сравнению с деформациями в двух других ортогональных направлениях, так и в активном росте АЭ. Суммарное количество импульсов АЭ, зарегистрированных за шестой цикл, превышает аналогичное количество импульсов третьего цикла.

**Циклы 7-9 (рис. 3.16в).** В восьмом цикле (втором цикле блока) наблюдается эффект Кайзера. Об этом свидетельствует наблюдаемый рост АЭ активности после достижения максимального по абсолютной величине напряжения предыдущего цикла. Проявление этого эффекта не такое яркое, как во втором или шестом циклах. Но оно также сопровождается ростом  $\Delta\varepsilon_{yy}$  с временной задержкой. Как было отмечено ранее, рост деформации относительного растяжения  $\Delta\varepsilon_{yy}$  на фоне незначительного роста АЭ указывает на

то, что основной вклад в деформацию дает раскрытие уже существующих трещин и дефектов без увеличения их длины. В девятом цикле при развороте эллипсоида Ламе наблюдается противоположная ситуация. На фоне отсутствия приращения деформации относительного растяжения в трех взаимно ортогональных направлениях наблюдается рост суммарного счета АЭ, начиная с момента достижения максимального по абсолютной величине напряжения первого цикла в этом блоке. С точки зрения авторов, причиной активизации АЭ в этом случае является взаимодействие трех систем трещин, имеющих преимущественную ортогональную друг относительно друга ориентацию. Эта дефектная система была сформирована в предыдущих восьми циклах. Необходимо отметить, что по сравнению со всплесками АЭ активности в предыдущих циклах наблюдаемое увеличение накопленных сигналов АЭ в девятом цикле можно охарактеризовать как незначительное.

### **3.2.5 Циклическое непропорциональное трехосное сжатие с изменяющимся уровнем девиаторных напряжений**

Данная программа нагружения позволяет оценить степень влияния величины девиатора напряжений на проявление эффекта Кайзера при трехосном неравнокомпонентном сжатии песчаника. Образец песчаника предварительно подвергается всестороннему сжатию до напряжения 50 МПа. Далее следуют четыре цикла нагрузка-разгрузка, отличающиеся уровнем девиатора напряжений, действующих на образец при неизменном среднем напряжении. Траектории нагружения в каждом цикле в пространстве Хейга-Вестергаарда задаются углом Лоде  $\theta_\sigma$  (рис. 3.17а):

$$\tan \theta_\sigma = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sqrt{3}(\sigma_1 - \sigma_3)}, \quad (3.2)$$

где  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  — главные напряжения. Угол Лоде — наименьший угол между линией чистого сдвига и проекцией вектора, соответствующего тензору приложенных напряжений на девиаторную плоскость (рисунок 3.17а). Угол

Лоде изменяется в пределах  $\pm \frac{\pi}{6}$  и характеризует характер (тип) формоизменения образца.

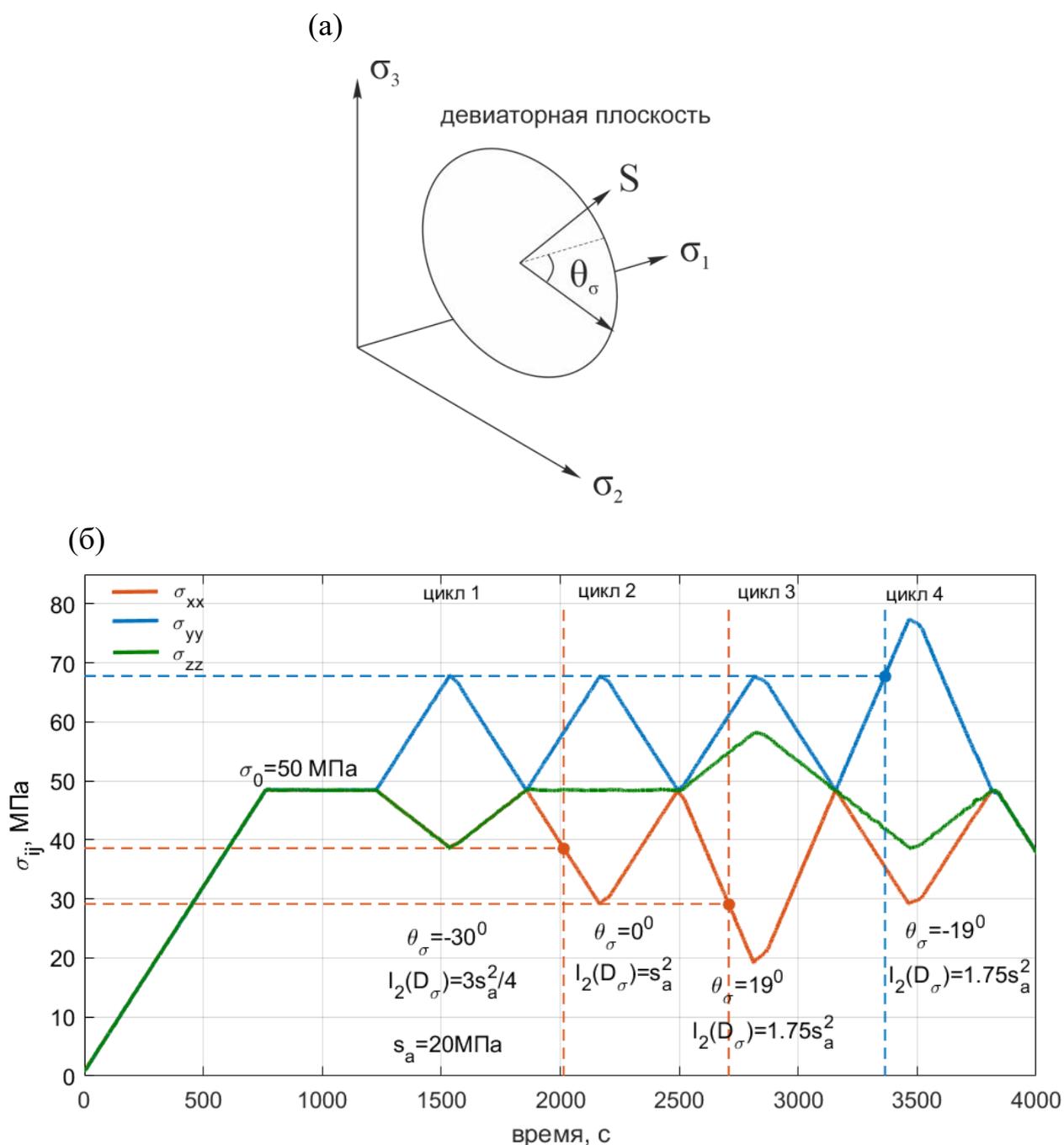


Рисунок 3.17 – Определение траектории нагружения в пространстве Хейга-Вестергаарда (а) и зависимости компонент напряжений от времени (б)

Первые три цикла активного нагружения — разгрузки характеризуются увеличением угла Лоде с  $-30^\circ$  до  $19^\circ$  (рисунок 3.17б) при последовательном увеличении второго инварианта девиатора напряжений с  $\frac{3}{4}s_a^2$  до  $1.75s_a^2$  ( $s_a =$

20 МПа — амплитуда активного сжатия образца относительно гидростатического напряжения в каждом цикле). Четвертый цикл характеризуется тем же уровнем девиатора напряжений, что и в третьем цикле, однако максимальное сжимающее напряжение выше (68 МПа — в третьем цикле и 78 МПа — в четвертом). Необходимо отметить, что направление действия максимального сжимающего напряжения не изменяется от цикла к циклу. Скорость нагружения и разгрузки для каждого цикла и по каждому направлению задавалась индивидуально для обеспечения априори заданной длительности цикла.

Для анализа проявления эффекта Кайзера при циклическом сжатии песчаника по траекториям с неизменным средним напряжением и увеличивающемся уровнем девиатора напряжений были построены зависимости суммарного счета АЭ и интенсивности касательных напряжений  $\tau_i$  от времени (рис. 3.18). При этом в каждом из циклов, начиная со второго, определялись момент превышения величины  $\tau_i$  предыдущего цикла и момент превышения деформации относительного сжатия в направлении  $OX$ , достигнутого в предыдущих циклах. В четвертом цикле также фиксировалось время превышения амплитуды максимального сжимающего напряжения третьего цикла.

Как видим, активность АЭ в циклах различается по своей интенсивности (рис. 3.18). Если не учитывать первый цикл активного нагружения – разгрузки, то наиболее существенный прирост АЭ наблюдается последовательно для третьего, а затем для четвертого цикла. Для более тщательного анализа совмещенные зависимости суммарного счета АЭ и интенсивности касательных напряжений  $\tau_i$  от времени были построены отдельно для каждого цикла (рис. 3.19).

Во втором цикле активное сжатие осуществляется в направлении  $OY$  с разгрузкой по осям  $OZ$  и  $OX$  со скоростью разгрузки в два раза меньшей, чем скорость нагружения. Данная программа нагружения соответствует углу Лоде

$\theta_\sigma = -\frac{\pi}{6}$  и минимальному уровню действующего на образец девиатора напряжений. Незначительная активизация АЭ наблюдается за 90 сек. до начала роста деформации  $\Delta\varepsilon_{xx}$  (рис. 3.19а). Как видим, момент превышения величины максимальной интенсивности касательных напряжений предыдущего цикла не отражается на АЭ активности.

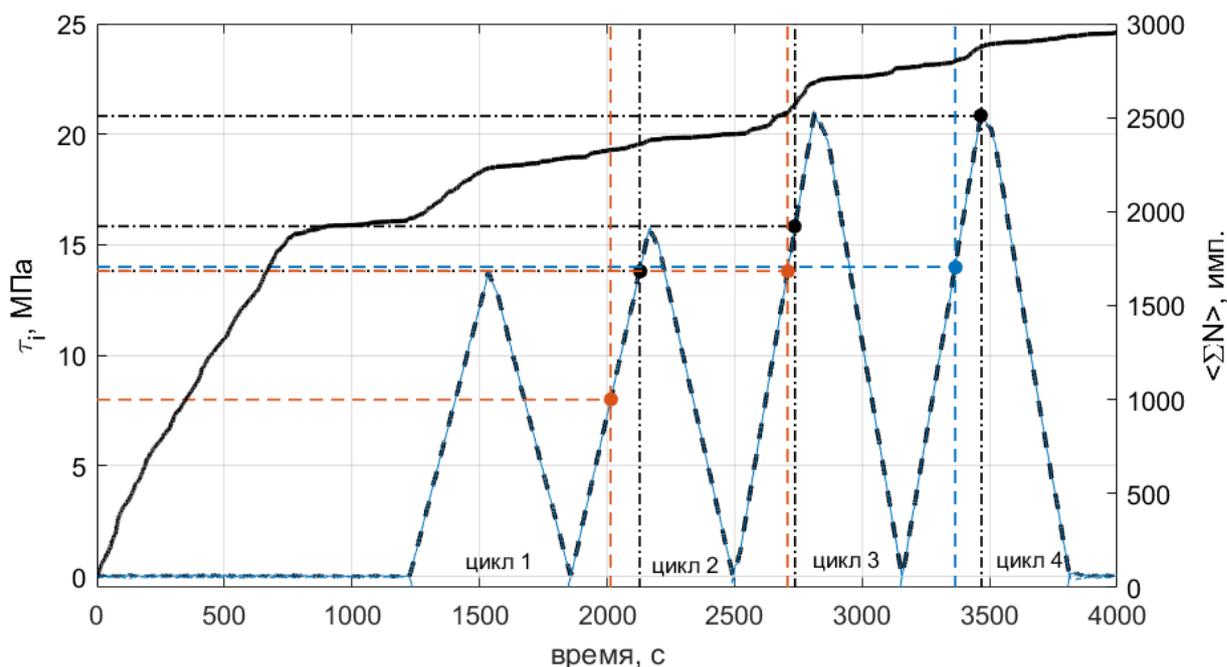


Рисунок 3.18 – Эволюция интенсивности касательных напряжений (пунктирная линия) и суммарный счет АЭ при трехосном сжатии песчаника (сплошная линия) (черные точки – момент превышения величины касательных напряжений предыдущего цикла, оранжевые точки – момент превышения деформации относительного сжатия в направлении  $\sigma_{xx}$ , достигнутого в предыдущих циклах, синяя точка – момент превышения амплитуды максимального сжимающего напряжения третьего цикла)

Третий цикл характеризуется максимальной разгрузкой образца в направлении  $OX$  при угле Лоде  $\theta_\sigma = 0^\circ$ , соответствующему чистому сдвигу в плоскости  $OX-OY$  при неизменном напряжении  $\sigma_{zz}=50$  МПа. Момент начала роста деформации  $\Delta\varepsilon_{xx}$  совпадает с изменением угла наклона на зависимости суммарного счета АЭ от времени, отражающего увеличение АЭ активности.

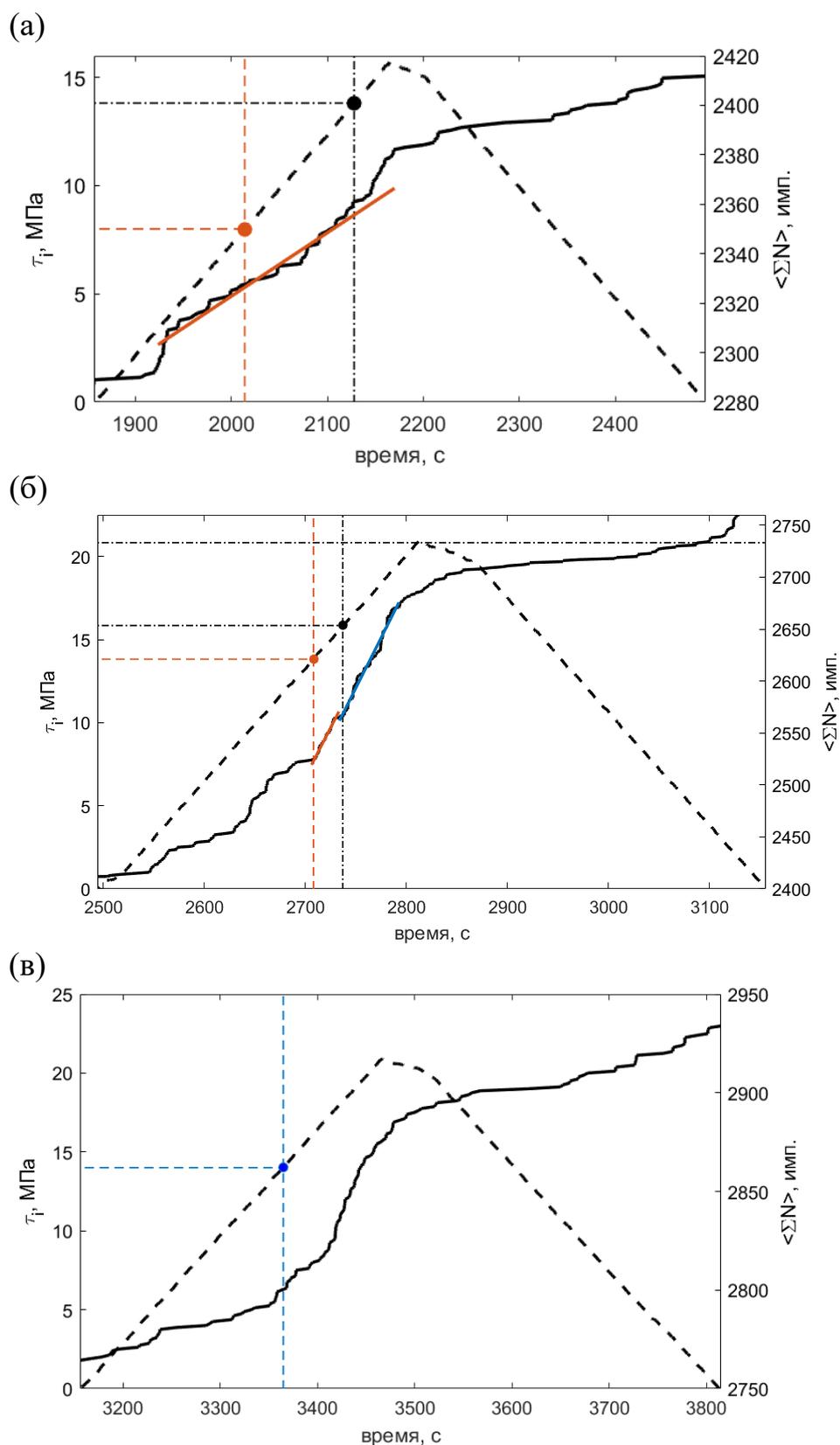


Рисунок 3.19 – Совмещенные диаграммы изменения интенсивности касательных напряжений (пунктирная линия) и суммарного счета АЭ (сплошная линия) во втором (а), третьем (б) и четвертом (в) циклах нагружения песчаника

В свою очередь, достижение максимального уровня интенсивности касательных напряжений второго цикла (черная точка на кривой) также не отражается на зависимости суммарного счета АЭ от времени. Для подтверждения этого факта на рис. 3.19б приведена линейная аппроксимация участка кривой до момента достижения максимального уровня интенсивности касательных напряжений второго цикла и после.

На зависимости суммарного счета АЭ от времени (рис. 3.19в) наблюдается изменение угла наклона, связанное с активизацией АЭ. Начало активизации коррелирует с моментом превышения уровня максимальных сжимающих напряжений предыдущего цикла (этот момент отмечен на зависимости интенсивности касательных напряжений от времени синей точкой). Необходимо отметить, что в четвертом цикле не наблюдается превышение ранее достигнутых деформаций  $\Delta\varepsilon_{xx}$  и  $\Delta\varepsilon_{zz}$ . Аналогичная ситуация наблюдалась в девятом цикле при испытании песчаника по первой программе. Причиной активизации АЭ может служить коррелированное развитие разноориентированных систем трещин в ансамбле дефектов, сформированных к этому циклу.

### 3.3 Основные результаты главы

В настоящей главе приведены результаты экспериментальных исследований проявления эффекта Кайзера в песчанике при его трехосном нагружении с изменением ориентации, размеров и формы эллипсоида приложенных напряжений. Эксперименты проведены на базе лаборатории геомеханики института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского (г. Москва), на испытательной системе трехосного независимого нагружения. Реализованы четыре программы испытаний: циклическое всестороннее сжатие, 6-и и 9-и цикловые трехосные испытания с вариацией ориентации, размеров и формы эллипсоида Ламе, циклическое трехосное сжатие с изменяющимся уровнем девиаторных напряжений.

В результате проведенных экспериментов показано, что циклическая смена ориентации и формы эллипсоида Ламе приводит к формированию анизотропной поврежденности: системы разноориентированных ансамблей дефектов и трещин различного масштаба, каждый из которых может демонстрировать независимый контролируемый эффект памяти повреждений (эффект Кайзера). Установлено, что превалирующим механизмом проявления эффекта памяти повреждений в каждом определенно ориентированном ансамбле трещин является развитие микротрещин нормального отрыва, ориентированных субнормально к направлению минимального главного напряжения. В случае традиционного трехосного напряженно-деформированного состояния  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$  вклад в АЭ отклик на превышение напряжения предыдущего цикла могут давать ансамбли разноориентированных дефектов и трещин, нормаль которых произвольно ориентирована в плоскости  $\sigma_2 - \sigma_3$ . Необходимо также отметить, что проявление эффекта памяти повреждений определяется не столько фактом раскрытия существующих "благоприятно" ориентированных микротрещин, сколько дискретным ростом (увеличением длины) существующих и появлением новых микротрещин.

Проведенные эксперименты позволяют продвинуться в понимании механизмов и условий проявления эффекта Кайзера в горных породах, подвергающихся трехмерному непропорциональному циклическому нагружению с изменением ориентации, размера и формы эллипсоида Ламе. Подобные условия нагружения наблюдаются в различных природных системах: это и вулканические постройки, и разломные зоны различного масштаба и происхождения, и такие элементы подземных сооружений, как подземные резервуары природного газа и хранилища отходов различного типа [477]. Проведенные эксперименты по циклическому деформированию песчаника при постоянном среднем напряжении с изменяющимся уровнем девиатора напряжений позволяют заключить, что на проявление эффекта Кайзера не влияет уровень интенсивности касательных напряжений, действующих на образец. Активизация АЭ наблюдалась в момент превышения ранее

достигнутого уровня деформаций относительного растяжения в направлении действия минимального главного напряжения, который всегда предшествовал моменту начала превышения уровня касательных напряжений предыдущего цикла. Полученные результаты согласуются с двух- и трехмерными моделями «крылатой» трещины, которые были предложены в качестве иллюстраций механизмов разрушения, сопровождающихся проявлениями эффекта Кайзера. Ненулевые девиаторы напряжений могут не только приводить к взаимному сдвигу берегов основной трещины, но и инициируют раскрытие и развитие вторичных трещин, являющихся трещинами нормального отрыва. В свою очередь на рост вторичных трещин отрыва также влияет характер взаимодействия в ансамбле разноориентированных (в лабораторных условиях ортогонально ориентированных) микротрещин. Поэтому может наблюдаться как раскрытие вторичных трещин без их роста (проявляется в виде роста деформаций относительного растяжения при отсутствии активизации АЭ), так и появление вторичных по отношению к трещинам отрыва микротрещин меньшего размера (проявляется в виде акустико-эмиссионной активности в отсутствие превышения ранее достигнутых деформаций относительного растяжения по любому из трех взаимно ортогональных направлений).

Полученные результаты являются основой для развития моделей деформирования и разрушения горных пород, учитывающих анизотропный характер накопления повреждений. Действительно, подавляющее большинство моделей, описывающих неупругое поведение горных пород и их разрушение, оперирует критериями, базирующимися на линейном, квадратичном и третьем инвариантах тензоров напряжений и/или деформаций без учета естественной анизотропной природы материалов. Использование этих инвариантов исключает возможность описания преимущественной ориентации повреждений по отношению к приложенным главным напряжениям и их ориентациям. Полученные результаты могут послужить триггером для развития подходов, учитывающих ориентационные эффекты эволюции поврежденности при различных сложных напряженно-деформированных состояниях и реальных

условиях трехосного непропорционального нагружения, которые наблюдаются на практике при эксплуатации подземных сооружений.

## Глава 4. Нелинейная реологическая модель деформирования хрупкого тела с тензорной поврежденностью

### Введение

Структурно-неоднородные хрупкие тела, неоднородность которых связана с дефектами сплошности той или иной природы, проявляют специфическое деформационное поведение при произвольных трехмерных траекториях нагружения. Специфичность поведения заключается в нелинейном упругом отклике тела уже при малом уровне действующих напряжений, зависимости упругих свойств от вида напряженно-деформированного состояния, анизотропии упругих свойств, индуцированной ростом микротрещиноватости (поврежденности), накопления необратимых деформаций, обусловленных ее развитием. Для описания указанных эффектов развиваются теоретические подходы, которые, как правило, сфокусированы на отдельных аспектах деформирования и накопления повреждений в материалах такого класса:

- модели упругих разномодульных сред (С.А. Амбарцумян, А.А. Хачатрян, В.В. Болотин, Г.С. Шапиро, Н.М. Матченко, Ю.Л. Работнов, Е.В. Ломакин, В.П. Маслов, П.П. Мосолов, И.Ю. Цвелодуб, Z.M. Ye, K.P. Rao и др.);
- модели упругости с введением параметров вида напряженно-деформированного состояния в определяющие соотношения (В.П. Мясников, Е.В. Ломакин, А.И. Олейников, В.А. Ляховский и др.);
- модели нелинейной упругости (F.D. Murnaghan, F. Birch, G.E. Exadaktylos, Y. Kaji, P.A. Johnson и др.);
- модели континуальной механики поврежденности с параметрами поврежденности различного ранга (Ю.Н. Работнов, Л.М. Качанов, D. Krajcinovic, J.A. Lemaitre, J.L. Chaboche, В.Н. Кукуджанов, G.Z. Voyiadjis, J.P. Cordebois, Ю.Н. Радаев, Ю.К. Петреня, V. Tamuzh и др.).

Ввиду избирательности указанных выше подходов в выборе преобладающего эффекта деформационного поведения хрупких материалов в настоящее время в механике деформируемого твёрдого тела, геомеханике, континуальной механике поврежденности активно разрабатываются обобщенные модели, нацеленные на описание ряда особенностей деформирования данного класса материалов.

Ярким примером таких моделей являются подходы, базирующиеся на неклассической модели нелинейной упругости, предложенной академиком РАН В. П. Мясниковым во второй половине прошлого века. Отличительной особенностью этой модели по сравнению с подходами классической нелинейной упругости является дополнительное слагаемое в выражении для упругой энергии материала, связывающее первый и второй инварианты тензора деформации и имеющее тот же порядок, что и гуковские слагаемые. Дополнительное слагаемое приводит к зависимости упругих модулей от вида напряженно-деформированного состояния и связи сдвиговых и объемных механизмов деформирования, присущей структурно-неоднородным материалам, в частности, горным породам. Дальнейшее развитие неклассической модели нелинейной упругости получила в работах V. Lyakhovsky, Y. Ben-Zion, А.И. Олейникова, Y. Hamiel, Ю.С. Тюпкина, направленных на учет развития поврежденности в материале, обеспечивающей нелинейный характер его деформирования ввиду деградации упругих свойств, учет пористости и пороупругих эффектов при деформировании сухих и флюидонасыщенных пористых сред, учет перехода материала в гранулированное состояние при его разрушении.

В настоящей главе представлено обобщение неклассической нелинейной реологической модели [222, 411] деформирования хрупкого материала на случай тензорного параметра поврежденности. Первый параграф посвящен краткому обзору особенностей деформирования структурно-неоднородных хрупких материалов, приведен обзор теоретических подходов к их описанию. Во втором параграфе приведена математическая формулировка обобщенной

модели, включающая введение тензора поврежденности второго ранга, вывод определяющих соотношений, кинетических уравнений для компонент тензора поврежденности, обоснование и способ описания неупругой необратимой деформации, вызванной фрикционными эффектами развития сдвига по естественным внутренним границам материала. Предложенная математическая модель позволяет описывать развитие анизотропной поврежденности в хрупком твердом теле в условиях его непропорционального нагружения по трехмерным произвольным траекториям.

Третий параграф посвящен выводу условий выпуклости потенциала предложенной модели, обеспечивающих единственность решения статической задачи теории упругости и накладывающих ограничения на допустимые максимальные значения поврежденности в зависимости от параметра вида напряженно-деформированного состояния. В четвертом параграфе приведены результаты идентификации параметров модели и ее верификации по экспериментальным данным о традиционном и истинном трехосном сжатии песчаника Darley Dale, включающим помимо кривых «напряжение-деформация» также эволюцию скоростей продольных упругих волн в трех ортогональных направлениях. В результате реализованных процедур показана адекватность модели для описания деформирования и роста микротрещиноватости в хрупком материале при его многоосном сжатии. В пятом параграфе представлены результаты решения задач об ориентации микротрещиноватости в хрупком твердом теле при его традиционном трехосном сжатии с использованием разработанной модели. Получены оценки предельного отклонения ориентации вновь образующихся микротрещин от оси активного сжатия для различной степени анизотропии исходной поврежденности. Показано, что в случае зоны локализованной поврежденности ее оптимальная ориентация с точки зрения максимума диссипации энергии близка к углу Кулона-Мора. При этом внутри зоны оптимальными являются две ориентации микротрещин: вертикальная ориентация трещиноватости, которая не зависит от степени анизотропии исходной поврежденности, ориентация

относительно направления зоны локализованной поврежденности под углом, близким к углу Кулона-Мора.

#### **4.1 Особенности деформирования структурно-неоднородных хрупких материалов**

Говоря о деформационном поведении структурно-неоднородных хрупких материалов, будем ориентироваться, прежде всего, на природные материалы – магматические, метаморфические и сильно сцементированные осадочные породы, проявляющие хрупкий характер деформирования и разрушения при одноосных и многоосных нагрузках с невысоким уровнем среднего напряжения. Под хрупким характером деформирования понимается способность материалов испытывать неупругую необратимую деформацию без макроскопического разрушения (до определенной степени приложенной деформации), не связанную с дилокационными скольжением и двойникованием [7].

Деформационный отклик данного класса материалов при приложении нагрузки определяется в основном двумя факторами. Первый фактор – полиминеральная структура материала и его текстура, обусловленные, в зависимости от типа породы, процессами кристаллизации, седиментации, литогенеза, диа- и катагеза, метаморфизма. Влияние этого фактора заключается в структурной и текстурной анизотропии упругих свойств материала, что, в свою очередь, приводит к различному деформационному отклику в различных направлениях.

Вторым фактором, определяющим деформационное поведение структурно-неоднородного материала, являются дефекты сплошности: микротрещины, межзеренные границы и иные дефекты, которые можно охарактеризовать как трещиноподобные дефекты, допускающие при приложении нагрузки раскрытие, схлопывание берегов и их взаимное проскальзывание.

По происхождению дефекты могут быть разделены на первичные, связанные с образованием породы, и вторичные, вызванные неоднократным воздействием тектонических и гравитационных сил. В поле действующих напряжений данные дефекты являются главенствующим механизмом неупругой обратимой и необратимой деформации. Развитие трещиноподобных дефектов в поле приложенных напряжений определяет нелинейный упругий деформационный отклик материала, наблюдаемый экспериментально как для лабораторных сантиметровых образцов [226, 238, 252, 254, 367, 400, 447, 448, 449, 497], так и геологических объектов километровых размеров [355, 366, 449, 523, 544, 545, 548].

Для структурно-неоднородных материалов также наблюдается зависимость упругих свойств материала от вида напряженно-деформированного состояния [131, 261, 333, 353, 382, 398, 402, 405, 406, 551]. Как правило, этот эффект (зависимость свойств от вида напряженно-деформированного состояния) связывают с трещиноподобными разноориентированными дефектами. Например, в случае одноосного сжатия/растяжения, закрываются/открываются трещины, ориентированные нормально к направлению сжатия/растяжения, обеспечивая дополнительный вклад в общую деформацию материала. На рисунке 4.1 представлена кривая деформирования для циклического четырехточечного изгиба образца известняка, испытываемого при всестороннем давлении 20 МПа [546]. Деформация измерена с помощью тензорезистора, ориентированного вдоль оси образца и установленного на его свободной поверхности между верхними опорами. Видно, что при переходе от сжатия к растяжению (при напряжении -10МПа) наблюдается изгиб кривой деформирования, указывающий на изменение упругих свойств материала.

Для описания зависимости упругих свойств от вида напряженно-деформированного состояния, в частном случае одноосного нагружения – разномодульности материала, предложен ряд механических моделей, различающихся базовыми гипотезами и объектами описания. Начало разномодульной теории упругости положено в работах [3, 4, 100, 113, 190],

вызвавших поток публикаций, продолжающийся и в настоящее время. Обзор этих работ вплоть до 80-х гг. XX в. приведен в пионерской монографии [5], которая посвящена систематическому изложению общей теории упругости материалов, по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию.

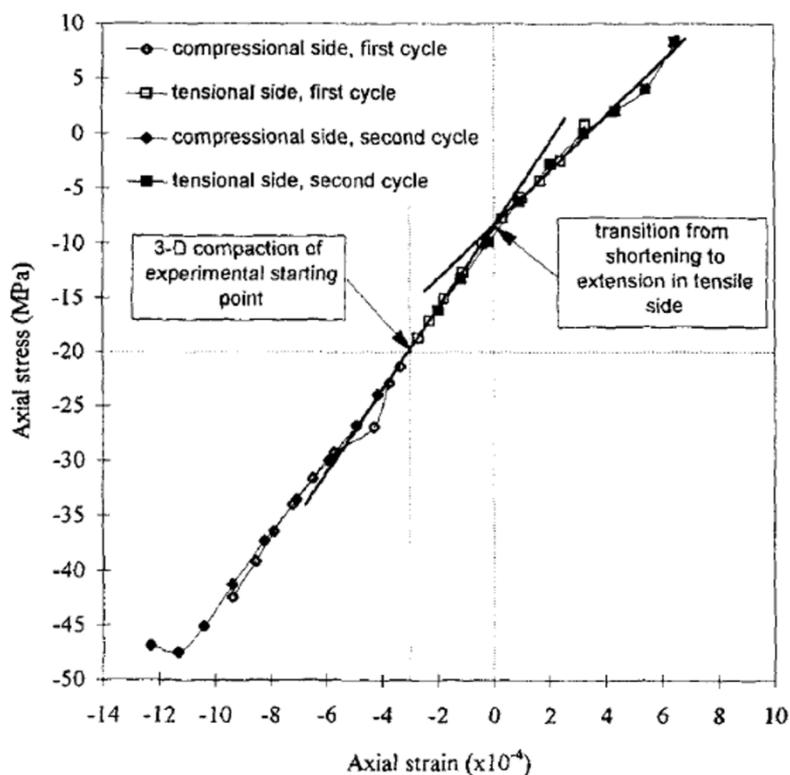


Рисунок 4.1 – Экспериментальная кривая напряжение-деформация для двух циклов четырехточечного изгиба образца известняка при всестороннем давлении 20 МПа [546]

Модели изотропной упругой разномодульной среды получили развитие в работах [28, 111, 160, 188, 469, 540, 550] для частных видов напряженно-деформированного состояния (одноосного сжатия, растяжения, чистого сдвига), и в работах [94, 95, 96, 97, 120, 135, 243, 403, 404, 414] для общего случая, когда в определяющие соотношения вводятся параметры вида напряженно-деформированного состояния.

Отдельным направлением развития теории деформирования разномодульных сред является учет разномодульности при упругопластическом деформировании материалов [16, 17, 18, 19, 73, 74, 93, 98, 99, 101, 186].

Описание нелинейного упругого поведения структурно-неоднородных материалов, в частности горных пород, как правило, базируется на классических моделях нелинейной теории упругости, учитывающих члены третьего и более высокого порядка деформации в выражении для упругого потенциала [439]:

$$U = \frac{\lambda}{2} I_1^2 + \mu I_2 + A I_1^3 + B I_1 I_2 + C I_3 + \dots, \quad (4.1)$$

где  $I_1 = \varepsilon_{ii}$ ,  $I_2 = \varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}$ ,  $I_3 = \det(\varepsilon_{ij})$  – инварианты тензора деформации,  $\lambda$ ,  $\mu$  – константы Ламе,  $A, B, C$  – дополнительные упругие модули. Так, модель Мурнагана была использована для интерпретации скоростей сейсмических волн и выделения внутренних границ недр земли [249], для воспроизведения кривых деформирования мягких материалов, таких как осадочные отложения [316] или графит [372]. В работах [367, 382] на основе модели Мурнагана были предложены соотношения для описания индуцированной напряжением анизотропии скоростей упругих волн в горных породах при их деформировании. Показано, что для успешного описания этого эффекта дополнительные упругие модули должны быть на три порядка больше классических (гуковских) модулей. Это приводит к значительному нелинейному отклику уже при малых деформациях  $10^{-3}$ , что противоречит экспериментальным кривым, особенно для пород кристаллического фундамента. В [339] для традиционного трехосного сжатия гранита Вестерли показано, что модель Мурнагана не позволяет описать его деформацию с неизменными модулями упругости, как при малых, так и при больших напряжениях.

На основе анализа множества экспериментальных данных, приведенных в работах [104, 105, 339, 409] была предложена трехмерная неклассическая модель нелинейной упругости, базирующаяся на микромеханической модели невзаимодействующих случайно ориентированных трещин, залегающих внутри однородной упругой матрицы. Энергия упругой деформации в этом случае имеет вид

$$U = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\lambda}{2} I_1^2 + \mu I_2 - \gamma I_1 \sqrt{I_2} \right) \quad (4.2)$$

где  $\lambda$ ,  $\mu$  – параметр Ламе,  $\gamma$  – дополнительный упругий модуль, определяющий степень нелинейности материала,  $I_1 = \varepsilon_{ii}$ ,  $I_2 = \varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}$  – первый и второй инвариант тензора деформации соответственно. В отличие от традиционных моделей нелинейной упругости, которые базируются на включении в выражение для упругой энергии слагаемых более высоких порядков по деформации, эта модель оперирует только слагаемыми второго порядка.

Другой особенностью традиционных моделей является проявление нелинейного отклика только при высоком уровне приложенных усилий (в случае дополнительных упругих модулей соизмеримых с гуковскими модулями). Описание нелинейного отклика при малых нагрузках в модели с упругой энергией (4.2) обеспечивается нелинейной связью компонент тензора напряжения и компонент тензора деформации:

$$\sigma_{ij} = \left( \lambda - \frac{\gamma}{\xi} \right) I_1 \delta_{ij} + 2 \left( \mu - \frac{\gamma \xi}{2} \right) \varepsilon_{ij} \quad (4.3)$$

с упругими модулями  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda - \frac{\gamma}{\xi}$ ,  $\mu_{\text{eff}} = \mu - \frac{\gamma \xi}{2}$ , зависящими от вида деформированного состояния, определяемого параметром  $\xi = \frac{I_1}{\sqrt{I_2}}$ . Параметр  $\xi$  меняется от  $-\sqrt{3}$  для всестороннего сжатия до  $\sqrt{3}$  при всестороннем растяжении;  $\xi = \pm 1$  соответствует одноосному сжатию/растяжению, а  $\xi = 0$  – чистому сдвигу. Нелинейное слагаемое позволяет описывать разномодульность, т.е. скачкообразное изменение упругих модулей при переходе от растяжения к сжатию [5, 265]. Оно также позволяет описывать дилатансию материала при чистом сдвиге [338], являющуюся неотъемлемым свойством многих хрупких тел с микроструктурными неоднородностями.

В развитие неклассической модели нелинейной упругости (с представлением энергии в виде (4.2)) в работах [222, 411] введена зависимость упругих свойств от скалярного параметра поврежденности  $\alpha$ , описывающего плотность микротрещин, в виде  $\mu = \mu_0 + \mu_1 \alpha$ ,  $\gamma = \gamma_1 \alpha$ , где  $\mu_1, \gamma_1$  –

материальные параметры. Кинетическое уравнение для роста поврежденности при этом имеет вид:

$$\frac{d\alpha}{dt} = C_d I_2 (\xi - \xi_0), \quad (4.4)$$

где  $C_d > 0$  описывает скорость роста поврежденности при заданном уровне деформации,  $\xi_0$  – материальный параметр, контролирующий переход от залечивания микротрещин к их росту. Параметр  $\xi_0$  связан с упругими модулями и углом внутреннего трения  $\varphi$  соотношением:

$$\xi_0 = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{9+2k^2\left(2+3\frac{\lambda_0}{\mu_0}\right)}}, \quad (4.5)$$

где  $k = \frac{\sin \varphi}{1 - \frac{\sin \varphi}{3}}$  и определяется по результатам традиционных испытаний материала по схеме Кармана.

Несомненным преимуществом неклассической модели нелинейной упругости (4.3) со скалярным параметром поврежденности (4.4) является описание с единых позиций нескольких ключевых особенностей деформирования структурно-неоднородных материалов (в частности, горных пород): нелинейный деформационный отклик, начиная с малого уровня приложенных напряжений; зависимость упругих свойств от вида напряженно-деформированного состояния; связь сдвиговых и объемных механизмов деформирования, выражающихся в дилатансии материала.

В работе [412] показано, что дополнительное нелинейное слагаемое в выражении (4.2) вытекает из принятия гипотезы об избирательной активизации микротрещин: при заданной одноосной нагрузке активируются трещины, ориентированные перпендикулярно направлению ее действия. Из этой гипотезы следует и основной недостаток модели – введенный скалярный параметр поврежденности не позволяет описать ее избирательный рост в зависимости от конфигурации приложенных напряжений.

Описанная выше неклассическая модель нелинейной упругости хрупких материалов получила свое развитие в работах, направленных на учет

пористости и пороупругих эффектов при деформировании сухих и флюидонасыщенных пористых сред [336, 337, 410], а также перехода материала в гранулированное состояние при его разрушении [407]. В свете обозначенного недостатка базовой модели перспективным и актуальным является ее обобщение на случай тензорной поврежденности, позволяющей описывать ориентационные эффекты развития поврежденности при деформировании материала.

## 4.2 Математическая формулировка модели

### 4.2.1 Тензор поврежденности и определяющие соотношения

Несмотря на широкое использование моделей со скалярным параметром поврежденности, отражающим изменение площади поперечного сечения материала при росте микротрещин или деградацию его соответствующих упругих модулей [170, 368, 369], многочисленные эксперименты указывают на тензорную природу явления разрушения. Для описания ориентационных эффектов развития поврежденности вводятся тензорные параметры второго или четвертого рангов [380, 391, 393].

Следуя классической теории анизотропной поврежденности [543, 556], определим поврежденность в виде симметричного тензора второго ранга  $\Omega_{ij}$ . Главные направления этого тензора задают направления ортотропии материала, а главные значения  $\{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3\}$  определяют изменение эффективной площади поперечных сечений, перпендикулярных к каждой из осей ортотропии (рис. 4.2):

$$\Omega_i = \frac{(A_i - A_i^*)}{A_i} \quad (4.6)$$

где  $A_i$  и  $A_i^*$  – площади поперечного сечения неповрежденного и поврежденного материала в плоскости с нормалью  $n_i$ .

Рассмотрим представительный объем ортотропного упругого тела с поврежденностью, ориентированный согласно направлениям осей ортотропии

поврежденности (рис. 4.2), и предположим, что внутренние силы, действующие на любой площадке с нормалью  $\bar{n}$  в поврежденном состоянии, эквивалентны силам, действующим на этой же площадке до появления повреждений:

$$F_i = \sigma_{ij} \delta_{jk} A_k = \sigma_{ij}^* \delta_{jk} A_k^*, \quad (4.7)$$

где  $\sigma_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}^*$  – компоненты тензора напряжений Коши и эффективного тензора напряжений в базисе, совпадающим с главными осями тензора поврежденности.

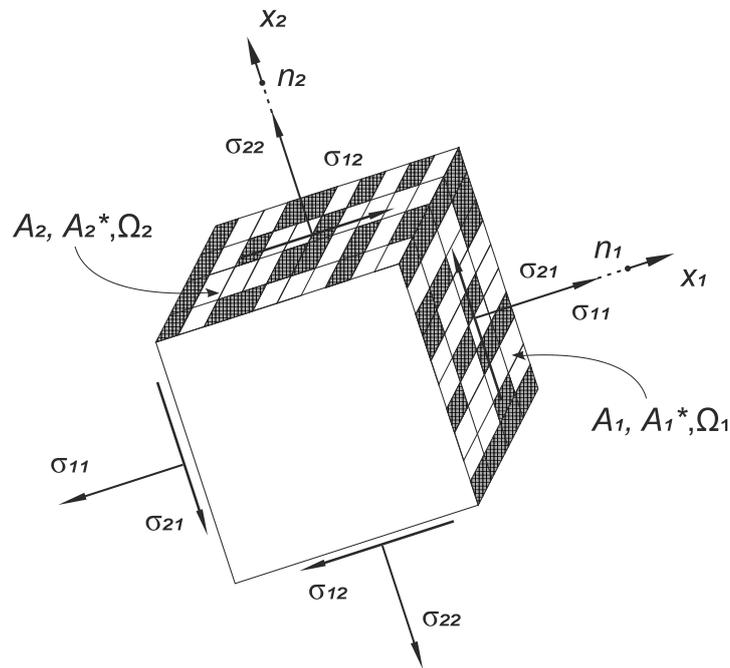


Рисунок 4.2 – Представительный объем материала с ортотропной поврежденностью

Соотношение (4.7) с учетом (4.6) может быть переписано как

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^* & \sigma_{12}^* & \sigma_{13}^* \\ \sigma_{21}^* & \sigma_{22}^* & \sigma_{23}^* \\ \sigma_{31}^* & \sigma_{32}^* & \sigma_{33}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{11}}{1-\Omega_1} & \frac{\sigma_{12}}{1-\Omega_2} & \frac{\sigma_{13}}{1-\Omega_3} \\ \frac{\sigma_{12}}{1-\Omega_1} & \frac{\sigma_{22}}{1-\Omega_2} & \frac{\sigma_{23}}{1-\Omega_3} \\ \frac{\sigma_{13}}{1-\Omega_1} & \frac{\sigma_{23}}{1-\Omega_2} & \frac{\sigma_{33}}{1-\Omega_3} \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Соотношение (4.8) является частным случаем общей связи  $\sigma_{ij}^* = M_{ijkl} \sigma_{kl}$  между эффективным тензором напряжений, тензором напряжений Коши и тензором поврежденности  $\mathbf{M}$ , который может быть представлен как функция

симметричного тензора поврежденности второго ранга  $\Omega_{ij}$  [437, 438]. Различные варианты соотношений  $\mathbf{M} - \mathbf{\Omega}$ , записанные в произвольной системе координат и включающие недиагональные компоненты тензора  $\mathbf{\Omega}$ , обсуждаются в работах [265, 311, 341, 542, 543, 556]. В большинстве случаев соотношения  $\mathbf{M} - \mathbf{\Omega}$  формулируются в системе координат, связанной с главными осями тензора  $\mathbf{\Omega}$ , что позволяет существенно упростить итоговые выражения.

Соотношение (4.8) между тензором напряжений Коши и тензором эффективных напряжений может быть переписано в матричной форме с использованием векторных представлений для обоих тензоров,  $\{\tilde{\sigma}\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{32}, \sigma_{31}, \sigma_{12}\}^T$ ,  $\{\tilde{\sigma}^*\} = \{\sigma_{11}^*, \sigma_{22}^*, \sigma_{33}^*, \sigma_{23}^*, \sigma_{32}^*, \sigma_{31}^*, \sigma_{13}^*, \sigma_{12}^*, \sigma_{21}^*\}^T$  и матрицы сплошности  $\Psi$  [440, 556]:

$$\{\tilde{\sigma}^*\} = [\Psi]\{\tilde{\sigma}\}, \quad (4.9)$$

где

$$[\Psi]_{9 \times 6} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\Omega_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-\Omega_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-\Omega_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1-\Omega_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1-\Omega_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1-\Omega_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1-\Omega_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1-\Omega_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1-\Omega_1} \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Матрица, обратная к матрице сплошности,  $[\Psi^{-1}]_{6 \times 9}$  (т.е.  $[\Psi^{-1}][\Psi] = [I]_{6 \times 6}$  – единичная матрица):

$$[\Psi^{-1}]_{6 \times 9} = \begin{bmatrix} 1 - \Omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \Omega_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \Omega_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1 - \Omega_3}{2} & \frac{1 - \Omega_2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - \Omega_1}{2} & \frac{1 - \Omega_3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - \Omega_2}{2} & \frac{1 - \Omega_1}{2} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

определяет преобразование эффективных напряжений обратно в напряжения Коши:

$$\{\tilde{\sigma}\} = [\Psi^{-1}]\{\tilde{\sigma}^*\} \quad (4.12)$$

Необходимо отметить, что выражения для матрицы сплошности (4.10) и матрицы, обратной к ней, (4.11) записаны в системе координат, связанной с осями главных повреждений.

Следуя концепции эффективной жесткости [394] и гипотезе эквивалентности упругой энергии [Lee et al., 1997] эффективная деформация  $\{\tilde{\varepsilon}^*\} = \{\varepsilon_{11}^*, \varepsilon_{22}^*, \varepsilon_{33}^*, \varepsilon_{23}^*, \varepsilon_{32}^*, \varepsilon_{31}^*, \varepsilon_{13}^*, \varepsilon_{12}^*, \varepsilon_{21}^*\}^T$  может быть определена как

$$\{\tilde{\varepsilon}^*\} = [\Psi^{-1}]^T\{\tilde{\varepsilon}\} \quad (4.13)$$

где  $\{\tilde{\varepsilon}\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{32}, \varepsilon_{31}, \varepsilon_{12}\}^T$  – тензор деформации, определенный также в системе координат, связанной с главными осями тензора поврежденности. Тогда, эквивалентность энергии упругой деформации поврежденного и фиктивного неповрежденного состояния материала записывается как

$$W = \frac{1}{2}\{\tilde{\sigma}^*\}^T\{\tilde{\varepsilon}^*\} = \frac{1}{2}\{\tilde{\sigma}\}^T\{\tilde{\varepsilon}\} \quad (4.14)$$

Физический смысл этой гипотезы представлен на рисунке 4.3. В рамках континуальной механики поврежденности гипотеза эквивалентности упругой энергии получила широкое распространение для количественной оценки энергии упругой деформации твердых тел с анизотропной поврежденностью [437, 543, 556]. Используя эту гипотезу, зависимость между напряжением и деформацией поврежденных материалов можно заменить зависимостью между напряжением и деформацией в фиктивном неповрежденном состоянии. При

этом и деформация, и напряжения Коши заменяются эффективной деформацией и эффективным напряжением соответственно.

В случае квадратичной формы упругой энергии, соотношение (4.14) может быть переписано в виде

$$W(\tilde{\varepsilon}^*) = \frac{1}{2} \{\tilde{\varepsilon}^*\}^T \{C_0\} \{\tilde{\varepsilon}^*\} = W(\tilde{\varepsilon}, \Omega) = \frac{1}{2} \{\tilde{\varepsilon}\}^T \{C(\Omega)\} \{\tilde{\varepsilon}\} \quad (4.15)$$

где  $\{C_0\}$  и  $\{C(\Omega)\}$  – матрицы жесткости неповрежденного и поврежденного материала соответственно.

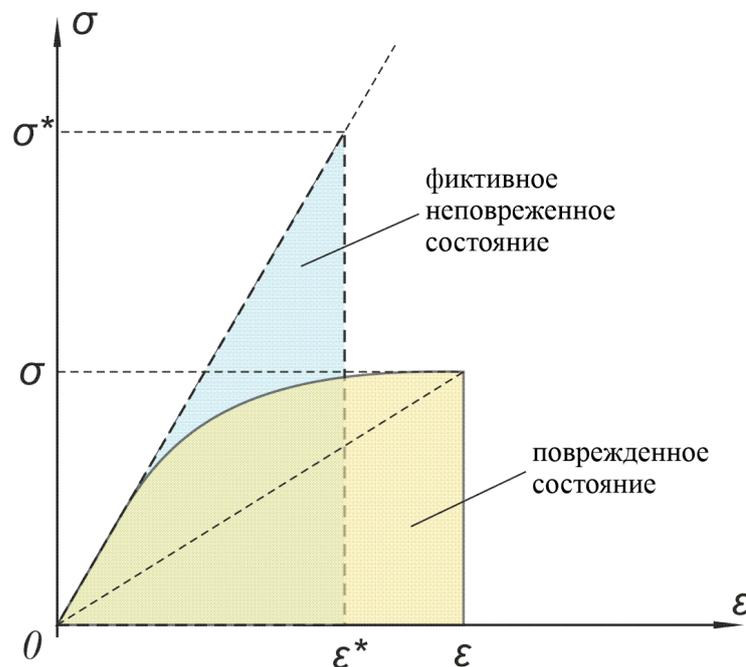


Рисунок 4.3 – Иллюстрация гипотезы эквивалентности упругой энергии

Используя определение эффективной деформации (4.13), уменьшение жесткости материала из-за поврежденности может быть записано как

$$\{C(\Omega)\} = \{\Psi^{-1}\} \{C_0\} \{\Psi^{-1}\}^T. \quad (4.16)$$

Согласно (4.16), эффективные модули упругости при росте поврежденности уменьшаются пропорционально  $(1 - \Omega)^2$ . Квадратичная зависимость является следствием принятия гипотезы эквивалентности упругой энергии и отличается от пропорциональности первого порядка  $(1 - \Omega)$ , присущей всем моделям с изотропной поврежденностью, при формулировке которых используется гипотеза эквивалентности либо напряжений, либо деформаций [437, 556].

Анализируя соотношение (4.15), можно сформулировать основные особенности и недостатки классического подхода к построению энергии упругой деформации. Во-первых, ввиду несимметричности тензора эффективных деформаций для определения энергии материала с анизотропной поврежденностью требуется использование того или иного способа симметризации этого тензора. Основные способы симметризации и их последствия разобраны в [556]. Обобщенная форма симметризации, содержащая классические аддитивную и мультипликативную схемы как частные случаи, приведена в [161]. Во-вторых, представление энергии в виде (4.15) не подходит для описания деформационного поведения хрупких материалов с разноориентированными микротрещинами, которым присуща зависимость упругих свойств от вида напряженно-деформированного состояния.

Для преодоления сформулированных недостатков, прежде всего, предположим, что ориентация тензора  $\Omega_{ij}$  в поврежденной конфигурации не совпадает с ориентацией тензора деформации  $\varepsilon_{ij}$  в конфигурации фиктивной неповрежденной (см. рис. 4.4). Переход от одного состояния к другому подразумевает переход от несимметричных мер напряженного и деформированного состояния к симметричным.

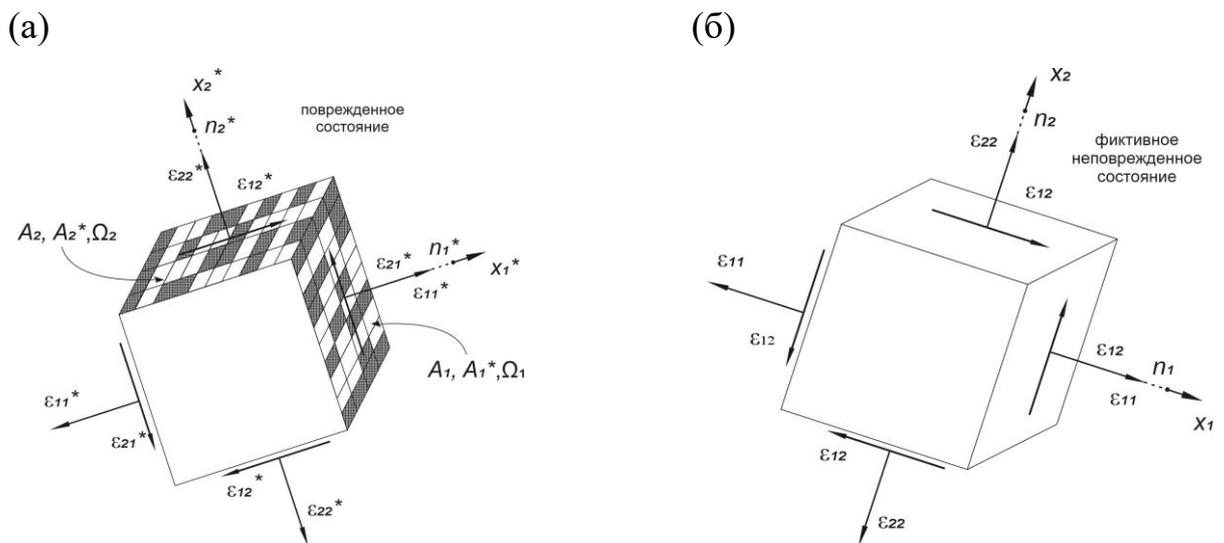


Рисунок 4.4 – Представительный объем материала в поврежденном (а) и фиктивном неповрежденном состоянии (б)

Введем симметризованный тензор фиктивной деформации, представляющий собой разность между деформацией в фиктивном неповрежденном состоянии и эффективной деформацией в поврежденном состоянии в виде

$$\varepsilon_{ij}^{(\Omega)} = \frac{1}{2} (\varepsilon_{ik} \Omega_{kj} + \varepsilon_{jk} \Omega_{ki}), \quad (4.17)$$

характеризующий деформацию поврежденного материала. В случае несоосности тензора деформации  $\varepsilon_{ij}$  и тензора поврежденности  $\Omega_{ij}$  при определении тензора фиктивной деформации необходимо выбрать рабочую систему координат и повернуть оба тензора, используя соответствующее ортогональное преобразование.

Инварианты тензора фиктивной деформации определяются как  $I_1^{(\Omega)} = \varepsilon_{ij}^{(\Omega)} \delta_{ij}$ ,  $I_2^{(\Omega)} = \varepsilon_{ij}^{(\Omega)} \varepsilon_{ij}^{(\Omega)}$  и в частном случае в главных осях тензора деформации имеют вид

$$\begin{aligned} I_1^{(\Omega)} &= \Omega_{11} \varepsilon_1 + \Omega_{22} \varepsilon_2 + \Omega_{33} \varepsilon_3; \\ I_2^{(\Omega)} &= \Omega_{11}^2 \varepsilon_1^2 + \Omega_{22}^2 \varepsilon_2^2 + \Omega_{33}^2 \varepsilon_3^2 + \\ &+ \frac{\Omega_{12}^2}{2} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 + \frac{\Omega_{23}^2}{2} (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)^2 + \frac{\Omega_{13}^2}{2} (\varepsilon_1 + \varepsilon_3)^2. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Для случая изотропной поврежденности, когда  $\Omega_{ij} = \Omega \delta_{ij}$ , инварианты (4.18) равны  $I_1^{(\Omega)} = \Omega I_1$  и  $I_2^{(\Omega)} = \Omega^2 I_1$  соответственно.

По аналогии с энергией скалярной модели (4.2), представим энергию упругой деформации анизотропного поврежденного материала в виде трех слагаемых (см. также [450]):

$$W(\tilde{\varepsilon}, \tilde{\Omega}) = \left[ \frac{1}{2} C_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \right] + \left[ \lambda_1 \left( I_1^{(\Omega)} \right)^2 + \mu_1 I_2^{(\Omega)} \right] - \gamma I_1^{(\Omega)} \sqrt{I_2^{(\Omega)}} \quad (4.19)$$

где  $C_{ijkl}$  – тензор модулей упругости исходного неповрежденного материала,  $\lambda_1, \mu_1$  – параметры, характеризующие деградацию упругих модулей при росте поврежденности,  $\gamma$  – дополнительный модуль, ответственный за нелинейность при накоплении повреждений. Первое слагаемое в (4.19) представляет собой

энергию деформирования исходного неповрежденного изотропного материала, второе слагаемое – энергию деформации материала с анизотропией, индуцированной поврежденностью, а третье слагаемое отвечает за нелинейность и разномодульность деформационного отклика материала, зависимость его свойств от вида напряженно-деформированного состояния.

Если исходный неповрежденный материал является изотропным выражение (4.19) редуцируется к

$$W(\tilde{\varepsilon}, \tilde{\Omega}) = \left[ \frac{\lambda_0}{2} I_1^2 + \mu_0 I_2 \right] + \left[ \lambda_1 \left( I_1^{(\Omega)} \right)^2 + \mu_1 I_2^{(\Omega)} \right] - \gamma I_1^{(\Omega)} \sqrt{I_2^{(\Omega)}}. \quad (4.20)$$

В случае нулевой поврежденности  $\tilde{\Omega} = 0$  выражение (4.20) сводится к классической гуковской энергии упругого изотропного тела. В случае изотропной поврежденности,  $\Omega_{ij} = \Omega \delta_{ij}$  и линейно-упругого изотропного тела ( $\gamma = 0$ ) выражение для энергии будет иметь вид:

$$W(\tilde{\varepsilon}, \tilde{\Omega}) = (1 - \Omega^2) \left[ \frac{\lambda_0}{2} I_1^2 + \mu_0 I_2 \right]. \quad (4.21)$$

Из (4.21) следует, что эффективные упругие модули, например модуль Юнга, будут определяться как  $E(\Omega) = (1 - \Omega^2)E_0$ , что аналогично модели Качанова. В случае нелинейной модели изотропной поврежденности соотношение (4.20) редуцируется к нелинейной реологической модели (4.2) с модулями  $\lambda, \mu, \gamma$  линейно зависимыми от скалярного параметра поврежденности  $\alpha = \Omega^2$ . Различие в степенях  $\alpha$  и  $\Omega$  является спецификой анизотропной формулировки и, как уже было сказано выше, обусловлено использованием гипотезы эквивалентности энергии.

Дифференцируя потенциал (4.20) по компонентам тензора деформации, получим выражения для компонент тензора напряжений Коши (следуя [450] примем  $\lambda_1 = 0$ ) для общего случая недиагональных тензоров деформации и поврежденности:

$$\sigma_{lm} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{lm}} = [\lambda_0 I_1 \delta_{lm} + 2\mu_0 \varepsilon_{lm}] - \gamma \frac{\partial I_1^{(\Omega)}}{\partial \varepsilon_{lm}} \sqrt{I_2^{(\Omega)}} + \left( \mu_1 - \frac{\gamma}{2} \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \frac{\partial I_2^{(\Omega)}}{\partial \varepsilon_{lm}} \quad (4.22)$$

где производные от инвариантов тензора фиктивной деформации равны:

$$\frac{\partial I_1^{(\Omega)}}{\partial \varepsilon_{lm}} = \Omega_{lm}, \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial I_2^{(\Omega)}}{\partial \varepsilon_{lm}} = \frac{1}{2} (\Omega_{li} \varepsilon_{ik} \Omega_{km} + \Omega_{mi} \varepsilon_{ik} \Omega_{kl}) + \frac{1}{2} (\Omega_{lj} \varepsilon_{mk} \Omega_{kj} + \Omega_{mj} \varepsilon_{lk} \Omega_{kj}). \quad (4.24)$$

Здесь необходимо отметить особенность, присущую всем анизотропным моделям. Из выражения (4.22) следует, что в случае несоосных тензора поврежденности и тензора деформации тензор напряжений будет не соосен им обоим. Так, например, в случае диагонального тензора поврежденности в условиях деформации сдвига (когда заданы только недиагональные компоненты), тензор напряжений будет иметь как недиагональные компоненты, связанные с характером приложенной деформации, так и диагональные компоненты, связанные с дилатансией за счет роста поврежденности. В частном случае соосности тензоров деформации и поврежденности в главных осях этих тензоров, который рассмотрен в [450], выражение (4.22) преобразуется к:

$$\sigma_n = \lambda_0 I_1 - \frac{\gamma \Omega_n I_1^{(\Omega)}}{\xi^{(\Omega)}} + (2\mu_0 + 2\mu_1 \Omega_n^2 - \gamma \Omega_n^2 \xi^{(\Omega)}) \varepsilon_n \quad (4.25)$$

где  $\sigma_n$ ,  $\varepsilon_n$  – главные напряжения и деформации соответственно,  $\xi^{(\Omega)} = \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}}$  – параметр, характеризующий тип напряженно-деформированного состояния поврежденного материала по аналогии с параметром  $\xi = \frac{I_1}{\sqrt{I_2}}$  для неповрежденного материала. При  $\Omega_1 \neq \Omega_2 \neq \Omega_3$  поврежденный материал будет ортотропным с упругими модулями, зависящими от главных поврежденностей, вида напряженно-деформированного состояния и величины приложенных главных деформаций:

$$C_{11} = \lambda_0 + 2\mu_0 + 2\mu_1 \Omega_1^2 - \gamma \Omega_1^2 \xi^{(\Omega)} - \frac{2\gamma \varepsilon_1 \Omega_1^3}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma \Omega_1^4 \varepsilon_1^2 \xi^{(\Omega)}}{I_2^{(\Omega)}}$$

$$\begin{aligned}
C_{22} &= \lambda_0 + 2\mu_0 + 2\mu_1\Omega_2^2 - \gamma\Omega_2^2\xi^{(\Omega)} - \frac{2\gamma\varepsilon_2\Omega_2^3}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma\Omega_2^4\varepsilon_2^2\xi^{(\Omega)}}{I_2^{(\Omega)}} \\
C_{33} &= \lambda_0 + 2\mu_0 + 2\mu_1\Omega_3^2 - \gamma\Omega_3^2\xi^{(\Omega)} - \frac{2\gamma\varepsilon_3\Omega_3^3}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma\Omega_3^4\varepsilon_3^2\xi^{(\Omega)}}{I_2^{(\Omega)}} \\
C_{12} &= \lambda_0 - \frac{\gamma(\varepsilon_2\Omega_1\Omega_2^2 + \varepsilon_1\Omega_2\Omega_1^2)}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma\Omega_1^2\Omega_2^2\varepsilon_1\varepsilon_2\xi^{(\Omega)}}{I_2^{(\Omega)}} \\
C_{13} &= \lambda_0 - \frac{\gamma(\varepsilon_3\Omega_1\Omega_3^2 + \varepsilon_1\Omega_3\Omega_1^2)}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma\Omega_1^2\Omega_3^2\varepsilon_1\varepsilon_3\xi^{(\Omega)}}{I_2^{(\Omega)}} \\
C_{23} &= \lambda_0 - \frac{\gamma(\varepsilon_3\Omega_2\Omega_3^2 + \varepsilon_2\Omega_3\Omega_2^2)}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma\Omega_2^2\Omega_3^2\varepsilon_2\varepsilon_3\xi^{(\Omega)}}{I_2^{(\Omega)}} \\
C_{44} &= 2\mu_0 + \frac{\mu_1(\Omega_3 + \Omega_2)^2}{2} - \frac{\gamma(\Omega_3 + \Omega_2)^2\xi^{(\Omega)}}{4} \\
C_{55} &= 2\mu_0 + \frac{\mu_1(\Omega_1 + \Omega_3)^2}{2} - \frac{\gamma(\Omega_1 + \Omega_3)^2\xi^{(\Omega)}}{4} \\
C_{66} &= 2\mu_0 + \frac{\mu_1(\Omega_1 + \Omega_2)^2}{2} - \frac{\gamma(\Omega_1 + \Omega_2)^2\xi^{(\Omega)}}{4}
\end{aligned}$$

Другими словами, приложение нагрузки к исходно изотропному материалу, сопровождающееся появлением и развитием микротрещин, приводит к анизотропии (в общем случае ортотропии) его упругих свойств.

В отличие от классических моделей континуальной механики поврежденности максимальное значение компонент тензора поврежденности не всегда равно единице. Допустимые максимальные значения определяются из условий выпуклости потенциала, выводу которых будет посвящен один из следующих параграфов.

## 4.2.2 Кинетика поврежденности и накопление необратимой деформации

Экспериментальные исследования показывают, что остаточная неупругая деформация при деформировании кристаллических горных пород начинает накапливаться с момента появления акустической эмиссии и увеличивается вплоть до хрупкого разрушения [401, 423]. Накопление необратимой деформации связано с ростом микротрещин и фрикционным скольжением их берегов, а также скольжением между минеральными зёрнами. Следуя работе [336], примем аддитивный закон для общей деформации, складывающейся из упругой  $\tilde{\varepsilon}$  и необратимой деформации  $\tilde{\varepsilon}^{ir}$ .

Выражение для локального производства энтропии, вызванного ростом поврежденности и развитием неупругой необратимой деформации, имеет вид

$$\Gamma = -\frac{\partial W}{\partial \Omega_{lm}} \frac{d\Omega_{lm}}{dt} + \tau_{lm} \frac{d\varepsilon_{lm}^{ir}}{dt} > 0, \quad (4.26)$$

где  $\tau_{lm}$  – девиатор тензора напряжений.

Согласно принципу Онзагера [158] линейная связь между вынуждающей силой и термодинамическим потоком приводит к кинетическим уравнениям для эволюции поврежденности и необратимой деформации:

$$\frac{d\Omega_{ij}}{dt} = -L_{lmij} \frac{\partial W}{\partial \Omega_{lm}} + K_{lmij} \tau_{lm} \quad (4.27)$$

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^{ir}}{dt} = -M_{lmij} \frac{\partial W}{\partial \Omega_{lm}} + N_{lmij} \tau_{lm}. \quad (4.28)$$

где  $C_{lmij} = \begin{vmatrix} L_{lmij} & K_{lmij} \\ M_{lmij} & N_{lmij} \end{vmatrix}$  – матрица кинетических коэффициентов, каждый из которых является тензором четвертого ранга.

В соответствии с работой [336] откажемся от взаимного влияния поврежденности и необратимой деформации, приняв  $K_{lmij} = M_{lmij} = 0$ . Положительная определенность матрицы  $C_{lmij}$  гарантирует неотрицательное значение производства энтропии при деформировании материала и накладывает ограничение на кинетические коэффициенты:  $L_{lmij} > 0$ ,  $N_{lmij} > 0$ .

Уравнение (4.27) позволяет описать не только процесс роста поврежденности в поле внешних приложенных напряжений, но и залечивание микротрещин, наблюдающееся при высоком уровне бокового давления и высокой температуре. На основе имеющихся экспериментальных результатов [220] примем гипотезу об отсутствии взаимного влияния компонент тензора поврежденности на их рост. Тогда матрица  $L_{ijlm}$  может быть представлена в виде:

$$L_{ijlm} = \frac{L}{\sqrt{\Omega_{kn}\Omega_{kn}}} (\delta_{il}\delta_{jm} + \delta_{im}\delta_{jl}), \quad (4.29)$$

где скалярный параметр  $L$ , как было показано в [450], является функцией среднего напряжения.

Необходимо отметить, что отказ от гипотезы взаимного влияния требует дополнительных истинно трехосных экспериментальных подтверждений, которые в настоящее время отсутствуют. Нормирование производных компонент тензора поврежденности на  $\sqrt{\Omega_{kn}\Omega_{kn}}$  связано с необходимостью устранения зависимости правой части соотношения (4.27) от поврежденности, приводящей к экспоненциальному росту поврежденности при постоянном уровне приложенных деформаций.

С использованием (4.20) получим общее выражение для производной компонент тензора поврежденности по времени:

$$\frac{d\Omega_{lm}}{dt} = \frac{L}{\sqrt{\Omega_{kn}\Omega_{kn}}} \gamma \left[ \frac{\partial I_1^{(\Omega)}}{\partial \Omega_{lm}} \sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( \frac{\mu_1}{\gamma} - \frac{1}{2} \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \frac{\partial I_2^{(\Omega)}}{\partial \Omega_{lm}} \right], \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial I_1^{(\Omega)}}{\partial \Omega_{lm}} = \varepsilon_{lm}; \quad \frac{\partial I_2^{(\Omega)}}{\partial \Omega_{lm}} = \frac{1}{2} (\varepsilon_{li}\Omega_{ik}\varepsilon_{km} + \varepsilon_{mi}\Omega_{ik}\varepsilon_{kl}) + \frac{1}{2} (\varepsilon_{lj}\Omega_{mk}\varepsilon_{kj} + \varepsilon_{mj}\Omega_{lk}\varepsilon_{kj}).$$

Из выражения (4.30) следует, что начало роста поврежденности определяется взаимным соотношением между скоростью изменения второго инварианта тензора фиктивных деформаций, его квадратным корнем, параметром вида

напряженно-деформированного состояния  $\frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}}$  и модулем  $\mu_1$ .

В случае исходного изотропного состояния  $\Omega_{ij} = \sqrt{\alpha}\delta_{ij}$  выражение для первого инварианта скорости роста поврежденности редуцируется к кинетическому уравнению (4.4) с  $L = C_d$ , откуда следует определение дополнительного материального параметра  $\mu_1 = \gamma\xi_0$ .

В случае соосности тензора деформации и тензора поврежденности в системе координат главных осей тензоров кинетическое уравнение (4.30) будет иметь вид:

$$\frac{d\Omega_k}{dt} = \frac{L}{\sqrt{\Omega_l\Omega_l}} \gamma \left[ \varepsilon_k \sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \varepsilon_k^2 \Omega_k \right]. \quad (4.31)$$

В случае вращения тензора деформации относительно тензора эффективных деформаций (поврежденности), например, для криволинейной траектории нагружения, скорость изменения компонент тензора поврежденностей будет определяться коротационной производной Зарембы-Яуманна [509]:

$$\overset{\nabla}{\Omega} = \dot{\Omega} - \Omega^T S - S^T \Omega, \quad (4.32)$$

где  $S$  – тензор спина, описывающий вращение базисных векторов.

Важными аспектами, определяющими возможность использования кинетических уравнений (4.30) и (4.31) в прикладных задачах, являются информация об исходной (начальной) поврежденности материала и оценка кинетических коэффициентов, определяющих скорость изменения компонент тензора поврежденности.

Калибровка кинетических уравнений и входящих в них коэффициентов осуществляется на основе данных лабораторных экспериментов по трехосному деформированию образцов горных пород с непрерывной регистрацией акустической эмиссии. В работе [450] было показано, что для калибровки кинетического уравнения (4.30) для главных компонент тензора поврежденности достаточными являются данные об изменении упругих

модулей и скорости акустической эмиссии в процессе деформирования образца горной породы.

На лабораторном масштабе в вопросе определения начальной поврежденности материала наиболее информативным является метод компьютерной микротомографии, позволяющий получить количественные оценки трещиноватой структуры образца. На геологическом масштабе в задачах оценки состояния горного массива можно говорить о некоторой текущей конфигурации напряженно-деформированного состояния среды, для которой с использованием полевых измерений могут быть получены данные о природных напряжениях. Оценка компонент тензора поврежденности в этом случае может быть получена сейсмическими методами из данных о пространственных вариациях скоростей продольных и поперечных волн различной поляризации (сейсмотомографии), зависящих как от вида напряженно-деформированного состояния, так и от текущей поврежденности среды.

Рассмотрим частный случай деформирования представительного объема в трех ортогональных направлениях, имеющего изотропную начальную поврежденность  $\Omega_{ij} = \Omega \delta_{ij}$  (рис. 4.5). Количество ненулевых диагональных компонент тензора скорости роста поврежденности будет определяться конкретной конфигурацией заданных деформаций. Соотношение (4.30) в этом случае редуцируется в

$$\frac{d\Omega_k}{dt} = L\gamma I_2 [e_k - (2\xi_0 - \xi)e_k^2], \quad (4.33)$$

где  $e_k = \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{I_2}}$ ,  $k = x, y, z$ , а тензор поврежденности соосен тензору деформации.

Для визуализации условий роста диагональных компонент тензора поврежденности в зависимости от конфигурации приложенных деформаций воспользуемся свойством  $e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 = 1$  и построим функцию Хевисайда от выражения, представленного в скобках в правой части (4.33), в сферических

координатах в виде ортогональной проекции верхней (для  $e_z \geq 0$ ) и нижней (для  $e_z \leq 0$ ) полусфер на плоскость экватора.

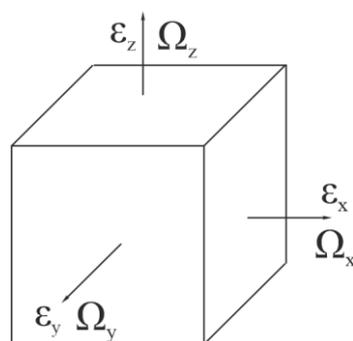
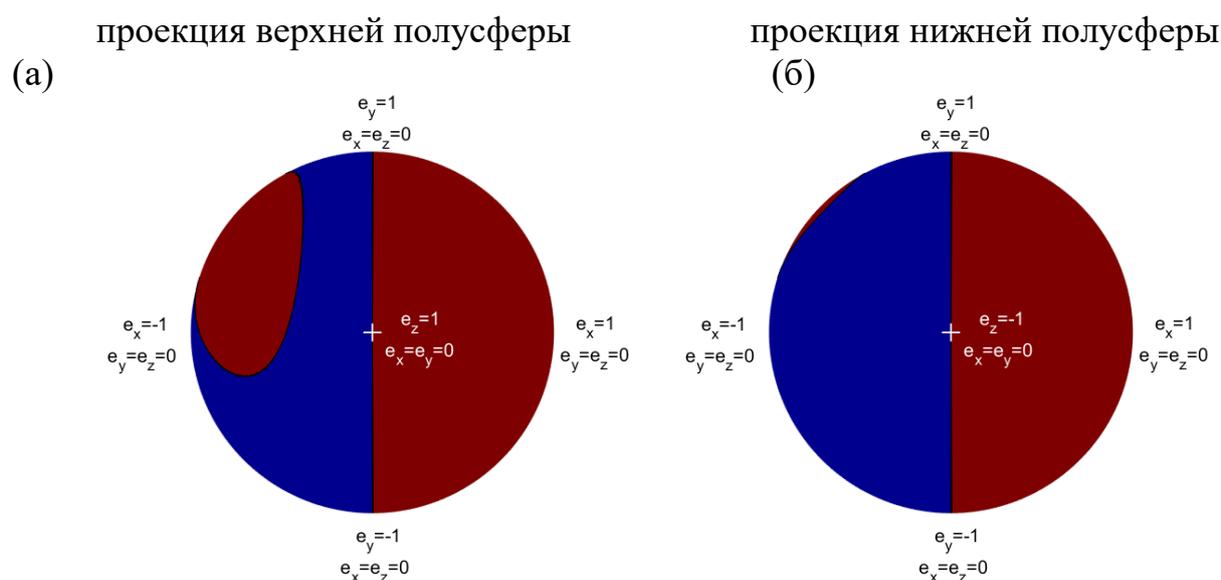


Рисунок 4.5 – Представительный объем исходно изотропного тела и конфигурация приложенных деформаций

На рисунке 4.6 представлены карты функции Хевисайда для трех диагональных компонент тензора скорости роста поврежденности (правых частей соответствующих уравнений). Случай  $[e_k - (2\xi_0 - \xi)e_k^2] > 0$  (красный цвет на картах) соответствует росту данной компоненты тензора поврежденности,  $[e_k - (2\xi_0 - \xi)e_k^2] < 0$  (синий цвет на картах) – залечиванию микротрещин (уменьшению поврежденности),  $[e_k - (2\xi_0 - \xi)e_k^2] = 0$  – равновесному состоянию.



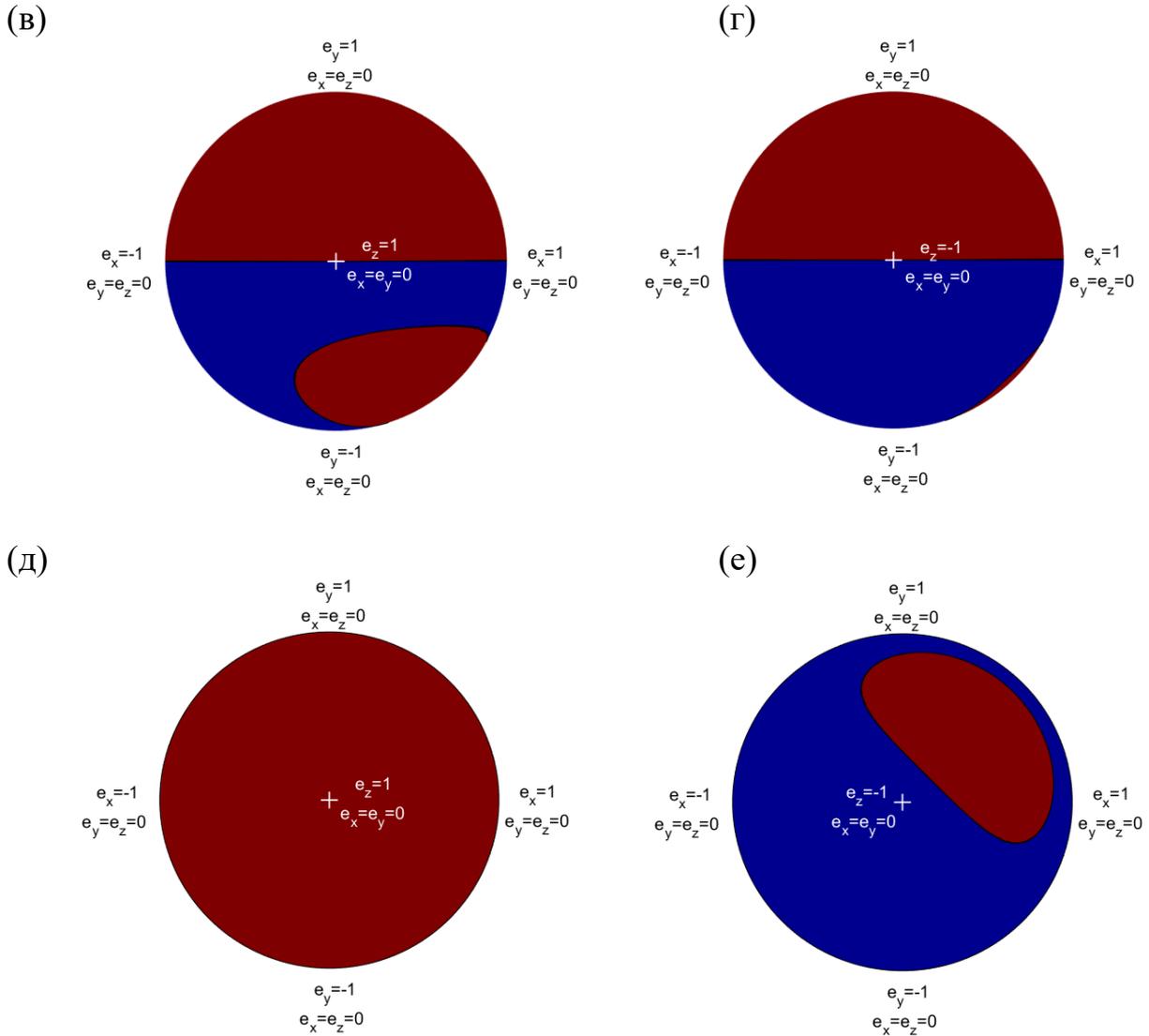


Рисунок 4.6 – Карты функции Хевисайда для скорости роста трех диагональных компонент тензора поврежденности: (а,б) –  $\Omega_x$ , (в,г) –  $\Omega_y$ , (д,е) –  $\Omega_z$ . Левый столбец (а,в,д) – проекция верхней полусферы, правый столбец (б,г,е) – проекция нижней полусферы. Красный цвет – рост поврежденности (функция Хевисайда равна 1), синий цвет – уменьшение поврежденности (функция Хевисайда равна нулю)

Из рисунка 4.6 видно, что в случае растягивающей деформации в выбранном направлении, в этом же направлении будет расти поврежденность в независимости от величины и знака деформаций, действующих в двух других направлениях. Например, для  $e_x > 0$  функция Хевисайда равна единице (красный цвет) при любых значениях  $e_y, e_z$  (красный полукруг на рис. 4.6 а, б). В случае же действия в выбранном направлении сжимающих деформаций,

существуют интервалы роста поврежденности в этом направлении, соответствующие определенным значениям  $e_x, e_y, e_z$  (красные области на рис. 4.6 а ( $e_x < 0$ ), в ( $e_y < 0$ ), е ( $e_z < 0$ )). Размер таких областей зависит от величины критического параметра  $\xi_0$ , определяющей начало роста средней поврежденности (рис. 4.7). При его увеличении диапазон допустимых величин  $e_x, e_y, e_z$ , обеспечивающих рост поврежденности в выбранном направлении сужается.

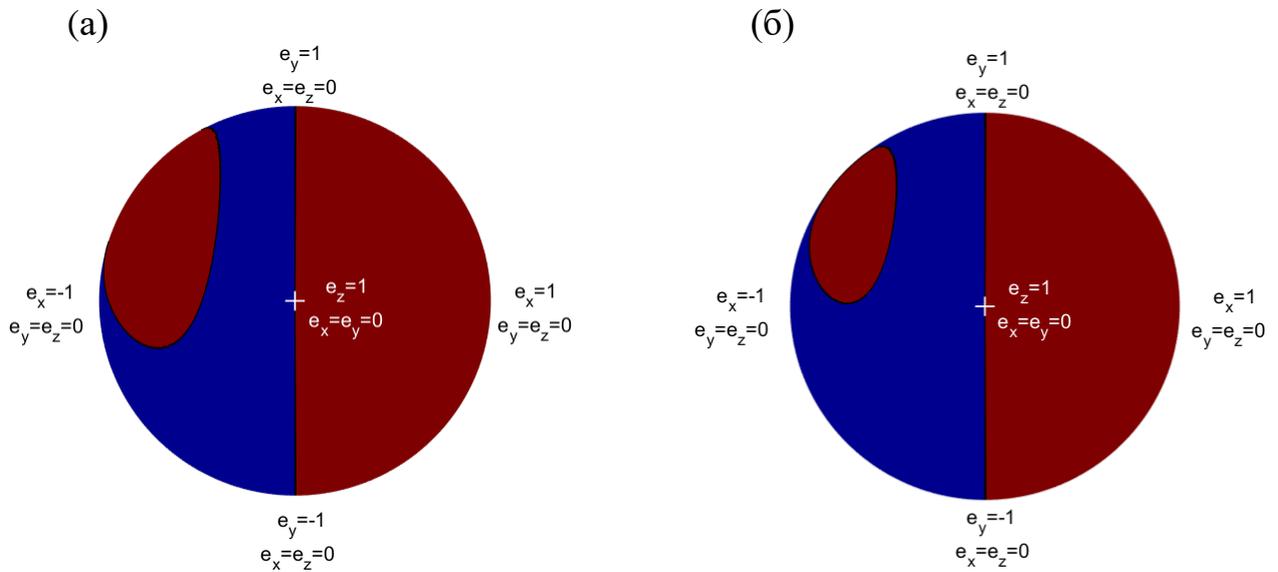


Рисунок 4.7 – Карты функции Хевисайда для скорости роста компоненты  $\Omega_x$  при  $e_z \geq 0$  (проекция верхней полусферы) при  $\xi_0 = -0.85$  (а),  $\xi_0 = -0.7$  (б)

Представленный пример наглядно демонстрирует, что на рост поврежденности в выбранном направлении влияет не только деформация, действующая в этом же направлении, но и остальные компоненты этого тензора. Необходимо отметить, что в более общем случае на рост поврежденности в выделенном направлении будут влиять также другие компоненты тензора поврежденности.

Согласно принятым гипотезам, кинетическое уравнение для неупругой деформации имеет вид:

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^{lr}}{dt} = N_{lmij}\tau_{lm}. \quad (4.34)$$

Как было отмечено ранее, необратимая деформация  $\varepsilon_{ij}^{ir}$  вызвана фрикционными эффектами развития сдвига по естественным внутренним границам материала (берегам трещин, границам минералов и т.д.), которые не позволяют в случае снятия нагрузки реализовать обратный сдвиг в полном объеме. Поскольку величина необратимой деформации пропорциональна количеству задействованных сдвиговых микродефектов, в работе [336] скорость накопления необратимой деформации связали со скоростью роста поврежденности. По аналогии с этой работой запишем скорость роста необратимой деформации в виде

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^{ir}}{dt} = \begin{cases} C_{\Omega} \left( \frac{d\Omega_{in\Omega_{jm}}}{dt} \right) \tau_{nm}, & \frac{d\Omega_{in\Omega_{jm}}}{dt} > 0 \\ 0, & \frac{d\Omega_{in\Omega_{jm}}}{dt} \leq 0 \end{cases}, \quad (4.35)$$

где  $C_{\Omega} > 0$  – скалярный параметр, определяющийся на этапе идентификации параметров модели и ее верификации. Обратная к  $C_{\Omega} \left( \frac{d\Omega_{in\Omega_{jm}}}{dt} \right)$  величина имеет смысл «трещинной» вязкости, существенно меньшей (на несколько порядков), чем динамическая вязкость горных пород.

### 4.3 Условия выпуклости потенциала модели нелинейной упругости с тензорным параметром поврежденности

При решении краевых задач определяющее значение имеет вопрос устойчивости материала. Устойчивость материала в процессе деформирования определяется двумя типами условий. Первый тип – условия выпуклости упругого потенциала, обеспечивающие единственность решения статической задачи теории упругости [312]. Формулировка и обобщение этих условий, в том числе для случая нелинейных моделей, представлены в работах [121, 134, 242, 411]. Второй тип условий – условия эллиптичности уравнения движения теории упругости [493]. Условия выпуклости и эллиптичности не всегда идентичны, особенно для нелинейной упругости [498]. Условия выпуклости являются более сильными, и выпуклость может быть потеряна раньше, чем эллиптичность.

Игнорирование проверки обеспечения в моделях нелинейной упругости фундаментальных принципов (выпуклости потенциала, условия эллиптичности) приводит к проблемам сходимости при численной реализации решения конкретной краевой задачи [228, 280].

Определим условия выпуклости потенциала для случая модели со скалярным и тензорным параметрами поврежденности, обеспечивающие единственность решения статической задачи теории упругости.

### 4.3.1 Модель со скалярным параметром поврежденности

Необходимыми и достаточными условиями локальной строгой выпуклости потенциала (4.2) являются условия положительной определенности матрицы Гессе функции  $W$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{11} \partial \varepsilon_{11}} & \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{11} \partial \varepsilon_{22}} & \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{11} \partial \varepsilon_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{11} \partial \varepsilon_{22}} & \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{22} \partial \varepsilon_{22}} & \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{22} \partial \varepsilon_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{11} \partial \varepsilon_{33}} & \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{22} \partial \varepsilon_{33}} & \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{33} \partial \varepsilon_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{12} \partial \varepsilon_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{13} \partial \varepsilon_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{23} \partial \varepsilon_{23}} \end{pmatrix}. \quad (4.36)$$

Матрица  $\mathbf{G}$  будет положительно определенной в случае положительности всех ее собственных значений [88]. В работах [134, 411] показано, что условия положительной определенности матрицы Гессе для потенциала вида (4.2) имеют вид

$$\begin{cases} L_1 \equiv 2\mu_\alpha - \gamma_\alpha \xi > 0 \\ L_2 \equiv 4\mu_\alpha + 3\lambda_\alpha - 3\gamma_\alpha \xi > 0 \\ L_3 \equiv 6\mu_\alpha \lambda_\alpha + 4\mu_\alpha^2 - \lambda_\alpha \gamma_\alpha \xi^3 - 6\mu_\alpha \gamma_\alpha \xi + 3\gamma_\alpha^2 \xi^2 - 3\gamma_\alpha^2 > 0 \end{cases} \quad (4.37)$$

где  $\lambda_\alpha = \lambda_0$ ,  $\mu_\alpha = \mu_0 + \gamma_0 \xi_0 \alpha$ ,  $\gamma_\alpha = \gamma_0 \alpha$  – эффективные упругие модули среды,  $\alpha$  – параметр поврежденности.

Условия (4.37) накладывают ограничения как на дополнительный упругий модуль  $\gamma_0$ , так и на допустимые максимальные (предельные) значения поврежденности  $\alpha$  в зависимости от параметра вида напряженно деформированного состояния  $\xi$ . Это обстоятельство является отличительной чертой нелинейных моделей. В моделях классической континуальной механики поврежденности разрушение материала происходит при  $\alpha = 1$ , тогда как в нелинейных моделях максимальная поврежденность, характеризующая макроразрушение материала, определяется условием выпуклости потенциала.

Нетрудно показать, что наиболее строгим условием для дополнительного упругого модуля  $\gamma_0$  является третье неравенство  $L_3$  в (4.37). Минимально допустимое значение  $\gamma_0$  определяется этим неравенством при  $\xi = \xi_0$  и  $\alpha = 1$ :

$$\gamma_0 = \frac{\xi_0((\xi_0^2 - 6)\lambda_0 - 2\mu_0) - \sqrt{(6\xi_0\lambda_0 - \xi_0^3\lambda_0 + 2\xi_0\mu_0)^2 - 8\mu_0(3\lambda_0 + 2\mu_0)(\xi_0^2 - 3)}}{2(\xi_0^2 - 3)}. \quad (4.38)$$

Для определения зависимости допустимого максимального значения поврежденности от параметра вида напряженно-деформированного состояния построим решения уравнений  $L_1 = 0, L_2 = 0, L_3 = 0$  в случае  $\lambda_0 = \mu_0 = 1$ ,  $\varphi = 30^\circ$  и  $\gamma_0$ , вычисленного из (4.38). Найденные зависимости представлены на рисунке 4.8.

Из рисунка видно, что при  $\xi \leq \xi_0$  локальная выпуклость потенциала имеет место при  $\alpha \in [0, 1]$ . В случае  $\xi_0 \leq \xi \leq \xi^*$  максимальное допустимое значение поврежденности определяется неравенством  $L_3 > 0$ . После точки  $\xi^*$  – условием  $L_1 > 0$ . При этом вторая критическая величина  $\xi^*$  следует из равенства  $L_1 = L_3$  и имеет вид

$$\xi^* = \xi_0 + \sqrt{\xi_0^2 + 2\frac{\mu_0}{\lambda_0}}. \quad (4.39)$$

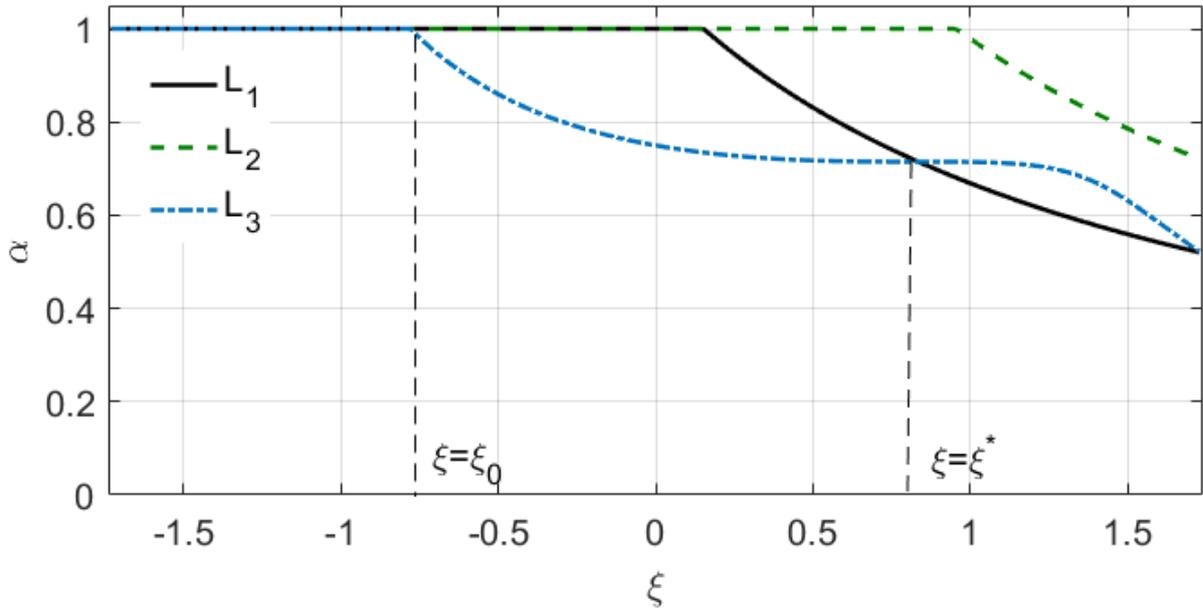


Рисунок 4. 8 – Зависимость допустимых значений поврежденности  $\alpha$ , определяемых условиями (4.37) локальной выпуклости потенциала, от вида напряженно-деформированного состояния

### 4.3.2 Модель с тензорным параметром поврежденности

Как было сказано ранее, для строгой выпуклости потенциала  $W(\tilde{\varepsilon}, \tilde{\Omega})$  необходимо и достаточно, чтобы матрица Гессе была положительно определенной. Матрица Гессе для потенциала (4.20) в главных осях тензора деформации имеет вид:

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & 0 & 0 & 0 \\ G_{12} & G_{22} & G_{23} & 0 & 0 & 0 \\ G_{13} & G_{23} & G_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{66} \end{pmatrix},$$

$$G_{11} = \lambda_0 + 2\mu_0 - \frac{\gamma_0 \Omega_{11} A_1}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \left( \frac{\Omega_{12}^2}{2} + \Omega_{11}^2 + \frac{\Omega_{13}^2}{2} \right) \gamma_0 \left[ 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right] + \frac{\gamma A_1}{(I_2^{(\Omega)})^{3/2}} \left[ I_1^{(\Omega)} A_1 - \Omega_{11} I_2^{(\Omega)} \right];$$

$$G_{22} = \lambda_0 + 2\mu_0 - \frac{\gamma_0 \Omega_{22} A_2}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \left( \frac{\Omega_{12}^2}{2} + \Omega_{22}^2 + \frac{\Omega_{23}^2}{2} \right) \gamma_0 \left[ 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right] + \frac{\gamma_0 A_2}{(I_2^{(\Omega)})^{3/2}} \left[ I_1^{(\Omega)} A_2 - \Omega_{22} I_2^{(\Omega)} \right];$$

$$G_{33} = \lambda_0 + 2\mu_0 - \frac{\gamma_0 \Omega_{33} A_3}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \left( \frac{\Omega_{13}^2}{2} + \Omega_{33}^2 + \frac{\Omega_{23}^2}{2} \right) \gamma_0 \left[ 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right] + \frac{\gamma_0 A_3}{(I_2^{(\Omega)})^{3/2}} \left[ I_1^{(\Omega)} A_3 - \Omega_{33} I_2^{(\Omega)} \right];$$

$$G_{12} = \lambda_0 - \frac{\gamma_0 \Omega_{11} A_2}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma_0 \Omega_{12}^2}{2} \left[ 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right] + \frac{\gamma_0 A_1}{(I_2^{(\Omega)})^{3/2}} \left[ I_1^{(\Omega)} A_2 - \Omega_{22} I_2^{(\Omega)} \right];$$

$$G_{13} = \lambda_0 - \frac{\gamma_0 \Omega_{11} A_3}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma_0 \Omega_{13}^2}{2} \left[ 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right] + \frac{\gamma_0 A_1}{(I_2^{(\Omega)})^{3/2}} \left[ I_1^{(\Omega)} A_3 - \Omega_{33} I_2^{(\Omega)} \right];$$

$$G_{23} = \lambda_0 - \frac{\gamma_0 \Omega_{22} A_3}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma_0 \Omega_{23}^2}{2} \left[ 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right] + \frac{\gamma_0 A_2}{(I_2^{(\Omega)})^{3/2}} \left[ I_1^{(\Omega)} A_3 - \Omega_{33} I_2^{(\Omega)} \right];$$

$$G_{44} = 2\mu_0 - \frac{\gamma_0 \Omega_{12} A_4}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma_0}{2} \left( \frac{\Omega_{13}^2}{2} + \frac{\Omega_{11}^2}{2} + 2\Omega_{12}^2 + \Omega_{11} \Omega_{22} + \frac{\Omega_{22}^2}{2} + \frac{\Omega_{23}^2}{2} \right) \left[ 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right] + \frac{\gamma_0 A_4}{(I_2^{(\Omega)})^{3/2}} \left[ I_1^{(\Omega)} A_4 - \Omega_{12} I_2^{(\Omega)} \right];$$

$$G_{55} = 2\mu_0 - \frac{\gamma_0 \Omega_{13} A_5}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma_0}{2} \left( \frac{\Omega_{12}^2}{2} + \frac{\Omega_{11}^2}{2} + 2\Omega_{13}^2 + \Omega_{11} \Omega_{33} + \frac{\Omega_{33}^2}{2} + \frac{\Omega_{23}^2}{2} \right) \left[ 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right] + \frac{\gamma_0 A_5}{(I_2^{(\Omega)})^{3/2}} \left[ I_1^{(\Omega)} A_5 - \Omega_{13} I_2^{(\Omega)} \right];$$

$$G_{66} = 2\mu_0 - \frac{\gamma_0 \Omega_{23} A_6}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \frac{\gamma_0}{2} \left( \frac{\Omega_{13}^2}{2} + \frac{\Omega_{12}^2}{2} + 2\Omega_{23}^2 + \Omega_{22} \Omega_{33} + \frac{\Omega_{22}^2}{2} + \frac{\Omega_{33}^2}{2} \right) \left[ 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right] + \frac{\gamma_0 A_6}{(I_2^{(\Omega)})^{3/2}} \left[ I_1^{(\Omega)} A_6 - \Omega_{23} I_2^{(\Omega)} \right];$$

$$A_1 = \left( \Omega_{11}^2 \varepsilon_1 + \frac{\Omega_{12}^2}{2} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \frac{\Omega_{13}^2}{2} (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) \right);$$

$$A_2 = \left( \Omega_{22}^2 \varepsilon_2 + \frac{\Omega_{12}^2}{2} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \frac{\Omega_{23}^2}{2} (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) \right);$$

$$A_3 = \left( \Omega_{33}^2 \varepsilon_3 + \frac{\Omega_{13}^2}{2} (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) + \frac{\Omega_{23}^2}{2} (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) \right);$$

$$A_4 = \frac{1}{2} (\Omega_{11} \Omega_{12} (3\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \Omega_{22} \Omega_{12} (\varepsilon_1 + 3\varepsilon_2) + \Omega_{13} \Omega_{23} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 2\varepsilon_3));$$

$$A_5 = \frac{1}{2} (\Omega_{11} \Omega_{13} (3\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \Omega_{33} \Omega_{13} (\varepsilon_1 + 3\varepsilon_3) + \Omega_{12} \Omega_{23} (\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + \varepsilon_3));$$

$$A_6 = \frac{1}{2} (\Omega_{22} \Omega_{23} (3\varepsilon_2 + \varepsilon_3) + \Omega_{33} \Omega_{23} (\varepsilon_2 + 3\varepsilon_3) + \Omega_{12} \Omega_{13} (2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)).$$

Для положительной определенности матрицы Гессе необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \equiv G_{11} > 0 \\ L_2 \equiv G_{11} G_{22} - G_{12}^2 > 0 \\ L_3 \equiv G_{11} G_{22} G_{33} - G_{11} G_{23}^2 - G_{33} G_{12}^2 + 2G_{12} G_{13} G_{23} - G_{22} G_{13}^2 > 0 \\ L_4 \equiv G_{44} > 0 \\ L_5 \equiv G_{55} > 0 \\ L_6 \equiv G_{66} > 0 \end{array} \right. \quad (4.40)$$

В случае  $\Omega_{ij} = \Omega \delta_{ij}$  неравенства  $L_4, L_5, L_6$  совпадают и редуцируются к условию  $2\mu_\alpha - \gamma_\alpha \xi > 0$  с  $\alpha = \Omega^2$ . Система неравенств (4.40) является необходимым и достаточным условием строгой локальной выпуклости потенциала (4.20) и единственности решения статической задачи нелинейной теории упругости. Рассмотрим несколько частных случаев вида тензора поврежденности и найдем предельные значения его компонент из условий (4.40).

### **Трансверсально-изотропная трещиноватая среда.**

Широко распространенным типом анизотропии горных пород является трансверсальная изотропия, связанная с процессами осадконакопления и уплотнения материала. Анизотропия может быть вызвана не только слоистым строением среды, но и определенно ориентированной трещиноватостью,

появившейся в процессе ее формирования. Рассмотрим представительный объем материала с ансамблем одинаково ориентированных микротрещин (рис. 4.9а) – представительный объема трансверсально-изотропной среды. Трещиноватость описывается тензором поврежденности с главными значениями  $\Omega_3 = \Omega > \Omega_1 = \Omega_2 = q\Omega$ ,  $q \in [0,1]$ . Параметр  $q$  определяет степень анизотропии поврежденности материала. Ориентация трещиноватости определяется эллипсоидом поврежденности (рис. 4.9б).

Конфигурация действующих на образец механических воздействий описывается тензором деформации  $\tilde{\epsilon}$  с главными значениями  $\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3$ . Рассмотрим случай, когда тензоры деформации и поврежденности соосны. Для анализа условий строгой локальной выпуклости потенциала при различных видах напряженно-деформированного состояния будем варьировать  $\epsilon_1$  в диапазоне  $[-0.1, 0.1]$ , определяя  $\epsilon_2 = \epsilon_3$  из выражения для параметра вида напряженно-деформированного состояния, который с заданным шагом изменяется от  $-\sqrt{3}$  (случай всестороннего сжатия) до  $\sqrt{3}$  (случай всестороннего растяжения). Количество шагов для деформации и параметра  $\xi$  совпадают.

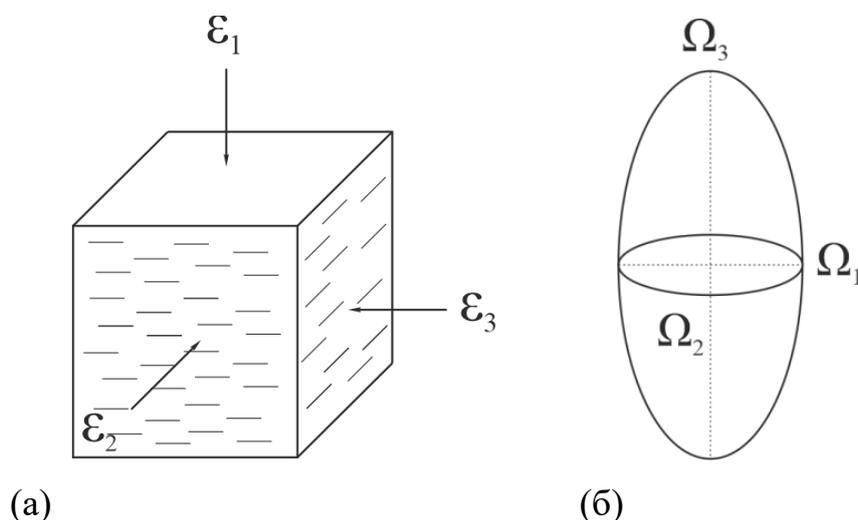
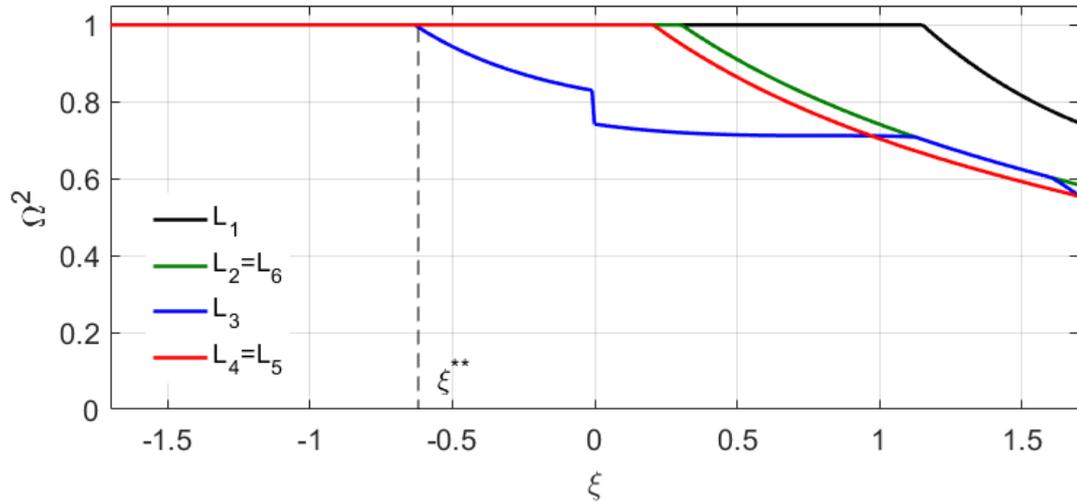
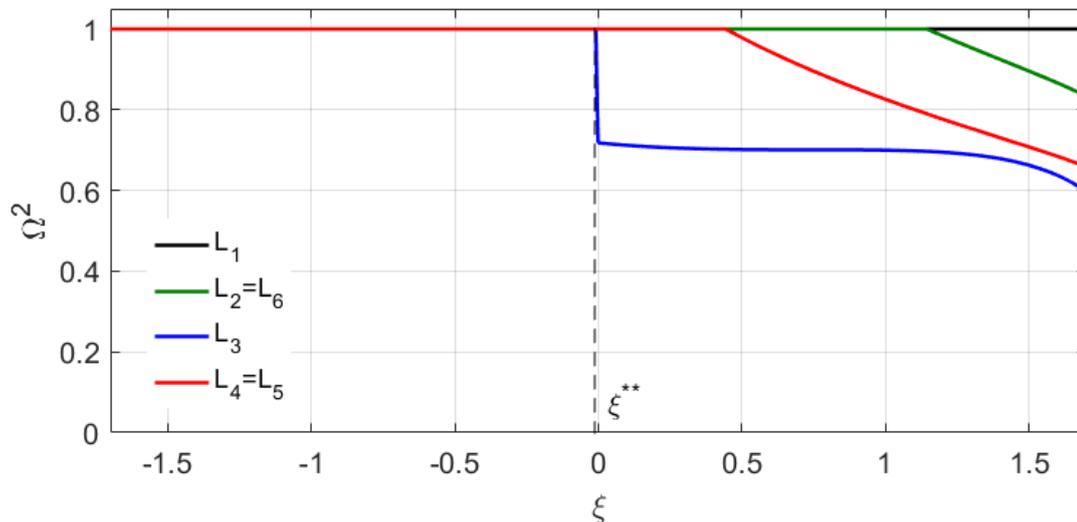


Рисунок 4.9 – Представительный объем трансверсально-изотропного трещиноватого материала (а) и соответствующей вид эллипсоида поврежденности (б)

На рисунке 4.10 представлены предельные значения поврежденности  $\Omega^2$  для различной степени ее анизотропии от величины параметра, характеризующего тип напряженно-деформированного состояния  $\xi = \frac{I_1}{\sqrt{I_2}}$ .



(a)



(б)

Рисунок 4.10 – Зависимости допустимых значений поврежденности  $\Omega^2$ , определяемых условиями (4.40), от вида напряженно-деформированного состояния, для параметра анизотропии поврежденности

$$q = 0.95 \text{ (а) и } q = 0.8 \text{ (б)}$$

Рисунок 4.10 показывает, что в независимости от величины  $q$  пары условий  $L_2$  и  $L_6$ ,  $L_4$  и  $L_5$  дают тождественные результаты. При  $\xi \leq \xi^{**}$

максимально допустимое значение поврежденности равно единице, также как и в модели со скалярной поврежденностью. Начиная с  $\xi^{**}$  допустимое значение поврежденности определяется условием  $L_3 > 0$ . При этом для малых степеней анизотропии есть еще одна критическая величина, начиная с которой допустимое значение поврежденности контролируется условием  $L_4 > 0$ .

Величина  $\xi^{**}$  зависит от степени анизотропии поврежденности, при этом при любой величине  $q \leq 1$  выполняется условие  $\xi^{**} \geq \xi_0$ . На рисунке 4.11 представлена зависимость критической величины  $\xi^{**}$  от степени анизотропии материала  $q$ . Видно, что в целом анизотропия поврежденности приводит к упрочнению материала (точка  $\xi^{**}$  смещается в область больших значений  $\xi$ ). При этом при слабой анизотропии  $q \geq 0.85$  критическая величина находится в области преимущественного сжатия материала, тогда как при  $q < 0.85$  величина  $\xi^{**}$  асимптотически приближается к нулю, т.е. потеря устойчивости материала будет наблюдаться в условии чистого сдвига.

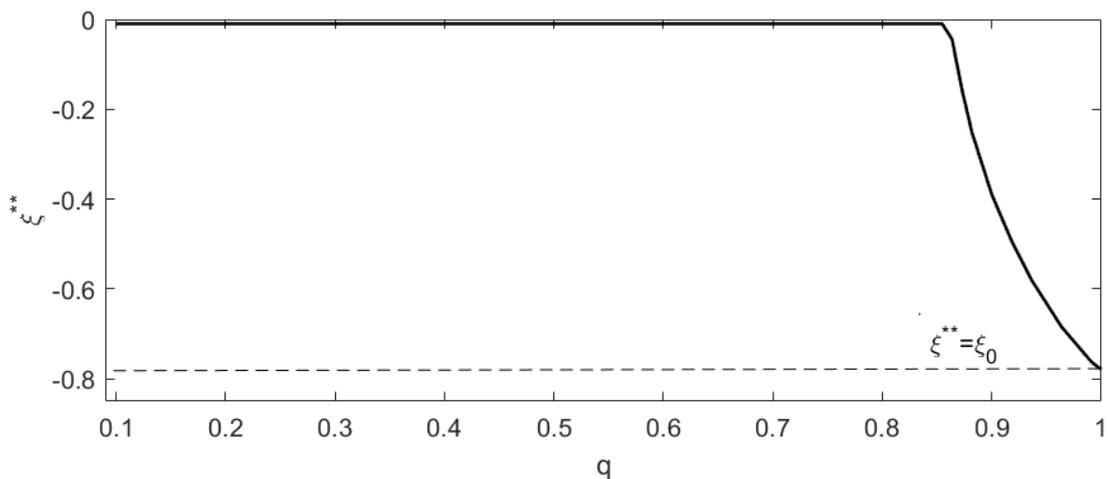


Рисунок 4.11 – Зависимости критической величины  $\xi^{**}$  от степени анизотропии поврежденности  $q$

Сравнение полученных допустимых значений поврежденности для различной степени анизотропии с изотропным случаем (скалярная поврежденность) показывает, что условия строгой локальной выпуклости (4.37) дают минорантную оценку только в области  $\xi \leq 0$  (см. рисунок 4.12). В случае

преимущественного растяжения ( $\xi > 0$ ) допустимые значения параметра поврежденности  $\Omega^2$  определяются из условия  $L_3 > 0$  системы неравенств (4.40).

### Трансверсально-изотропная среда с наклонно-ориентированной трещиноватостью.

Рассмотрим обобщение предыдущей постановки на случай несоосных тензора поврежденности и тензора деформации. Как и ранее примем, что трещиноватость описывается тензором поврежденности с главными значениями  $\Omega_3 = \Omega > \Omega_1 = \Omega_2 = q\Omega$ ,  $q \in [0,1]$ . Ее наклон задается вращением эллипсоида поврежденности вокруг оси  $OY$  на угол  $\beta \in [0^\circ, 90^\circ]$  между осью максимальной главной деформации  $\varepsilon_1$  и главной осью, соответствующей максимальной главной поврежденности  $\Omega_3$  (рисунок 4.13).

Будем работать в системе координат главных осей тензора деформации. Компоненты тензора поврежденности в этой системе координат будут определяться из ортогонального преобразования  $\mathbf{O}^T \cdot \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{O}$ , где  $\mathbf{O}$  – ортогональный тензор, поворачивающий систему координат главных осей поврежденности в систему координат главных осей деформации. В случае  $\beta \neq 0^\circ$  и  $\beta \neq 90^\circ$  тензор поврежденности помимо диагональных будет иметь одну ненулевую недиагональную компоненту  $\Omega_{xz}$ .

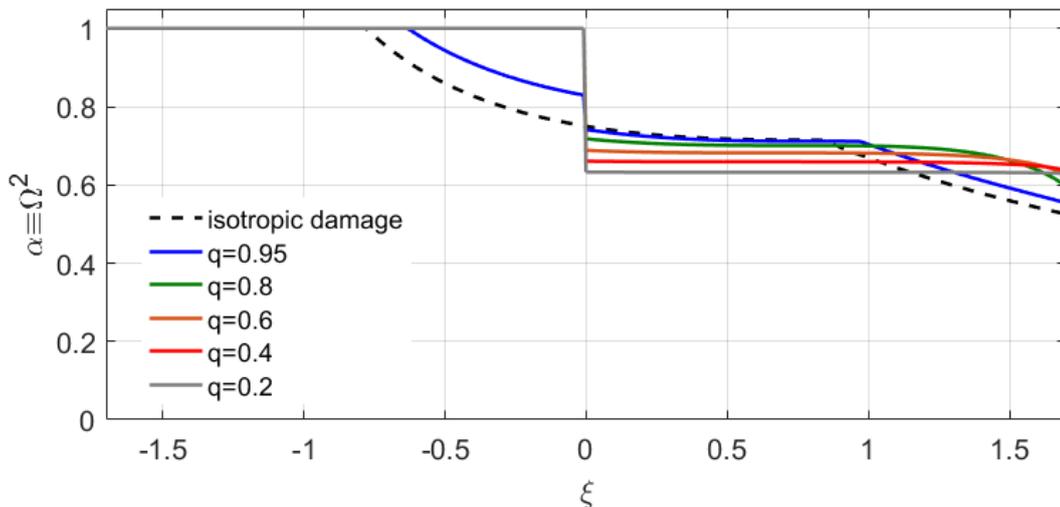


Рисунок 4.12 – Зависимости допустимых значений поврежденности  $\alpha \equiv \Omega^2$  от параметра  $\xi$  для случаев скалярной и анизотропной поврежденности

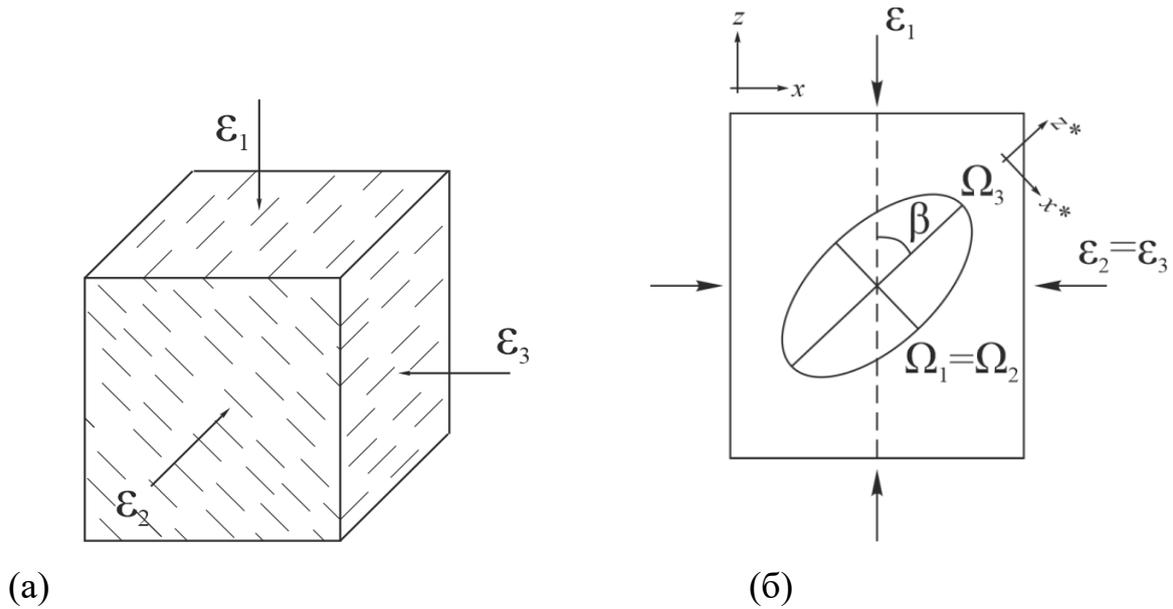


Рисунок 4.13 – Представительный объем трансверсально-изотропного материала с наклонно-ориентированной трещиноватостью (а) и соответствующей вид эллипсоида поврежденности (б)

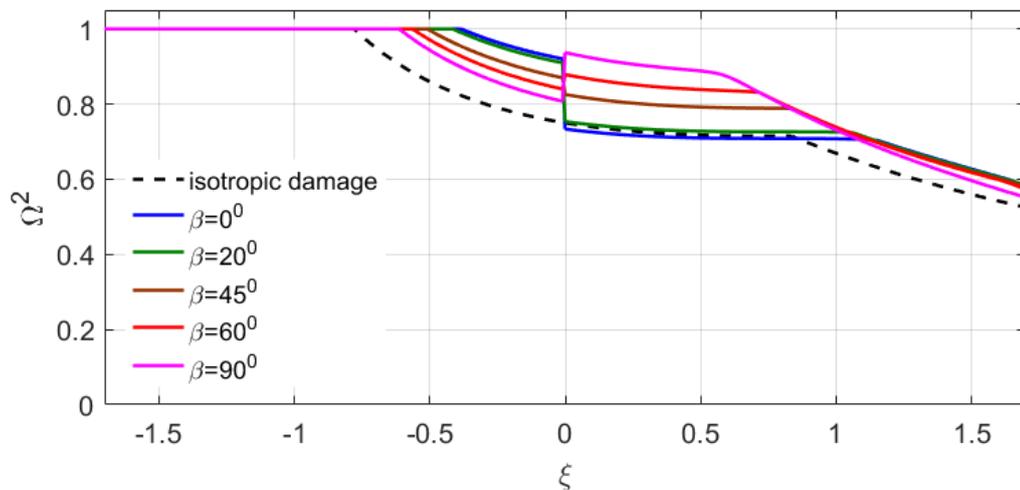
Используя выражения для компонент матрицы Гессе и условия ее положительной определенности (4.40), построим допустимые предельные значения поврежденности для различных углов ориентации трещиноватости  $\beta$ , степени ее анизотропии  $q$  и вида напряженно-деформированного состояния  $\xi$ . Полученные зависимости для трех различных значений параметра анизотропии представлены на рисунке 4.14.

Из рисунка видно, что и вариация угла наклона эллипсоида поврежденности  $\beta$ , и степень анизотропии приводят к существенному изменению характера зависимости допустимой предельной поврежденности от параметра вида напряженно-деформированного состояния поврежденного материала. Так при  $q = 0.9$  условия (4.37) для случая изотропной поврежденности являются минорантными, тогда как при уменьшении параметра  $q$  допустимая кривая для углов  $\beta = 0^\circ$  и  $\beta = 90^\circ$  лежит ниже кривой для изотропной поврежденности.

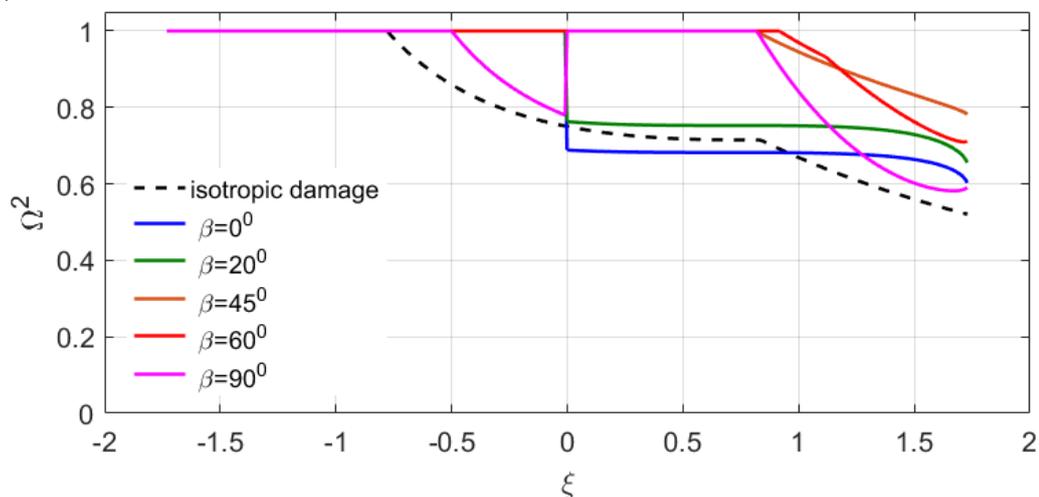
Необходимо отметить, что при вариации угла наклона трещиноватости в материале максимально возможная поврежденность, обеспечивающая его

устойчивое поведение, изменяется немонотонно с изменением типа напряженно-деформированного состояния. Эта немонотонность связана с ролью трещиноватости при деформировании материала. Проиллюстрируем это на примере рисунка 4.14б. Так, при  $\beta = 0^\circ$  (случай трещиноватости, ориентированной перпендикулярно направлению максимальной главной деформации), наиболее сильные ограничения (относительно  $\Omega^2 = 1$ ) имеют место для  $\xi > 0$ , т.е. для случая преимущественного растяжения образца. Это вызвано тем, что трещины раскрываясь, обеспечивают дополнительную деформацию материала, которая может расти лавинообразно. В случае  $\beta = 90^\circ$  (случай трещиноватости, ориентированной перпендикулярно направлению минимальной главной деформации) мы видим два интервала с наименьшими значениями допустимой поврежденности.

(a)



(б)



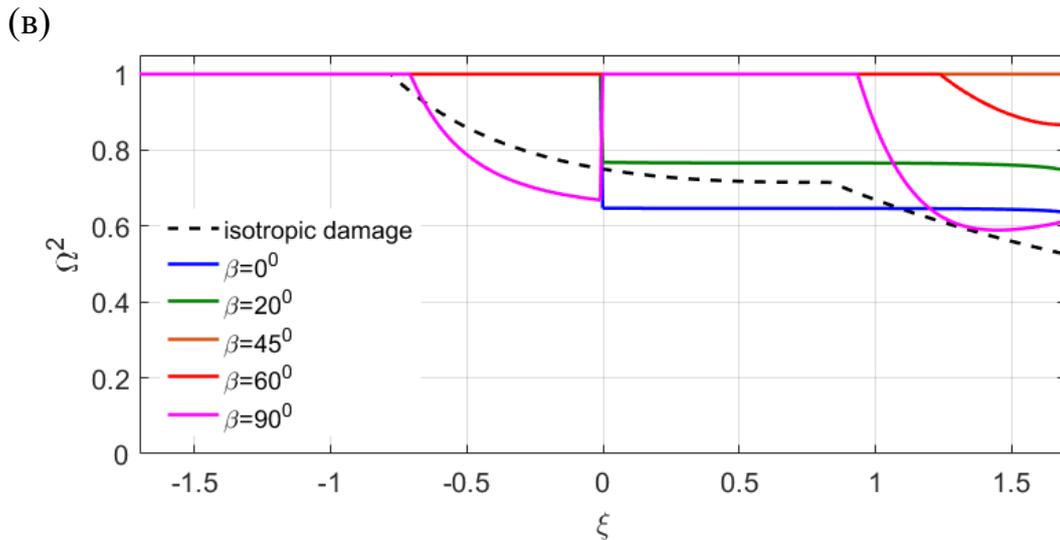


Рисунок 4.14 – Зависимости допустимых значений поврежденности  $\Omega^2$ , определяемых условиями (4.40), от вида напряженно-деформированного состояния, и углов наклона для параметров анизотропии поврежденности  $q = 0.9$  (а),  $q = 0.6$  (б) и  $q = 0.3$  (в)

Второй интервал  $\xi \in [-0.7, 0]$  соответствует ситуации одноосного сжатия со свободной от напряжений боковой поверхностью или одноосного сжатия с принудительным растяжением в двух других ортогональных направлениях. Вертикальная трещиноватость в этом случае ориентирована нормально к направлению минимальной и/или промежуточной главной деформации, что способствует ее раскрытию и дополнительному деформационному вкладу.

Роль ориентации трещиноватости также можно проследить на зависимости критической величины от угла наклона для различных степеней анизотропии поврежденности (рисунок 4.15). Для слабой анизотропии ( $q \geq 0.85$ ), наблюдается разупрочнение материала при увеличении угла ориентации трещиноватости. Разупрочнение заключается в уменьшении критической величины  $\xi^{**}$  при стремлении угла наклона к  $\beta = 90^\circ$ . В случае существенной анизотропии поврежденности ( $q < 0.5$ ) можно выделить три характерных интервала изменения величины  $\xi^{**}$ . Первый интервал ( $\beta \leq 30^\circ$ ) характеризуется потерей устойчивости материала при деформировании в условиях чистого сдвига. Вторым интервалом ( $30^\circ < \beta \leq 65^\circ$ ) соответствует

случаю, когда материал теряет устойчивость в случаях преимущественного растяжения.

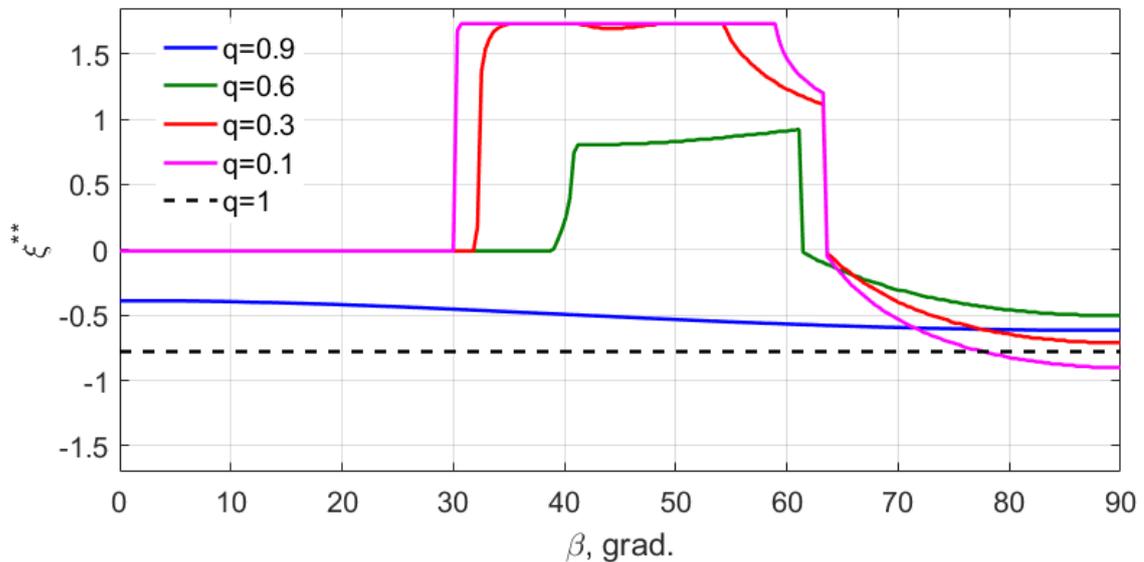


Рисунок 4.15 – Зависимости критической величины  $\xi^{**}$  от угла наклона  $\beta$  для различных степеней анизотропии поврежденности

При  $\beta > 65^\circ$  (третий интервал) деформирование материала становится неустойчивым в условиях преимущественного сжатия ( $\xi^{**} < 0$ ). Важно отметить, что в случае наклона трещиноватости субнормально действию минимальной главной деформации (угол  $\beta$  близок к  $90^\circ$ ) и высокой степени анизотропии  $q < 0.2$  критическая величина  $\xi^{**}$  будет меньше  $\xi_0$ .

#### 4.4 Идентификация и верификация модели

Для идентификации и верификации разработанной нелинейной модели с тензорным параметром поврежденности (4.22), (4.30), (4.35) были использованы экспериментальные данные по традиционному (по схеме Кармана) и истинному трехосному сжатию сухого песчаника Darley Dale при комнатной температуре, опубликованные в работе [220]. Данные по традиционному трехосному сжатию были использованы для идентификации параметров модели со скалярным и тензорным параметрами поврежденности.

После идентификации параметров модели была выполнена ее верификация на основе экспериментальных данных по истинному трехосному нагружению.

Выбор экспериментальных данных для проверки адекватности модели является принципиальным, так как именно традиционное и истинное трехосное сжатие существенно отличаются друг от друга по характеру накопления повреждений и позволяют подчеркнуть важность учета анизотропного характера накопления повреждений.

#### 4.4.1 Материал и условия проведения экспериментов

Песчаник Darley Dale представляет собой полевошпатовый песчаник с умеренной пористостью 13% и средним размером зерна 0.4 мм [344, 549]. Песчаник имеет явно выраженное субпараллельное напластование, вызванное его литогенезом. Образцы вырезались таким образом, чтобы одно из трех ортогональных направлений нагружения было перпендикулярно этому напластованию, а два других – параллельны (рис. 4.16).

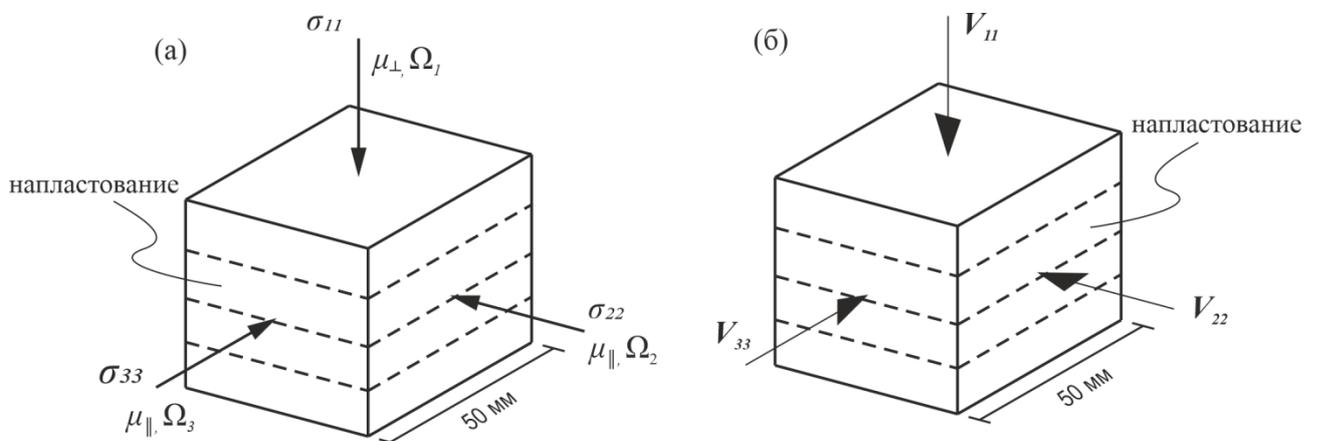


Рисунок 4.16 – Схема кубического слоистого образца с указанием ориентации осей нагружения (а) и направления распространения Р-волн (б)

Эксперименты проводились в Koninklijke Shell Exploratie en Productie Laboratoriu (KSEPL) (Rijswijk, Netherlands) на установке по трехосному независимому нагружению горных пород. Описание установки, схему закрепления образца и другие технические подробности можно найти в работах

[213, 220]. Необходимо отметить, что при нагружении образца установка позволяет записывать с заданной частотой нагрузку и деформацию по каждому из трех ортогональных направлений. Помимо этого, в процессе испытания осуществлялась непрерывная регистрация акустической эмиссии и измерение скоростей продольных волн в каждом из трех направлений.

Для того, чтобы охарактеризовать напряженно-деформированное состояние образца в процессе испытания, примем, что компонента  $\sigma_{11}$  соответствует максимальному главному напряжению  $\sigma_1$ , а компоненты  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  – промежуточного и минимального главным напряжениям соответственно как при традиционном ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ), так и при истинном ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) трехосных испытаниях. В обоих тестах максимальное главное напряжение всегда нормально к плоскости напластования.

Номенклатура продольных упругих волн, измеряемых в процессе нагружения, базируется на том же наборе ортогональных осей. Таким образом,  $V_{p11}$  – это скорость Р-волны в направлении действия максимального главного напряжения ( $V_{p\perp}$  при традиционном трехосном сжатии),  $V_{p22}$ ,  $V_{p33}$  – скорость Р-волн в двух других ортогональных направлениях ( $V_{p\parallel}$  при традиционном трехосном сжатии) (рис. 4.16).

#### **4.4.2 Идентификация параметров модели по данным традиционного трехосного сжатия песчаника Darley Dale**

Ввиду наличия напластования в испытанном песчанике Darley Dale, перпендикулярного оси максимального сжимающего напряжения, определяющие соотношения нелинейной модели с тензорной поврежденностью были переписаны для случая исходного трансверсально-изотропного материала.

В этом случае матрица жесткости имеет вид

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 2\mu_{\perp} + \lambda_{\perp} & \lambda_M & \lambda_M & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_M & 2\mu_{\parallel} + \lambda_{\parallel} & \lambda_{\parallel} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_M & \lambda_{\parallel} & 2\mu_{\parallel} + \lambda_{\parallel} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{bmatrix}. \quad (4.41)$$

Связь компонент тензора напряжений и деформаций для трансверсально-изотропного материала в случае соосных тензора деформаций и поврежденности в системе координат их главных осей определяется производными потенциала (4.19) по соответствующим компонентам тензора деформации (при  $\lambda_1 = 0, \mu_1 = \gamma\xi_0$ ):

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \lambda_{\perp}\varepsilon_1 + \lambda_M(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) + 2(\mu_{\perp} + \gamma\Omega_1^2\xi_0)\varepsilon_1 - \gamma\Omega_1\sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \gamma\xi^{(\Omega)}\Omega_1^2\varepsilon_1, \\ \sigma_2 &= \lambda_M\varepsilon_1 + \lambda_{\parallel}(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) + 2(\mu_{\parallel} + \gamma\Omega_2^2\xi_0)\varepsilon_2 - \gamma\Omega_2\sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \gamma\xi^{(\Omega)}\Omega_2^2\varepsilon_2, \\ \sigma_3 &= \lambda_M\varepsilon_1 + \lambda_{\parallel}(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) + 2(\mu_{\parallel} + \gamma\Omega_3^2\xi_0)\varepsilon_3 - \gamma\Omega_3\sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \gamma\xi^{(\Omega)}\Omega_3^2\varepsilon_3, \end{aligned} \quad (4.42)$$

где  $\sigma_i, \varepsilon_i, \Omega_i$  - главные напряжения, деформации и поврежденности, соответственно,  $\xi^{(\Omega)} = \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}}$  - параметр, характеризующий тип напряженно-

деформированного состояния поврежденного материала. Приведенные соотношения включают как члены, связанные с исходной анизотропией материала, так и связанные с анизотропией, индуцированной поврежденностью.

В экспериментах нарастающая анизотропия упругих свойств проявляется в вариациях скоростей продольных упругих волн, регистрируемых в трех ортогональных направлениях (рис. 4.16б). Линеаризация соотношений (4.42) позволяет получить выражения для скоростей Р-волн, зависящих как от свойств материала, так и от текущего напряженно-деформационного состояния и накопленной поврежденности в различных направлениях:

$$\begin{aligned}
\rho V_{p\perp}^2 &= \lambda_{\perp} + 2\mu_{\perp} + 2\gamma\Omega_1^2\xi_0 - 2\gamma\frac{\varepsilon_1\Omega_1^3}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \gamma\xi^{(\Omega)}\frac{\varepsilon_1^2\Omega_1^4}{I_2^{(\Omega)}} - \gamma\xi^{(\Omega)}\Omega_1^2, \\
\rho V_{p\parallel 2}^2 &= \lambda_{\parallel} + 2\mu_{\parallel} + 2\gamma\Omega_2^2\xi_0 - 2\gamma\frac{\varepsilon_2\Omega_2^3}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \gamma\xi^{(\Omega)}\frac{\varepsilon_2^2\Omega_2^4}{I_2^{(\Omega)}} - \gamma\xi^{(\Omega)}\Omega_2^2, \\
\rho V_{p\parallel 3}^2 &= \lambda_{\parallel} + 2\mu_{\parallel} + 2\gamma\Omega_3^2\xi_0 - 2\gamma\frac{\varepsilon_3\Omega_3^3}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} + \gamma\xi^{(\Omega)}\frac{\varepsilon_3^2\Omega_3^4}{I_2^{(\Omega)}} - \gamma\xi^{(\Omega)}\Omega_3^2.
\end{aligned} \tag{4.43}$$

Кинетические уравнения для роста главных поврежденностей и накопления необратимой деформации в соответствии с соотношениями (4.31), (4.35) имеют вид:

$$\frac{d\Omega_k}{dt} = \frac{L}{\sqrt{\Omega_l\Omega_l}}\gamma \left[ \varepsilon_k\sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \varepsilon_k^2\Omega_k \right], \tag{4.44}$$

$$\frac{d\varepsilon_k^{ir}}{dt} = \begin{cases} C_{\Omega} \frac{d\Omega_k^2}{dt} \tau_k, & \frac{d\Omega_k^2}{dt} > 0 \\ 0, & \frac{d\Omega_k^2}{dt} \leq 0 \end{cases}. \tag{4.45}$$

На рисунке 4.17 представлены траектории нагружения образца песчаника (образец DDS45, [220]), совмещенные с суммарным счетом акустической эмиссии. Образец предварительно всесторонне сжимается до напряжения 4 МПа, а далее осуществляется его одноосное сжатие в направлении действия  $\sigma_{11}$  при постоянном боковом подпоре  $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 4$  МПа. Активность акустической эмиссии резко возрастает примерно с 2000 секунды от начала нагружения, когда дифференциальное напряжение достигает величины 40 МПа.

На рисунке 4.18а представлены зависимости дифференциального напряжения ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) от осевой  $\varepsilon_{11}$ , объемной  $\varepsilon_V$  и средней поперечной  $\frac{1}{2}(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})$  деформаций образца. При низком уровне дифференциального напряжения до начала активного роста акустической эмиссии ожидается упругая реакция материала с постоянными модулями. Однако экспериментальные кривые «напряжение-деформация» (рис. 4.18а) демонстрируют значительные нелинейные изменения. В частности, наблюдается нелинейный рост объемной деформации, вызванный неупругим уплотнением материала.

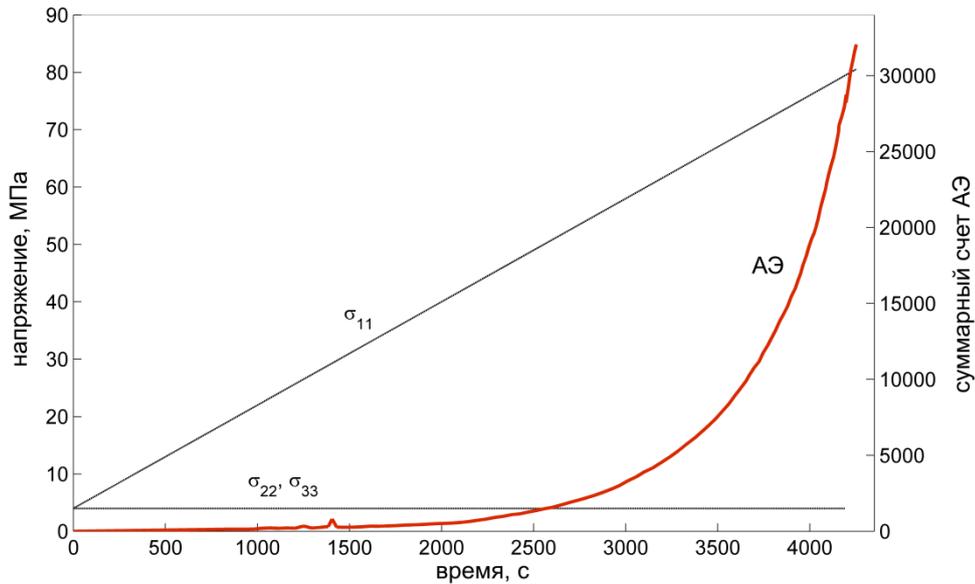


Рисунок 4.17 – Траектория нагружения (пунктирные линии) и суммарный счет АЭ (красная линия) для образца песчаника Darley Dale DDS45

В связи с тем, что разработанная нелинейная модель с тензорным параметром поврежденности не учитывает необратимую объемную деформацию, вызванную его уплотнением, экспериментальные кривые «напряжение-деформация» были скорректированы на неупругое уплотнение. Для оценки дополнительной объемной деформации, вызванной уплотнением, был использован эмпирический закон Ати [237], который связывает необратимую объемную деформацию  $\varepsilon_V^{ir}$  с давлением:

$$\varepsilon_V^{ir} = \Delta\varphi = a \left(1 - \exp\left(-\frac{P}{b}\right)\right), \quad (4.46)$$

где  $\Delta\varphi$  – изменение пористости,  $a, b$  – материальные параметры. В работе [356] параметры  $a, b$  были определены в экспериментах по гидростатическому сжатию песчаника Darley Dale. Используя эти значения ( $a = 0.34 \%$ ,  $b = 20$  МПа), были построены кривые «напряжение-деформация», скорректированные на неупругое уплотнение (рис. 4.18б). Скорректированные зависимости демонстрируют линейное поведение вплоть до 40 МПа, момента активизации акустической эмиссии. Необходимо отметить, что зависимости дифференциального напряжения от осевой и средней поперечной деформации

стартуют с разных значений, что указывает на анизотропный отклик материала уже на стадии всестороннего сжатия.

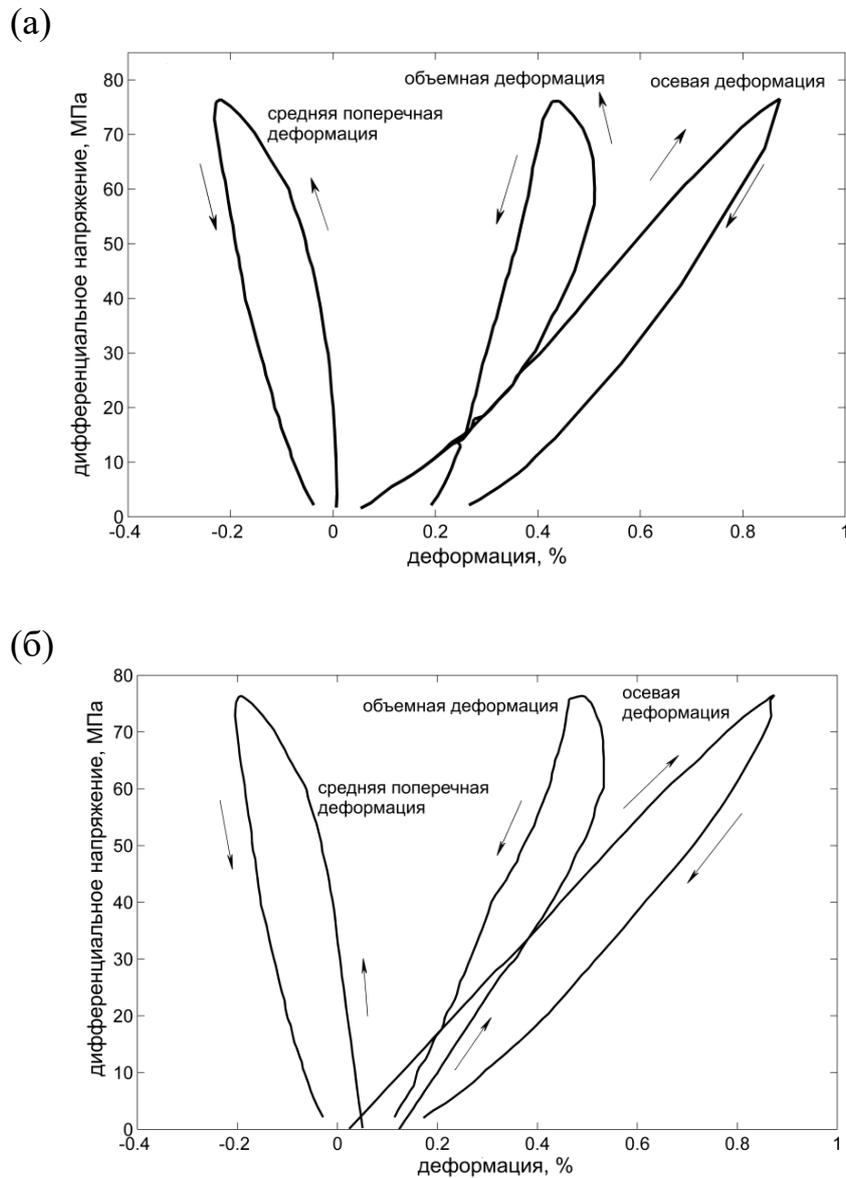


Рисунок 4.18 – Экспериментальные (а) и скорректированные на неупругое уплотнение (б) кривые «напряжение-деформация» для образца DDS45 [220]

Процедура идентификации параметров модели проводилась в три этапа. На первом этапе методом прямого поиска (метод Хука-Дживса) решалась задача минимизации невязки численных и экспериментальных данных для упругого участка кривых деформирования. В результате решения задачи определялись упругие модули трансверсально-изотропного материала, дополнительный модуль  $\gamma$  и начальные главные поврежденности  $\Omega_i^0$ . На

втором этапе решалась аналогичная задача минимизации уже для всего интервала активного нагружения. В результате были определены зависимости главных поврежденностей от времени и величина коэффициента  $C_{\Omega}$ . Дифференцирование найденных временных зависимостей главных поврежденностей на третьем этапе позволило оценить характер изменения кинетического коэффициента  $L$  с ростом (по модулю) среднего напряжения и предложить соответствующую аппроксимацию. Необходимо отметить, что при идентификации модели предполагалось, что поврежденность может только увеличиваться. Залечивание поврежденности игнорировалось, что при комнатной температуре и малых временах нагружения является физически оправданным.

Найденные в результате реализации процедуры идентификации материальные параметры и начальные поврежденности представлены в таблице 4.1. Для того, чтобы подчеркнуть эффект анизотропии, индуцированной поврежденностью, были построены также кривые деформирования, определяемые моделью со скалярным параметром поврежденности (для найденного набора материальных параметров). Сравнение экспериментальных кривых и теоретических, вычисленных по моделям с анизотропной и изотропной поврежденностью, представлено на рисунке 4.19.

Таблица 4.1 Параметры, найденные в результате идентификации модели по данным традиционного трехосного сжатия песчаника Darley Dale

|                                  |                         |                   |                         |                     |                |         |
|----------------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------------|---------------------|----------------|---------|
| $\lambda_{\parallel}$ , ГПа      | $\lambda_{\perp}$ , ГПа | $\lambda_M$ , ГПа | $\mu_{\parallel}$ , ГПа | $\mu_{\perp}$ , ГПа | $\gamma$ , ГПа | $\xi_0$ |
| 1.2                              | 1.6                     | 1.58              | 3.1                     | 4.13                | 4.36           | -0.94   |
| $C_{\Omega}$ , МПа <sup>-1</sup> | $\Omega_1^0$ , %        | $\Omega_2^0$ , %  | $\Omega_3^0$ , %        |                     |                |         |
| $0.33 \cdot 10^{-4}$             | 0.1                     | 0.9               | 0.9                     |                     |                |         |

Из рисунка видно, что модель со скалярным параметром поврежденности неудовлетворительно описывает экспериментальные кривые ввиду как не учёта

исходной анизотропии, так и различий в накоплении поврежденности по различным направлениям.

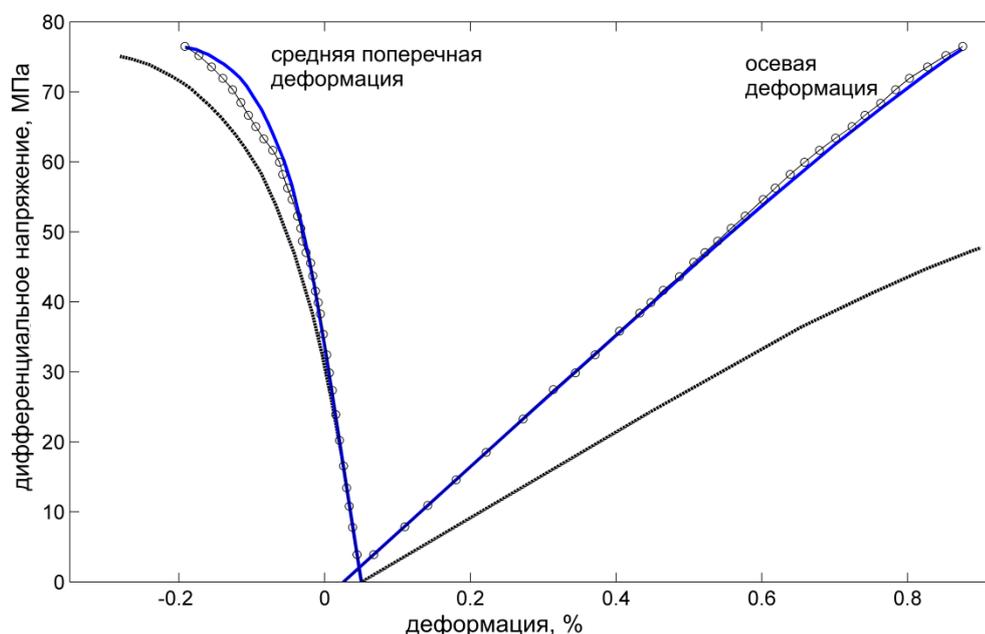


Рисунок 4.19 – Сравнение экспериментальных (символы) и расчетных кривых «напряжение-деформация» для модели с изотропной (черная кривая) и анизотропной (синяя кривая) поврежденностью

Модель с тензорной поврежденностью, определяемая соотношениями (4.42), (4.44) – (4.45), позволяет не только качественно, но и количественно описать экспериментальные кривые традиционного трехосного сжатия песчаника Darley Dale. Погрешность между экспериментальными и расчетными кривыми не превышает 7.5%

Полученный в результате второго этапа идентификации модели рост главных поврежденностей  $\Omega_2, \Omega_3$  с течением времени хорошо согласуется с наблюдаемым в эксперименте ростом суммарного счета акустической эмиссии (рис. 4.20). Необходимо отметить, что для сравнения с акустико-эмиссионной активностью построены зависимости квадрата главных поврежденностей, так как в работах по континуальной механики поврежденности, как правило, активность АЭ сопоставляется с параметром поврежденности  $\alpha$ , прямо пропорционально которому деградируют упругие модули.

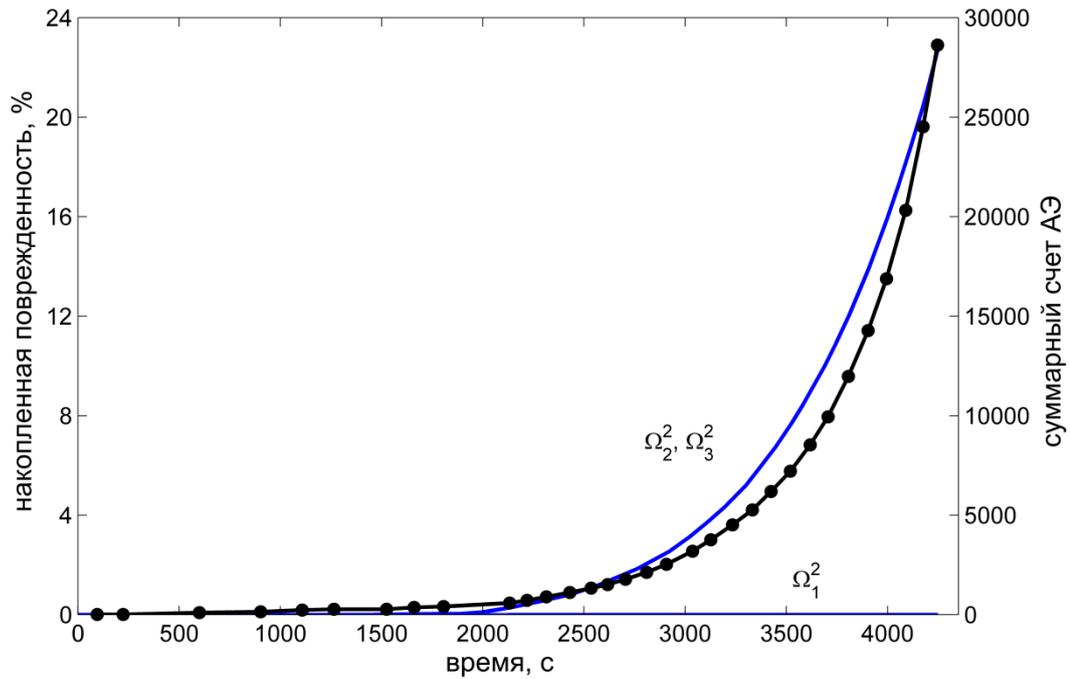


Рисунок 4.20 – Совмещенные временные зависимости накопленной поврежденности и суммарного счета акустической эмиссии

В результате реализации третьего этапа идентификации параметров модели была построена зависимость кинетического коэффициента  $L$  от среднего напряжения (рис. 4.21). Найденная зависимость удовлетворительно аппроксимируется экспоненциальной функцией вида:

$$L(\sigma_M) = c_1 + c_4 \exp \left[ \frac{c_2 + \sigma_M}{c_3} \right], \quad (4.47)$$

где  $c_1 = 113.85 \text{ (МПа} \cdot \text{с)}^{-1}$ ,  $c_2 = 24.1 \text{ МПа}$ ,  $c_3 = 0.83 \text{ МПа}$ ,  $c_4 = 1 \text{ (МПа} \cdot \text{с)}^{-1}$ . Аналогичная аппроксимация ранее была предложена в работе [408] при использовании нелинейной модели со скалярным параметром поврежденности для описания деформирования и разрушения гранита Вестерли при его одноосном сжатии при различных уровнях бокового подпора.

На рисунке 4.22 представлены экспериментальные временные зависимости скоростей продольных волн поперек и вдоль напластования и расчетные кривые, вычисленные на основе соотношения (4.43), найденных материальных параметров (таблица 4.1) и эволюции главных поврежденностей (рис. 4.20).

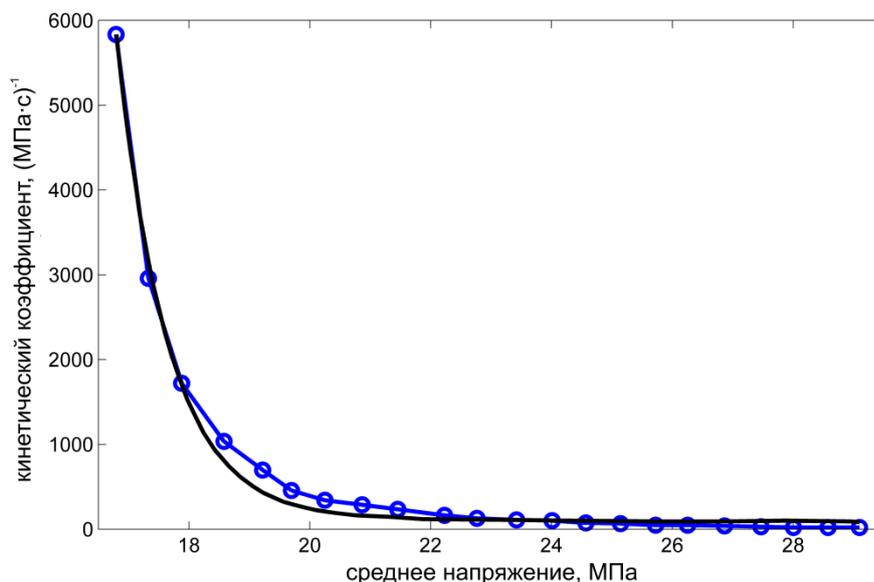


Рисунок 4.21 – Зависимость кинетического коэффициента  $L$  (синяя кривая с символами) от среднего напряжения (черная линия – найденная аппроксимация) (среднее напряжение взято с обратным знаком)

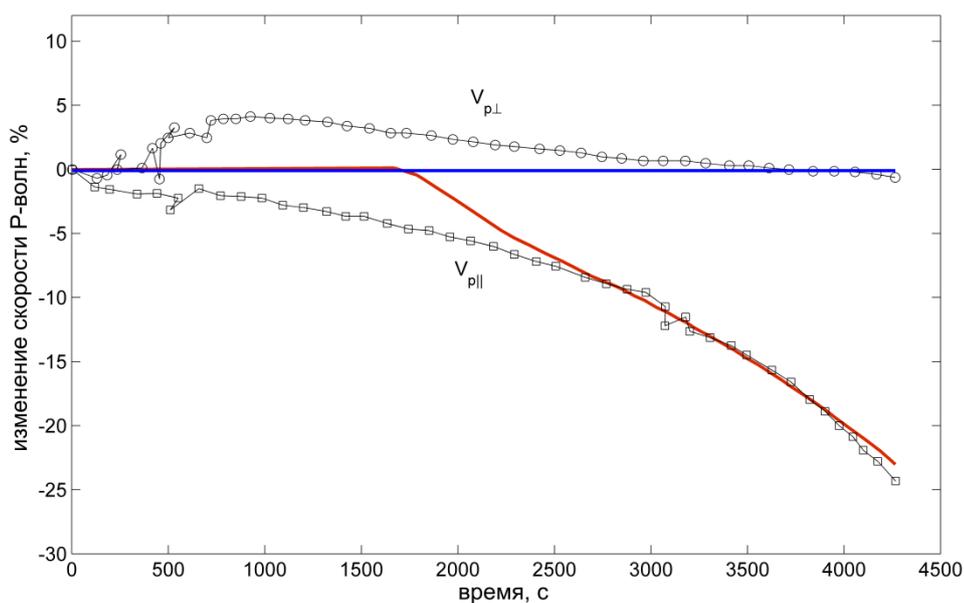


Рисунок 4.22 – Экспериментальное (символы) и расчетное (линии) изменение скоростей продольных волн в двух ортогональных направлениях с течением времени

Модель предсказывает постоянную скорость продольных волн в обоих направлениях до момента роста поврежденности (появления АЭ) и значительное снижение скорости (более 20%) в направлении параллельно

напластованию при более высоких нагрузках (начиная с 2000 с.). Несмотря на имеющееся расхождение между наблюдаемыми и смоделированными изменениями скоростей продольных волн, предложенная модель позволяет описать эффект снижения скоростей, индуцированный ростом определенно ориентированной трещиноватости (поврежденности). Наблюдаемые вариации скоростей, в том числе в направлении перпендикулярном напластованию, могут быть связаны с неупругим необратимым уплотнением материала.

#### **4.4.3 Верификация модели по данным истинного трехосного сжатия песчаника Darley Dale**

Нелинейная модель деформирования материала с анизотропной (ортотропной в общем случае) поврежденностью, параметры которой были идентифицированы на экспериментах по традиционному трехосному сжатию песчаника Darley Dale, была верифицирована на экспериментальных данных по истинному трехосному сжатию этого же материала [220].

Траектории нагружения и суммарный счет акустической эмиссии, зарегистрированной в эксперименте, представлены на рисунке 4.23. Образец песчаника предварительно всесторонне сжимался до напряжения 4 МПа. Далее, минимальное главное напряжение  $\sigma_3 = \sigma_{33} = 4$  МПа поддерживалось постоянным, промежуточное главное напряжение  $\sigma_2 = \sigma_{22}$  монотонно увеличивалось с 4 до 40 МПа, а максимальное главное напряжение  $\sigma_1 = \sigma_{11}$  монотонно увеличивалось с удвоенной скоростью с 4 до 80 МПа (рис. 4.23). Полученные кривые «напряжение-деформация» также были скорректированы на необратимое уплотнение с использованием оценки (4.46).

Для моделирования истинного трехосного сжатия песчаника Darley Dale на каждом шаге по времени компоненты тензора упругой деформации рассчитывались с использованием экспериментальных значений компонент тензора напряжений, найденных материальных параметров (таблица 4.1) и главных поврежденностей с предыдущего временного шага. Полученные

компоненты тензора деформации использовались для расчета эволюции главных поврежденностей (соотношения (4.44), (4.47)) и необратимой деформации (соотношение (4.45)).

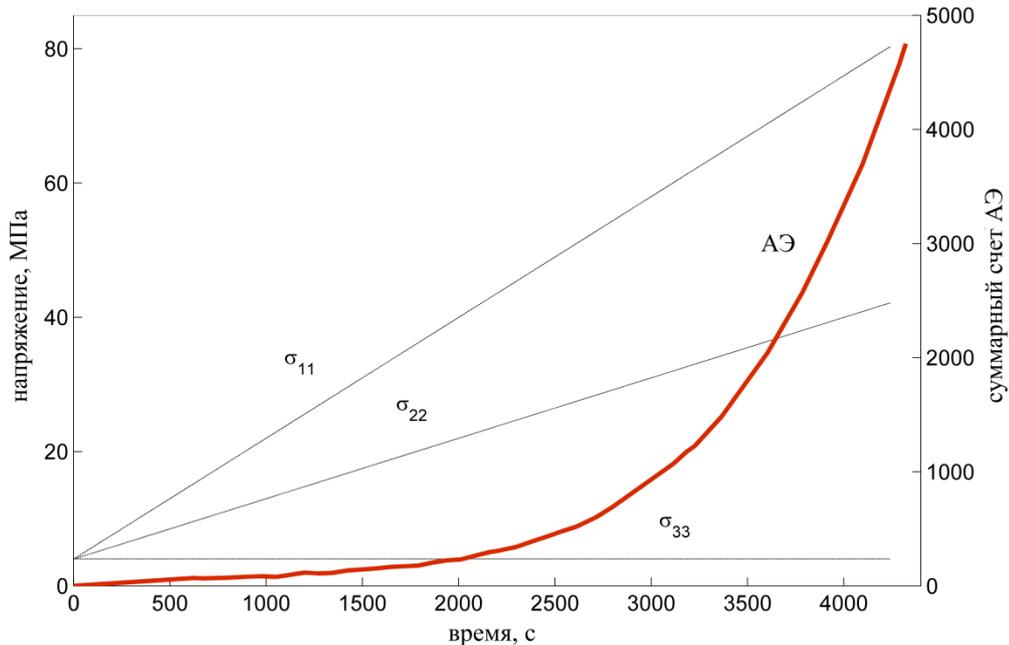


Рисунок 4.23 – Траектории нагружения (пунктирные линии) и суммарный счет АЭ (красная линия) для истинно трехосного испытания образца песчаника Darley Dale [220]

В случае истинного трехосного сжатия модель предсказывает рост только поврежденности  $\Omega_3$  (синяя линия, рис. 4.24), с неизменными поврежденностями  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ . Это согласуется с интерпретацией экспериментальных результатов, согласно которой в случае истинного трехосного сжатия происходит рост только микротрещин, ориентированных субнормально к  $\sigma_3$  [220]. Характер изменения поврежденности  $\Omega_3$  также коррелирует с суммарным счетом АЭ. Несмотря на несоответствие момента начала роста поврежденности  $\Omega_3$  и активизации акустической эмиссии, расчетные кривые «напряжение-деформация» для всех трех компонент имеют хорошее соответствие с экспериментальными кривыми (рис. 4.25) (погрешность не превышает 5%).

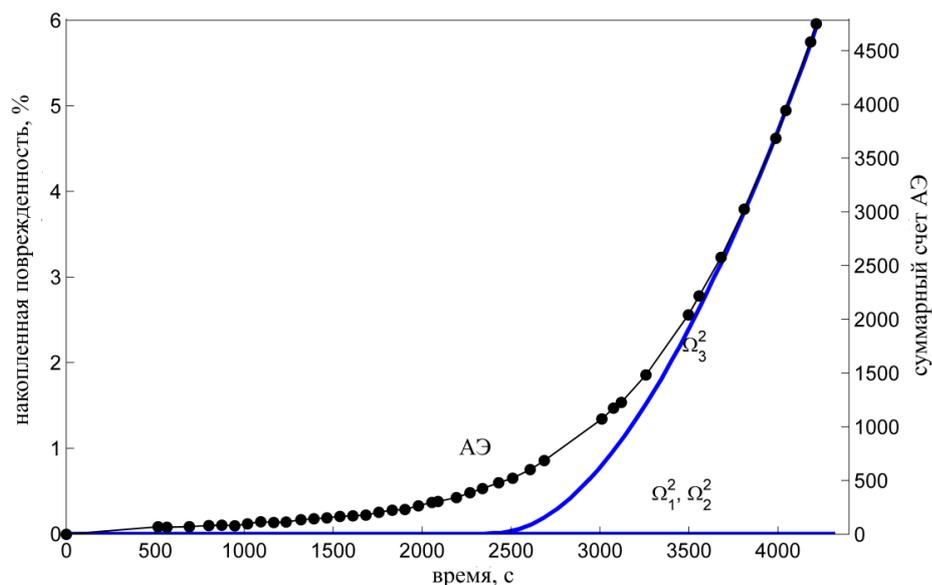


Рисунок 4.24 - Совмещенные временные зависимости накопленной поврежденности и суммарного счета акустической эмиссии

Необходимо отметить, что накопленная поврежденность  $\Omega_3^2$  в эксперименте по истинному трехосному сжатию песчаника составляет 6%, что существенно ниже значений, полученных для эксперимента по одноосному сжатию с боковым подпором (более 20%). Поэтому как экспериментальные, так и расчетные кривые «напряжение-деформация» имеют слабую нелинейность, проявляющуюся при значительном уровне дифференциального напряжения (рис. 4.25).

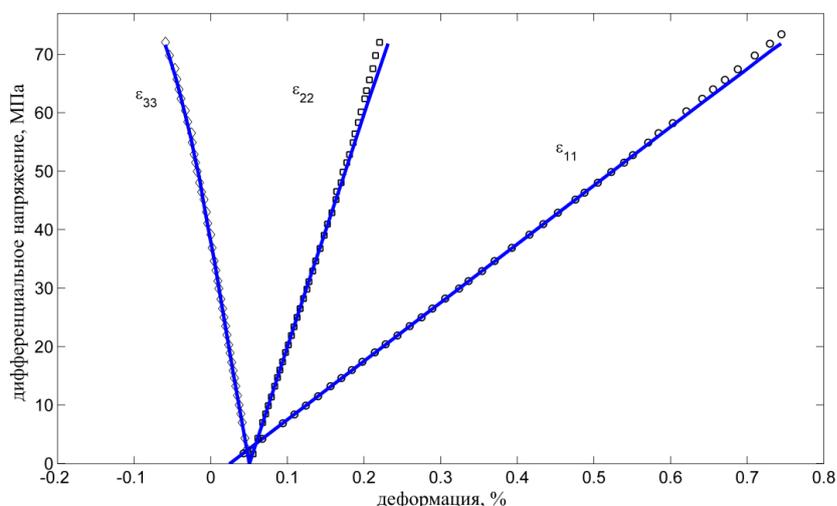


Рисунок 4.25 – Сравнение экспериментальных (символы) и расчетных кривых (линии) «напряжение-деформация»

Рост поврежденности только в одном из трех ортогональных направлений, совпадающих с направлением действия главных напряжений, отражается на характере изменений скоростей продольных волн в этих направлениях. Модель предсказывает неизменность скоростей  $V_{p11}$  и  $V_{p22}$  в направлениях активного сжатия и уменьшение скорости  $V_{p33}$  на 3% из-за роста поврежденности  $\Omega_3$  (рис. 4.26), что качественно и количественно согласуется с экспериментальными данными.

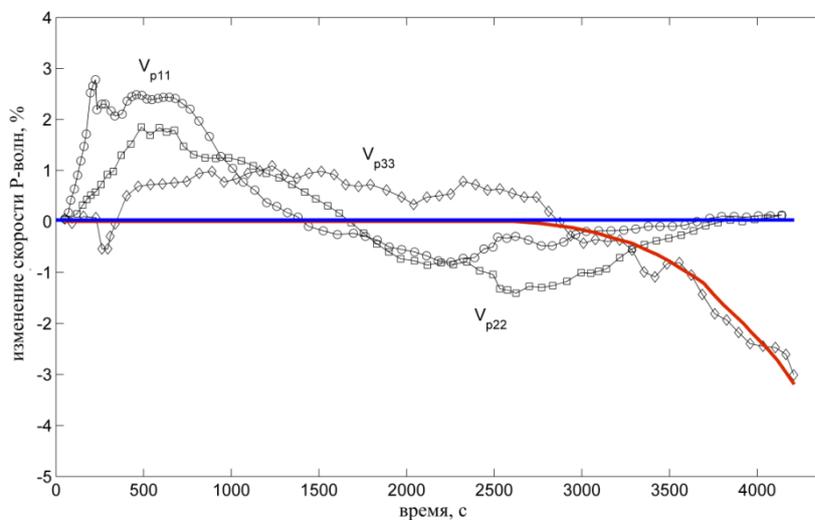


Рисунок 4.26 – Экспериментальное (символы) и расчетное (линии) изменение скоростей продольных волн в трех ортогональных направлениях с течением времени

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что найденные в результате идентификации модели параметры позволяют адекватно описать деформирование образца песчаника Darley Dale в условиях истинного трехосного сжатия.

## 4.5 Ориентации микротрещиноватости в хрупком твердом теле при традиционном трехосном сжатии

### 4.5.1 Критерий Кулона-Мора и угол наклона площадки среза

В 1773 году Шарль-Огюстен де Кулон предложил критерий разрушения материала при сжатии, ставший впоследствии основополагающим в

геомеханике [282]. Согласно этому критерию разрушение материала происходит вдоль плоскости, на которой действующее касательное напряжение превышает эффективное нормальное напряжение, складывающееся из сцепления  $C$  и произведения давления на коэффициент трения  $\chi$ :

$$|\tau| = \chi\sigma_n + C. \quad (4.48)$$

В свою очередь, сцепление  $C$  (или когезия) является собственной прочностью материала на сдвиг, а коэффициент трения определяется углом внутреннего трения  $\varphi = \tan^{-1}(\chi)$ . Ориентация плоскости, по которой происходит разрушение материала (плоскости среза или сдвига), определяется максимумом кулоновских напряжений  $|\tau| - \chi\sigma_n$  и задается углом Кулона-Мора относительно направления действия максимального главного сжимающего напряжения:

$$\theta_{\text{КМ}} = \pm \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (4.49)$$

Коэффициент сцепления и угол внутреннего трения обуславливают прочностные характеристики породы, а для их определения проводятся испытания цилиндрических образцов на одноосное сжатие с боковым подпором (схема Кармана) [44], которое в зарубежной литературе носит название традиционного трехосного сжатия. Несмотря на недостатки способа определения механических и прочностных свойств горных пород в экспериментах по схеме Кармана, этот вид испытаний в настоящее время остается наиболее распространенным и лежит в основе соответствующих ГОСТов. Наиболее полный обзор по традиционному и истинному трехосному сжатию горных пород с анализом недостатков и преимуществ каждого их подходов представлен в [70]. Также необходимо отметить, что соотношение (4.49) легло в основу модели образования разломов в обстановке чистого сдвига Кулона-Андерсона [233], которая широко используется в тектонофизике для интерпретации ориентации вторичных разрывов и разломов в поле действующих тектонических сил [483, 499].

Общепризнанным представлением о разрушении как эволюционном многомасштабном процессе является постепенное накопление повреждений с ростом приложенных напряжений и их локализация в узкой зоне, приводящая к макроскопическому разрушению. Несмотря на повсеместное использование критерия Кулона-Мора, вопрос о наклоне зоны локализованной поврежденности все еще остается дискуссионным. Прямое численное моделирование упругих взаимодействий, слияния и локализации микроповреждений показало, что ориентация образующейся магистральной трещины (разлома) в хрупком материале в условиях традиционного трехосного сжатия не соответствует углу Кулона-Мора  $\theta_{\text{KM}}$  [274]. При моделировании использовались соотношения классической континуальной механики поврежденности для изотропного линейно-упругого материала с уменьшающимся модулем Юнга как функцией скалярного параметра поврежденности.

Авторы работы [274] пришли к выводу, что несоответствие между углом разлома и углом, предсказанным моделью Кулона-Мора, указывает на то, что разрушение при сжатии является результатом коллективного развития повреждений внутри образца и их далекодействующего упругого взаимодействия. Также они предположили, что критерий Кулона-Мора не позволяет оценить параметры материала, традиционно определяемые по углу магистральной трещины [364].

Полученные в [274] зависимости угла наклона зоны локализации разрушения от коэффициента Пуассона и других параметров модели не означают неспособность теории Кулона-Мора описывать ориентацию магистральных трещин при разрушении материала, а вместе с экспериментальными данными указывают на необходимость отказа от представлений идеального линейно-упругого тела. Горные породы, как и многие другие хрупкие тела, представляют собой неоднородную среду, содержащую микротрещины, поры и различные структурные неоднородности. Макроскопические свойства такой среды зависят от вида нагружения или вида

деформирования. Это приводит к индуцированной дефектами анизотропии упругих свойств среды в процессе ее деформирования, взаимосвязи сдвигового и объемного деформирования, что проявляется в виде нелинейного отклика среды на приложенную нагрузку.

Далее будет рассмотрено решение двух задач об ориентации трещиноватости в хрупком твердом теле при одноосном сжатии с боковым подпором на основе разработанной нелинейной модели с тензорным параметром поврежденности, которые позволят подтвердить или опровергнуть вывод авторов работы о неспособности модели Кулона-Мора предсказывать угол наклона площадки сдвига/среза.

#### **4.5.2 Ориентация микротрещиноватости при традиционном трехосном сжатии исходно трещиноватого материала**

Рассмотрим задачу развития поврежденности при одноосном сжатии с боковым подпором ( $\sigma_{zz} = \sigma_1 > \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_2 = \sigma_3$ ) материала, имеющего в исходном состоянии определенно ориентированную микротрещиноватость. Исходная трещиноватость задается главными значениями тензора поврежденности  $\Omega_3 = \Omega > \Omega_1 = \Omega_2 = q\Omega$ ,  $q \in [0,1]$ . Параметр  $q$  определяет степень анизотропии поврежденности материала. Такой вид тензора поврежденности соответствует материалу с ансамблем одинаково ориентированных микротрещин. Ориентация трещиноватости определяется эллипсоидом поврежденности. Вращение эллипсоида поврежденности допускается только вокруг оси  $OY$ , а его ориентация задается углом  $\beta \in [0^\circ, 90^\circ]$  между осью активного сжатия и главной осью, соответствующей максимальной главной поврежденности  $\Omega_3$  (рис. 4.27). Так случай  $\beta = 0^\circ$  соответствует случаю горизонтально ориентированной микротрещиноватости (см. например, рис. 4.9), а  $\beta = 90^\circ$  – случаю вертикально ориентированной микротрещиноватости.

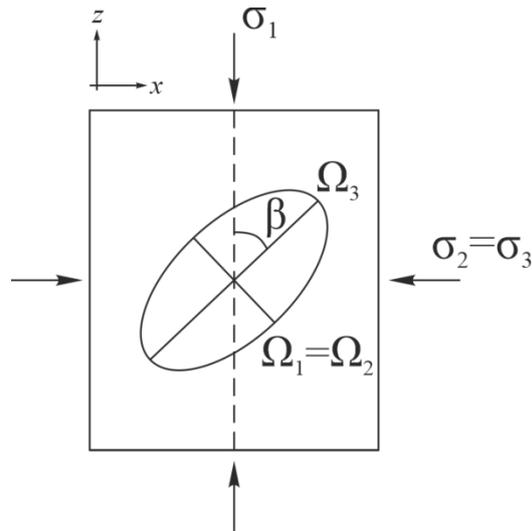


Рисунок 4.27 – Ориентация эллипсоида поврежденности относительно оси активного сжатия

Будем работать в системе координат главных осей тензора напряжений  $\{x, y, z\}$ . Компоненты тензора напряжений и производные компонент тензора поврежденности по времени задаются соотношениями (4.22) и (4.30) соответственно. В таблице 4.2 представлены материальные параметры и параметры нагружения, использованные для расчета деформаций, и скоростей изменения компонент тензора поврежденности. Критический параметр  $\xi_0$ , отвечающий за рост поврежденности, для заданного угла внутреннего трения и упругих свойств в соответствии с (4.5) равен  $\xi_0 = -0.794$ .

Таблица 4.2. Материальные параметры и параметры нагружения

| Упругие модули, ГПа |         |          | Угол внутреннего трения, град. | Критический параметр | Кинетический коэффициент              | Параметры нагружения, МПа |            |
|---------------------|---------|----------|--------------------------------|----------------------|---------------------------------------|---------------------------|------------|
| $\lambda_0$         | $\mu_0$ | $\gamma$ | $\varphi$                      | $\xi_0$              | $L, (\text{МПа} \cdot \text{с})^{-1}$ | $\sigma_2 = \sigma_3$     | $\sigma_1$ |
| 1.0                 | 1.0     | 1.16     | 40                             | -0.794               | 1                                     | -50                       | -229.5     |

Будем решать задачу для бокового подпора  $\sigma_2 = \sigma_3 = 50$  МПа, а осевую нагрузку определим из критерия Кулона-Мора  $\sigma_1 = \sigma_2 \frac{1+\sin \varphi}{1-\sin \varphi}$ . Примем также, что степень исходной анизотропии поврежденности составляет либо 10%

( $q = 0.1$ ), либо 50% ( $q = 0.5$ ). Квадрат средней поврежденности или ее скалярный эквивалент равен 0.1 (т.е.  $\frac{1}{3}(\Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3) = \sqrt{\alpha} = \sqrt{0.1}$ ).

Из (4.22) найдем компоненты тензора деформации, соответствующие приложенным напряжениям и построим скорости изменения компонент тензора поврежденности, а также среднюю скорость изменения поврежденности от угла  $\beta$ . Полученные зависимости представлены на рисунке 4.28. Видно, что компонента  $\frac{d\Omega_{xx}}{dt}$  всегда положительная, что отражает рост вертикально ориентированной микротрещиноватости вдоль направления осевой нагрузки (рис. 4.27) или, другими словами, рост микротрещиноватости перпендикулярно направлению минимального главного напряжения.

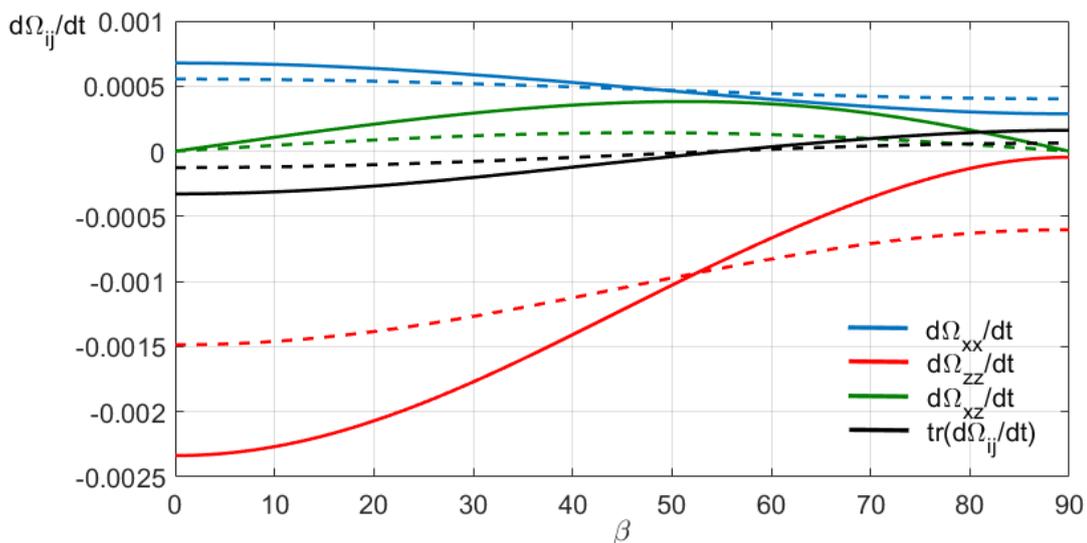


Рисунок 4.28 – Зависимости компонент тензора скорости поврежденности от угла ориентации поврежденности  $\beta$  для  $q = 0.1$  (сплошные линии),  $q = 0.5$  (пунктирные линии)

Компонента  $\frac{d\Omega_{zz}}{dt}$  при любом угле  $\beta$  отрицательная, что также закономерно, так как в направлении активного сжатия будет наблюдаться только закрытие или «залечивание» существующих микротрещин в независимости от ориентации исходной трещиноватости.

Средняя скорость роста поврежденности  $tr\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)$ , начиная с угла  $55^\circ$ , становится положительной. Также необходимо отметить, что степень анизотропии влияет на амплитуду указанных компонент тензора скорости роста поврежденности (сплошные и пунктирные линии на рис. 4.28), но не меняет форму их зависимости от угла  $\beta$ . Существенное влияние параметра  $q$  наблюдается лишь для недиагональной компоненты  $\frac{d\Omega_{xz}}{dt}$ . При стремлении  $q \rightarrow 1$  (изотропной исходной микротрещиноватости) величина  $\frac{d\Omega_{xz}}{dt} \rightarrow 0$  для любого  $\beta$ .

Особенностью деформирования материала с исходной анизотропной трещиноватостью является генерация новых микротрещин с ориентацией, не совпадающей с имеющейся микротрещиноватостью. Математически это выражается в несоосности тензора скорости изменения поврежденности и тензора поврежденности.

Построим зависимости максимального  $\dot{\Omega}_{pv+}$  и минимального  $\dot{\Omega}_{pv-}$  собственных значений тензора скорости изменения поврежденности от угла ориентации исходной поврежденности (рис. 4.29а). При вариации угла  $\beta$  ориентации исходной трещиноватости минимальное собственное значение тензора скорости роста поврежденности  $\dot{\Omega}_{pv-}$  меняется более значительно, чем положительное  $\dot{\Omega}_{pv+}$ . Вектора, соответствующие этим главным собственным значениям, указывают направления максимального раскрытия и закрытия берегов существующих микротрещин, а также, в случае  $\dot{\Omega}_{pv+}$ , ориентацию новых микротрещин, рост которых инициирован приложенными напряжениями. На рис. 4.29б построены зависимости углов между направлением активного сжатия и направлениями  $\dot{\Omega}_{pv+}$  (угол  $\psi_{pv+}$ ),  $\dot{\Omega}_{pv-}$  (угол  $\psi_{pv-}$ ).

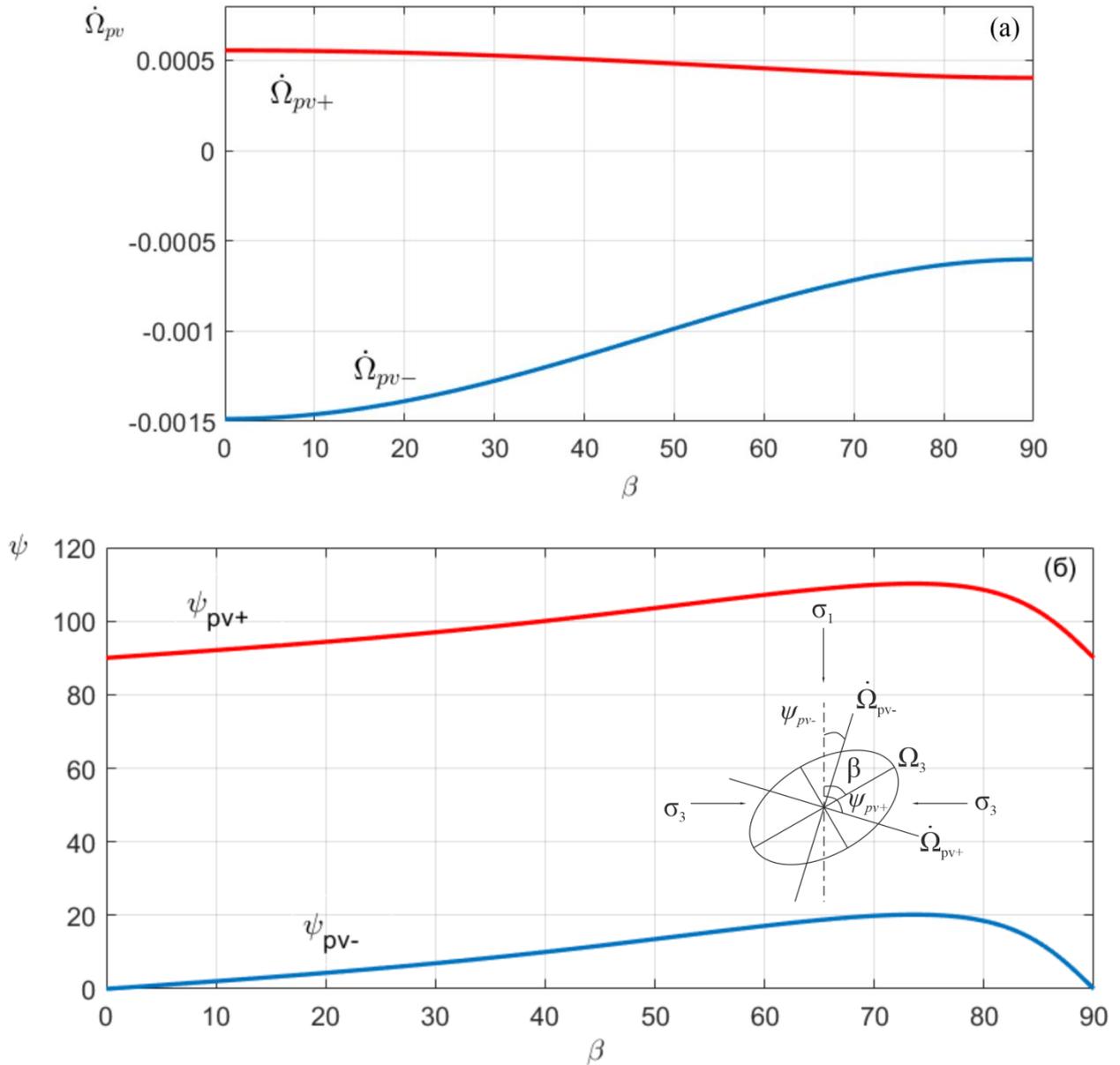


Рисунок 4.29 – Зависимости максимального  $\dot{\Omega}_{pv+}$ , минимального  $\dot{\Omega}_{pv-}$  главных значений тензора скорости изменения поврежденности (а) и углов  $\psi_{pv+}$ ,  $\psi_{pv-}$  (б) от угла ориентации  $\beta$  для  $q = 0.1$

Из рисунка 4.29б видно, что угол между направлением, соответствующим минимальному главному значению тензора скорости роста поврежденности  $\psi_{pv-}$  (синяя линия), и направлением активного сжатия не превышает  $20^\circ$  при вариациях угла ориентации исходной поврежденности. При этом максимальное отклонение  $\psi_{pv-}$  от направления активного сжатия соответствует  $\beta = 73^\circ$ , а при  $\beta = 0^\circ$  и  $\beta = 90^\circ$  направление, соответствующее минимальному главному

значению тензора скорости в точности совпадает с направлением активного сжатия. Аналогичная ситуация наблюдается для угла, соответствующего максимальному главному значению. При  $\beta = 73^\circ$  наблюдается максимальное отклонение  $\psi_{pv+}$  от направления минимального главного сжимающего напряжения  $\sigma_3$  в  $20^\circ$ , при  $\beta = 0^\circ$  и  $\beta = 90^\circ$  направление максимального роста поврежденности в точности ему соответствует.

Полученные решения показывают, что в случае материала с исходной анизотропией упругих свойств, вызванной поврежденностью, одноосное сжатие с боковым подпором приводит к росту вторичной трещиноватости, ориентированной субвертикально. Степень отклонения от ориентации исходной трещиноватости определяется степенью анизотропии поврежденности. Стоит отметить, что ранее в экспериментах по истинному трехосному сжатию песчаника Darley Dale [220] было показано, что в процессе деформирования происходит формирование микротрещин, ориентированных перпендикулярно направлению оси минимального главного напряжения с отклонением не более  $\pm 18^\circ$ .

На рисунке 4.30 представлена геометрическая интерпретация найденных решений.

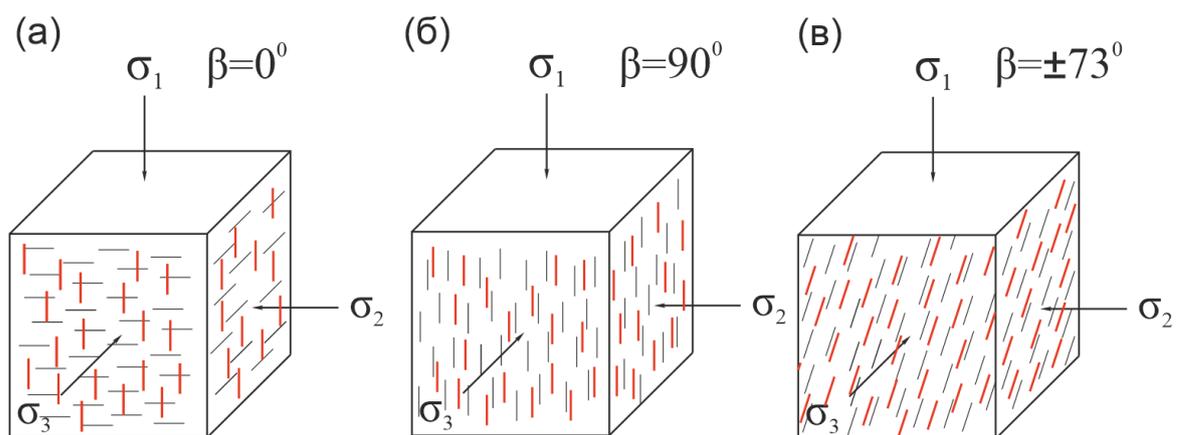


Рисунок 4.30 – Геометрическая интерпретация найденных решений для угла  $\psi_{pv+}$  при различном наклоне исходной микротрещиноватости (серый цвет – исходные микротрещины, красный цвет – вновь образующиеся микротрещины)

Так в случае исходной горизонтальной ориентированной (рис. 4.30а) и вертикально ориентированной (рис. 4.30б) микротрещиноватости при одноосном сжатии с боковым подпором, в материале будут формироваться микротрещины отрыва, ориентированные параллельно направлению действия максимального сжимающего напряжения. В случае исходной трещиноватости, ориентированной под углом  $\pm 73^\circ$  к направлению активного сжатия, вновь образующиеся микротрещины будут иметь наибольший угол отклонения от направления действия максимального сжимающего напряжения  $\sigma_1$  равный  $20^\circ$  (рис. 4.30в).

### 4.5.3 Ориентация и внутренняя структура зоны локализованной поврежденности при традиционном трехосном сжатии материала

Множественные экспериментальные наблюдения показывают, что процесс накопления повреждений при достижении некоторой критической плотности микротрещин приводит к формированию зоны локализованной поврежденности, ориентированной под острым углом к направлению активного сжатия. Согласно критерию Кулона-Мора, этот угол определяется углом внутреннего трения (4.49). Как было сказано ранее, прямое численное моделирование традиционного трехосного сжатия с использованием модели линейной упругости не позволило подтвердить это утверждение [274].

Рассмотрим задачу о традиционном трехосном сжатии материала в поле напряжений  $\sigma_{zz} = \sigma_1 > \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_2 = \sigma_3$  с зоной локализованной поврежденности, ориентированной по отношению к оси активного сжатия  $Oz$  под углом  $\theta$  (рис. 4.31).

В случае упругого изотропного неповрежденного тела определяющие соотношения имеют вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz} = \varepsilon_1 &= \frac{1}{2\mu_0} \left[ \sigma_1 - \frac{\lambda_0}{3\lambda_0 + 2\mu_0} (2\sigma_1 + \sigma_3) \right], \\ \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 &= \frac{1}{2\mu_0} \left[ \sigma_3 - \frac{\lambda_0}{3\lambda_0 + 2\mu_0} (2\sigma_1 + \sigma_3) \right]. \end{aligned} \quad (4.50)$$

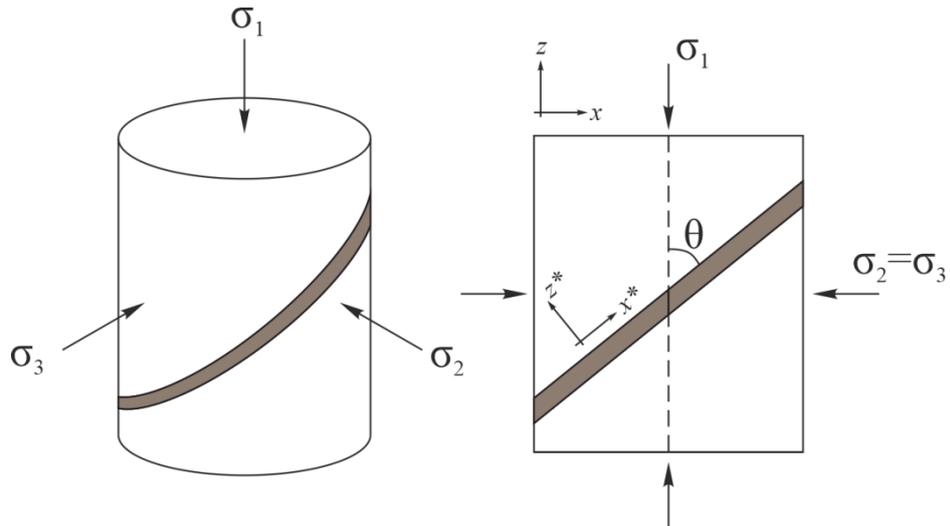


Рисунок 4.31 – Геометрия образца с зоной локализованной поврежденности при одноосном сжатии с боковым подпором

Зона локализованной поврежденности представляет собой сплошной материал с заниженными упругими свойствами. Условие непрерывности перемещений и усилий на границах зоны (проскальзывание отсутствует) приводит к следующей системе равенств для напряжений:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{zz}^* &= \sigma_3 \cos^2 \theta + \sigma_1 \sin^2 \theta, \\
 \sigma_{xz}^* &= (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \theta \cos \theta, \\
 \sigma_{yy}^* &= \sigma_2, \\
 \sigma_{xx}^* &= \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta.
 \end{aligned}
 \tag{4.51}$$

Аналогичные равенства имеют место для компонент тензора деформации. С использованием первых двух равенств в (4.51) для заданного уровня поврежденности в локализованной зоне найдем  $\varepsilon_{zz}^*$  и  $\varepsilon_{xz}^*$ , а потом построим зависимость скорости роста поврежденности (средней поврежденности) от угла, чтобы определить оптимальный угол наклона зоны  $\theta$  с точки зрения эффективности диссипации энергии в соответствии с кинетическими уравнениями (4.30).

**Нелинейная модель со скалярным параметром поврежденности.** Для расчета скорости роста поврежденности в зависимости от угла наклона  $\theta$  зоны локализованной поврежденности (рис. 4.31) в реологической нелинейной модели со скалярным параметром поврежденности используем выражения (4.3)

для компонент  $\sigma_{zz}^*(\alpha)$ ,  $\sigma_{xz}^*(\alpha)$  и (4.4) для скорости изменения поврежденности. Величину приложенных напряжений и материальные константы примем такими же, как в задаче об ориентации микротрещиноватости (см. Таблицу 4.2).

На рисунке 4.32 представлена зависимость скорости роста поврежденности от угла наклона зоны  $\theta$  для  $\alpha=0.1$ . Модель со скалярным параметром поврежденности предсказывает, что максимальная величина скорости роста поврежденности достигается при угле  $\theta = 25^\circ$ , что в точности соответствует критерию Кулона-Мора  $\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ .

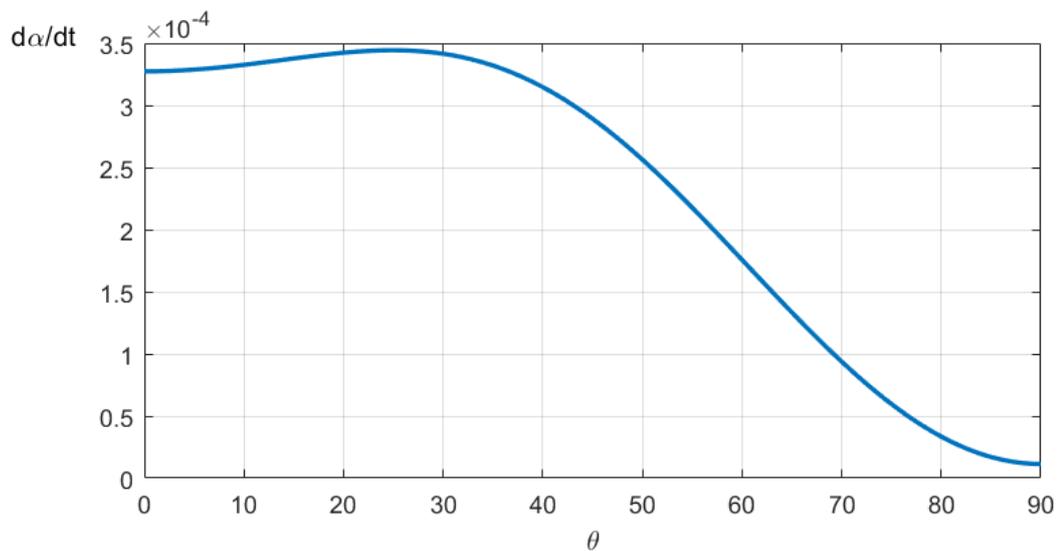


Рисунок 4.32 – Зависимость скорости роста поврежденности от угла наклона зоны локализованной поврежденности

Для других значений поврежденности  $\alpha$  оптимальный угол наклона зоны отличается от угла Кулона-Мора не более чем на  $\pm 4^\circ$  (рис. 4.33). Аналогичный результат получен для материала с другими значениями угла внутреннего трения.

Представленный результат не является тривиальным, так как ранее в [274] было показано, что линейно-упругие модели не позволяют получить ориентацию зоны локализованной поврежденности, соответствующую критерию Кулона-Мора. При этом для предложенной модели совпадение направления локализации с направлением плоскости сдвига является

закономерным, поскольку пороговый параметр  $\xi_0$  определяется углом внутреннего трения.

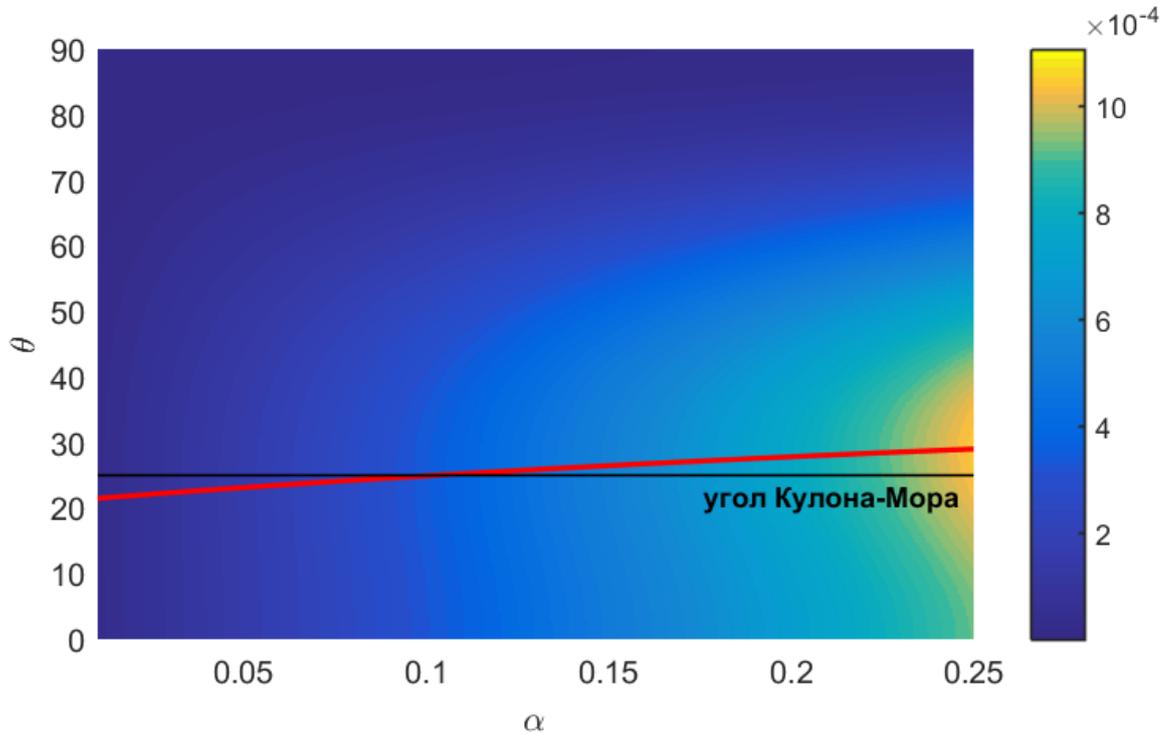


Рисунок 4.33 – Зависимость скорости роста поврежденности от ее начального уровня и угла наклона зоны локализации поврежденности (красная линия – максимальное значение для фиксированного значения начального уровня поврежденности, черная линия – угол Кулона-Мора)

**Модель с тензорным параметром поврежденности.** Как и в задаче об ориентации трещиноватости в материале при традиционном трехосном сжатии примем следующее соотношение между главными поврежденностями  $\Omega_3 = \Omega > \Omega_1 = \Omega_2 = q\Omega$ ,  $q \in [0,1]$ . Параметр  $q$  определяет степень анизотропии поврежденности. Ориентация эллипсоида поврежденности определена углом  $\beta \in [0^\circ, 90^\circ]$  между осью активного нагружения и главным направлением, соответствующим  $\Omega_3$  (рис. 4.34). Величину приложенных напряжений и материальные константы примем такими же, как в задаче об ориентации микротрещиноватости (см. Таблицу 4.2).

Выражение для компонент  $\sigma_{zz}^*, \sigma_{xz}^*$  в случае тензорного параметра поврежденности в системе координат зоны локализации имеет вид:

$$\sigma_{zz}^* = \lambda_0 I_1 + 2\mu_0 \varepsilon_{zz}^* - \gamma \Omega_{zz}^* \sqrt{I_2^{(\Omega)}} + \gamma \left[ \xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{2\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right] D_1,$$

$$\sigma_{xz}^* = 2\mu_0 \varepsilon_{xz}^* - \gamma \Omega_{xz}^* \sqrt{I_2^{(\Omega)}} + \gamma \left[ \xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{2\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right] D_2, \quad (4.52)$$

$$D_1 = \varepsilon_{xx}^* \Omega_{xz}^{*2} + \varepsilon_{zz}^* (\Omega_{xz}^{*2} + 2\Omega_{zz}^{*2}) + \varepsilon_{xz}^* \Omega_{xz}^* (\Omega_{xx}^* + 3\Omega_{zz}^*),$$

$$D_2 = \frac{1}{2} \left( 4\varepsilon_{xz}^* \Omega_{xz}^{*2} + \varepsilon_{xz}^* (\Omega_{xx}^* + \Omega_{zz}^*)^2 + \varepsilon_{xx}^* \Omega_{xz}^* (3\Omega_{xx}^* + \Omega_{zz}^*) + \varepsilon_{zz}^* \Omega_{xz}^* (\Omega_{xx}^* + 3\Omega_{zz}^*) \right)$$

где инварианты (4.18) имеют вид  $I_1^{(\Omega)} = \varepsilon_{xx}^* \Omega_{xx}^* + \varepsilon_{yy}^* \Omega_{yy}^* + \varepsilon_{zz}^* \Omega_{zz}^* + 2\varepsilon_{xz}^* \Omega_{xz}^*$ ,

$$I_2^{(\Omega)} = (\varepsilon_{xx}^* \Omega_{xx}^* + \varepsilon_{zz}^* \Omega_{zz}^*)^2 + (\varepsilon_{yy}^* \Omega_{yy}^*)^2 + (\varepsilon_{zz}^* \Omega_{zz}^* + \varepsilon_{xz}^* \Omega_{xz}^*)^2 + \frac{1}{2} (\Omega_{xz}^* (\varepsilon_{xx}^* + \varepsilon_{zz}^*) + \varepsilon_{xz}^* (\Omega_{xx}^* + \Omega_{zz}^*))^2.$$

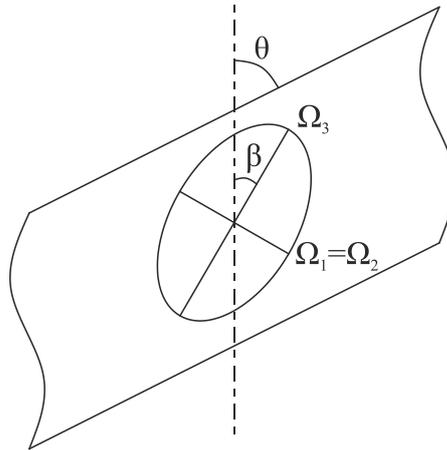


Рисунок 4.34 – Ориентация и форма эллипсоида поврежденности

Компоненты тензора поврежденности в системе координат зоны локализации определяются поворотом исходного диагонального тензора  $\Omega_{ij}$  на угол  $\theta - \beta$  ( $\beta - \theta$ , при  $\beta > \theta$ ) соответственно.

Будем анализировать изменение средней скорости роста поврежденности  $\frac{1}{3} \left( \frac{d\Omega_{xx}^*}{dt} + \frac{d\Omega_{yy}^*}{dt} + \frac{d\Omega_{zz}^*}{dt} \right) = tr \left( \frac{d\tilde{\Omega}^*}{dt} \right)$  в зоне, отражающей изменение объема материала, так как экспериментально было показано, что при невысоких уровнях бокового давления зона локализации характеризуется повышенным разуплотнением [364, 480].

Согласно (4.30), средняя скорость роста поврежденности определяется как:

$$\operatorname{tr} \left( \frac{d\tilde{\Omega}^*}{dt} \right) = \frac{L}{\sqrt{I_2(\tilde{\Omega}^*)}} \left[ I_1 \sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) A \right], \quad (4.53)$$

$$A = \Omega_{xx}^* (\varepsilon_{xx}^{*2} + \varepsilon_{xz}^{*2}) + \Omega_{yy}^* \varepsilon_{yy}^{*2} + \Omega_{zz}^* (\varepsilon_{zz}^{*2} + \varepsilon_{xz}^{*2}) + 2\Omega_{xz}^* \varepsilon_{xz}^* (\varepsilon_{xx}^* + \varepsilon_{zz}^*)$$

Построим зависимость средней скорости изменения поврежденности от углов наклона зоны локализации и ориентации тензора поврежденности соответственно для случая  $q = 0.1$  и  $\frac{1}{3}(\Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3) = \sqrt{\alpha} = \sqrt{0.1}$ . Полученное решение (рис. 4.35) определяет оптимальные с точки зрения скорости диссипации энергии и нежелательные ориентации микротрещин внутри зоны локализации. Из рисунка видно, что в случае  $\beta = \theta$  и  $\beta = \theta - 90^\circ$  средняя скорость роста поврежденности либо отрицательная, либо близка к нулю. Эти случаи соответствуют трещиноватости, ориентированной либо поперек зоны, либо параллельно ей.

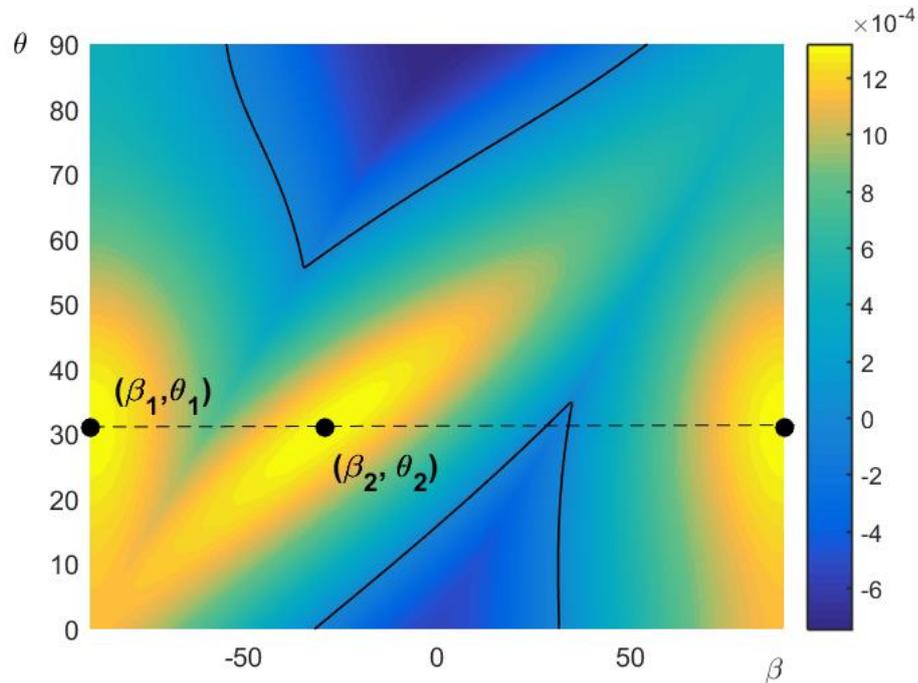


Рисунок 4.35 – Зависимость средней скорости роста поврежденности от угла наклона зоны локализации  $\theta$  и ориентации тензора поврежденности  $\beta$  (точки – локальные максимумы, черная линия – изолиния  $\operatorname{tr} \left( \frac{d\tilde{\Omega}^*}{dt} \right) = 0$ )

Построенная зависимость  $tr\left(\frac{d\tilde{\Omega}^*}{dt}\right)$  (рис. 4.35) имеет два локальных максимума, совпадающих по амплитуде и соответствующих одному наклону зоны локализованной поврежденности  $\theta_1 = \theta_2 = 31^\circ$ . Первый максимум наблюдается при  $\beta_1 = \pm 90^\circ$ , второй максимум при  $\beta_2 = -29^\circ$ . Вариация степени анизотропии показывает, что положение максимумов зависит от нее по-разному. Так, оптимальный наклон зоны локализованной поврежденности, соответствующий и первому и второму максимуму при  $q \rightarrow 1$  (изотропная поврежденность), стремится к углу Кулона-Мора, т.е.  $\theta_1, \theta_2 \rightarrow \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$  (рис. 4.36).

При этом угол ориентации поврежденности внутри зоны в случае первого максимума не меняется с изменением параметра  $q$  и составляет  $\beta_1 = \pm 90^\circ$ . Оптимальный угол ориентации поврежденности внутри зоны, соответствующий второму максимуму, уменьшается с ростом параметра  $q$  и при  $q = 1$  (изотропная поврежденность) равен  $\beta_2 = -40^\circ$  (рис. 4.36).

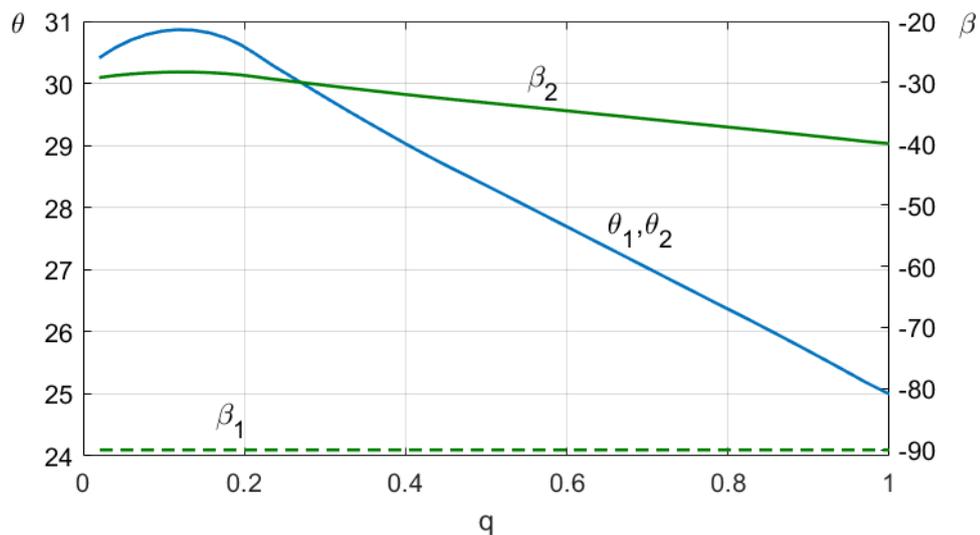


Рисунок 4.36 – Зависимости оптимального угла ориентации зоны локализации  $\theta$  и поврежденности внутри нее  $\beta$  от степени анизотропии поврежденности  $q$

Найденные локальные максимумы и минимумы (рис. 4.35) определяют ориентацию трещиноватости, приводящей к ее максимальному росту или залечиванию (закрытию трещин). Рисунок 4.37 схематически показывает ориентацию четырех групп микротрещин. Первому максимуму соответствуют

микротрещины, ориентированные вертикально вне зависимости от степени анизотропии поврежденности (B1).

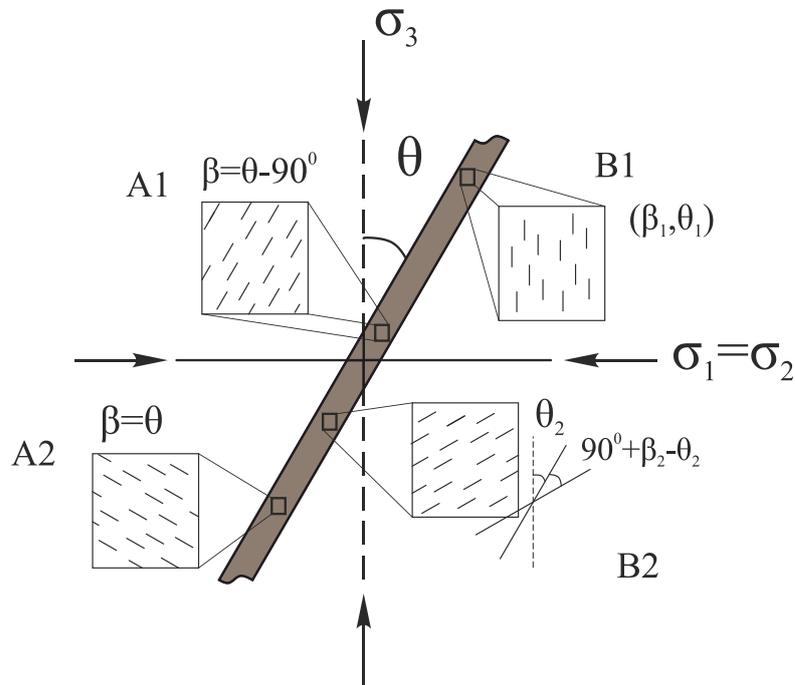


Рисунок 4.37 – Оптимальные (B1, B2) и нежелательные (A1, A2) ориентации микротрещиноватости с точки зрения скорости роста средней поврежденности при традиционном трехосном сжатии

Второму максимуму соответствуют микротрещины, ориентированные наклонно под углом  $(90^\circ + \beta_2 - \theta_2)$  к направлению зоны локализованной поврежденности (B2).

Важно отметить, что в случае изотропной поврежденности  $q = 1$  эти микротрещины будут располагаться под углом Кулона-Мора к направлению зоны локализации поврежденности, тогда как сама зона также будет располагаться под углом Кулона-Мора к оси активного сжатия. Микротрещины, ориентированные параллельно (A1) или перпендикулярно (A2) к направлению зоны локализации поврежденности, закрываются и залечиваются, не приводя к изменению объема материала.

Полученные оптимальные и нежелательные ориентации микротрещиноватости, показанные на рисунке 4.37, с точки зрения скорости роста средней поврежденности в зоне локализации определены относительно

ориентации самой зоны. Наклон зоны локализации в соответствии с (4.49) определяется углом внутреннего трения, и при его изменении взаимные ориентации зоны локализации и микротрещиноватости внутри нее не изменяются.

Необходимо отметить, что первая найденная оптимальная ориентация В1 (рис. 4.37) соответствует механизму образования магистральных трещин в горных породах при традиционном трехосном сжатии, предложенному в [484] по результатам обобщения большего количества экспериментальных наблюдений (рис. 4.38). Согласно этой работе при одноосном сжатии с боковым подпором хрупкой горной породы сначала происходит процесс зарождения и развития вертикальных микротрещин. Начиная с некоторого уровня напряжений (плотности микротрещин), микротрещины формируют локализованную зону макроскопического разрушения вследствие взаимодействия друг с другом.

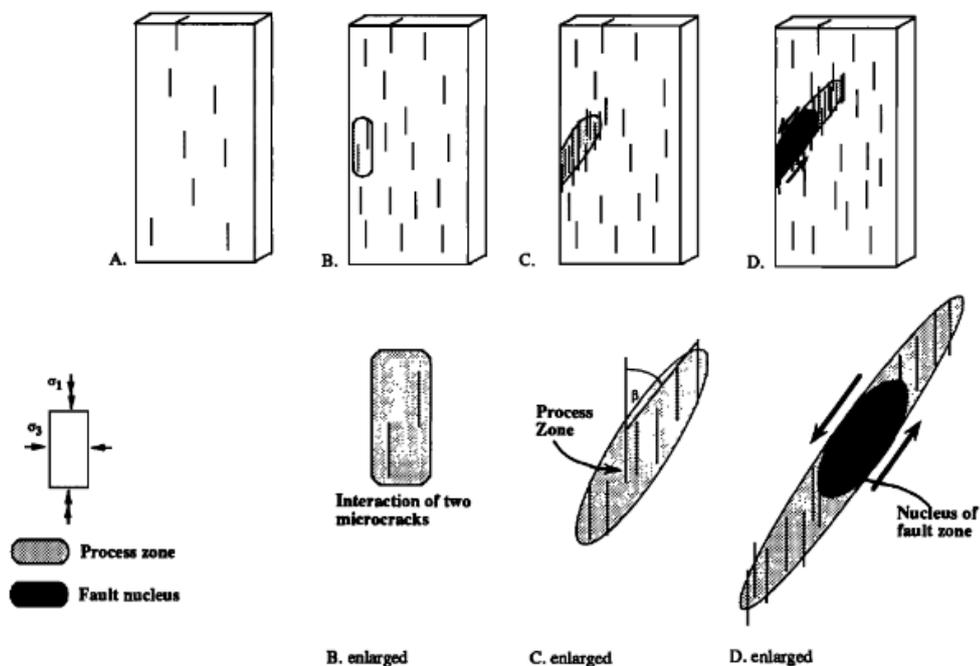


Рисунок 4.38 – Механизм образования магистральной зоны разрушения при традиционном трехосном сжатии горных пород, согласно [484]

Вторая найденная оптимальная ориентация В2 (рис. 4.37) описывает возможность появления вторичных микротрещин, аналогичных R-сколам в

модели Риделя [347]. Так в модели формирования сдвиговых зон Риделя предполагается, что зона основного сдвига располагается под углом  $\frac{\pi}{4}$  к направлению действия максимального сжимающего напряжения, а R-сколы под углом  $\frac{\varphi}{2}$  к этой зоне. В случае традиционного трехосного сжатия и изотропной поврежденности, построенная модель предсказывает формирование основной зоны локализованной поврежденности под углом  $\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$  к направлению действия максимального сжимающего напряжения и формирование вторичной трещиноватости под этим же углом.

#### 4.6 Основные результаты главы

В настоящей главе представлено обобщение скалярной нелинейной реологической модели [222, 411] деформирования хрупкого материала на случай тензорного параметра поврежденности. Тензор поврежденности второго ранга вводится в рамках устоявшихся представлений континуальной механики поврежденности, главные значения которого описывают сокращение площади поперечного сечения материала в трех ортогональных направлениях. Преимущество такого представления заключается в возможности определения компонент тензора для любого набора разноориентированных ансамблей микротрещин, полученного по томографическим или петрофизическим данным. Введенный тензор позволяет описать индуцированную поврежденностью анизотропию упругих свойств.

С использованием базовых принципов термодинамики необратимых процессов получены кинетические уравнения для компонент тензора поврежденности и тензора необратимой деформации, вызванной фрикционными эффектами развития сдвига по естественным внутренним границам материала.

На основе полученных определяющих соотношений показано, что в процессе деформирования исходный изотропный материал становится ортотропным, а его упругие свойства зависят как от вида текущего

напряженно-деформированного состояния, так и от уровня поврежденности в трех ортогональных направлениях.

Отдельное внимание уделено выводу условий локальной строгой выпуклости потенциала в предложенной модели нелинейной упругости с тензорным параметром поврежденности, обеспечивающих единственность решения статической задачи теории упругости. Получены условия выпуклости в главных осях тензора деформации для общего случая несоосных тензора деформации и поврежденности.

Для иллюстрации полученных условий выпуклости рассмотрены два частных случая вида тензора поврежденности: трансверсально-изотропная трещиноватая среда с соосными тензорами деформации и поврежденности, трансверсально-изотропная среда с наклонно-ориентированной трещиноватостью. Обе конфигурации помимо поврежденности характеризуются также параметром степени анизотропии поврежденности, показывающим насколько отличаются площади поперечных сечений в трех ортогональных направлениях, соответствующих главным осям тензора поврежденности. Для обоих случаев установлены наиболее строгие (по отношению к максимально допустимой величине поврежденности) неравенства, показана зависимость предельных значений поврежденности от параметра степени анизотропии. Для наклонно-ориентированной трещиноватости построены зависимости предельной допустимой поврежденности от степени анизотропии, угла наклона и вида напряженно-деформированного состояния. Показано, что в целом разноориентированная трещиноватость при разной степени ее анизотропии может приводить как к упрочнению материала, так и разупрочнению относительно случая изотропной трещиноватости.

На основе экспериментальных данных по традиционному (одноосное сжатие с боковым подпором) сжатию песчаника Darley Dale, включающих помимо кривых «напряжение-деформация» данные об эволюции скоростей продольных упругих волн в трех ортогональных направлениях, проведена

идентификация параметров разработанной модели, предложена экспоненциальная зависимость кинетического коэффициента от среднего напряжения. С использованием найденных параметров проведена успешная верификация модели на экспериментах по истинному трехосному сжатию песчаника Darley Dale.

Разработанная модель деформирования хрупкого материала с тензорным параметром поврежденности была использована для решения двух задач об ориентации микротрещиноватости в хрупком теле при его одноосном сжатии с боковым подпором. Были рассмотрены две характерные задачи: определение ориентации новой микротрещиноватости в исходно трещиноватом материале и определение ориентации зоны локализованной поврежденности, обеспечивающей максимальную скорость ее роста. Решение первой задачи позволило определить степень разориентировки исходной микротрещиноватости и скорости роста новой трещиноватости в зависимости от параметра анизотропии поврежденности. Показано, что максимальная разориентировка не превышает  $20^\circ$ , а в случае исходного ансамбля вертикальных или горизонтальных микротрещин ориентация новых микротрещин в точности совпадает с направлением действия минимального главного напряжения.

В результате решения второй задачи показано, что использование нелинейной реологической модели со скалярным параметром поврежденности позволяет получить точное соответствие найденного оптимального угла наклона локализованной зоны поврежденности с углом Кулона-Мора. Использование тензорного параметра поврежденности позволило конкретизировать внутреннее строение зоны с позиции скорости диссипации энергии. Показано, что оптимальным углом наклона зоны локализованной поврежденности является угол, близкий к углу Кулона-Мора. Степень близости определяется уровнем анизотропии исходной поврежденности. При этом внутри зоны оптимальными являются две ориентации микротрещин: вертикальная ориентация трещиноватости, которая не зависит от степени

анизотропии исходной поврежденности, а также ориентация относительно направления зоны локализованной поврежденности под углом, близким к углу Кулона-Мора. Степень близости также определяется степенью анизотропии поврежденности в материале.

Разработанная модель в отличие от многих современных моделей деформирования и разрушения горных пород не требует соосности тензоров поврежденности, деформации и напряжения. Эта особенность открывает новые возможности для описания деформационного поведения трещиноватых сред при сложных криволинейных трехмерных траекториях нагружения и позволяет описать ориентационные эффекты при развитии поврежденности в поле приложенных напряжений.

## **Глава 5. Нелинейная пороупругая модель деформирования хрупкого тела с тензорным уплотнением и тензорной поврежденностью**

### **Введение**

Важным механизмом, определяющим деформационный отклик хрупких структурно-неоднородных материалов на произвольное трехмерное сжатие, является эволюция пористости. При исходной пористости материала, превышающей первые проценты, этот механизм становится ключевым наряду с эволюцией трещиноподобных дефектов и определяет характер деформирования материала вплоть до его разрушения. Деформирование порового пространства начинается с момента приложения внешней сжимающей нагрузки и приводит к нелинейному деформационному отклику материала на начальном участке нагружения. При высоких уровнях среднего сжимающего напряжения в пористых хрупких материалах наблюдается снижение эффективной прочности, вызванное интенсивным разрушением пористого пространства, зерен, скелета породы, что приводит к их уплотнению.

Существующие феноменологические модели деформирования хрупких пористых материалов, базирующиеся на концепции критического состояния, как и модели «шатровой» пластичности сфокусированы на строгом описании формы предельной поверхности и ее эволюции вследствие упрочнения/разупрочнения материала. При этом, как правило, игнорируется снижение жесткости материала, вызванное развитием поврежденности. Развитие подходов, учитывающих два конкурирующих механизма деформирования хрупких пористых сред, является крайне актуальной задачей, в частности, в свете необходимости обеспечения безопасности ведения горных работ на больших глубинах, разработки технологий захоронения отходов различного типа в коллекторах нефти и газа, развития и оптимизации методов подземного хранения природного газа.

В последние десять лет разработка моделей деформирования трещиноватых пористых сред является ключевым направлением развития теоретической геомеханики и механики деформируемого твердого тела [176, 217, 413, 416, 508]. Необходимо отметить, что вопросу учета ориентационного характера развития поврежденности в пористых хрупких материалах уделяется недостаточно внимания. При этом без учета этого фактора построить модель, способную описать направленный характер проявления эффекта Кайзера при трехосном деформирования материала, не представляется возможным.

В данной главе представлены результаты обобщения нелинейной реологической модели деформирования хрупкого материала с тензорной поврежденностью, описанной в предыдущей главе, на случай учета пористости материала.

В первом параграфе приведен краткий обзор особенностей деформирования хрупких пористых материалов. Во втором параграфе для описания направленного уплотнения пористого материала предложено обобщение закона Ати на случай учета компонент девиатора эффективных напряжений. Введено понятие тензора уплотнения, след которого отражает текущую пористость материала. Предложено кинетическое уравнение для компонент тензора уплотнения, описывающее экспоненциальную релаксацию деформации уплотнения до равновесного значения при неизменном приложенном напряжении. На основе экспериментальных данных по циклическому сжатию песчаника, представленных в главе 3, проведена идентификация и верификация модели.

Третий параграф посвящен построению определяющих соотношений для хрупкого пористого материала, основанных на обобщении нелинейной пороупругой модели [336, 337, 410] на случай тензорной поврежденности и тензорного уплотнения. Получены кинетические уравнения, описывающие эволюцию компонент тензора поврежденности, уплотнения и необратимой деформации, связанной с микросдвигами. Показано, что в случае экспоненциальной зависимости перекрестных кинетических коэффициентов от

поврежденности предельная поверхность имеет характерное замыкание в области высоких давлений. Особенностью предложенной модели является возможность отдельного описания эволюции предельной поверхности для каждого из главных направлений тензора деформаций.

В четвертом параграфе приведены результаты идентификации и верификации модели деформирования хрупкого пористого материала по данным циклического трехосного сжатия сухого песчаника Darley Dale. Показано, что разработанная модель позволяет описать направленный характер проявления эффекта Кайзера, вызванный развитием разноориентированных ансамблей микротрещин.

### **5.1 Особенности деформирования хрупких пористых материалов**

Еще одним ключевым фактором, определяющим деформационное поведение структурно-неоднородных хрупких материалов, помимо приведенных в параграфе 4.1, является пористость [173, 210, 240, 253, 494, 535]. Развитие необратимой деформации, вызванное изменением пористости в условиях неравноосного сжатия, наблюдается в материалах, исходная пористость которых составляет не менее 3-5% [240, 547]. Эволюция пористости, как дополнительный физический механизм деформирования, на макроскопическом масштабе лабораторного образца приводит к появлению ряда новых (по сравнению с низкопористыми материалами) нелинейных эффектов механического поведения.

На начальном этапе деформирования пористых хрупких материалов, наблюдается нелинейный, квазиупругий участок (рис. 5.1) [174]. Этот участок является более пологим, чем следующий за ним участок упругого деформирования (отрезки А-В, А'-В'), а его наличие связывается, как правило, либо с особенностями функционирования прижимного устройства испытательной машины при неидеальной форме и состоянии граней образца, либо с процессами уплотнения материала, вызванными закрытием пор и микротрещин. Продолжительность начального нелинейного участка

деформирования определяется объемом пор и микротрещин в недеформированном материале, а также пороговым давлением, необходимым для их закрытия.

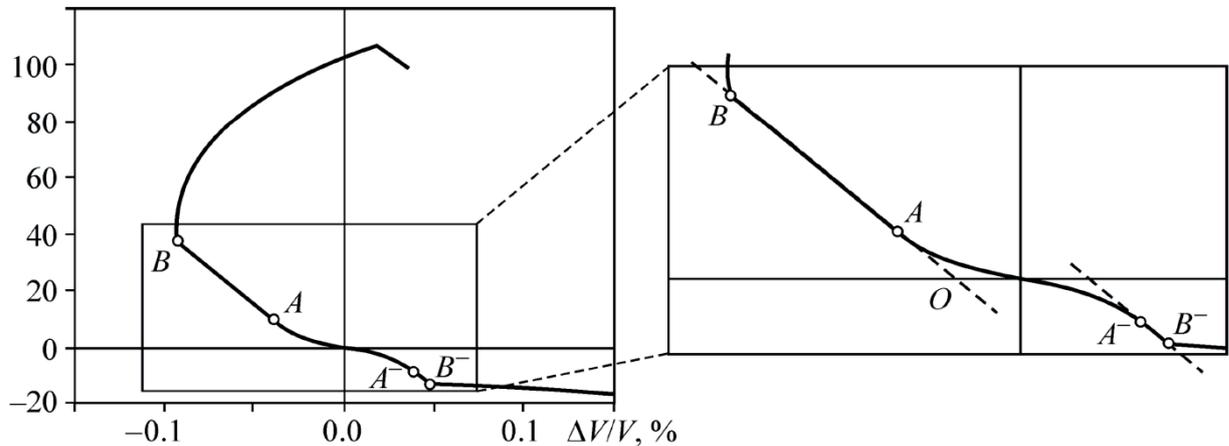


Рисунок 5.1 – Зависимость приложенных напряжений от объемной деформации [174]

Лабораторные исследования низко-, средне- и высокопористых горных пород в условиях одноосного сжатия с боковым подпором показали, что до некоторой критической величины бокового давления, деформационное поведение консолидированных (низкопористых) и пористых пород не имеет принципиальных различий. При сдвиговой деформации прочность породы сильно зависит от давления, наблюдается дилатансия, вызванная рассеянным накоплением микротрещин с увеличением эффективного объема [399, 480]. Неустойчивость деформирования приводит к формированию зон локализованной деформации с явно выраженным разрыхлением среды. Начиная с некоторой пороговой величины бокового подпора, зависящей от пористости материала, эффективная прочность пористых пород начинает снижаться. При таких давлениях в пористых средах начинается интенсивное разрушение зерен, скелета породы, в результате чего поровое пространство сокращается, имеет место уплотнение (компакция) [286, 289, 300, 433, 500, 535, 559]. В этом случае могут формироваться не только полосы локализованного сдвига с уплотнением, но и зоны локализованного уплотнения, в которых

сдвиговая составляющая мала. В пространстве «дифференциальное напряжение – среднее напряжение» деградация прочности пористых материалов при повышении давления бокового подпора приводит к замыканию предельной поверхности, форма которой в зарубежной литературе именуется «шатром» или «шапкой» (от англ. cap) (рис. 5.2). Уплотнение среды, как правило, развивается в режиме с упрочнением. Для продолжения этого процесса необходимо увеличение давления, поскольку дробление зерен приводит к увеличению числа контакта, что, в свою очередь, обуславливает распределение и снижение действующей на них нагрузки [175]. В соответствии с этим предельная поверхность расширяется, «шапка» сдвигается вправо, что необходимо учитывать при построении моделей неупругого деформирования данного класса материалов.

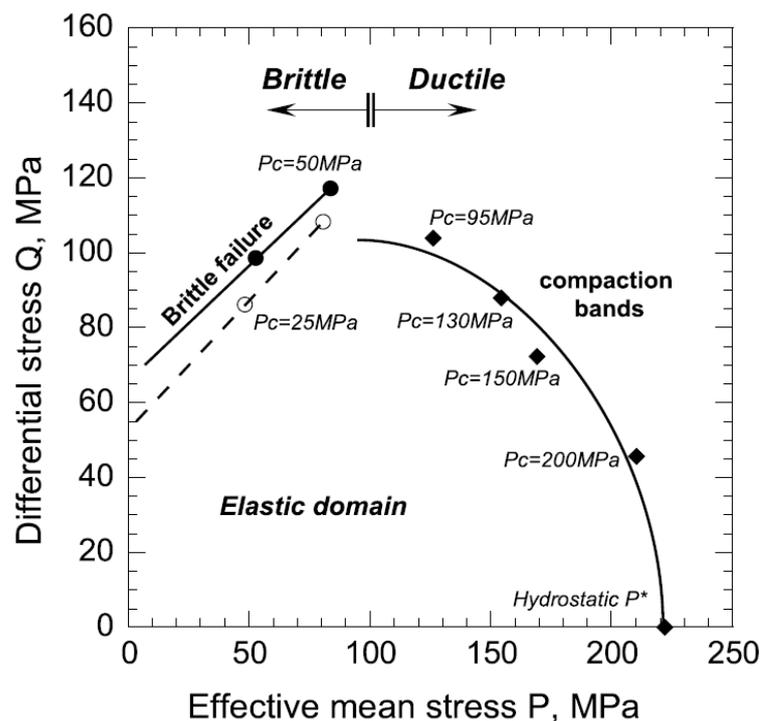


Рисунок 5.2 – Поверхность предельного состояния пористого базальта при различном уровне бокового подпора  $P_c$  [428]

Наиболее популярные и широко используемые феноменологические модели деформирования пористых материалов, в частности горных пород, можно разделить на два класса: модели, базирующиеся на концепции

критического состояния [227, 264, 325, 445, 500, 504, 505]; модели «шатровой» пластичности [241, 322, 331, 362, 436], представляющие собой различные модификации модели Ди Маджио и Сандлера [307]. Несмотря на удовлетворительные результаты использования данных моделей для описания деформационного поведения пористых материалов при их монотонном нагружении, эти модели, как правило, не учитывают снижение жесткости твердого скелета из-за роста микротрещин. Снижение жесткости наблюдается при разгрузке и последующем нагружении пористых материалов и особенно явно выражено для цементированных пород.

Устранение данного недостатка феноменологических моделей является центральной задачей современной теоретической геомеханики и механики деформирования пористых сред. Работы [217, 413, 416, 508] направлены на разработку феноменологических моделей деформирования геоматериалов, учитывающих как эволюцию их пористости в процессе нагружения, так и эволюцию микротрещиноватости. Целью другой части исследований является разработка микромеханических моделей, явно описывающих связь измельчения зерна [218, 219, 279, 294, 295, 522] и деградацию пористости [211, 214, 246, 558] с макроскопическими зависимостями «напряжение-деформация» и образованием полос локализации деформации. Однако все эти модели не могут описывать механическое поведение и локализацию поврежденности в широком диапазоне давлений бокового подпора.

Необходимо отметить, что современные модели деформирования и разрушения хрупких пористых сред должны не только учитывать снижение жесткости твердого скелета из-за роста трещиноватости, но и особенности деформационного процесса, вызванные ее наличием (приведенные в параграфе 4.1): нелинейный упругий деформационный отклик материала, зависимость упругих свойств от вида напряженно-деформированного состояния.

Модель нелинейной упругости хрупкого материала, обобщение которой на случай тензорной поврежденности представлено в главе 4, получила свое развитие в работах [336, 337, 410], направленных на учет пористости и

пороупругих эффектов при деформировании пористых материалов. В свете современных тенденций развития моделей деформирования хрупких пористых материалов перспективным и актуальным является ее обобщение на случай тензорного описания уплотнения, являющегося дополнительным механизмом деформирования наряду с развитием поврежденности.

Приведем основные соотношения модели нелинейной пороупругости [336, 337, 410], которые будут частным случаем для ее обобщенной версии. Следуя теории пороупругости Био [247, 248], свободная энергия деформируемого поврежденного материала представляет собой сумму упругой энергии и пороупругого слагаемого, включающего в себя пористость среды  $\varphi$ , степень насыщенности флюидом  $\zeta$  (изменение объема жидкости на единицу объема пористого материала), модуль Био  $M$  и коэффициент Био  $\beta$  (в оригинальной модели Био это коэффициент  $\alpha$ ; обозначим его  $\beta$ , чтобы избежать дублирования с параметром поврежденности):

$$F = \frac{\lambda(a, \varphi)}{2} I_1^2 + \mu(a, \varphi) I_2 - \gamma(a, \varphi) I_1 \sqrt{I_2} + \frac{1}{2} M [\beta I_1 - \zeta + \varphi]^2 + Ch\gamma\alpha, \quad (5.1)$$

где дополнительное слагаемое  $Ch\gamma\alpha$ , введенное впервые в работе [324], описывает когезионную силу, препятствующую сдвигу при низком уровне среднего напряжения.

Дифференцирование пороупругой энергии (5.1) по компонентам тензора деформации и степени насыщенности флюидом позволяет получить выражения для компонент тензора напряжений и порового давления  $p_f$ :

$$\sigma_{ij} = \left( \lambda(a, \varphi) - \frac{\gamma(a, \varphi)}{\xi} \right) I_1 \delta_{ij} + (2\mu(a, \varphi) - \gamma(a, \varphi)) \varepsilon_{ij} + \beta M (\beta I_1 - \zeta + \varphi), \quad (5.2)$$

$$p_f = M (-\beta I_1 + \zeta - \varphi). \quad (5.3)$$

Соотношение (5.2) при  $\beta = 0$ ,  $\lambda(a, \varphi) = \lambda_0$  и модулями  $\mu$ ,  $\gamma$ , линейно зависящими от скалярного параметра поврежденности  $a$ , в точности соответствует неклассической модели нелинейной упругости [411] (соотношение (4.3)).

Эффективное напряжение в общем случае определяется как

$$\sigma_{ij}^{eff} = \sigma_{ij} - \frac{\partial F}{\partial \varphi} \delta_{ij}. \quad (5.4)$$

В работах [336, 411, 413] было показано, что выражение для свободной энергии в виде (5.1), с учетом (5.3) и (5.4) приводит к кинетическим уравнениям для скалярных параметров поврежденности  $\alpha$  и пористости  $\varphi$  в виде:

$$\frac{d\varphi}{dt} = -AP^{eff} + D[I_2(\xi - \xi_0) - Ch] \quad (5.5)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = DP^{eff} + C_d[I_2(\xi - \xi_0) - Ch], \quad (5.6)$$

где  $P^{eff} = -\sigma_{kk}^{eff}/3$  – эффективное давление,  $\xi = \frac{I_1}{\sqrt{I_2}}$  – параметр вида деформированного состояния,  $A, D, C_d$  – кинетические коэффициенты.

Представление коэффициента  $D$  в виде степенной зависимости от среднего эффективного напряжения позволяет описать изменение угла наклона предельной поверхности при его увеличении [336]. Следуя [324], запишем выражение для коэффициента  $D$  в виде

$$D = C_d D_1 e^{-D_2 \alpha} (-I_1)^N \sqrt{I_2} / K, \quad (5.7)$$

где параметры  $N > 0$ ,  $D_1$  и  $D_2$  определяют форму предельной поверхности. Выражение (5.7) определено только для случая компакции ( $I_1 < 0$ ), параметр  $D_1$  является либо константой, либо функцией пористости, ограниченной экспериментально определенной предельной поверхностью в пространстве деформаций.

Подставляя (5.7) в выражение (5.6) получаем окончательное выражение для кинетики поврежденности

$$\frac{d\alpha}{dt} = C_d [D_1 e^{-D_2 \alpha} (-I_1)^{N+1} \sqrt{I_2} + I_2(\xi - \xi_0) - Ch]. \quad (5.8)$$

Условие  $\frac{d\alpha}{dt} = 0$ , определяющее начало роста поврежденности исходно неповрежденного материала ( $\alpha = 0$ ), позволяет получить выражение для предельной поверхности в виде:

$$D_1(-I_1)^{N+1}\sqrt{I_2} + I_2(\xi - \xi_0) - Ch = 0. \quad (5.9)$$

В случае сдвиговой нагрузки, необходимой для преодоления силы сцепления  $\tau_h = 2\mu_0\varepsilon_h$  при нулевой объемной деформации ( $I_1 = 0$ ), коэффициент  $Ch$  определяются как

$$Ch = -\xi_0 \frac{\tau_h^2}{2\mu_0^2}. \quad (5.10)$$

В свою очередь, при больших гидростатических объемных деформациях и пренебрежении когезией материала, начало роста поврежденности начинается при

$$I_1^* = -\left(\frac{\sqrt{3} + \xi_0}{D_1\sqrt{3}}\right)^{1/N}. \quad (5.11)$$

Соотношения (5.10), (5.11) определяют два края (две границы) предельной поверхности. Вся предельная поверхность может быть вычислена для любой объемной деформации, изменяющейся от 0 до  $I_1^*$ , путем решения квадратного уравнения (5.9) относительно  $\sqrt{I_2}$

$$\sqrt{I_2} = \frac{D_1(-I_1)^N + I_1 + \sqrt{(D_1(-I_1)^N + I_1)^2 - 4\xi_0 Ch}}{2\xi_0}. \quad (5.12)$$

Положительный знак радикала в (5.12) обеспечивает корректное решение для  $Ch = 0$ .

Рисунки 5.3 – 5.5 демонстрируют чувствительность формы и размера предельной поверхности к изменению параметров модели  $D_1$ ,  $N$  и  $Ch$ , рассчитанной по (5.12). При  $N = 1$  и  $Ch = 0$  уменьшение величины параметра  $D_1$  приводит увеличению размеров предельной поверхности при неизменности ее формы (рис. 5.3). Изменение степени  $N$  приводит к изменению как формы предельной поверхности, так и ее размеров. Кривые, приведенные на рисунке 5.4, построены для различных величин  $D_1$ , чтобы величина  $I_1^*$  оставалась для различных значений  $N$  неизменной и равной 3.5%. Ненулевая величина

параметра когезии  $Ch$  смещает начало предельной поверхности на оси абсцисс в область больших значений дифференциальной деформации.

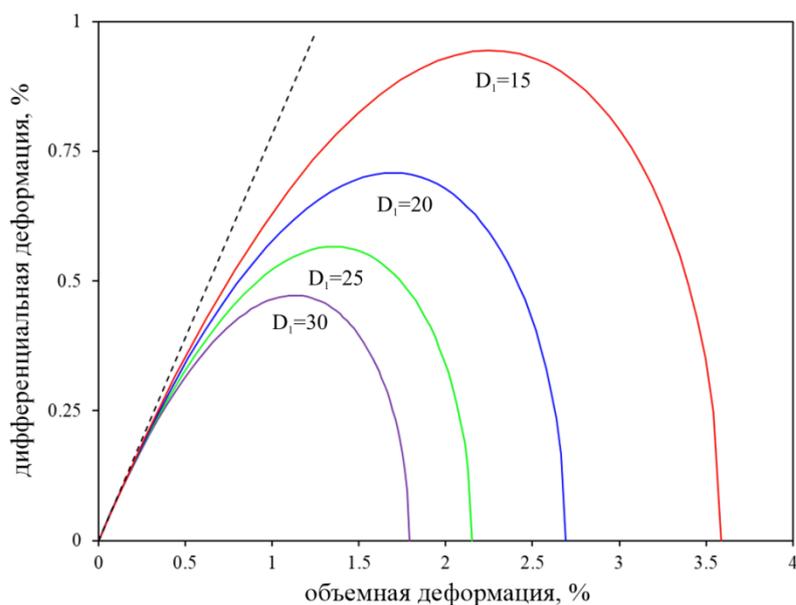


Рисунок 5.3 – Увеличение предельной поверхности с уменьшением параметра  $D_1$  (при  $N = 1$ )

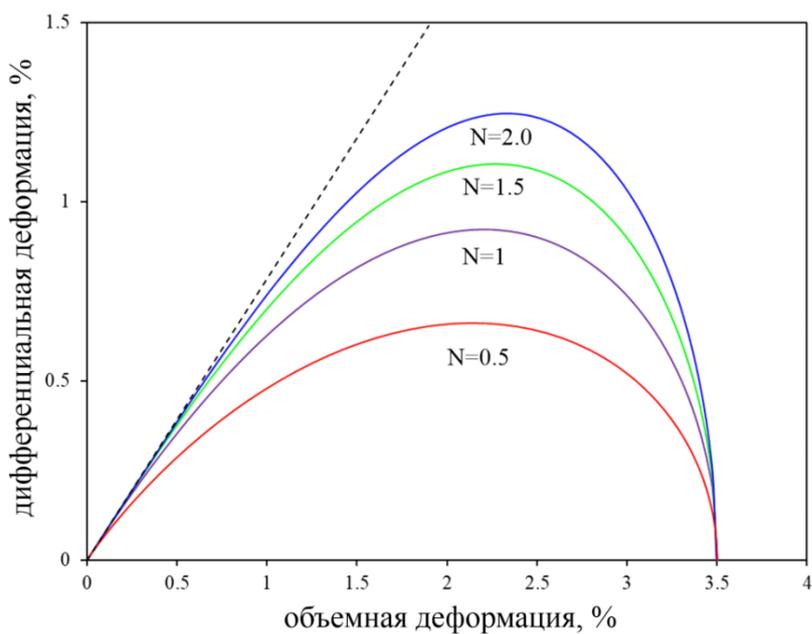


Рисунок 5.4 – Изменение формы предельной поверхности при варьировании параметра  $N$

Приведенный на рисунке 5.5 набор поверхностей для  $Ch = 0 - 1.0 \cdot 10^{-6}$  и  $D_1 = 15$  соответствует изменению значений коэффициента сцепления от нуля

до  $\sim 15$  МПа для горных пород с модулем сдвига  $\mu_0 = 10$  ГПа. Учет когезии важен в случае низкого уровня среднего давления для кристаллических высокопрочных пород, но им можно пренебречь, когда среднее давление в процессе испытаний превышает первые десятки МПа.

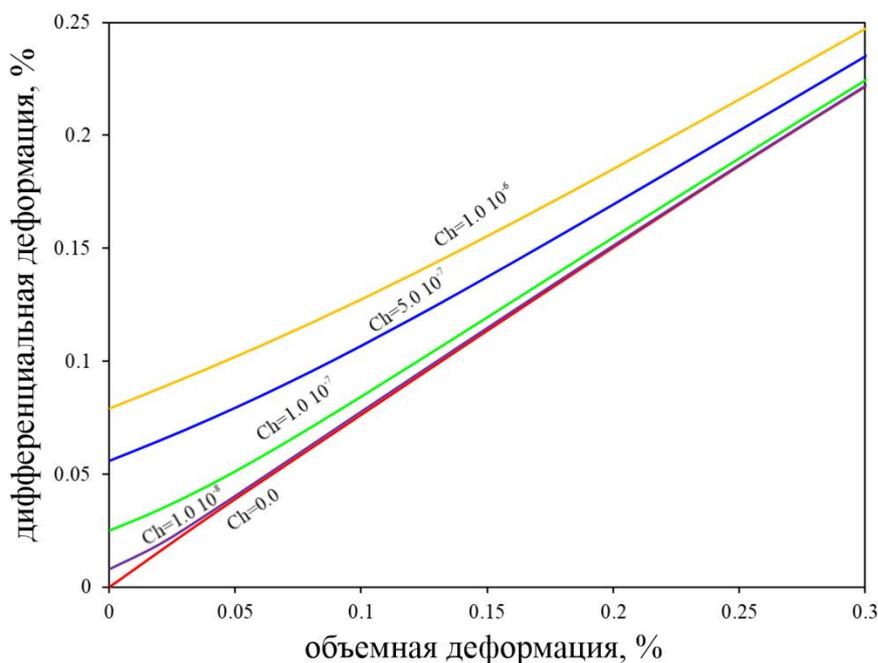


Рисунок 5.5 – Сдвиг предельной поверхности в область больших дифференциальных деформаций при увеличении коэффициента когезии  $Ch$  ( $N = 1$  и  $D_1 = 15$ )

Нелинейная пороупругая модель со скалярным параметром поврежденности и экспоненциальной зависимостью параметра  $D$  от поврежденности в виде (5.7) была успешно использована для моделирования эффекта Кайзера при циклическом одноосном сжатии хрупких пород с низким уровнем бокового подпора [324]. Зависимость параметра  $D$  от параметра поврежденности позволяет описывать постепенное его уменьшение с ростом поврежденности от цикла к циклу, что приводит к смещению предельной поверхности в область больших деформаций и росту пороговой деформации, отвечающей за начало роста поврежденности в следующем цикле. Использование скалярного параметра поврежденности не позволяет описывать ориентационные особенности реализации эффекта Кайзера проявляющиеся,

например, при вращении эллипсоида приложенных напряжений от цикла к циклу.

## 5.2 Тензорное уплотнение пористых пород

Большинство моделей, описывающих процесс уплотнения породы в процессе осадконакопления и литогенеза, базируется на законе Ати [237] – эмпирическом законе экспоненциального падения пористости с давлением (обобщение на объемную деформацию представлено соотношением (4.46)). Коэффициенты закона Ати, как правило, подбираются по данным об изменении пористости в скважинах в конкретном регионе, при этом считается, что распределение пористости по глубине зависит только от типа осадочных пород. В последние десятилетия предложены соотношения для изменения пористости с глубиной, учитывающие вариации литологического состава пород и минерального состава насыщающего их флюида [296]. В целом закон Ати и другие подобные соотношения (Hedberg, Weller, Теодоровича-Чернова, Burst, Beall, Overton and Zanier и др. [296]) рассматривают неупругое уплотнение (компакцию) как процесс, контролируемый средним напряжением, игнорируя возможное влияние компонент девиатора напряжений.

Ранние модели использовали упругую и пороупругую реологию для описания уплотнения породы и вытеснения флюида. В этих моделях поровое давление препятствует уплотнению породы в процессе вытеснения флюида. При этом аномально высокое пластовое давление создается в случае достаточно высокой скорости уплотнения (уменьшения пористости). В последующих работах необратимое уплотнение моделировалось на основе вязкой [180, 516, 517] и вязкопластической реологии [216, 350, 487], в том числе с учетом температурных эффектов [278] и больших деформаций [257]. При этом необходимо отметить, что теоретические результаты лишь частично описывают имеющиеся экспериментальные данные [429, 430, 528]. Недавние исследования показали, что уплотнение породы происходит при всех уровнях напряжений с

самого начала сжатия, т.е. является беспороговым процессом, не требующим введения критерияльных соотношений [127, 301, 356].

В исследованиях по компакти, обычно, предполагается, что деформация при уплотнении может быть аппроксимирована исключительно вертикальной компонентой, как схематично представлено на рисунке 5.6 (а, б) (1D уплотнение).

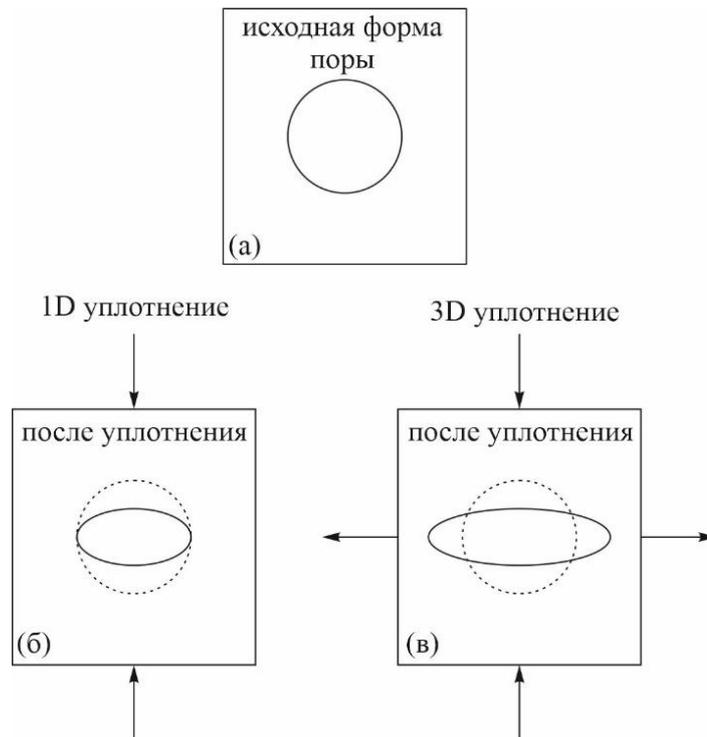


Рисунок 5.6 – Схематичное представление уплотнения порового пространства

Первоначально сферическое поровое пространство претерпевает вертикальное необратимое сжатие при неизменной горизонтальной деформации (рис. 5.6б). Такое 1D приближение позволяет существенно упростить гидромеханическое описание процесса компакти [444]. С использованием этой гипотезы были проведены численные расчеты формирования осадочных бассейнов в двух- и трехмерных постановках [283, 427, 525]. Необходимо отметить, что недостатки такого упрощения мало изучены [444].

Для демонстрации развития процессов уплотнения/разуплотнения при трехосном непропорциональном сжатии песчаника используем результаты 6-и цикловой программы испытаний с изменением формы и ориентации эллипсоида Ламе, представленные в параграфе 3.2.3. Примем следующие значения модуля Юнга  $E_m \approx 10$  МПа и коэффициента Пуассона  $\nu \approx 0.2$  (исходные значения модулей в каждом цикле приведены в таблице 3.1). Вариации модулей от пары к паре циклов не превышает 15%, поэтому будем считать породу изотропной, пренебрегая анизотропией упругих свойств и деградацией модулей упругости в процессе нагружения.

Используя оценку модулей упругости, вычислим упругую деформацию по каждому из трех направлений в каждом из шести циклов нагружения. Вычитание упругого отклика из общей деформации позволяет оценить вклад неупругой составляющей в деформационный отклик по каждому направлению (рис. 5.7). Стрелки на рисунке 5.7 указывают на тенденцию изменения неупругой деформации: уплотнение (компакция) или разуплотнение. Результаты экспериментов явно показывают, что уплотнение в направлении активной нагрузки (увеличение неупругой деформации) всегда связано с растяжением в ортогональном направлении (уменьшение неупругой деформации). Во время активной нагрузки в направлении  $X$  (синяя линия) уплотнение неравномерно возрастает в течение обоих циклов, в то время как другие компоненты неупругой деформации (красная и зеленая линии) демонстрируют четкую тенденцию к разуплотнению. С началом активной нагрузки в направлении  $Y$  эта тенденция меняется: неупругая деформация в направлении активного сжатия начинает расти (красная линия) на фоне уменьшения двух других компонент. Аналогичное изменение имеет место в третьей паре циклов нагружения, соответствующей сжатию в направлении  $Z$ .

Представленные зависимости показывают, что все три компоненты неупругой деформации накапливаются в процессе истинного трехосного сжатия песчаника, демонстрируя как тенденцию к компакции, так и к

разуплотнению. При трехосном сжатии уплотнение в одном направлении приводит к разуплотнению в перпендикулярных направлениях. Это расширение (разуплотнение) включает незначительное упругое расширение (в соответствии с коэффициентом Пуассона) и значительное неупругое расширение (рис. 5.7), которое, как показано, является в основном необратимым (рис. 3.11).

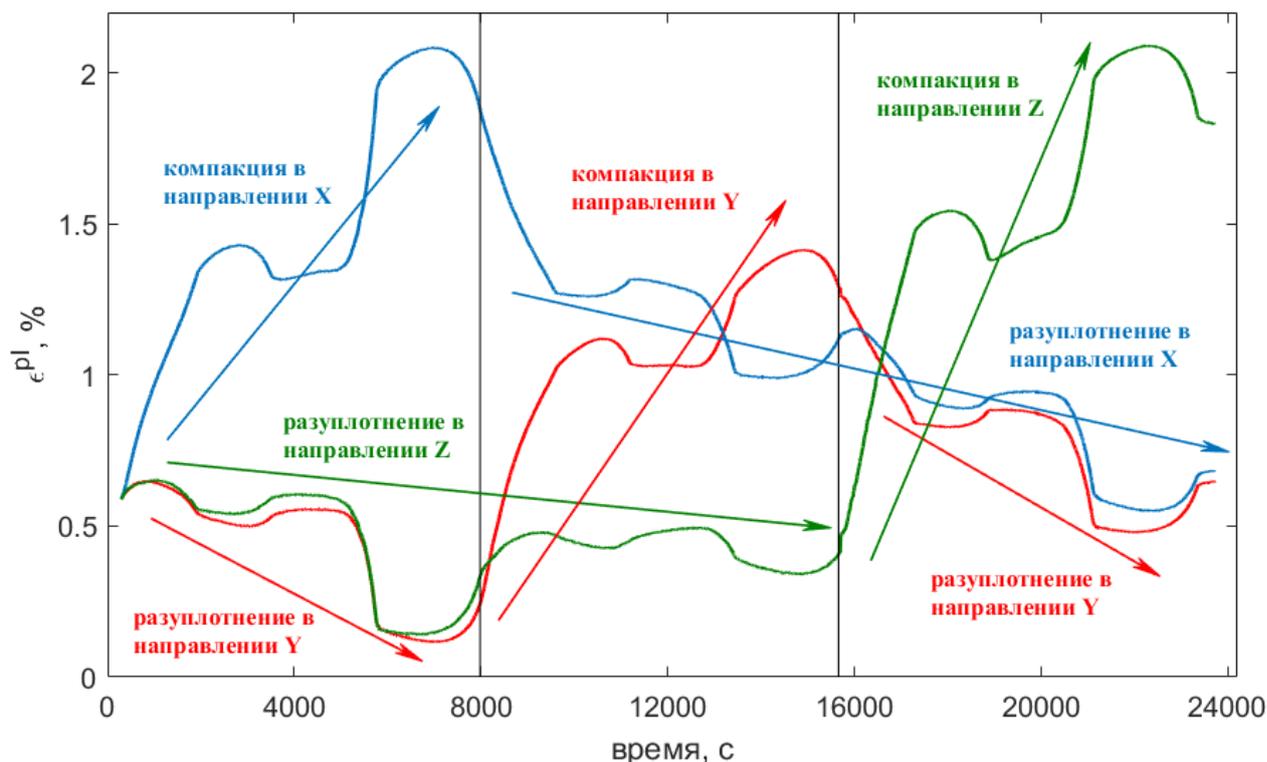


Рисунок 5.7 – Изменение компонент неупругой деформации с течением времени (синяя линия –  $\epsilon_{xx}^{pl}$ , красная линия –  $\epsilon_{yy}^{pl}$ , зеленая линия –  $\epsilon_{zz}^{pl}$ ). Стрелки показывают тенденцию изменения неупругой деформации

### 5.2.1 Обобщение закона Ати. Кинетическое уравнение для тензора уплотнения

Общую деформацию материала при произвольной схеме приложения нагрузок можно представить суперпозицией упругой и неупругой составляющих. При этом за развитие неупругой составляющей могут отвечать различные физические механизмы. Примем гипотезу, что под неупругой деформацией пористого материала понимается деформация уплотнения

(изменения объема и структуры пористого пространства), начинающаяся с момента нагружения. Поскольку упругие модули мало меняются в процессе нагружения, неупругая деформация, вызванная развитием поврежденности, пренебрежимо мала. Деформация уплотнения частично восстанавливается во время разгрузки (рис. 5.7). Кроме того, уплотнение не обязательно является изотропным: нагружение в одном направлении сопровождается деформацией растяжения (разуплотнения) в других направлениях (рис. 5.6в, рис. 5.7). Для количественной оценки этого процесса определим тензор уплотнения  $\Phi_{ij}$ . Важной особенностью уплотнения по сравнению с другими механизмами неупругой деформации является то, что при постоянной нагрузке его значение приближается к определенной равновесной величине, при достижении которой порода перестает деформироваться.. Как было сказано ранее, уплотнение среды часто аппроксимируется эмпирическим законом Ати [237], который описывает изменение пористости, вызванное действующим давлением, и игнорирует вклад неизотропных механизмов, определяемых компонентами девиатора напряжений:

$$\varphi_{eq}(P) = \varphi_0 \exp\left(-\frac{P}{B}\right), \quad (5.13)$$

где  $\varphi_{eq}(P)$  – зависящая от давления равновесная пористость,  $\varphi_0$  – исходная пористость породы (пористость породы у дневной поверхности); давление определяется как  $P = -\sigma_m = -\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$  (положительная величина – сжатие);  $\varphi_0$  и  $B$  – материальные параметры, определяемые в результате скважинных измерений. Применимость соотношения (5.13) была продемонстрирована в различных экспериментах (например, в [301, 356]). Из (5.13) следует, что изменение пористости (объемная деформация уплотнения), связанное с увеличением давления от нуля до определенного значения  $P$  определяется как

$$\varepsilon_V^{comp} = \Delta\varphi_{eq} = \varphi_{eq}(0) - \varphi_{eq}(P) = A \left[1 - \exp\left(-\frac{P}{B}\right)\right]. \quad (5.14)$$

Из соотношения (5.14) следует, что равновесное значение пористости для заданного давления можно определить как

$$\varphi_{\text{eq}}(P) = \varphi_0 - A \left[ 1 - \exp\left(-\frac{P}{B}\right) \right], \quad (5.15)$$

где  $A < \varphi_0$ ,  $(\varphi_0 - A)$  – минимально возможная пористость уплотненной породы.

Расширим соотношение (5.15) для равновесного тензора уплотнения, связав его не только с давлением, но и с девиаторной частью тензора напряжений ( $\tau_{ij} = \sigma_{ij} + P\delta_{ij}$ ):

$$\Phi_{ij}^{(eq)} = \Phi_{ij}^{(0)} - A \left[ \delta_{ij} - \exp\left(-\frac{P}{B_1} \delta_{ij} + \frac{\tau_{ij}}{B_2}\right) \right], \quad (5.16)$$

где  $\Phi_{ij}^{(0)}$  – исходная величина тензора уплотнения (шаровая часть этого тензора есть исходная пористость материала,  $\text{tr}(\Phi_{ij}^{(0)}) = \varphi_0$ ). Вместо коэффициента  $B$  в соотношениях (5.13) и (5.15) вводятся два параметра  $B_1$  и  $B_2$ , имеющие размерность напряжений.

Отметим, что экспоненциальная функция тензорного аргумента – это тензор, который для произвольного аргумента  $\mathbf{X}$  может быть представлен в виде сходящегося степенного ряда [496]:

$$\exp(\mathbf{X}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \mathbf{X}^n. \quad (5.17)$$

Представленный выше ряд абсолютно сходится по норме  $\|\mathbf{X}\| = \sqrt{\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}}$  для любого тензорного аргумента  $\mathbf{X}$  и как его скалярный аналог может использоваться для вычисления тензорной экспоненциальной функции с любой заданной степенью точности.

На основе выражения (5.17), можно показать, что в системе координат, связанной с направлением главных напряжений, соотношение (5.16) можно переписать через главные напряжения и главные значения тензора уплотнения. В соответствии со свойствами экспоненциальной функции тензорного аргумента тензор уплотнения будет соосен тензору напряжений:

$$\begin{aligned}
\Phi_1^{(eq)} &= \Phi_1^{(0)} - A \left[ 1 - \exp \left( -\frac{P}{B_1} + \frac{\tau_1}{B_2} \right) \right] \\
\Phi_2^{(eq)} &= \Phi_2^{(0)} - A \left[ 1 - \exp \left( -\frac{P}{B_1} + \frac{\tau_2}{B_2} \right) \right] \\
\Phi_3^{(eq)} &= \Phi_3^{(0)} - A \left[ 1 - \exp \left( -\frac{P}{B_1} + \frac{\tau_3}{B_2} \right) \right]
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Для гидростатической нагрузки с нулевым девиатором напряжений ( $\tau_{ij} = 0$ ), а также для  $B_2 \rightarrow \infty$  соотношение (5.18) эквивалентно (5.15) и определяет изотропное уплотнение. Если девиаторная составляющая напряжений отрицательная (сжатие), то уплотнение усиливается, в то время как растягивающие напряжения (положительные значения компонент девиатора напряжений) приводят к подавлению уплотнения и непосредственно к разуплотнению. В соотношении (5.16) дополнительный материальный параметр  $B_2$  отвечает за уплотнение в направлении сжимающей нагрузки и разуплотнение в направлениях, перпендикулярных ей.

Скорость уплотнения, согласно работам [180, 350], пропорциональна приложенному давлению, умноженному на разницу между равновесным и текущим значениями уплотнения. Используем эту же формулировку, отличающуюся от кинетического уравнения для пористости только тензорным характером уплотнения:

$$\frac{d\Phi_{ij}}{dt} = C P \left( \Phi_{ij}^{(eq)} - \Phi_{ij} \right), \tag{5.19}$$

где положительный коэффициент  $C$  имеет размерность  $[\text{Па} \cdot \text{с}]^{-1}$ . Следуя [301, 356], множитель  $C \left( \Phi_{ij}^{(eq)} - \Phi_{ij} \right)$  можно рассматривать как величину, обратную вязкости, имеющую различные значения для уплотнения и разуплотнения. При постоянной нагрузке медленная релаксация деформации уплотнения до равновесного значения может рассматриваться как деформация ползучести. Поскольку равновесное уплотнение пропорционально экспоненте от девиатора напряжений (5.16), скорость накопления неупругой деформации (ползучести) также будет пропорциональна этой величине. Экспоненциальная зависимость скорости деформации ползучести от дифференциального напряжения

подтверждается множественными лабораторными экспериментами [490, 527, 529], что указывает на непротиворечивость предложенного кинетического уравнения (5.19).

В случае тензорной формулировки для неупругой деформации уплотнения общая деформация материала может быть представлена в виде суммы упругой деформации и деформации уплотнения (изменения тензора уплотнения):

$$\varepsilon_{ij}^{\text{tot}} = \varepsilon_{ij}^{\text{el}} + (\Phi_{ij} - \Phi_{ij}^{(0)}). \quad (5.20)$$

Соотношение (5.19) вместе с выражением для компонент тензора уплотнения (5.16) позволяют вычислить неупругую деформацию уплотнения материала при произвольной геометрии приложенных нагрузок.

### 5.2.2 Идентификация и верификация модели тензорного уплотнения пористого материала

Проведем идентификацию предложенной модели тензорного уплотнения с использованием экспериментальных данных по 6-и цикловому трехосному сжатию песчаника, представленных в предыдущем параграфе (рис. 5.7). Определим материальные параметры  $A$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  и коэффициент  $C$ , минимизируя невязку между экспериментальными и вычисленными данными с использованием разработанной модели (3D-компакции) для зависимостей диагональных компонент тензора уплотнения от времени. На рисунке 5.8 представлены теоретические (в виде суммы вычисленной упругой и неупругой деформации) и экспериментальные временные кривые для компонент полной деформации. Для сравнения также были построены кривые, для которых неупругая составляющая рассчитывалась по закону Ати (5.15) (1D-компакция).

Из рисунка 5.8 видно, что в течение первых двух циклов, когда активное нагружение осуществлялось в направлении оси  $X$ , 1D модель (закон Ати) и 3D модель (тензор уплотнения) удовлетворительно описывают экспериментальную кривую для компоненты  $\varepsilon_{xx}^{\text{tot}}$ . Иная ситуация наблюдается для двух других

компонент,  $\epsilon_{yy}^{tot}$  и  $\epsilon_{zz}^{tot}$ , которые проявляют тенденцию к разуплотнению, и в целом для следующих пар циклов (сжатие в направлениях  $Y, Z$ ).

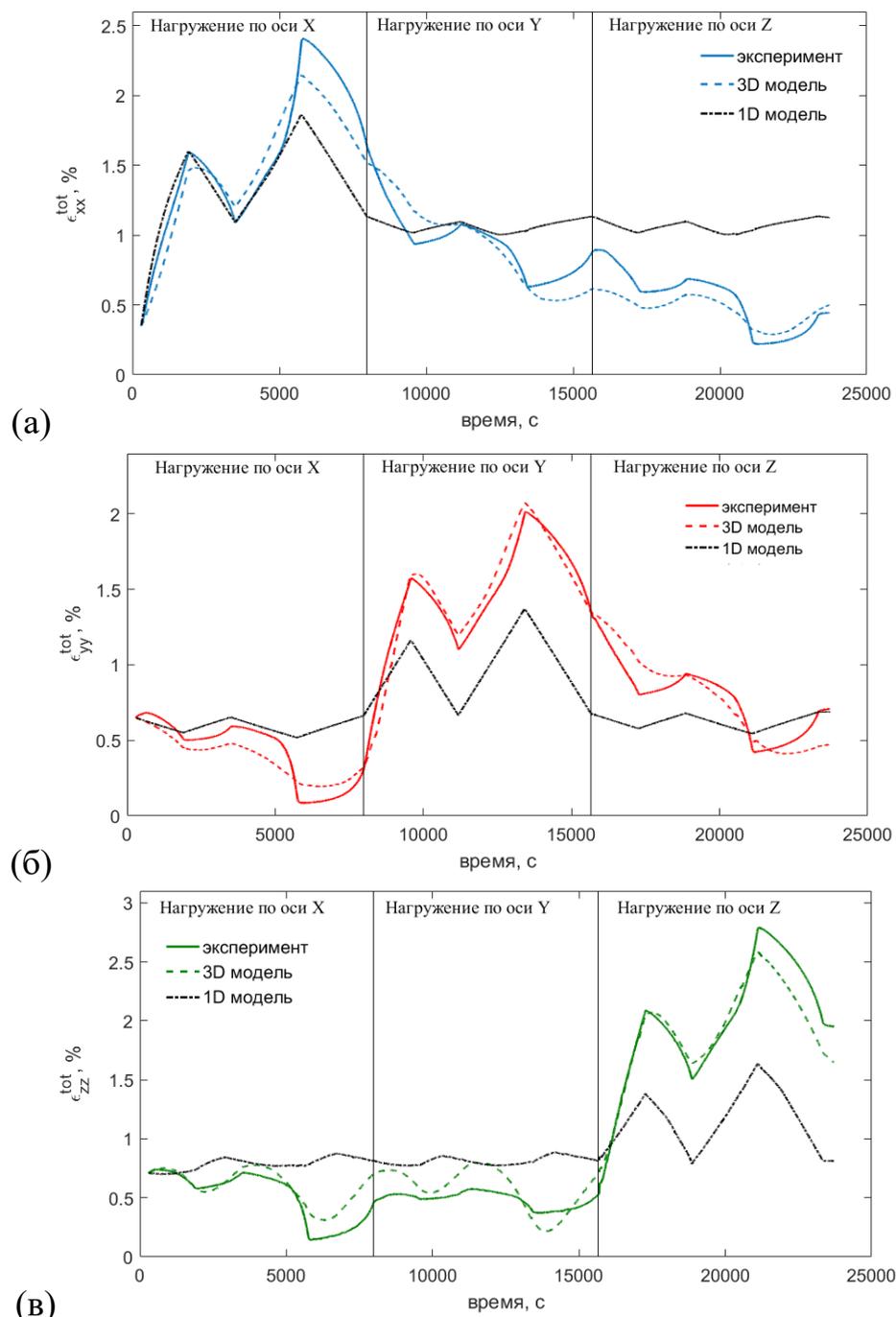


Рисунок 5.8 – Совмещенные экспериментальные кривые компонент полной деформации песчаника (сплошные линии) и теоретические кривые, полученные с использованием тензорной (3D-компакция, пунктирные линии) и скалярной (1D-компакция, штрих-пунктирные линии) формулировок ( $a - \epsilon_{xx}^{tot}$ ,  $b - \epsilon_{yy}^{tot}$ ,  $\beta - \epsilon_{zz}^{tot}$ )

Модель тензорной компакции корректно воспроизводит тенденцию к уменьшению неупругой деформации (разуплотнению) в направлениях, перпендикулярных направлению активного сжатия, тогда как  $1D$  модель показывает незначительные вариации, связанные с эффектом Пуассона. Более того, даже в направлении активного сжатия во второй и третьей парах циклов одномерная модель дает деформацию, не соответствующую экспериментальным данным. Это связано с ее неспособностью описывать частичную обратимость неупругой деформации на этапах разгрузки. В целом представленные результаты показывают ожидаемый недостаток  $1D$  модели, использующей закон Ати, а именно неспособность описывать изменение неупругой деформации в направлениях, ортогональных направлению активного нагружения. В результате идентификации тензорной модели компакции были получены следующие значения параметров модели:  $A = 1.2\%$ ,  $B_1 = 49.2$  МПа,  $B_2 = 19.3$  МПа,  $C = 1.6 \cdot 10^{-5}$  (Па  $\cdot$  с) $^{-1}$ . Кривые для  $1D$  модели получены при  $B = 46.8$  МПа и том же значении параметра  $A$ .

Найденные параметры были использованы для верификации тензорной модели уплотнения по данным 9-циклового эксперимента, моделирующего более сложный процесс компакции песчаника в трех ортогональных направлениях. Методика эксперимента и полученные результаты для этой программы испытаний представлены в параграфе 3.2.4.

На рисунке 5.9 представлены экспериментальные (сплошные линии) и рассчитанные (пунктирные линии) зависимости компонент тензора полной деформации образца песчаника, испытанного по 9-и цикловой программе нагружения. Из рисунка видно, что модель тензорной компакции с параметрами, найденными на этапе ее идентификации, корректно описывает экспериментальные данные по деформированию песчаника в трех ортогональных направлениях. Необходимо отметить также, что модель качественно повторяет экспериментальные кривые как в ситуации, когда по

одному направлению происходит компакция, а по двум другим разуплотнение, так и в ситуации, когда материал уплотняется в двух направлениях и расширяется в одном.

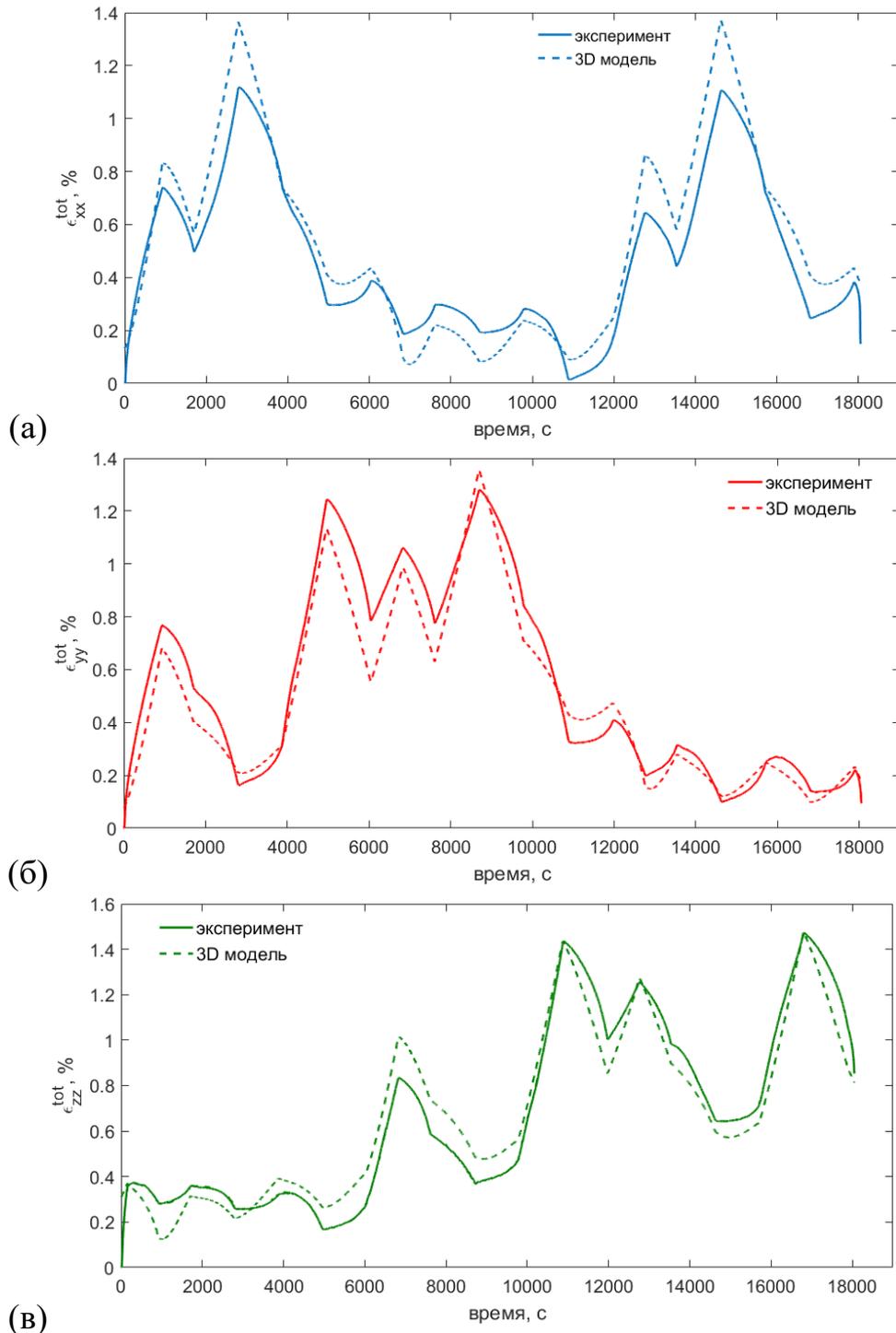


Рисунок 5.9 – Совмещенные экспериментальные кривые компонент полной деформации песчаника, испытанного по второй программе (сплошные линии), и теоретические кривые, полученные с использованием тензорной модели (пунктирные линии,  $a - \epsilon_{xx}^{tot}$ ,  $b - \epsilon_{yy}^{tot}$ ,  $в - \epsilon_{zz}^{tot}$ )

Таким образом, верификация и идентификация построенной тензорной модели уплотнения показала, что тензорная формулировка значительно улучшила соответствие экспериментальным данным по сравнению с одномерной моделью уплотнения. Расхождение между расчетными и экспериментальными кривыми (рис. 5.8, 5.9) может быть связано как с нелинейным упругим откликом материала, так и с индуцированной поврежденностью анизотропией упругих свойств, развивающейся от цикла к циклу.

Начало неупругого деформирования, как правило, описывается тем или иным критерием текучести (например, [363, 475]). Однако, представленные здесь результаты согласуются с недавними исследованиями [301, 356], согласно которым деформация неупругого уплотнения начинается с момента приложения нагрузки. Необходимо отметить, что введенный тензор уплотнения описывает лишь часть неупругой деформации, возникающей при нагружении пористой горной породы и связанной преимущественно с изменением объема материала (по аналогии с пластическим разрыхлением в модели Новожилова и коэффициента дилатансии в модели Друкера-Прагера-Николаевского [127]). Для учета неупругой деформации формоизменения требуется введение тензора поврежденности того или иного ранга, описывающего как деградацию упругих свойств материала, так и их индуцированную трещинообразованием анизотропию (см., например, [450]).

При негидростатической нагрузке скорость деформации уплотнения (соотношение (5.19)) пропорциональна разнице между зависимым от напряжений равновесным уплотнением и его текущим значением. В случае постоянства приложенной нагрузки скорость уплотнения будет аналогична экспоненциальному закону, связывающему скорость деформации ползучести  $\dot{\epsilon}_{cr}$  и дифференциальное напряжение  $\sigma_d$ :

$$\dot{\epsilon}_{cr} \sim \exp(B_{cr} \sigma_d). \quad (5.21)$$

Для песчаника коэффициент  $B_{cr}$  варьируется в диапазоне  $0.1 - 1 \text{ МПа}^{-1}$  [490, 527, 528], что очень близко к величине  $B_2^{-1} = 19.3^{-1}$ , оцененной в результате идентификации модели для образцов песчаника.

По аналогии с отношением проницаемость-пористость, которое, как правило, представляется в виде степенной функции [245, 327, 511], можно связать уменьшение компонент тензора проницаемости  $\Delta k_{ij}$  с компонентами тензора уплотнения,  $\Phi_{ij}$ , в виде:

$$\Delta k_{ij} \sim - \Phi_{ij}^n, \quad (5.22)$$

где  $n$  – показатель степени (в приближении ламинарного течения Пуазейля  $n = 3$ ). При таком предположении сильная анизотропия проницаемости в осадочных бассейнах, когда проницаемости в вертикальном и горизонтальном направлениях могут отличаться на порядки по величине, объясняется значительным вертикальным уплотнением и одновременным горизонтальным разуплотнением среды.

### 5.3 Математическая формулировка модели

#### 5.3.1 Термодинамика и определяющие соотношения

Первоочередной задачей при построении модели деформирования материала является выбор независимых термодинамических переменных, описывающих эволюцию структуры материала в процессе деформирования. Предположим, что в случае хрупкой пористой среды свободная энергия является функцией температуры  $T$ , упругой деформации  $\varepsilon_{ij}$ , тензора поврежденности  $\Omega_{ij}$ , тензора уплотнения  $\Phi_{ij}$  и степени насыщенности флюидом  $\zeta$ :

$$F = F(T, \varepsilon_{ij}, \Omega_{ij}, \Phi_{ij}, \zeta). \quad (5.23)$$

Так как выбранные переменные являются независимыми, дифференцирование (5.23) по времени дает

$$\frac{dF}{dt} = -S \frac{dT}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_{ij}} \frac{d\Omega_{ij}}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \Phi_{ij}} \frac{d\Phi_{ij}}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \zeta} \frac{d\zeta}{dt}, \quad (5.24)$$

где  $S = -\frac{\partial F}{\partial T}$  – удельная энтропия.

Уравнение баланса энергии включает три слагаемых, связанных с выделением тепла при сдвиге, тепловым и адвективным (ввиду перемещения флюида) потоками

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(F + TS) = \sigma_{ij} e_{ij} - \nabla_i Q_i - \rho_f \nabla_i (h_f q_i), \quad (5.25)$$

где  $U$  – внутренняя энергия системы,  $\sigma_{ij} = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}}$  – тензор напряжения Коши,  $e_{ij} = \frac{d\varepsilon_{ij}^{tot}}{dt}$  – временная производная тензора полной деформации,  $Q_i$  – вектор теплового потока,  $q_i$  – вектор потока флюида,  $\rho_f$  – плотность флюида,  $h_f$  – энтальпия флюида, являющаяся функцией удельной энтропии флюида  $s_f$  и порового давления  $p_f = \frac{\partial F}{\partial \zeta}$ ,  $dh_f = T ds_f + dp_f / \rho_f$ .

Уравнение баланса энтропии в свою очередь имеет вид

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\Gamma}{T} - \nabla_i \left( \frac{Q_i}{T} \right) - \rho_f \nabla_i (q_i s_f), \quad (5.26)$$

где  $\Gamma \geq 0$  – локальное производство энтропии.

Объединяя соотношения (5.24), (5.25), (5.26) с учетом закона сохранения массы флюида  $\frac{d\zeta}{dt} = -\nabla_i (q_i)$  и аддитивного закона для деформаций  $\varepsilon_{ij}^{tot} = \varepsilon_{ij} + (\Phi_{ij} - \Phi_{ij}^{(0)}) + \varepsilon_{ij}^{ir}$  ( $tr(\varepsilon_{ij}^{ir})=0$ ,  $(\Phi_{ij} - \Phi_{ij}^{(0)})$  – тензор деформации уплотнения) получаем итоговое соотношение для локального производства энтропии в форме

$$\Gamma = -\frac{Q_i}{T} \nabla_i T - q_i \nabla_i p_f + \left( \sigma_{ij} - \frac{\partial F}{\partial \Phi_{ij}} \right) \frac{d\Phi_{ij}}{dt} - \frac{\partial F}{\partial \Omega_{ij}} \frac{d\Omega_{ij}}{dt} + \tau_{ij} \frac{d\varepsilon_{ij}^{ir}}{dt} \geq 0 \quad (5.27)$$

Первые два слагаемых в (5.27) отвечают за диссипацию, связанную с теплопроводностью и течением жидкости, третье слагаемое описывает изменение внутренней энергии системы, вызванное эволюцией пористости,

четвертое – вызванное микротрещинообразованием, пятое – вязкой диссипацией.

Следуя принципу Онзагера и теореме Кюри [42, 298, 461], из (5.27) можно получить квазилинейные соотношения между потоками и термодинамическими силами отдельно для каждого тензорного ранга. Неотрицательность локального производства энтропии для векторных величин приводит к законам Фурье и Дарси, связывающим градиенты температуры и порового давления с соответствующими потоками:

$$Q_i = -K_{ij}^T \nabla_j T, \quad (5.28)$$

$$q_i = -K_{ij}^F \nabla_j p_f, \quad (5.29)$$

где  $K_{ij}^T$ ,  $K_{ij}^F$  – положительно определенные тензоры теплопроводности и проницаемости соответственно.

Из соотношения (5.27) для тензорных параметров, согласно принципу Онзагера, получаем кинетические уравнения для тензоров поврежденности, уплотнения и необратимой деформации

$$\frac{d\Omega_{lm}}{dt} = -C_{lmi}^{\Omega\Omega} \frac{\partial F}{\partial \Omega_{ij}} + C_{lmi}^{\Omega\Phi} \left( \sigma_{ij} - \frac{\partial F}{\partial \Phi_{ij}} \right) + C_{lmi}^{\Omega\varepsilon} \tau_{ij}, \quad (5.30)$$

$$\frac{d\Phi_{lm}}{dt} = -C_{lmi}^{\Phi\Omega} \frac{\partial F}{\partial \Omega_{ij}} + C_{lmi}^{\Phi\Phi} \left( \sigma_{ij} - \frac{\partial F}{\partial \Phi_{ij}} \right) + C_{lmi}^{\Phi\varepsilon} \tau_{ij}, \quad (5.31)$$

$$\frac{d\varepsilon_{lm}^{ir}}{dt} = -C_{lmi}^{\varepsilon\Omega} \frac{\partial F}{\partial \Omega_{ij}} + C_{lmi}^{\varepsilon\Phi} \left( \sigma_{ij} - \frac{\partial F}{\partial \Phi_{ij}} \right) + C_{lmi}^{\varepsilon\varepsilon} \tau_{ij}, \quad (5.32)$$

где  $C_{lmi} = \begin{vmatrix} C_{lmi}^{\Omega\Omega} & C_{lmi}^{\Omega\Phi} & C_{lmi}^{\Omega\varepsilon} \\ C_{lmi}^{\Phi\Omega} & C_{lmi}^{\Phi\Phi} & C_{lmi}^{\Phi\varepsilon} \\ C_{lmi}^{\varepsilon\Omega} & C_{lmi}^{\varepsilon\Phi} & C_{lmi}^{\varepsilon\varepsilon} \end{vmatrix}$  – матрица кинетических коэффициентов,

положительная определенность которой гарантирует неотрицательное значение производства энтропии при деформировании пористого хрупкого материала.

Как и ранее откажемся от взаимного влияния поврежденности, уплотнения и необратимой деформации, т.е.  $C_{lmi}^{\Omega\varepsilon} = C_{lmi}^{\Phi\varepsilon} = C_{lmi}^{\varepsilon\Omega} = C_{lmi}^{\varepsilon\Phi} = 0$ . Следуя

пороупругой модели со скалярным параметром поврежденности [336], примем  $C_{lmij}^{\Omega\Phi} = -C_{lmij}^{\Phi\Omega}$ . В этом случае положительная определенность матрицы накладывает следующие ограничения на кинетические коэффициенты:  $C_{lmij}^{\Omega\Omega} \geq 0$ ,  $C_{lmij}^{\Phi\Phi} \geq 0$ ,  $C_{lmij}^{\Omega\Omega} C_{knij}^{\Phi\Phi} - (C_{lmij}^{\Omega\Phi})^2 \geq 0$ .

По аналогии с (5.1) представим свободную энергию деформируемого поврежденного пористого материала в виде

$$F = \left[ \frac{\lambda_0}{2} I_1^2 + \mu_0 I_2 \right] + \gamma \left[ \xi_0 I_2^{(\Omega)} - I_1^{(\Omega)} \sqrt{I_2^{(\Omega)}} \right] + \frac{1}{2} M [\beta I_1 - \zeta + \Phi_{ij} \delta_{ij}]^2 + Ch \frac{\gamma}{2} \Omega_{ij} \Omega_{ij} \quad (5.33)$$

Выражение (5.33) отличается от энергии для хрупкого поврежденного материала дополнительным пороупругим слагаемым  $\frac{1}{2} M [\beta I_1 - \zeta + \Phi_{ij} \delta_{ij}]^2$  и слагаемым  $Ch \frac{\gamma}{2} \Omega_{ij} \Omega_{ij}$ , описывающим когезионную силу, препятствующую сдвигу при низком уровне среднего напряжения.

Дифференцирование по компонентам тензора деформации приводит к выражению для компонент тензора напряжений:

$$\sigma_{ij} = [\lambda_0 I_1 \delta_{ij} + 2\mu_0 \varepsilon_{ij}] - \gamma \frac{\partial I_1^{(\Omega)}}{\partial \varepsilon_{ij}} \sqrt{I_2^{(\Omega)}} + \gamma \left( \xi_0 - \frac{1}{2} \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \frac{\partial I_2^{(\Omega)}}{\partial \varepsilon_{ij}} + \beta M (\beta I_1 - \zeta + \Phi_{lm} \delta_{lm}) \delta_{ij}, \quad (5.34)$$

где  $\frac{\partial I_1^{(\Omega)}}{\partial \varepsilon_{lm}} = \Omega_{lm}$ ,  $\frac{\partial I_2^{(\Omega)}}{\partial \varepsilon_{lm}} = \frac{1}{2} (\Omega_{li} \varepsilon_{ik} \Omega_{km} + \Omega_{mi} \varepsilon_{ik} \Omega_{kl}) + \frac{1}{2} (\Omega_{lj} \varepsilon_{mk} \Omega_{kj} + \Omega_{mj} \varepsilon_{lk} \Omega_{kj})$ .

Дифференцирование по степени насыщенности флюидом  $\zeta$  приводит к выражению для порового давления

$$p_f = M(-\beta I_1 + \zeta - \Phi_{lm} \delta_{lm}). \quad (5.35)$$

Как и в случае нелинейной пороупругой модели эффективное напряжение определяется как

$$\sigma_{ij}^{eff} = \sigma_{ij} - \frac{\partial F}{\partial \Phi_{ij}}. \quad (5.36)$$

По аналогии с (5.7) представим перекрестные коэффициенты  $D_{ijkn} = -C_{ijkn}^{\Omega\Phi} = C_{ijkn}^{\Phi\Omega}$  в виде экспоненциальной зависимости от компонент тензора поврежденности:

$$D_{ijkn} = D_1 \exp[-D_2 \Omega_{ij}] \delta_{kn} (-I_1)^N \sqrt{I_2}. \quad (5.37)$$

Необходимо отметить, что выражение (5.37) определено только для случая сжатия ( $I_1 < 0$ ).

Кинетические коэффициенты, как и в случае нелинейной упругой модели с тензорной поврежденностью, определяются как

$$C_{ijkn}^{\Omega\Omega} = \frac{L}{\sqrt{\Omega_{lm}\Omega_{lm}}} (\delta_{ik}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jk}). \quad (5.38)$$

С учетом (5.33), (5.37), (5.38) и  $\sigma_m^{eff} = \sigma_{kk}^{eff}/3$  кинетическое уравнение для тензора поврежденности (5.30) будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega_{ij}}{dt} = & -D_1 \exp[-D_2 \Omega_{ij}] (-I_1)^N \sqrt{I_2} \sigma_m^{eff} \\ & + \frac{L\gamma}{\sqrt{\Omega_{kn}\Omega_{kn}}} \left[ \varepsilon_{ij} \sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( \xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{2\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \frac{\partial I_2^{(\Omega)}}{\partial \Omega_{ij}} - Ch \Omega_{ij} \right], \end{aligned} \quad (5.39)$$

где первое слагаемое описывает рост поврежденности при изменении среднего напряжения (дробление минерального скелета), а второе отвечает за рост микротрещин, определенным образом ориентированных относительно конфигурации приложенных деформаций (с учетом ориентации исходной микротрещиноватости).

Используя представление для среднего эффективного напряжения в виде  $-\sigma_m^{eff} = P^{eff} = -KI_1$  ( $K$  – модуль объемного сжатия), получаем итоговое выражение для скорости роста компонент тензора поврежденности

$$\frac{d\Omega_{ij}}{dt} = KD_1 \exp[-D_2 \Omega_{ij}] (-I_1)^{N+1} \sqrt{I_2} +$$

$$+ \frac{L\gamma}{\sqrt{\Omega_{kn}\Omega_{kn}}} \left[ \varepsilon_{ij} \sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( \xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{2\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \frac{\partial I_2^{(\Omega)}}{\partial \Omega_{ij}} - Ch\Omega_{ij} \right], \quad (5.40)$$

которое, в случае соосности тензора поврежденности и тензора деформации, в их главных осях редуцируется к

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega_k}{dt} = & KD_1 \exp[-D_2\Omega_k] (-I_1)^{N+1} \sqrt{I_2} + \\ & + \frac{L\gamma}{\sqrt{\Omega_n\Omega_n}} \left[ \varepsilon_k \sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \varepsilon_k^2 \Omega_k - Ch\Omega_k \right]. \end{aligned} \quad (5.41)$$

Кинетическое уравнение для компонент тензора компакции с учетом (5.37) имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_{ij}}{dt} = & D_1\gamma \exp[-D_2\Omega_{ij}] (-I_1)^N \sqrt{I_2} \left[ \varepsilon_{ij} \sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( \xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{2\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \frac{\partial I_2^{(\Omega)}}{\partial \Omega_{ij}} - Ch\Omega_{ij} \right] + \\ & + C_{ijlm}^{\Phi\Phi} \sigma_{lm}^{eff}. \end{aligned} \quad (5.42)$$

В соответствии с ранее верифицированным уравнением для тензора уплотнения примем следующее выражение для кинетических коэффициентов  $C_{ijlm}^{\Phi\Phi}$ :

$$C_{ijlm}^{\Phi\Phi} = -A \left( \Phi_{ij}^{(eq)} - \Phi_{ij} \right) \delta_{lm}, \quad (5.43)$$

где  $\Phi_{ij}^{(eq)}$  – равновесный тензор уплотнения,  $A$  – положительный материальный параметр, величина которого зависит от знака  $\left( \Phi_{ij}^{(eq)} - \Phi_{ij} \right)$ :

$$A = A_1 - A_2 H \left( \Phi_{ij}^{(eq)} - \Phi_{ij} \right), \quad (5.44)$$

где  $H(\cdot)$  – функция Хевисайда. В случае уплотнения  $\left( \Phi_{ij}^{(eq)} - \Phi_{ij} \right) < 0$  и  $A^{comp} = A_1$ , тогда как в случае разуплотнения  $A^{tens} = A_1 - A_2 < A_1$ . Различие в скоростях уплотнения и разуплотнения при неизменном уровне эффективного

давления вызвано необходимостью обеспечения условия положительной диссипации энергии.

С учетом (5.43) кинетическое уравнение (5.42) преобразуется к

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_{ij}}{dt} = D_1\gamma \exp[-D_2\Omega_{ij}](-I_1)^N \sqrt{I_2} \left[ \varepsilon_{ij} \sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( \xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{2\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \frac{\partial I_2^{(\Omega)}}{\partial \Omega_{ij}} - Ch\Omega_{ij} \right] + \\ + A \left( \Phi_{ij}^{(eq)} - \Phi_{ij} \right) P^{eff}, \end{aligned} \quad (5.45)$$

где  $P^{eff}$  – эффективное давление, равновесный тензор уплотнения  $\Phi_{ij}^{(eq)}$  определяется (согласно (5.16)) как

$$\Phi_{ij}^{(eq)} = \Phi_{ij}^{(0)} - B_0 \left[ \delta_{ij} - \exp\left(-\frac{P^{eff}}{B_1} \delta_{ij} + \frac{\tau_{ij}^{eff}}{B_2}\right) \right]. \quad (5.46)$$

Ввиду принятых гипотез кинетическое уравнение для необратимой деформации, связанной с микросдвигами, имеет вид аналогичный (4.35)

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^{ir}}{dt} = \begin{cases} C_\Omega \left( \frac{d\Omega_{in}\Omega_{jm}}{dt} \right) \tau_{nm}^{eff}, & \frac{d\Omega_{in}\Omega_{jm}}{dt} > 0 \\ 0, & \frac{d\Omega_{in}\Omega_{jm}}{dt} \leq 0 \end{cases}. \quad (5.47)$$

Объединив кинетические уравнения для тензора деформации уплотнения  $(\Phi_{ij} - \Phi_{ij}^{(0)})$  и необратимой деформации  $\varepsilon_{ij}^{ir}$  (ввиду принятого аддитивного закона для деформаций  $\Phi_{ij}^{in} = (\Phi_{ij} - \Phi_{ij}^{(0)}) + \varepsilon_{ij}^{ir}$ ) получаем выражение

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_{ij}^{in}}{dt} = D_1\gamma \exp[-D_2\Omega_{ij}](-I_1)^N \sqrt{I_2} \left[ \varepsilon_{ij} \sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( \xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{2\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \frac{\partial I_2^{(\Omega)}}{\partial \Omega_{ij}} - Ch\Omega_{ij} \right] + \\ + A \left( \Phi_{ij}^{(eq)} - \Phi_{ij} \right) P^{eff} + C_V \left( \frac{d\Omega_{in}\Omega_{jm}}{dt} \right) \tau_{nm}^{eff}, \end{aligned} \quad (5.48)$$

которое, в случае соосности тензора поврежденности и тензора деформации, в их главных осях редуцируется к

$$\frac{d\Phi_k^{in}}{dt} = D_1 \gamma \exp[-D_2 \Omega_k] (-I_1)^N \sqrt{I_2} \left[ \varepsilon_k \sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{2\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \varepsilon_k^2 \Omega_k - Ch \Omega_k \right] + A \left( \Phi_k^{(eq)} - \Phi_k \right) P^{eff} + C_V \left( \frac{d\Omega_k^2}{dt} \right) \tau_k^{eff}. \quad (5.49)$$

Кинетические уравнения (5.48), (5.49) описывают процессы уплотнения/разуплотнения, связанные с различными физическими механизмами. Первое слагаемое в этих уравнениях описывает связь уплотнения/разуплотнения с кинетикой поврежденности. Его знак (разуплотнение или уплотнение) определяется выражением в квадратных скобках и зависит как от приложенной нагрузки, так и от текущего уровня поврежденности. Второе слагаемое является обобщением закона Ати и описывает уплотнение материала со скоростью, пропорциональной уровню эффективного давления. Третье слагаемое описывает необратимую деформацию, связанную со скоростью роста поврежденности, и вызванную фрикционными эффектами развития сдвига по естественным внутренним границам материала.

Таким образом, определяющие соотношения (5.34) в совокупности с аддитивным законом для деформации и кинетическими уравнениями (5.40), (5.48) представляют собой замкнутую систему уравнений, описывающую процесс деградации свойств и дефектной структуры хрупкого пористого материала при его деформировании.

### 5.3.2 Предельные поверхности для хрупкого пористого материала

Кинетические уравнения для компонент тензора поврежденности (5.40) имеют структуру, идентичную уравнению (5.8) в скалярной пороупругой модели. Уравнения в правой части содержат два конкурирующих слагаемых  $T_1$  и  $T_2$ , значения которых зависят не только от инвариантов тензора деформации, но и от ориентации приложенных напряжений/деформаций относительно главных осей тензора поврежденности. В предположении соосности тензора

деформации и тензора поврежденности эти слагаемые для  $k$ -го главного направления имеют вид:

$$T_1 = D_1 \exp[-D_2 \Omega_k] (-I_1)^{N+1} \sqrt{I_2} \quad (5.50)$$

$$T_2 = \frac{1}{\sqrt{\Omega_n \Omega_n}} \left[ \varepsilon_k \sqrt{I_2^{(\Omega)}} - \left( 2\xi_0 - \frac{I_1^{(\Omega)}}{\sqrt{I_2^{(\Omega)}}} \right) \varepsilon_k^2 \Omega_k - Ch \Omega_k \right] \quad (5.51)$$

Оба слагаемых были отнормированы на  $L\gamma$ , константа  $D_1$  была переопределена для сохранения пропорции между двумя слагаемыми.

Рисунок 5.10 демонстрирует изменение этих слагаемых и их суммы при вариациях объемной и дифференциальной деформаций в случае традиционного трехосного сжатия, когда направление активной осевой деформации  $\varepsilon_1$  совпадает с направлением главной поврежденности  $\Omega_1$ .

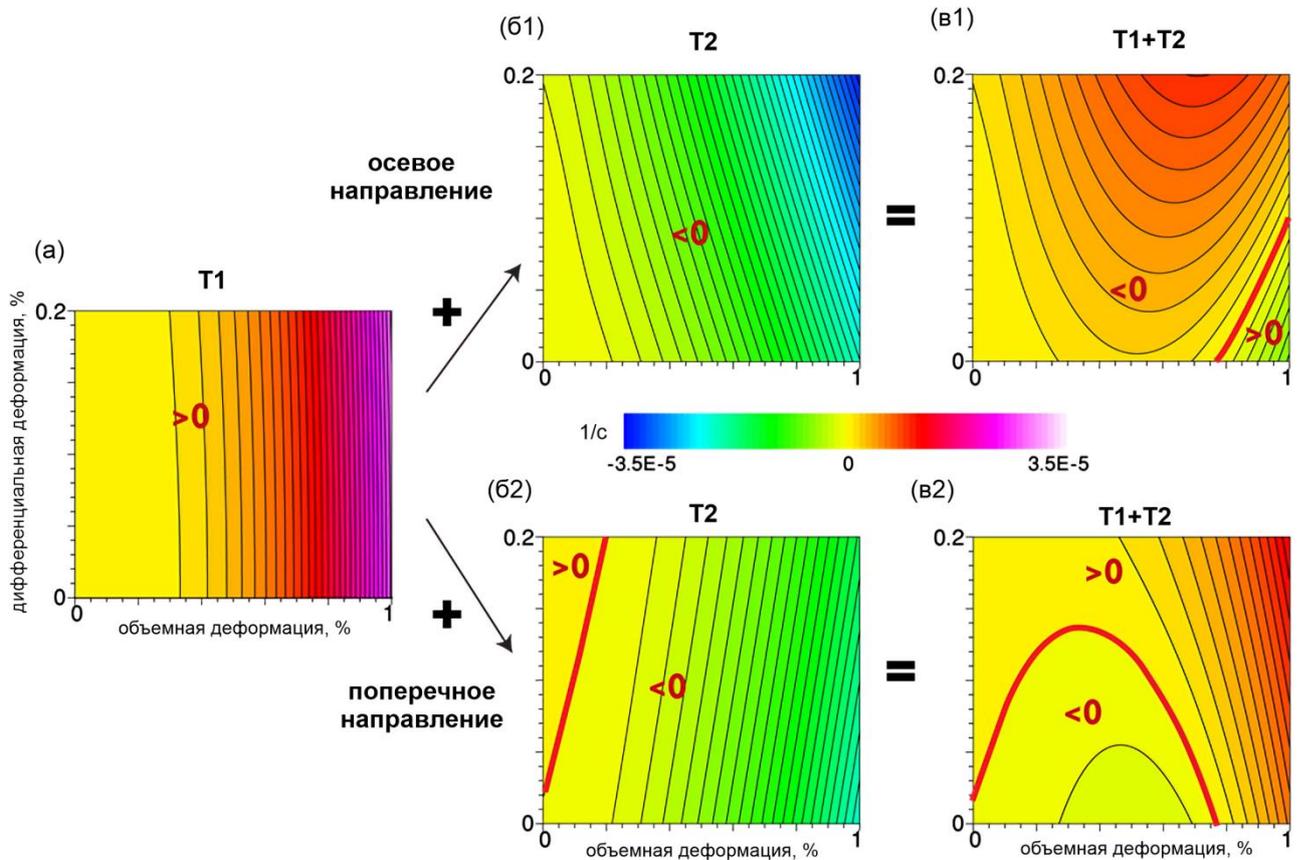


Рисунок 5.10 – Кинетика поврежденности при традиционном трехосном сжатии и начальном изотропном поврежденном состоянии ( $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3$ ). (а) – изменение первого слагаемого  $T_1$ , идентичное для всех направлений; (б) –

изменение второго слагаемого  $T_2$  для осевого (б1) и поперечных (б2) направлений; (в) – изменение суммы слагаемых  $T_1 + T_2$  для осевого (в1) и поперечных (в2) направлений

В случае исходно изотропного материала ( $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3$ ), величина первого слагаемого одинакова для всех главных направлений (осевого, соответствующего  $\varepsilon_1$ , и поперечных, соответствующих  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ ) (рис. 5.10а). Она слабо зависит от дифференциальной деформации и сильно возрастает при росте объемной деформации (величины бокового подпора).

Вариации величины второго слагаемого  $T_2$  различаются для осевого и поперечных направлений (рис. 5.10б), что связано с зависимостью второго слагаемого от главной деформации, действующей в этом направлении. Второе слагаемое для осевого направления всегда отрицательное и растет (т.е. становится более отрицательным) с увеличением как объемной, так и дифференциальной деформации. Для поперечных направлений есть область положительных значений слагаемого  $T_2$ , соответствующих малой объемной деформации и существенной дифференциальной деформации.

Таким образом, сумма первого слагаемого  $T_1$  (5.50) и второго  $T_2$  (5.51) для осевого направления (направления активного сжатия) отрицательна для большинства значений деформации, за исключением области, характеризующейся высоким уровнем объемной деформации и низким уровнем дифференциальной (рис. 5.10 в1). Для большинства траекторий нагружения, за исключением случая гидростатического сжатия, осевая составляющая тензора поврежденности будет либо неизменной, либо будет уменьшаться. Механически это означает, что микротрещины, ориентированные перпендикулярно оси активного сжатия, будут закрываться (схлопываться).

Сумма слагаемых  $T_1$  и  $T_2$  для поперечных направлений  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  образует предельную поверхность (красная жирная линия на рис. 5.10 в2), разделяющую области накопления повреждений (положительные значения суммы) и залечивания (закрытия) микротрещин (отрицательные значения суммы). Форма

пределной поверхности для этих направлений идентична той, что получена для пороупругой модели со скалярными параметрами поврежденности и пористости. При низкой объемной деформации (при слабом боковом подпоре) предельная поверхность смещается вверх в зависимости от величины когезии.

Одноосное сжатие с боковым подпором до уровня деформаций, лежащих выше предельной поверхности, приводит к постепенному росту двух главных поперечных поврежденностей  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$  с одинаковой скоростью. В то время как осевая поврежденность (главная поврежденность  $\Omega_1$ ) остается неизменной. Такая кинетика поврежденности приводит к формированию в пористом хрупком материале при традиционном одноосном сжатии с боковым подпором цилиндрической трансверсальной анизотропии поврежденности (cylindrical transverse damage anisotropy), наблюдаемой в трехосных экспериментах [213]. Поврежденность в этом случае можно схематично представить в виде двух ансамблей микротрещин (рис. 5.11).

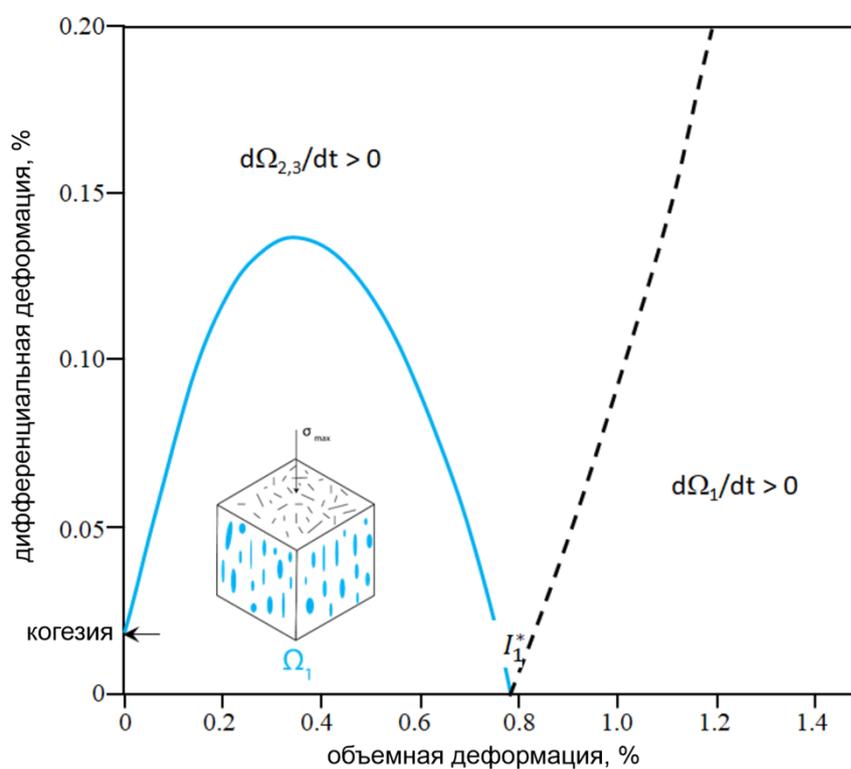


Рисунок 5.11 – Предельная поверхность для исходно изотропного пористого материала

Первый ансамбль микротрещин (синие трещины на вставке рис. 5.11) ориентирован параллельно оси активного нагружения с раскрытием в поперечных направлениях. Другой ансамбль представлен закрытыми (залеченными) микротрещинами (черные трещины на вставке рис. 5.11) ориентированными нормально к оси активного нагружения. Поврежденность в осевом направлении остается неизменной до больших объемных деформаций, превышающих  $I_1^*$  ( $I_1^* \approx 0.8\%$ ). Превышение этой критической величины соответствует началу коллапса порового пространства материала.

Постепенный рост главных поврежденностей  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$  приводит к расширению предельной поверхности (упрочнению), что вызвано экспоненциальной зависимостью первого слагаемого  $T_1$  от поврежденности. В этом случае при разгрузке и последующем нагружении материала по этой же траектории рост поврежденности начнется при достижении предыдущего максимума деформации/напряжения. Таким образом, от цикла к циклу нагружения будет реализовываться эффект Кайзера, особенностям проявления которого посвящена глава 3. Схематично проявление эффекта Кайзера представлено на рисунке 5.12.

В случае неизменности направления действия максимального главного напряжения/деформации от цикла к циклу, в первом цикле начало роста поврежденности будет наблюдаться при небольшом уровне дифференциальных деформаций (пересечение синей предельной кривой и траектории нагружения, рис. 5.12). При повторном нагружении (второй цикл) рост поврежденности начнется при существенно больших деформациях (пересечение фиолетовой предельной кривой и траектории нагружения), соответствующих максимальному уровню предыдущего цикла. Противоположная ситуация наблюдается в случае когда между циклами нагружения происходит вращение эллипсоида Ламе (изменение направления действия максимального главного напряжения/деформации). От цикла к циклу будет наблюдаться незначительное упрочнение материала, соответствующее малому смещению

пределной поверхности (синяя, красная, зеленая кривые на рис. 5.12). Как и в случае отсутствия вращения, материал в исходном состоянии имеет изотропную поврежденность.

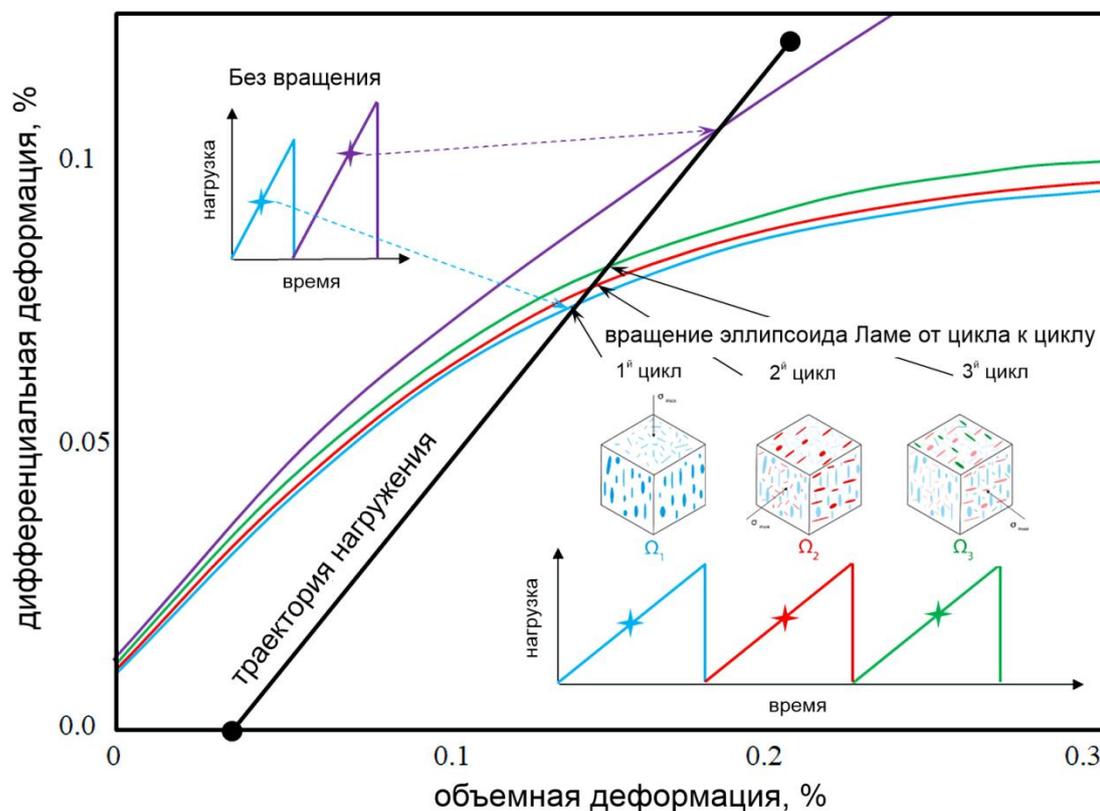


Рисунок 5.12 – Эволюция предельной поверхности при неизменности направления действия максимальной нагрузки и при ее последовательном повороте от цикла к циклу по отношению к образцу

После первого цикла нагружения материал перестает быть изотропным, так как одноосное сжатие с боковым подпором приводит к появлению раскрытых микротрещин, ориентированных параллельно оси активного нагружения, и смыканию микротрещин, ориентированных нормально к этой оси (правая вкладка, рис. 5.12). Во втором цикле после поворота эллипсоида приложенных напряжений начало роста поврежденности происходит фактически при том же уровне деформаций (пересечение красной предельной кривой и траектории нагружения). Таким образом, эффект Кайзера во втором цикле наблюдаться не будет, и связано это с генерацией во втором цикле

нового ансамбля микротрещин, ориентированных нормально к ансамблю микротрещин, сформированных к концу первого цикла. Аналогичный сценарий будет наблюдаться в третьем цикле нагружения. При достижении предельной поверхности (пересечение зеленой предельной кривой и траектории нагружения) начнет формироваться новый ансамбль микротрещин, ориентированный ортогонально к двум предыдущим, сформированным после первого и второго циклов.

Приведенный анализ рисунка 5.12 объясняет причину отсутствия эффекта Кайзера при вращении эллипсоида приложенных напряжений от цикла к циклу, наблюдавшегося в экспериментах по трехосному нагружению песчаника (см. главу 3). Отсутствие эффекта Кайзера в этом случае вызвано независимостью критической нагрузки, необходимой для начала роста поврежденности, от поврежденности, образовавшейся в предыдущих циклах и ориентированной несогласованно с направлением действия максимального главного напряжения в текущем цикле.

На рисунке 5.13 представлены карты распределений величин слагаемых  $T_1$  и  $T_2$  для второго цикла нагружения для осевого и поперечного направлений. Материал к началу второго цикла (как было представлено выше) имеет трансверсально-изотропную поврежденность ( $\Omega_1 < \Omega_2 = \Omega_3$ ), направление активного сжатия осуществляется в направлении 2.

Величина первого (рис. 5.13 а1, а2) и второго (рис. 5.13 б1, б2) слагаемых для осевого и поперечного направлений близки. При этом первое слагаемое  $T_1$  для осевого направления превышает слагаемое для поперечного направления, тогда как для второго слагаемого наблюдается обратная тенденция. Эти различия приводят к значительным изменениям суммы слагаемых (красные линии на рис. 5.13 в1, в2), контролирующей кинетику поврежденности.

На рисунке 5.14 представлены предельные поверхности для главных компонент тензора поврежденности во втором цикле (красные линии) в

сравнении в поверхностях для первого цикла (исходное изотропное поврежденное состояние, синяя и черная линии).

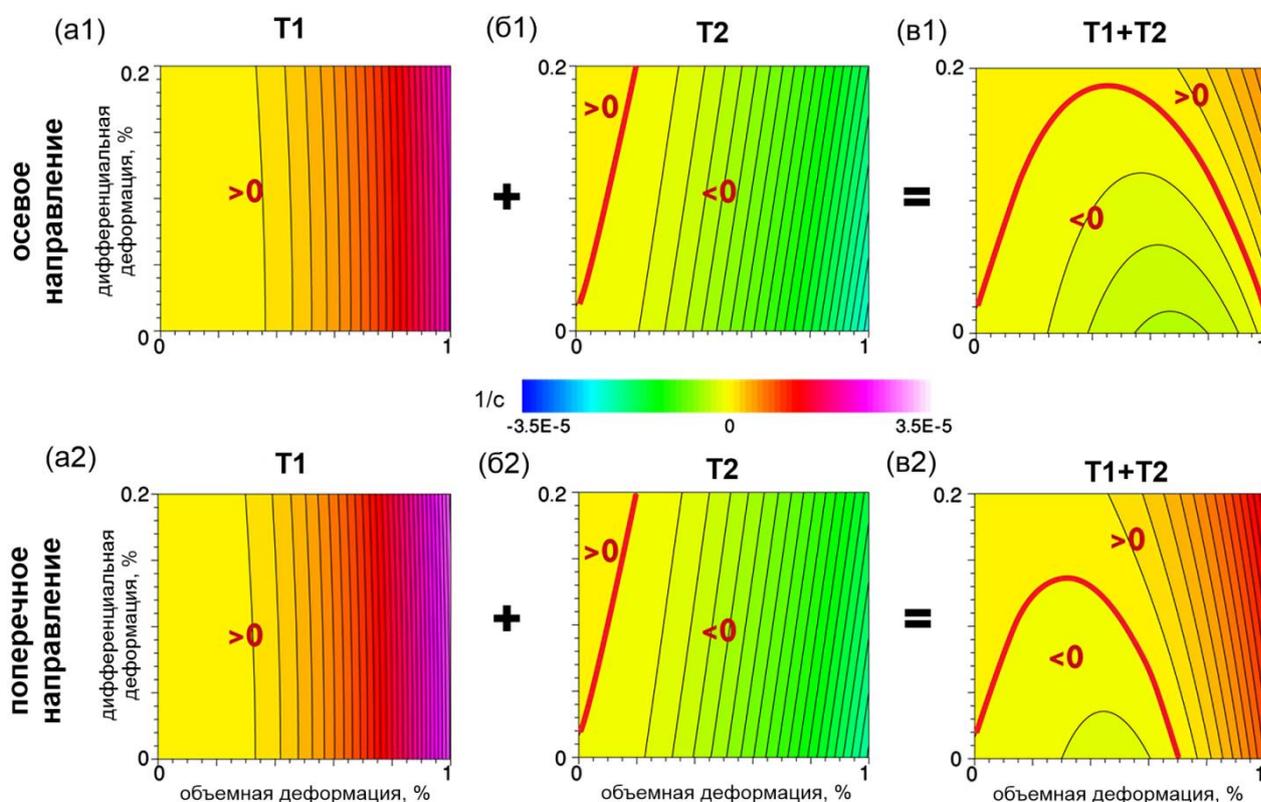


Рисунок 5.13 – Кинетика поврежденности при традиционном трехосном сжатии и исходном трансверсально-изотропном поврежденном состоянии ( $\Omega_1 < \Omega_2 = \Omega_3$ ).

(а) – изменение первого слагаемого  $T_1$  для осевого (а1) и поперечного (а2) направлений; (б) – изменение второго слагаемого  $T_2$  для осевого (б1) и поперечных (б2) направлений; (в) – изменение суммы слагаемых  $T_1 + T_2$  для осевого (в1) и поперечных (в2) направлений

Предельная кривая для минимальной поперечной компоненты тензора поврежденности  $\Omega_1$  фактически соответствует кривой для изотропного материала (синяя пунктирная кривая, рис. 5.14). При этом для максимальной поперечной компоненты тензора поврежденности  $\Omega_3$  предельная поверхность существенно смещена в область больших деформаций, что вызвано упрочнением материала в этом направлении после первого цикла. Для компоненты  $\Omega_2$  (направление активного сжатия во втором цикле) рост

возможен только при больших объемных деформациях. Критическая величина  $I_1^*$  в этом случае превышает значение для изотропного случая.

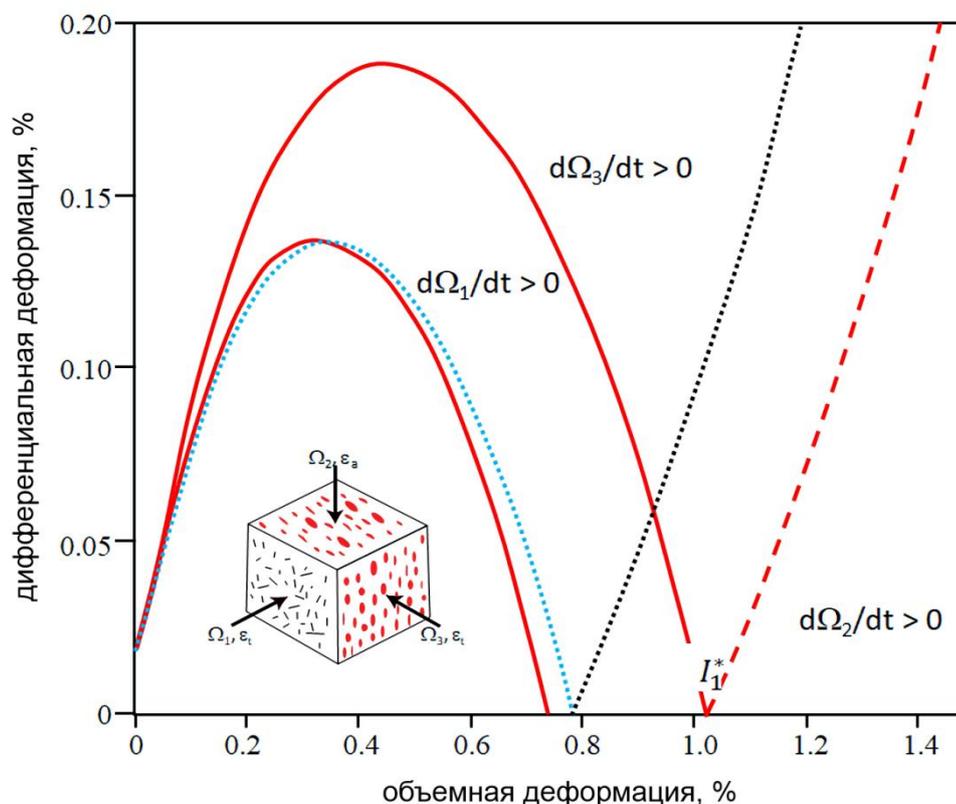


Рисунок 5.14 – Предельные поверхности для главных компонент тензора поврежденности в случае анизотропного поврежденного материала ( $\Omega_1 < \Omega_2 = \Omega_3$ ) (красные линии – второй цикл, анизотропная поврежденность; синия и черная линии – изотропный случай)

#### 5.4 Идентификация и верификация модели

Для идентификации и верификации разработанной нелинейной модели деформирования хрупких пористых материалов с тензорным параметром поврежденности и тензорным уплотнением были использованы экспериментальные данные по циклическому трехосному сжатию сухого песчаника Darley Dale при комнатной температуре, опубликованные в работе [213]. Цель реализованных экспериментов – исследование особенностей проявления эффекта Кайзера при трехосных испытаниях с изменением формы и ориентации эллипсоида приложенных напряжений. Подробное описание

использованного оборудования и экспериментальных программ можно найти в [213].

#### **5.4.1 Материал и условия проведения экспериментов**

Эксперименты по трехосному циклическому нагружению проводились на сухих образцах песчаника Darley Dale, имеющего среднюю пористость около 13% и размер зерен от 0.08 до 0.8 мм. Эксперименты проводились в Koninklijke Shell Exploratie en Productie Laboratorium (KSEPL) (Rijswijk, Netherlands) на установке по трехосному независимому нагружению горных пород. Описание установки, схему закрепления образца и другие технические подробности можно найти в работах [213, 220]. Кубические образцы (длина ребра 50 мм) нагружались тремя гидроцилиндрами, обеспечивающими максимальное усилие 300 кН каждый. Для удержания образцов в центре нагружающей ячейки и обеспечения удовлетворительного акустического контакта перед началом испытаний они подвергались предварительному всестороннему сжатию до 4 МПа. Нагрузка в каждом из трех ортогональных направлений измерялась с помощью электронных тензодатчиков с точностью  $\pm 0.2\%$ . Для измерения смещения в каждом из направлений были использованы LVDT-датчики. Непрерывная регистрация акустической эмиссии осуществлялась с помощью ПАЭ, расположенного в углублении одной из нагружающих плит.

#### **5.4.2 Идентификация модели по данным циклического трехосного сжатия песчаника Darley Dale**

Программа нагружения состояла из трех циклов нагружения (рис. 5.15а) с последовательным вращением эллипсоида приложенных напряжений от цикла к циклу. Перед первым циклом нагружения, как было сказано выше, образец подвергался всестороннему сжатию до 4 МПа. В первом цикле нагружение осуществлялось в направлении 1 (синие линии на рис. 5.15а) со скоростью 18 кПа/с до величины дифференциального напряжения 80 МПа при постоянных поперечных напряжениях 4МПа, затем с этой же скоростью осуществлялась

разгрузка образца. Для сопоставления экспериментальных и расчетных результатов примем, что 1-ое направление нагружения соответствует главной поврежденности  $\Omega_1$ , а поперечные (ортогональные) направления соответствуют  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$ . Во втором цикле нагружение осуществлялось во 2-ом направлении (красные кривые на рис. 5.15а), протокол нагружения был идентичен первому циклу. Образец подвергался активному сжатию до дифференциального напряжения 80 МПа и последующей разгрузке при постоянных напряжениях в двух ортогональных направлениях. Аналогичный протокол был реализован в третьем цикле при активном сжатии в третьем направлении (зеленые кривые на рис. 5.15а).

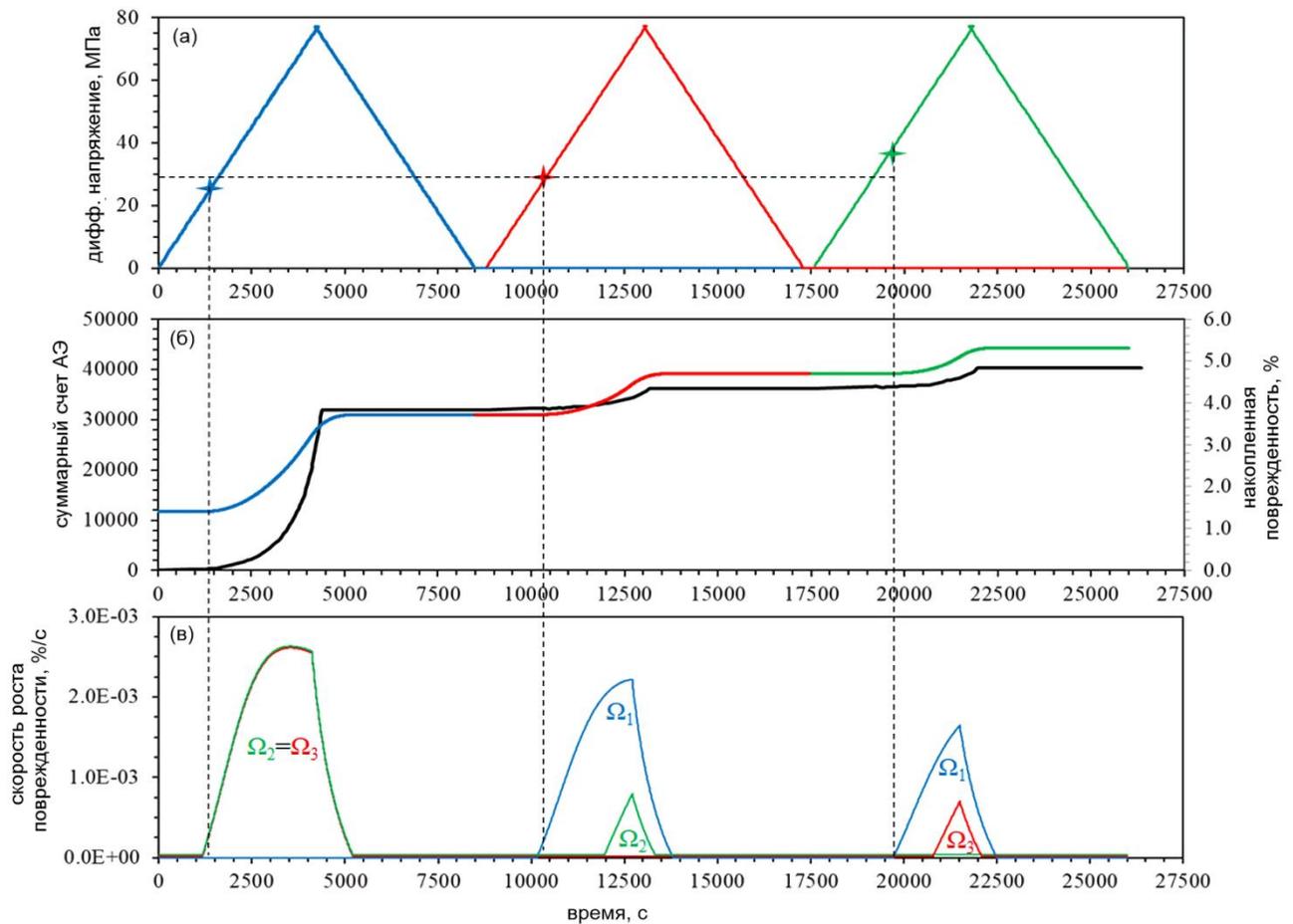


Рисунок 5.15 – Сопоставление экспериментальных данных и расчетных результатов: (а) траектории нагружения (маркер – момент появления АЭ); (б) накопленная средняя поврежденность (цветная линия) и суммарный счет АЭ (черная линия); (в) скорость роста компонент тензора поврежденности

Ввиду отсутствия на экспериментальных кривых «напряжение-деформация» явно выраженных участков упругого деформирования, процедура идентификации модели была реализована в один этап (в отличие от процедуры, описанной в параграфе 4.4.2) в предположении исходной изотропии материала ( $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \sqrt{\alpha_0}$ ). Вследствие недостатка экспериментальных данных о поведении данного материала при высоком уровне объемной деформации, параметры, отвечающие за форму «шатра», были взяты из работы [485]:  $N = 1$ ,  $Ch = 2 \cdot 10^{-7}$ . Параметры модели были определены из решения задачи минимизации невязки численных и экспериментальных кривых деформирования в трех ортогональных направлениях. Как и ранее предполагалось, что поврежденность может только увеличиваться, а залечивание поврежденности игнорируется. Найденные в результате реализации процедуры идентификации материальные параметры представлены в таблице 5.1.

Таблица 5.1 Параметры, найденные в результате идентификации модели по данным циклического трехосного сжатия песчаника Darley Dale

|                 |                                       |                                  |                                  |                                 |           |                                |
|-----------------|---------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|-----------|--------------------------------|
| $\lambda$ , ГПа | $\mu$ , ГПа                           | $\gamma$ , ГПа                   | $\xi_0$                          | $\alpha_0$ , %                  | $B_0$ , % | $B_1$ , МПа                    |
| 5.0             | 7.0                                   | 10                               | -0.1                             | 1.5                             | 0.5       | 20                             |
| $B_2$ , МПа     | $C_\Omega$ ,<br>(МПа с) <sup>-1</sup> | $A_1$ ,<br>(МПа с) <sup>-1</sup> | $A_2$ ,<br>(МПа с) <sup>-1</sup> | $K \cdot D_1$ , с <sup>-1</sup> | $D_2$     | $L$ ,<br>(МПа с) <sup>-1</sup> |
| 15              | 0.1                                   | $10^{-5}$                        | $7.5 \cdot 10^{-6}$              | $7 \cdot 10^3$                  | 30        | 7                              |

Необходимо отметить, что найденные значения параметров Ламе согласуются со скоростями упругих волн  $V_p \sim 3.4$  км/с,  $V_s \sim 2.1$  км/с для этого материала, приведенных в [220]. Относительно высокая величина  $D_2$  указывает высокую чувствительность предельной поверхности данного материала к изменению поврежденности.

На рисунке 5.15б приведены временные зависимости суммарного счета акустической эмиссии, зарегистрированной в процессе циклического сжатия

песчаника, и накопленной средней поврежденности  $\frac{1}{9}(\Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3)^2$ . Активизация акустической эмиссии, как и начало роста накопленной средней поврежденности, в каждом цикле происходит при близких уровнях дифференциального напряжения, что указывает на отсутствие проявления эффекта Кайзера при циклическом трехосном сжатии с поворотом эллипсоида приложенных напряжений между циклами на угол  $\frac{\pi}{2}$ . От цикла к циклу наблюдается уменьшение суммарного количества зарегистрированных импульсов АЭ. Кривая накопленной средней поврежденности повторяет эту тенденцию (цветные линии на рис. 5.15б). В первом цикле наблюдается рост поперечных компонент тензора поврежденности  $\Omega_2, \Omega_3$  с одинаковой скоростью (рис. 5.15в). К концу первого цикла накопленная средняя поврежденность достигает 4%. Во втором и третьем циклах рост поперечных компонент ( $\Omega_1, \Omega_2$  – во втором цикле,  $\Omega_1, \Omega_3$  – в третьем цикле) продолжается с разными скоростями, что вызвано упрочнением материала в разных направлениях (генерации определенно ориентированных ансамблей микротрещин). За второй и третий цикл накопленная средняя поврежденность относительно первого цикла возрастает чуть больше чем на 1%.

На рисунке 5.16 представлены экспериментальные и теоретические кривые деформирования для каждого из трех циклов. Из рисунка видно, что нелинейная пороупругая модель с тензорными поврежденностью и уплотнением позволяет удовлетворительно описать не только ветви нагрузки в каждом цикле, но и ветви разгрузки.

### **5.4.3 Верификация модели по данным циклического трехосного сжатия песчаника Darley Dale**

Для верификации модели деформирования пористого хрупкого материала были использованы экспериментальные данные по 6-и цикловому традиционному сжатию песчаника Darley Dale с вращением эллипсоида Ламе после каждой пары циклов.

Образец песчаника предварительно всесторонне сжимался до напряжения 4 МПа. Далее, в первых двух циклах осуществлялось одноосное сжатие в направлении 1 с поддержанием заданного напряжения по двум другим направлениям. В первом цикле дифференциальное напряжение увеличивалось со скоростью 18 кПа/с до 75 МПа, после чего образец мгновенно разгружался до 4 МПа.

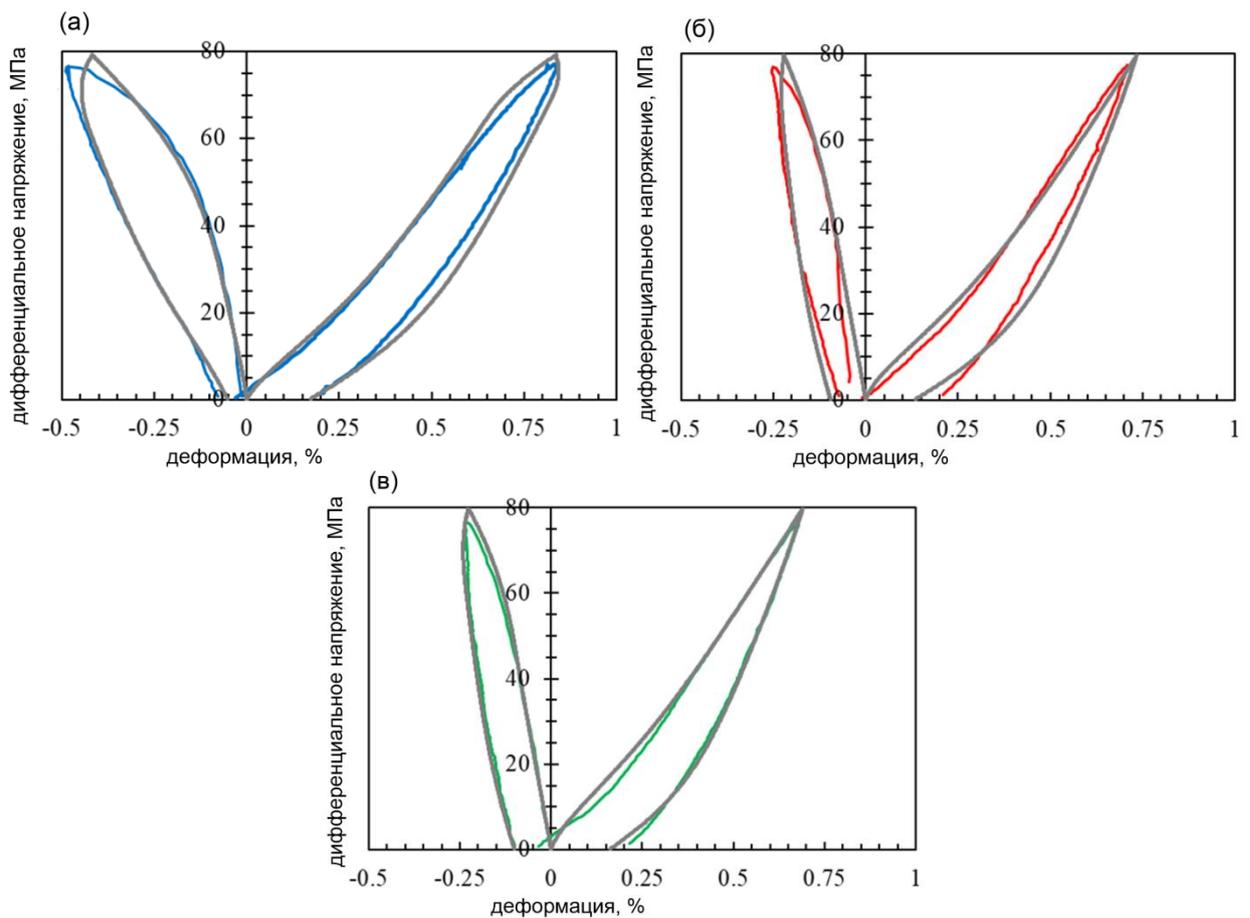


Рисунок 5.16 – Экспериментальные (цветные линии) и теоретические (черные линии) кривые «напряжение-деформация» для трех циклов традиционного трехосного сжатия песчаника Darley Dale

Во втором цикле нагружение осуществлялось до дифференциального напряжения 80 МПа (синие линии, рис. 5.17), также с последующей резкой разгрузкой. Во второй паре циклов нагружение осуществлялось в направлении 2 до дифференциального напряжения 65 МПа в первом цикле, и до 80 МПа – во втором (красные линии, рис. 5.17). В третьей паре циклов образец сжимался в

направлении 3 до дифференциального напряжения 55 МПа в первом цикле, до 80 МПа – в во втором (зеленые линии, рис. 5.17). Как и ранее перед началом циклирования направление 1 соответствовало  $\Omega_1$ , 2 –  $\Omega_2$ , 3 –  $\Omega_3$ .

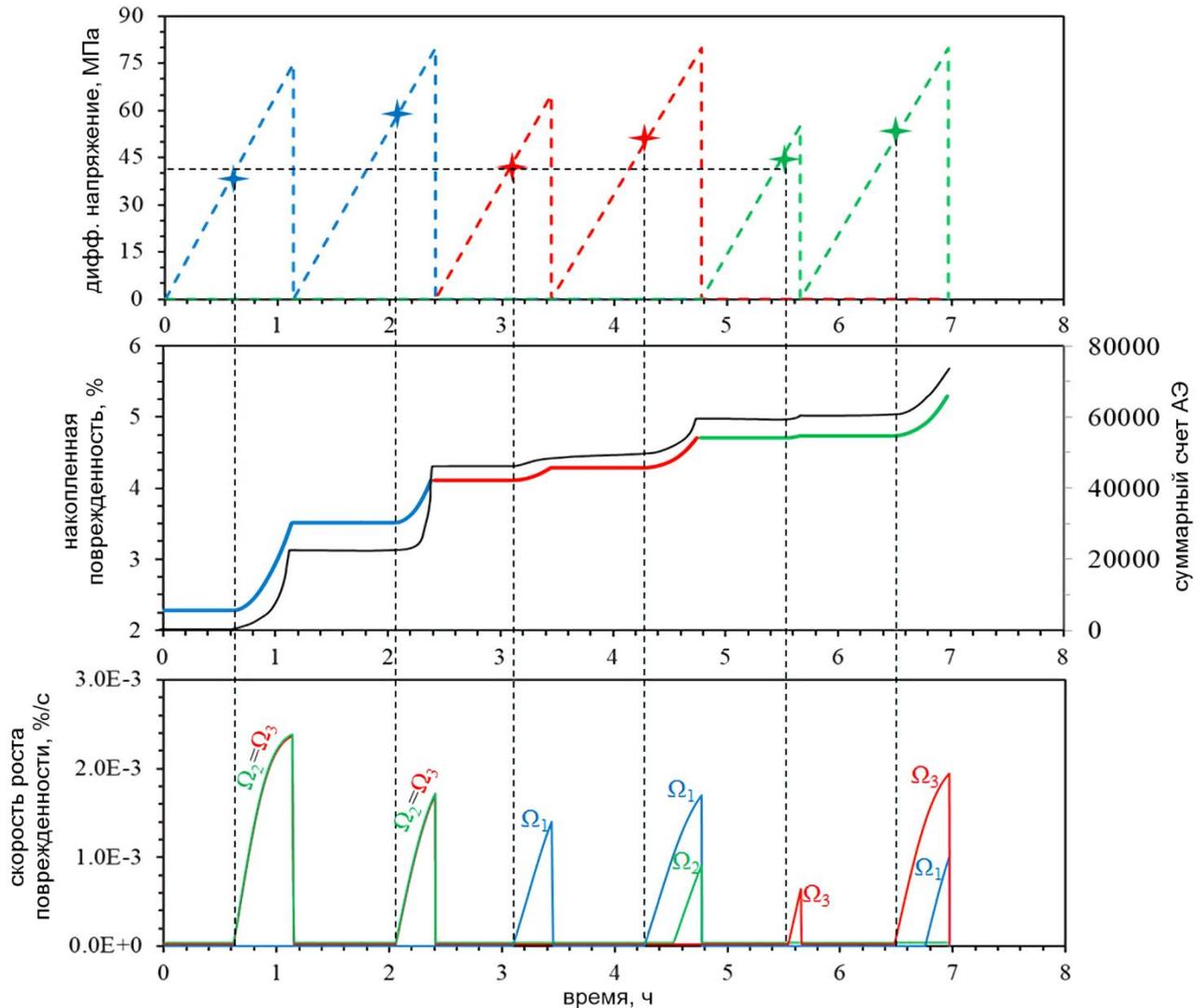


Рисунок 5.17 – Сопоставление экспериментальных данных и расчетных результатов: (а) траектории нагружения (маркер – момент появления АЭ); (б) накопленная средняя поврежденность (цветная кривая) и суммарный счет АЭ (черная кривая); (в) скорость роста компонент тензора поврежденности

Найденные в результате идентификации модели параметры были использованы для моделирования 6-цикловой программы нагружения песчаника Darley Dale. Полученные результаты представлены на рисунке 5.17б, в. Видно, что полученная кривая изменения накопленной средней

поврежденности от времени качественно повторяет кривую суммарного счета акустической эмиссии (рис. 5.17б). В первом цикле наблюдается рост поперечных компонент тензора поврежденности с одинаковой скоростью (рис. 5.17в). Аналогичная ситуация наблюдается во втором цикле, рост поперечных компонент начинается при большем уровне напряжений, а суммарный прирост поврежденности меньше, чем в первом цикле. В двух следующих парах циклов рост поперечных компонент происходит с различными скоростями ввиду анизотропного поврежденного состояния материала.

Полученные в результате расчета моменты начала роста поврежденности в каждом из шести циклов хорошо согласуются с данными активизации акустической эмиссии (черная пунктирная линия, рис. 5.17в). Необходимо подчеркнуть, что разработанная математическая модель деформирования хрупкого пористого материала позволяет описать направленную природу эффекта Кайзера: его проявление во втором цикле каждой из трех пар циклов при неизменности направления максимального главного напряжения, его отсутствие при вращении эллипсоида приложенных напряжений.

## 5.5 Основные результаты главы

В данной главе представлено обобщение нелинейной реологической модели с тензорной поврежденностью на случай деформирования хрупкого пористого материала. Для описания неупругого уплотнения материала при сжатии, вызванного изменением его пористости, введен тензорный параметр уплотнения, являющийся обобщением закона Ати и учитывающий влияние девиатора напряжения на процесс уплотнения. Треть следа тензора уплотнения описывает текущую среднюю пористость материала. Введённый тензорный параметр позволяет описывать уплотнение/разуплотнение материала при его циклическом трехосном сжатии.

На основе экспериментальных данных по непропорциональному трехосному сжатию песчаника с изменением формы и ориентации эллипсоида Ламе, представленных в параграфах 3.2.3 и 3.2.4, проведена идентификация и

верификация модели тензорного уплотнения. Полученные результаты показывают адекватность предложенной модели для описания направленного уплотнения/разуплотнения материала при сложном циклическом сжатии со сменой, как самого направления активного сжатия, так и количества направлений активного сжатия.

Рассмотрение тензора уплотнения как независимого термодинамического параметра наряду с упругой деформацией, тензором поврежденности и степенью насыщенности флюидом позволило получить определяющие соотношения для нелинейно пороупругой модели, учитывающей два тензорных механизма деформирования хрупкого пористого материала: микротрещинообразование и уплотнение пористого пространства. Разработанная модель является обобщением модели деформирования хрупких материалов со скалярными параметрами поврежденности и пористости, представленной в работах [336, 337, 410]. Предложенная экспоненциальная зависимость перекрестных кинетических коэффициентов уравнений для компонент тензора поврежденности и уплотнения от поврежденности, позволила описать замкнутую предельную поверхность для пористого хрупкого материала. Особенностью разработанной модели является сегрегированное описание эволюции предельной поверхности отдельно для каждого из главных направлений тензора деформации. Модель позволяет описывать направленное упрочнение материала, связанное с определенно ориентированными ансамблями микротрещин.

На основе экспериментальных данных по циклическому трехосному сжатию песчаника Darley Dale с изменением формы и ориентации эллипсоида приложенных напряжений, проведена идентификация и верификация нелинейной модели деформирования хрупкого пористого материала с тензорными параметрами поврежденности и уплотнения. Показано, что разработанная модель позволяет описывать особенности проявления эффекта Кайзера в хрупком пористом материале при его трехосном циклическом сжатии.

## Заключение

### Итоги выполненного исследования

В ходе выполнения диссертационной работы автором проведены теоретические и экспериментальные исследования особенностей деформирования горных пород и геосред, связанные с накоплением анизотропной поврежденности и локализацией деформации. Основные результаты исследования состоят в том, что:

1. Экспериментально исследованы формы локализации деформации при одноосном прямом растяжении сильвинита. Установлено, что процесс деформирования реализуется в виде двух последовательных форм пространственно-временной макролокализации: системы эквидистантных стационарных очагов локализованной деформации и одиночной стационарной диссипативной локализованной структуры.

2. Экспериментально исследована пространственно-временная динамика деформаций в процессе формирования сдвиговой зоны в слое водной пасты монтмориллонитовой глины. Установлено, что деформационный процесс обусловлен двумя составляющими – общим перемещением активного штампа и периодической миграцией по зоне локализованных фронтов деформации – «медленных» деформационных волн. Показано, что процесс формирования сдвиговой зоны сопровождается генерацией и распространением по зоне сдвига межразломных «медленных» деформационных волн, их последующей трансформацией во внутриразломные волны при развитии разрывных нарушений.

3. Проведена программная реализация алгоритма восстановления компонент тензора сейсмического момента и предложен оригинальный 3-ступенчатый алгоритм уточнения механизмов источников АЭ. Проведена апробация алгоритмов на данных АЭ, зарегистрированных при трехточечном изгибе гранита. В результате показано, что при изгибе гранита преобладают сдвиговые трещины и трещины нормального отрыва.

4. Экспериментально исследованы особенности проявления эффекта Кайзера при трехосном непропорциональном сжатии песчаника. Показано выполнение эффекта Кайзера при циклическом всестороннем сжатии песчаника. Установлено, что активизация акустической эмиссии при уровне приложенного напряжения, соответствующего максимальному напряжению предыдущего цикла, наблюдается в том случае, когда повторное нагружение осуществляется без изменения ориентации и формы эллипсоида заданных напряжений. Установлено, что в случае изменения формы эллипсоида напряжений Ламе проявление эффекта памяти зависит от величины и соотношения накопленных деформаций относительного растяжения в трех ортогональных направлениях. Показано, что на проявление эффекта Кайзера не влияет уровень интенсивности касательных напряжений при неизменном уровне средних напряжений в образце.

5. Разработана нелинейная реологическая модель деформирования хрупкого тела с тензорным параметром поврежденности. В общем виде получены условия локальной выпуклости упругого потенциала, обеспечивающие единственность решения статической задачи теории упругости. На основе экспериментальных данных по традиционному и трехосному сжатию песчаника Darley Dale проведена успешная идентификация и верификация разработанной модели. Показано, что оптимальным углом наклона зоны локализованной поврежденности является угол, близкий к углу Кулона-Мора. Установлено, что внутри зоны оптимальными являются две ориентации микротрещин: вертикальная ориентация трещиноватости, которая не зависит от степени анизотропии исходной поврежденности, а также ориентация относительно направления зоны локализованной поврежденности под углом, близким к углу Кулона-Мора.

6. Предложена модель тензорного уплотнения, являющаяся обобщением закона Ати. Проведена ее идентификация и верификация на данных по циклическому трехосному сжатию песчаника.

7. Разработана нелинейная пороупругая модель деформирования хрупкого пористого материала с тензорными параметрами поврежденности и уплотнения. Особенностью разработанной модели является сегрегированное описание эволюции предельной поверхности отдельно для каждого из главных направлений тензора деформации. На основе экспериментальных данных по циклическому трехосному сжатию песчаника Darley Dale проведена идентификация и верификация предложенной модели.

### **Рекомендации, перспективы дальнейшей разработки темы**

Разработанная нелинейная пороупругая модель с тензорными параметрами поврежденности и уплотнения позволяет описывать особенности деформационного поведения хрупкого пористого сухого материала в условиях непропорционального трехосного, в том числе циклического, нагружения. Для решения задач, связанных с коллекторами углеводородов, а также обеспечения геомеханической и экологической безопасности подземных хранилищ отходов различного типа, необходимо обобщение данной модели на случай полной или частичной насыщенности порового пространства флюидом, позволяющее описывать сопутствующие гидромеханические эффекты деформирования насыщенной пористой породы. Также возможным развитием модели является ее обобщение на случай неизотермического деформирования, учитывающее сопутствующие термомеханические эффекты деформирования. Перспективным, с точки зрения решения практических задач геомеханики, является инкорпорирование разработанной модели в коммерческие пакеты конечно-элементного моделирования.

Проведенное физическое моделирование формирования сдвиговой зоны в модельном материале (модели континентальной литосферы) позволило изучить особенности генерации, распространения и трансформации «медленных» деформационных волн. Для дальнейшего изучения закономерностей эволюции автоволновых форм локализации деформации в геосреде необходимым

является исследование динамики деформаций в модельном материале в условиях растяжения, растяжения со сдвигом.

Разработанный алгоритм определения и уточнения механизмов источников акустической эмиссии, базирующийся на вычислении компонент тензора сейсмических событий, был апробирован на модельных экспериментах по трехточечному изгибу образцов гранита. Закономерным развитием этой работы является применение данного подхода к исследованию микромеханизмов деформирования и разрушения хрупких материалов при различных видах нагружения (Бразильский тест, одноосное сжатие, несимметричное одноосное сжатие), включая циклическое нагружение с изменением конфигурации приложенных напряжений от цикла к циклу. Отдельной задачей, требующей решения, является обобщение разработанного алгоритма на случай исходно анизотропного материала.

## Список литературы

1. Акустико-эмиссионный контроль качества сварного шва в процессе остывания / Л.Н. Степанова, Е.Ю. Лебедев, С.И. Кабанов и др. // Контроль. Диагностика. – 2009. – №3. – С. 61-67.
2. Акустическая эмиссия при прерывистой ползучести алюминиймагниевого сплава / А.А. Шибков, М.А. Желтов, И.Ф. Гасанов и др. // Физика металлов и металловедение. – 2018. – Т. 119, № 1. – С. 81-88.
3. Амбарцумян С. А. Основные уравнения теории упругости для материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию / С.А. Амбарцумян, А.А. Хачатрян // Инж. журн. Механика твердого тела. – 1966. – № 2. – С. 44–53.
4. Амбарцумян С.А. К разномодульной теории упругости / С.А. Амбарцумян, А.А. Хачатрян // Инж. журн. Механика твердого тела. – 1966. – № 6. – С. 64–67.
5. Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости / С.А. Амбарцумян. – М.: Наука, 1982. – 317 с.
6. Асанов В.А. Оценка прочностных и деформационных свойств соляных пород при растяжении / В.А. Асанов, И.Л. Паньков, В.С. Евсеев // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. – 2010. – № 12. – С. 65–66.
7. Астафуров С.В. О возможностях и ограничениях усредненного описания неупругого поведения хрупких пористых материалов в стесненных условиях / С.В. Астафуров, Е.В. Шилько, С.Г. Псахье // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2017. – № 1. – С. 208–232.
8. Базавлук Т.А. Деформационные волны в земной коре Тянь-Шаня по сейсмологическим данным / Т.А. Базавлук, Ф.Н. Юдахин // Доклады РАН. – 1993. – Т. 329. – № 5. – С. 565–570.
9. Башков О.В. Идентификация источников акустической эмиссии при циклическом нагружении используемого в кораблестроении полимерного композиционного материала / О.В. Башков, А.А. Брянский, Т.И. Башкова // Морские интеллектуальные технологии. – 2021. – Т.2, №2. – С. 28-33.
10. Башков О.В. Исследование влияния толщины азотированного поверхностного слоя на стадийность деформации и разрушения стали 12Х18Н10Т методом акустической эмиссии, корреляции цифровых изображений и анализа диаграмм нагружения / О.В. Башков, С.В. Панин, А.В. Бяков // Физическая мезомеханика. – 2010. – Т. 13, № 6. – С. 73-80.
11. Башков О.В. Исследование и идентификация механизмов деформации и разрушения стали 12Х18Н10Т методом акустической эмиссии / О.В. Башков, С.В. Панин, Т.И. Башкова // Ученые записки КнАГТУ. – 2010. – № 2. – С. 145-154.

12. Башков О.В. Применение вейвлет анализа для идентификации источников акустической эмиссии при деформации и разрушении поликристаллических материалов / О.В. Башков, Д.А. Шпак, И.М. Голобова // *Материалы VIII российско-китайского симпозиума «Modern materials and technologies 2007»*, Хабаровск, 17 - 18 октября – Хабаровск, 2007. – Ч. 2. – С. 83-87.
13. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Т. 1. / Дж.Ф. Белл. – М.: Наука, 1984. – 596 с.
14. Бельтюков Н.Л. Разработка скважинного метода измерения напряжений в массиве горных пород на основе эффекта Кайзера: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Пермь, 2018. – 159 с.
15. Бельтюков Н. Л. Особенности использования эффекта Кайзера для оценки напряженного состояния массива горных пород // *Горное эхо*. – 2019. – Т. 76, № 3. – С. 24-31.
16. Бондарь В.С. Математическое моделирование процессов неупругого поведения и накопления повреждений материала при сложном нагружении / В.С. Бондарь, А.Н. Фролов // *Изв. АН СССР. МТТ*. – 1990. – № 6. – С. 99–107.
17. Бондарь В.С. Неупругое поведение и разрушение материалов и конструкций при сложном неизотермическом нагружении: диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. – М.: Изд-во МАМИ, 1990. – 314 с.
18. Бондарь В.С. Неупругость. Варианты теории / В.С. Бондарь. – М.: Физматлит, 2004. – 144 с.
19. Бондарь В.С. Пластичность. Пропорциональные и непропорциональные нагружения / В.С. Бондарь, В.В. Даншин. – М.: Физматлит, 2008. – 174 с.
20. Бормотов В.А. Сейсмологический мониторинг деформационного процесса / В.А. Бормотов, В.Г. Быков // *Тихоокеанская геология*. – 1999. – Т. 18, № 6. – С. 17–25.
21. Борняков С.А. Динамика внутриразломных деформационных волн (по результатам физического моделирования) / С.А. Борняков, И.А. Пантелеев, А.А. Тарасова // *Доклады Академии наук*. – 2016. – Т. 471, № 6. – С. 722-724.
22. Борняков С.А. Дискретно-волновая динамика деформаций в сдвиговой зоне: результаты физического моделирования / С.А. Борняков, И.А. Пантелеев, А.А. Тарасова // *Геодинамика и тектонофизика*. – 2016. – Т. 7, № 2. – С. 289-302.
23. Борняков С.А. Количественный анализ параметров разномасштабных сдвигов // *Геология и геофизика*. – 1990. – № 10. – С. 34–42.
24. Борняков С.А. Основные закономерности разломообразования в литосфере (по результатам физического моделирования) / С.А. Борняков, К.Ж. Семинский, В.Ю. Буддо и др. // *Геодинамика и тектонофизика*. – 2014. – Т. 5, № 4. – С. 823-861.

25. Борняков С.А. Сегментационный механизм периодической активизации разлома (по результатам физического моделирования) / С.А. Борняков, И.А. Пантелеев // Доклады академии наук. – 2018. – Т. 482, №1. – Р. 1178-1181.
26. Борняков С.А. Экспериментальное исследование периодической активизации разлома в сейсмической зоне / С.А. Борняков, И.А. Пантелеев, А.В. Черемных и др. // Геодинамика и тектонофизика. – 2018. – Т. 9, № 3 – С. 653-670.
27. Брагинский А.П. Распознавание дефектов по спектральным характеристикам акустической эмиссии // Дефектоскопия. – 1984. – № 1. – С. 47-55.
28. Буренин А.А. К моделированию деформирования материалов, поразному сопротивляющихся растяжению и сжатию / А.А. Буренин, В.М. Ярушина // Проблемы механики деформируемых твердых тел и горных пород: Сб. ст. к 75-летию Е. И. Шемякина. – М.: Физматлит, 2006. – С. 100–106.
29. Быков В.Г. Волны активизации разломов земной коры // Тихоокеанская геология. – 2000б. – Т. 19, № 1. – С. 104-108.
30. Быков В.Г. Деформационные волны земли: концепция, наблюдения и модели // Геология и геофизика. – 2005. – Т. 46, №11. – С. 1176-1190.
31. Быков В.Г. Нелинейные волны и солитоны в моделях разломно-блоковых геологических сред // Геология и геофизика. – 2015. – Т. 56, № 5. – С. 1008-1024.
32. Быков В.Г. Предсказание и наблюдение деформационных волн Земли // Геодинамика и тектонофизика. – 2018. – Т. 9, № 3. – С. 721-754.
33. Быков В.Г. Уединенные волны в разломе земной коры // Вулканология и сейсмология. – 2000а. – № 6. – С. 49-54.
34. Влияние агрессивной среды на прерывистую деформацию алюминий-магниевого сплава АМг6 / А.А. Шибков, А.А. Денисов, А.Е. Золотов и др. // Физика твердого тела. – 2017. – Т. 59, № 1. – С. 96-102.
35. Влияние импульсного лазерного ИК-излучения на динамику и морфологию деформационных полос в алюминий-магниевом сплаве / А.А. Шиков, А.Е. Золотов, М.Ф. Гасанов и др. // Физика твердого тела. – 2018. – Т. 60, № 9. – С. 1632-1640.
36. Влияние импульсного тока на эффект Портевена-Ле Шателье в алюминий-магниевом сплаве АМг5 / А.А. Шибков, М.Ф. Гасанов, А.А. Денисов и др. // Журнал технической физики. – 2017. – Т. 87, № 4. – С. 631-634.
37. Влияние локальной коррозии на динамику деформационных полос и разрушение алюминий-магниевого сплава / А.А. Шибков, М.Ф. Гасанов, Р.Ю. Кольцов и др. // Письма в Журнал технической физики. – 2019. – Т. 45, № 15. – С. 6-9.

38. Выбор шага сетки векторного поля при оценке деформации методом корреляции цифровых изображений / С.В. Панин, В.В. Титков, П.С. Любутин и др. // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2016. – Т. 59, № 7-2. – С. 180-184.
39. Гарагаш И.А. Механика Коссера для наук о Земле / И.А. Гарагаш, В.Н. Николаевский // Вычислительная механика сплошных сред. – 2009. – Т. 2, № 4. – С. 44-66.
40. Гарагаш И.А. Микродеформации предварительно напряженной дискретной геофизической среды // Докл. РАН. – 1996. – Т. 347, № 1. – С. 95-98.
41. Гзовский М.В. Основы тектонофизики / М.В. Гзовский. – М.: Наука, 1975. – 536 с.
42. Гленсдорф П. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций / П. Гленсдорф, И. Пригожин. – М.: Мир, 1973. – 280 с.
43. Горбатенко В.В. Неустойчивость пластического течения: полосы Чернова-Людерса и эффект Портевена-Ле Шателье / В.В. Горбатенко, В.И. Данилов, Л.Б. Зуев // Журнал технической физики. – 2017. – Т. 87, № 3. – С. 372-377.
44. ГОСТ 21153.8-88 Породы горные. Метод определения предела прочности при объемном сжатии. М.: Изд-во стандартов, 1988. – 15 с.
45. Дамаскинская Е.Е. Отклонение от закона Гутенберга-Рихтера / Е.Е. Дамаскинская, А.Г. Кадомцев // Письма в ЖТФ. – 2013. – Т.39, №2. – С. 29-35.
46. Данилова Л.В. Автоволновые процессы деформации Людерса и Портевена-Ле Шаталье: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. – Томск, 2021. – 127 с.
47. Данюк А.В. Идентификация деформационных процессов в кристаллических материалах с применением современных методов обработки сигнала акустической эмиссии: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. – Тольятти, 2015. – 156 с.
48. Динамика деформационных полос и разрушение алюминий-магниевого сплава АМГ6 / А.А. Шибков, А.Е. Золтов, М.А. Желтов и др. // Физика твердого тела. 2011. – Т. 53, № 10. – С. 1873-1878.
49. Динамика спонтанной делокализации пластической деформации при неустойчивом пластическом течении сплавов AL-MG / А.А. Шибков, Р.Ю. Кольцов, М.А. Желтов и др. // Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 2006. – Т. 70, № 9. – С. 1372-1376.
50. Додд Р. Солитоны и нелинейные волновые уравнения / Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис. – М.: Мир, 1988. – 694 с.
51. Журков С.Н. Кинетическая концепция прочности твердых тел // Вестник АН. СССР. – 1968. – Вып. 3. – С. 46-52.

52. Зуев Л. Б. Кристаллическое тело как универсальный генератор автоволн локализованной пластичности // Изв. РАН. Сер. физ. – 2014. – Т. 78, № 10. – С. 1206-1213.
53. Зуев Л. Б. Физика макролокализации пластического течения / Л. Б. Зуев, В. И. Данилов, С. А. Баранникова. – Новосибирск: Наука, 2008. – 328 с.
54. Зуев Л.Б. Автоволновая модель пластического течения // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т. 14, № 3. – С. 85-94.
55. Зуев Л.Б. Волны локализованной пластической деформации / Л.Б. Зуев, В.И. Данилов, В.В. Горбатенко // ЖТФ. – 1995. – Т. 65. – № 5. – С 91-103.
56. Зуев Л.Б. Деформации Чернова-Людерса и Портевена-Ле Шателье в активных деформируемых средах различной природы // Прикладная механика и техническая физика. – 2017. – Т. 58, №2. – С. 164-171.
57. Зуев Л.Б. О волновом характере пластического течения. Макроскопические автоволны локализации деформации // Физическая мезомеханика. – 2006. – Т. 9. – №3. – С. 47-54.
58. Зуев Л.Б. О связи между макролокализацией пластического течения и дислокационной структурой / Л.Б. Зуев, Т.М. Полетика, Г.Н. Нариманова // Письма в ЖТФ. – 2003. – Т. 29, №12. – С. 74-77.
59. Зуев Л.Б. Пластическое течение как процесс формирования пространственно-временных структур. Часть I. Качественные и количественные закономерности / Л.Б. Зуев, Ю.А. Хон // Физическая мезомеханика. – 2021. – Т. 24, № 6. – С. 5-14.
60. Зуев Л.Б. Полосы Чернова-Людерса и эффект Портевена-Ле Шателье как неустойчивости пластического течения / Л.Б. Зуев, В.В. Горбатенко, В.И. Данилов // Деформация и разрушение материалов. – 2016. – № 8. – С. 2-8.
61. Зуев Л.Б. Пространственно-временное упорядочение при пластическом течении твердых тел / Л.Б. Зуев, В.И. Данилов, Б.С. Семухин // Успехи физ. Мет. – 2002. – Т. 3, № 3. – С. 237-304.
62. Зуев Л.Б. Установившиеся волны локализованной пластичности при линейном законе деформационного упрочнения и соотношение де Бройля // МНФТ. – 2004. – Т. 26., № 3. – С. 361-370.
63. Идентификация источников акустической эмиссии при деформации и разрушении стали 12X18H10T / О.В. Башков, С.В. Панин, Н.А. Семашко и др. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2009. – Т.75, №10. – С. 51-57.
64. Использование эффекта Кайзера в композиционных материалах для контроля напряженного массива горных пород / П.В. Николенко, В.Л. Шкуратник, М.Д. Чепур и др. // ФТПРПИ. – 2018. – № 1. – С. 25- 31.

65. Исследование влияния электрического тока на прерывистую деформацию и акустическую эмиссию в алюминий-магниево-медном сплаве АМг5 / А.А. Шибков, А.А. Денисов, М.А. Желтов и др. // Физика твердого тела. – 2015. – Т. 57, № 6. – С. 1046-1051.
66. Исследование возможностей локализации дефектов сварного шва в процессе остывания с использованием акустической эмиссии / А.Н. Серьезнов, Л.Н. Степанова, Е.Ю. Лебедев и др. // Дефектоскопия. – 2009. – №5. – С. 25-33.
67. Исследование механизма низкочастотной дискретной акустической эмиссии в ходе прерывистой ползучести алюминиевого сплава / А.А. Шибков, М.А. Желтов, М.Ф. Гасанов и др. // Физика твердого тела. – 2017. – Т. 59, № 12. – С. 2363-2369.
68. Исследование механизмов подавления прерывистой деформации электрическим током / А.А. Шибков, А.Е. Золотов, М.А. Желтов и др. // Кристаллография. – 2015. – Т. 60, № 6. – С. 938-949.
69. К критерию определения источника сигналов акустической эмиссии при нагружении материалов / Н.В. Новиков, С.Ф. Филоненко, Н.И. Горыдынский и др. // Сверхтвёрдые материалы. – 1987. – № 2. – С. 42-45.
70. Карев В.И. Экспериментальные исследования процессов деформирования, разрушения и фильтрации в горных породах / В.И. Карев, В.В. Химуля, Н.И. Шевцов // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2021. – № 5. – С. 3-26.
71. Киссин И.Г. Гидрогеологические эффекты деформационных волн в земной коре // Геофизические исследования. – 2008. – Т. 9. – № 1. – С. 43–52.
72. Кластеризация источников сигналов акустической эмиссии по скорости нарастания переднего фронта / Л.Н. Степанова, И.С. Рамазанов, С.А. Кабанов и др. // Дефектоскопия. – 2009. – №10. – С. 27-35.
73. Коврижных А.М. К теории пластичности, учитывающей вид напряженного состояния при сложном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. – 1987. – №6. – С.98-106.
74. Коврижных А.М. Пластическое деформирование упрочняющихся материалов при сложном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. – 1986. – №4. – С. 140-146.
75. Кочарян Г.Г. Исследование акустической эмиссии слоя геоматериала при сдвиговом деформировании / Г.Г. Кочарян, К.Г. Морозова, А.А. Остапчук // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2019. – №3. – С. 15-21.
76. Кочарян Г.Г. Нарушение и залечивание зон локализации деформаций в массиве горных пород / Г.Г. Кочарян, Д.В. Павлов // Физическая мезомеханика. – 2007. – Т. 10, № 1. – С. 5-18.

77. Критическая динамика локализованных неустойчивостей пластического течения в сплаве АМГ6 / Д.В. Ефремов, В.А. Оборин, С.В. Уваров и др. // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2017. – № 4. – С. 28-39.
78. Криштал М. М. Поведение полос деформации при прерывистой текучести // Деформ. разруш. матер. – 2005. – № 7. – С. 18-23.
79. Криштал М.М. Взаимосвязь макролокализации деформации, прерывистой текучести и особенностей акустической эмиссии при деформировании алюминиево-магниевого сплава / М.М. Криштал, Д.Л. Мерсон // Физика металлов и металловедение. – 1996. – Т. 81, № 1. – С. 156-162.
80. Криштал М.М. Неустойчивость и мезоскопическая неоднородность пластической деформации (аналитический обзор). Часть I. Феноменология зуба текучести и прерывистой текучести // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7. – № 5. – С. 5-29.
81. Кузьмин Ю.О. Деформационные автоволны в разломных зонах // Физика земли. – 2012. – №1. – С. 3-19.
82. Кузьмин Ю.О. Индуцированные деформации разломных зон // Физика Земли. – 2019. – № 5. – С. 61–75.
83. Кузьмин Ю.О. Современная геодинамика и медленные деформационные волны // Физика земли. – 2020. – №4. – С. 172-182.
84. Кузьмин Ю.О. Современная геодинамика разломных зон осадочных бассейнов и процессы подготовки землетрясений // Прогноз землетрясений. № 11. Москва–Душанбе: Дониш, 1989. – С. 52–60
85. Кузьмин Ю.О. Современная геодинамика разломов и парадоксы скоростей деформаций // Физика Земли. – 2013. – № 5. – С. 28–46.
86. Куксенко В.С. Модель перехода от микро- к макроразрушению твердых тел // Сб. докл. I Всесоюз. Шк.-семинара «Физика прочности и пластичности». – Л.: Наука. 1986. – С. 36-41.
87. Курдюмов С.П. Синергетика – теория самоорганизации. Идеи, методы, перспективы / С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий. – М.: Знание, 1983. – 64 с.
88. Курош А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – М.: Наука, 1965. – 431 с.
89. Лавров А.В. Акустическая эмиссия при деформировании и разрушении горных пород (обзор) / А.В. Лавров, В.Л. Шкуратник // Акустический журнал. – 2005. – Т. 51. Приложение. – С. 6-18.
90. Лавров А.В. Акустоэмиссионный эффект памяти в горных породах / Лавров А.В., Шкуратник В.Л., Филимонов Ю.Л. – М.: МГГУ, 2004. – 456 с.
91. Линдеров М.Л. Идентификация механизмов и кинетики релаксации напряжений при деформировании модельных ТРИП/ТВИП сталей методом кластерного анализа акустической

эмиссии: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. – Тольятти, 2017. – 117 стр.

92. Локализация деформации и возможность прогнозирования разрушения горных пород / Л.Б. Зуев, С.А. Баранникова, М.В. Надежкин и др. // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2014. – №1. – С. 49-56.

93. Ломакин Е.В. Зависимость предельного состояния композитных и полимерных материалов от вида напряженного состояния // Механика композитных материалов. – 1988. – № 1. – С. 3-9

94. Ломакин Е.В. Кручение стержней с зависящими от вида напряженного состояния упругими свойствами // Известия РАН. МТТ. – 2002. – № 4. – С. 30-38.

95. Ломакин Е.В. Кручение цилиндрических тел с изменяющимися деформационными свойствами // Известия РАН. МТТ. – 2008. – № 3. – С. 217-226.

96. Ломакин Е.В. Напряжения и деформации в диске из физически нелинейного материала с зависящими от вида напряженного состояния свойствами / Е.В. Ломакин, О.П. Щендригина // Известия РАН. МТТ. – 2020. – № 4. – С. 25-33.

97. Ломакин Е.В. Определяющие соотношения для материалов со свойствами, зависящими от вида деформированного состояния / Е.В. Ломакин, П.В. Тишин // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2021. – № 1. – С. 52–62.

98. Ломакин Е.В. Пластическое деформирование полос из материала с зависящими от вида напряженного состояния свойствами / Е.В. Ломакин, Б.Н. Федулов // Вестн. СамГУ. Естественнонаучная сер. – 2007. – № 4(54). – С. 263-279.

99. Ломакин Е.В. Пластическое течение дилатирующей среды в условиях плоской деформации // Изв. РАН. МТТ. – 2000. – № 6. – С. 58-68.

100. Ломакин Е.В. Соотношения теории упругости для изотропногразномодульного тела / Е.В. Ломакин, Ю.Л. Работнов // Изв. АН СССР. МТТ. – 1978. – №6. – С.29-34.

101. Ломакин Е.В. Теория пластичности и предельного равновесия тел, чувствительных к виду напряженного состояния / Е.В. Ломакин, Б.Н. Федулов // Вестн. Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4(4). – С. 1585-1587.

102. Ломтадзе В.Д. Физико-механические свойства горных пород. Методы лабораторных исследований / В.Д. Ломтадзе. – Л.: Недра, 1990. – 328 с.

103. Лукк А.А. Вариации во времени различных параметров сейсмотектонического процесса / А.А. Лукк, И.Л. Нерсесов // Известия АН СССР, серия Физика Земли. – 1982. – № 3. – С. 10-27.

104. Ляховский В.А. О поведении упругой среды с микронарушениями / В.А. Ляховский, В.П. Мясников // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1984. – №10. – С. 71-75.

105. Ляховский В.А. Поведение вязкоупругой среды с микронарушениями при растяжении и сдвиге / В.А. Ляховский, В.П. Мясников // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1985. – №. 4. – С. 28-35.
106. Макаров П.В. Медленные деформационные фронты. Модель и особенности распространения / П.В. Макаров, Ю.А. Хон, А.Ю. Перышкин // Геодинамика и тектонофизика. – 2018. – Т. 9, № 3. – С. 755-769.
107. Макаров П.В. Моделирование неоднородной пластической деформации с учетом зарождения локализованных пластических сдвигов на границах раздела / П.В. Макаров, В.А. Романова, Р.Р. Балахонов // Физическая мезомеханика. – 2001. – Т. 4, № 5. – С. 29-39.
108. Макаров П.В. Самоорганизованная критичность деформационных процессов и перспективы прогноза разрушения // Физическая мезомеханика. – 2010. – Т. 13, № 5. – С. 97-112.
109. Макаров П.В. Явление прерывистой текучести как базовая модель исследования неустойчивостей деформационных процессов / П.В. Макаров, М.О. Еремин // Физическая мезомеханика. – 2013. – Т. 16, № 4. – С. 109-128.
110. Макролокализация пластической деформации при прерывистой ползучести алюминий-магниевого сплава АМГ6 / А.А. Шибков, А.Е. Золотов, М.А. Желтов и др. // Журнал технической физики. – 2014. – Т. 84., № 4. – С. 40-46.
111. Маслов В.П. Общая теория решений уравнения движения разномодульной упругой среды / В.П. Маслов, П.П. Мосолов // ПММ. – 1985. – Т.49, вып. 3. – С. 419-437.
112. Матвиенко Ю.Г. Исследование кинетики разрушения однонаправленного ламината с применением акустики эмиссии и видеорегистрации / Ю.Г. Матвиенко, И.Е. Васильев, Д.В. Чернов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2019. – Т.85, №11. – С. 45-61.
113. Матченко Н. М. О связи между напряжениями и деформациями в разномодульных изотропных средах / Н.М. Матченко, Л.А. Толоконников // Инж. журн. Механика твердого тела. – 1968. – № 6. – С. 108-110.
114. Медленные волновые процессы при сжатии образцов горных пород и щелочно-галоидных кристаллов / С.А. Баранникова, В.В. Горбатенко, М.В. Надежкин и др. // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2012. – № 2. – С. 7-19.
115. Медленные перемещения по разломам: параметры, условия возникновения, перспективы исследований / Г.Г. Кочарян, С.Б. Кишкина, В.А. Новиков и др. // Геодинамика и тектонофизика. – 2014. – Т. 5, № 4. – С. 863-891.
116. Мезомеханика сопротивления сдвигу по трещине с заполнителем / Г.Г. Кочарян, В.К. Марков, А.А. Остапчук и др. // Физическая мезомеханика. 2013. Т. 16. № 5. С. 5-15.

117. Методические аспекты определения прочностных, деформационных и энергетических характеристик соляных пород при прямом растяжении породных образцов в лабораторных условиях / В.А. Асанов, И.Л. Паньков, В.С. Кузьминых и др. // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2018. – № 4. – С. 58-68.
118. Михайлов Д.Н. Тектонические волны ротационного типа с излучением сейсмических сигналов / Д.Н. Михайлов, В.Н. Николаевский // Физика Земли. – 2000. – № 11. – С. 3-10.
119. Муравин Г.Б. Идентификация механизма разрушения материалов методами спектрального анализа сигналов акустической эмиссии / Г.Б. Муравин, Я.В. Симкин, А.И. Мерман // Дефектоскопия. – 1989. – № 4. – С. 9-15.
120. Мясников В.П. Основные общие соотношения изотропно-упругой разносопротивляющейся среды / В.П. Мясников, А.И. Олейников // Докл. АН СССР. – 1992. – Т. 332, № 1. – С. 57-60.
121. Мясников В.П. Основы механики гетерогенно-сопротивляющихся сред / В.П. Мясников, А.И. Олейников. – Владивосток: Дальнаука, 2007. – 172 с.
122. Наймарк О. Б. Коллективные свойства ансамблей дефектов и некоторые нелинейные проблемы пластичности и разрушения // Физич. мезомех. – 2003. – Т. 6, № 4. – С. 45-72.
123. Наймарк О. Б. О некоторых закономерностях скейлинга в пластичности, разрушении, турбулентности // Физич. мезомех. – 2015. – Т. 18, № 3. – С. 71-83.
124. Наймарк О.Б. Структурно-скейлинговые переходы и автомодельные закономерности развития землетрясений // Физическая мезомеханика. – 2008. – Т.11, № 2. – С. 89-106.
125. Невский М.В. Эффект распространения длиннопериодных деформационных возмущений / М.В. Невский, Л.А. Морозова, М.Н. Журба // Доклады АН СССР. – 1987. – Т. 296, № 5. – С. 1090-1093.
126. Нелинейная динамика деформационных полос в алюминий-магниевом сплаве при испытании на ползучесть / А.А. Шибков, М.А. Желтов, М.Ф. Гасанов и др. // Журнал технической физики. – 2017. – Т. 87, № 10. – С. 1518-1526.
127. Николаевский В.Н. Геомеханика: Собрание трудов. Т. 1. Разрушение и дилатансия. Нефть и газ. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2010. – 639 с.
128. Николаевский В.Н. Дилатансионная реология литосферы и волны тектонических напряжений // Основные проблемы сейсмоструктоники / Ред. Ю.К. Щукин. – М.: Наука, 1986. – С. 51-68.
129. Николаевский В.Н. Математическое моделирование уединенных деформационных и сейсмических волн // Докл. РАН. – 1995. – Т. 341, № 3. – С. 403-405.
130. Николаевский В.Н. Механика геоматериалов и землетрясения // Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела. Т. 15. – М.: ВИНТИ, 1983. – С. 149-230.

131. Николаевский В.Н. Современные проблемы механики грунтов // Определяющие законы механики грунтов. Механика. Новое в зарубежной науке. – М.: Мир, 1975. – С. 210-229.
132. Николаевский В.Н. Тектонические волны Земли // Природа. – 1991. – № 8. – С. 17–23.
133. Николаевский В.Н. Теория быстрых тектонических волн / В.Н. Николаевский, Т.К. Рамазанов // Прикладная математика и механика. – 1985. – Т. 49. – № 3. – С. 462–469.
134. Олейников А.И. Единственность решения краевых задач и устойчивость для разномодульного нелинейного материала / А.И. Олейников, Е.В. Могильников // Дальневосточный математический журнал. – 2002. – Т. 3, № 2. – С. 242-253.
135. Олейников А.И. О единственности решения задач и устойчивости материала нелинейной гетерогенной упругости / А.И. Олейников, Е.В. Могильников // Докл. РАН. – 2001. – Т. 378, № 2. – С. 194-196.
136. Особенности локализации деформации при растяжении сильвинита / И.А. Пантелеев, О.А. Плехов, О.Б. Наймарк и др. // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2015. – № 2. – С. 127–138.
137. Панин С.В. Автоматический выбор размера ядра корреляции в задаче оценки деформации материалов методом корреляции цифровых изображений / С.В. Панин, В.В. Титков, П.С. Любутин // Вычислительные технологии. – 2015. – Т. 20, № 2. – С. 65-78.
138. Панин С.В. Исследование методов фильтрации векторных полей в задаче оценки деформации материалов методом корреляции цифровых изображений / С.В. Панин, В.В. Титков, П.С. Любутин // Автометрия. – 2013. – Т. 49, №2. – С. 57-67.
139. Пантелеев И.А. Анализ тензора сейсмического момента акустической эмиссии: микромеханизмы разрушения гранита при трехточечном изгибе // Акустический журнал. – 2020. – Т. 66, № 6. – С. 654-668.
140. Пантелеев И.А. Некоторые автомодельные закономерности развития поврежденности при квазихрупком разрушении твёрдых тел / И.А. Пантелеев, О.А. Плехов, О.Б. Наймарк // Вычислительная механика сплошных сред. – 2011. – Т.4, №1. – С. 90-100.
141. Пантелеев И.А. О выпуклости потенциала модели нелинейной упругой среды с тензорным параметром поврежденности / И.А. Пантелеев, В. Ляховский // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2022. – № 1. – С. 89-101.
142. Пантелеев И.А. Ориентация трещиноватости в хрупком твердом теле при традиционном трехосном сжатии / И.А. Пантелеев, В.А. Ляховский // Известия Российской Академии наук. Механика твердого тела. – 2022. - № 4. – С. 133-155.
143. Пантелеев И.А. Структурно-скейлинговые переходы и универсальность статистики флуктуаций при пластическом течении металлов / И.А. Пантелеев, О.Б. Наймарк, С. Froustey // Вычислительная механика сплошных сред. – 2009. – Т. 2, № 3. – С. 70-81.

144. Паньков И.Л. Результаты комплексного определения прочностных и деформационных свойств соляных пород при растяжении / И.Л. Паньков, К.С. Гущина, А.С. Богданова // Горное эхо. – 2012. – № 3. – С. 15-18.
145. Патонин А.В. Вариации типов сигналов акустической эмиссии при разрушении горных пород в лабораторном эксперименте / А.В. Патонина, Н.М. Шихова // В сборнике: Физико-химические и петрофизические исследования в науках о Земле. Материалы Девятнадцатой международной конференции. – 2018. – С. 254-256.
146. Применение вейвлет-преобразования для обработки данных акустической эмиссии. Ч.1. Идентификация сигналов / А.В. Бяков, С.В. Панин, П.С. Любутин и др. // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2014. – Т. 57, № 9-3. – С. 10-14.
147. Применение метода корреляции цифровых изображений для изучения процессов роста усталостной трещины в сварных соединениях титанового сплава ВТ23 / А.В. Еремин, А.С. Смирнова, С.В. Панин и др. // Дефектоскопия. – 2019. – № 5. – С. 37-45.
148. Применение методики ранней диагностики повреждений при исследовании авиационной панели / И.Е. Васильев, Ю.Г. Матвиенко, А.В. Панков и др. // Заводская лаборатория. – 2019. – № 6. – С. 40-56.
149. Проскуряков Н. М. Эффекты памяти горных пород при различных видах их нагружения / Н.М. Проскуряков, Ю.М. Карташов, М.Д. Ильинов // Эффекты памяти в горных породах. – М.: МГИ, 1986. – С. 22 – 37.
150. Проявления деформационных волн в гидрогеологическом и сейсмическом режимах зоны Передового Копетдагского разлома / В.Л. Барабанов, А.О. Гриневский, И.Г. Киссин и др. // Известия АН СССР. Серия Физика Земли. – 1988. – № 5. – С. 21–31.
151. Развитие метода корреляции цифровых изображений для изучения процессов деформации и разрушения конструкционных материалов / П.С. Любутин, С.В. Панин, В.В. Титков и др. // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2019. – № 1. – С. 88-109.
152. Разработка метода кластеризации по параметрам сигналов акустической эмиссии / Л.Н. Степанова, К.В. Канифадин, И.С. Рамазанов и др. // Дефектоскопия. – 2010б. – №2. – С. 78-89.
153. Разрушение алюминий-магниевого сплава при воздействии импульсного лазерного излучения в условиях ползучести / А.А. Шибков, А.Е. Золотов, М.Ф. Гасанов и др. // Физика твердого тела. – 2018. – Т. 60, № 11. – С. 2240-2246.
154. Ранняя диагностика зон повреждения и вероятного разрушения композиционных материалов с использованием хрупких тензоиндикаторов и акустической эмиссии / Ю.Г. Матвиенко, И.Е. Васильев, А.В. Панков и др. // Заводская лаборатория. – 2016. – № 1. – С. 45-57.

155. Рассказов М.И. Оценка напряженного состояния массива месторождения “Пионер” на основе акустико-эмиссионного эффекта памяти горных пород / М.И. Рассказов, А.А. Терешкин, Д.И. Цой // Проблемы природопользования. – 2019. – № 2 (21). – С. 62-67.
156. Рудаков В.П. Отображение геодинамических процессов сезонной (годовой) периодичности в динамике поля подпочвенного радона // Доклады АН. – 1992. – Т. 324, № 3. – С. 558–561.
157. Ружич В.В. Сейсмомиграционные процессы как отражение внутренней динамики в зонах внутриплитных и межплитных разломов / В.В. Ружич, Е.А. Левина // Современная геодинамика Центральной Азии и опасные природные процессы: результаты исследований на количественной основе: Материалы Всероссийского совещания и молодежной школы по современной геодинамике (г. Иркутск, 23–29 сентября 2012 г.). – Иркутск: ИЗК СО РАН, 2012. – Т. 2. – С. 71-74.
158. Румер Ю.Б. Термодинамика, статистическая физика и кинетика / Ю.Б. Румер, М.Ш. Рывкин. – Новосибирск: Изд-во НГУ, Сиб. унив. изд-во, 2001. – 608 с.
159. Садовский М.А. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс / М.А. Садовский, Л.Г. Болховитинов, В.Ф. Писаренко – М.: Наук, 1987. – 101 с.
160. Саркисян М.С. О соотношениях теории упругости изотропных тел, материал которых поразному сопротивляется растяжению и сжатию // Изв. АН СССР. МТТ. – 1987. – №5. – С. 87-94.
161. Семенов А.С. Симметризация тензора эффективных напряжений для сред с анизотропной поврежденностью // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки. – 2017. – Т. 10, № 2. – С. 82-98.
162. Семинский К.Ж. Иерархия зонно-блоковой структуры литосферы Центральной и Восточной Азии // Геология и геофизика. – 2008. – Т. 49, №10. – С. 1018-1030.
163. Семинский К.Ж. Структурно-механические свойства глинистых паст как модельного материала в тектонических экспериментах / К.Ж. Семинский. - Иркутск: ИЗК СО АН СССР, 1986. - 130 с.
164. Сидоров В.А. Пространственно-временные характеристики современной динамики геофизической среды сейсмоактивных и асейсмичных областей / В.А. Сидоров, Ю.О. Кузьмин // Дискретные свойства геофизической среды / Ред. М.А. Садовский. – М.: Наука, 1989. – С. 33-47.
165. Соболев Г.А. Физика землетрясений и предвестники / Г.А. Соболев А.В. Пономарев. – М.: Наука, 2003. – 270 с.

166. Спектральные особенности акустической эмиссии и макролокализация деформации при прерывистой текучести сплава АМГ6 / М.М. Криштал, А.К. Хрусталеv, А.А. Разуваев и др. // Деформация и разрушение материалов. – 2008. – № 1. – С. 28-34.
167. Спиртус В.Б. Возможности биофизических моделей типа Фитцхью-Нагумо в отображении двумерной миграции сейсмичности // Геофизический журнал. – 2010. – Т. 32, № 1. – С. 134–143.
168. Спиртус В.Б. Исследование геосолитонов в Крымско-Черноморском регионе в моделях типа Фитцхью-Нагумо // Геофизический журнал. – 2008. – Т. 30, № 5. – С. 91-100.
169. Спиртус В.Б. Особенности динамики сейсмической активности в моделях типа Фитцхью-Нагумо // Геофизический журнал. – 2011. – Т. 33, № 2. – С. 57-63.
170. Степанова Л.В. Параметр поврежденности Ю.Н. Работнова и описание длительного разрушения: результаты, современное состояние, приложение к механике трещин и перспективы / Л.В. Степанова, С.А. Игонин // Прикладная механика и техническая физика. – 2015. – Т. 56, № 2. – С. 133-145.
171. Степанова Л.Н. Использование методов кластеризации для обработки акустико-эмиссионной информации / Л.Н. Степанова, В.В. Чернова, И.С. Рамазанов // Контроль. Диагностика. – 2019. – №8. – С. 12-21.
172. Степанова Л.Н. Исследование источников сигналов акустической эмиссии при остывании сварного шва с использованием кластерного анализа / Л.Н. Степанова, К.В. Канифадин, С.А. Лазненко // Дефектоскопия. – 2010а. – № 1. – С. 73-82.
173. Стефанов Ю.П. Моделирование поведения консолидированных и высокопористых геологических сред в условиях сжатия // Вестник Перм. гос. техн. ун-та. – 2007. – № 15. – С. 156-169.
174. Стефанов Ю.П. Некоторые нелинейные эффекты поведения горных пород // Физическая мезомеханика. – 2016. – Т.19, №6. – С. 54-61.
175. Стефанов Ю.П. Режимы дилатансии и уплотнения развития деформации в зонах локализованного сдвига // Физическая мезомеханика. – 2010. – Т. 13. – С. 44-52.
176. Стефанов Ю.П. Численное моделирование деформирования и разрушения образцов песчаника // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2008. – № 1. – С. 69-79.
177. Структурно-скейлинговые переходы и некоторые термодинамические и кинетические эффекты в материалах в объемном субмикро- (нано-)кристаллическом состоянии / О.Б. Наймарк, Ю.В. Баяндин, В.А. Леонтьев и др. // Физическая мезомеханика. – 2009. – Т. 12, № 4. – С. 47-60.

178. Тензорная компакция пористых пород: теория и экспериментальная верификация / И.А. Пантелеев, В. Ляховский, В.А. Мубассарова и др. // Записки Горного института. – 2022. – Т. 254. – С. 1-11.
179. Тестирование методики кластерного анализа массивов акустико-эмиссионных импульсов при формировании насыпного конуса стеклогранулята / Н.А. Махутов, И.Е. Васильев, В.И. Иванов и др. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2016. – Т. 82, №5. – С. 44-54.
180. Токарева М. Численное исследование задачи фильтрации жидкости в тонком пороупругом слое / М. Токарева, А. Сибин // Известия Алтайского государственного университета. – 2017. – №1(93).
181. Третьякова Т. В. Экспериментальное исследование напряженно-деформированных состояний квазихрупкого материала с использованием метода корреляции цифровых изображений / Т.В. Третьякова, Е.М. Спаскова // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2013. – № 2. – С. 186-198.
182. Третьякова Т.В. Кинетика деформационных полос локализованного пластического течения в металлах при сложных механических воздействиях // Математическое моделирование в естественных науках. – 2018. – Т.1. – С. 378-382.
183. Третьякова Т.В. Влияние вида напряженно-деформированного состояния на эффекты прерывистой текучести и кинетику полосообразования в сплаве АМГ6Б / Т.В. Третьякова, М.П. Третьяков, Е.М. Лунегова // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2021. – № 4. – С. 122-135.
184. Третьякова Т.В. Особенности использования программного обеспечения Vis3D, реализующего метод корреляции цифровых изображений, в приложении к исследованию полей неупругих деформаций // Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. – Т. 7, № 2. – С. 162-171.
185. Третьякова Т.В. Оценка точности измерений с использованием видеосистемы анализа полей перемещений и деформаций / Т.В. Третьякова, М.П. Третьяков, В.Э. Вильдеман // Вестник пермского государственного технического университета. Механика. – 2011. – №2. – С. 92-100.
186. Федулов Б.Н. Предельное пластическое состояние полосы с отверстием из дилатирующего материала // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика. Механика. – 2007. – № 6. – С. 40–44.
187. Хилл Р. Математическая теория пластичности / Р. Хилл. – М.: Гостехиздат, 1956. – 408 с.
188. Цвелодуб И.Ю. О разномодульной теории упругости // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49, №1. – С. 157-164.

189. Чернов Д.К. Сообщение по поводу некоторых новых наблюдений при обработке стали // Д. К. Чернов и наука о металлах. – М.: Metallurgizdat, 1950. – С. 196–207.
190. Шапиро Г.С. О деформациях тел, обладающих различным сопротивлением растяжению и сжатию // Инж. журн. Механика твердого тела. – 1966. – № 2. – С. 123-125.
191. Шевцов Н.И. Исследование связи напряженно-деформированного состояния горных пород с потоком акустической эмиссии на испытательной системе трехосного независимого нагружения / Н.И. Шевцов, А.В. Зайцев, И.А. Пантелеев // Процессы в геосредах. – 2019. – №1. – С.129-136.
192. Шеменда А.И. Критерии подобия при механическом моделировании тектонических процессов // Геология и геофизика. – 1983. – № 10. – С. 10-19.
193. Шерман С.И. Волновая природа активизации разломов Центральной Азии на базе сейсмического мониторинга / С.И. Шерман, Е.А. Горбунова // Физическая мезомеханика. – 2008. – Т. 11, № 1. – С. 115-122.
194. Шерман С.И. Деформационные волны как триггерный механизм сейсмической активности в сейсмических зонах континентальной литосферы // Геодинамика и тектонофизика. – 2013. – Т. 4, № 2. – С. 83-117.
195. Шерман С.И. Разломообразование в литосфере: зоны растяжения / С.И. Шерман, К.Ж. Семинский, С.А. Борняков и др. – Новосибирск: Наука, 1992. – 227 с.
196. Шерман С.И. Разломообразование в литосфере: зоны сдвига / С.И. Шерман, К.Ж. Семинский, С.А. Борняков и др. – Новосибирск: Наука, 1991. – 261 с.
197. Шерман С.И. Сейсмический процесс и прогноз землетрясений. Тектонофизическая концепция / С.И. Шерман. – Новосибирск: «Гео», 2014. – 359 с.
198. Шерман С.И. Физические закономерности развития разломов земной коры / С.И. Шерман. – Новосибирск: Наука. Сиб. Отд-ние, 1977. – 102 с.
199. Шерман С.И. Физический эксперимент в тектонике и теория подобия // Геология и геофизика. – 1984. – № 3. – С. 8-18.
200. Шерман С.И., Семинский К.Ж., Борняков С.А. и др. Разломообразование в литосфере: зоны сжатия / С.И. Шерман, К.Ж. Семинский, С.А. Борняков и др. – Новосибирск: Наука, 1994. – 262 с.
201. Шибков А.А. Механизмы зарождения полос макролокализованной деформации / А.А. Шибков, А.Е. Золотов, М.А. Желтов // Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 2012. – Т. 76, № 1. – С. 97.
202. Шибков А.А. Нелинейная динамика пространственно-временных структур макролокализованной деформации / А. А. Шибков, А. Е. Золотов // Письма в ЖЭТФ. – 2009. – Т. 90, № 5. – С. 412-417.

203. Шибков А.А. Подавление прерывистой деформации Портевена-Ле Шателье постоянным электрическим током в алюминий-магниевом сплаве АМг5 / А.А. Шибков, А.А. Денисов, М.А. Желтов // Физика твердого тела. – 2015. – Т. 57, № 2. – С. 228-236.
204. Шкуратник В.Л. Эффекты памяти в горных породах. Физические закономерности, теоретические модели / В.Л. Шкуратник, А.В. Лавров. – М.: Издательство Академии горных наук, 1997. – 159 с.
205. Шкуратник В. Л. Об использовании эффекта Кайзера в эпоксидной смоле с кварцевым наполнителем для оценки напряжений в массиве горных пород / В.Л. Шкуратник, П.В. Николенко // ГИАБ. – 2012. – № S1. – С. 97-104.
206. Шкуратник В. Л. Особенности эффекта Кайзера в образцах угля на различных стадиях трехосного осесимметричного деформирования / В.Л. Шкуратник, Ю.Л. Филимонов, С.В. Кучурин // ФТПРПИ. – 2007. – № 1. – С. 3-10.
207. Эволюция поврежденности при сложном неравнокомпонентном сжатии песчаника по данным акустической эмиссии / И.А. Пантелеев, Ю.Ф. Коваленко, Ю.В. Сидорин и др. // Физическая мезомеханика. – 2019. – Т.22, №4. – С.56-63.
208. Эффект кайзера при многоосном непропорциональном сжатии песчаника / И.А. Пантелеев, В.А. Мубассарова, А.В. Зайцев и др. // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. – 2020. – Т. 495. – С. 63-67.
209. Эффект кайзера при трехосном сжатии песчаника с последовательным вращением эллипсоида заданных напряжений / И.А. Пантелеев, В.А. Мубассарова, А.В. Зайцев и др. // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2020. – № 3. – С. 47-55.
210. 3D simulation of dependence of mechanical properties of porous ceramics on porosity / A.Yu. Smolin, N.V. Roman, Ig.S. Konovalenko et al. // Eng. Fract. Mech. – 2014. – V.130. – P. 53-64.
211. A closed-form three scale model for ductile rocks with a plastically compressible porous matrix / W. Shen, D. Kondo, L. Dormieux et al. // Mech. Mater. – 2013. – V. 59. – P. 73-86.
212. A comparison of two methods for absolute calibration of acoustic emission sensors / I. Panteleev, N. Saveleva, A. Prokhorov et al. // AIP Conference Proceedings. – 2018. – С. 040071.
213. A directional crack damage memory effect in sandstone under true triaxial loading / J. Browning, P. Meredith, C. Stuart et al. // Geophys. Res. Lett. – 2018. – V.45, N.6. – P. 6878-6886.
214. A micromechanical modeling of ductile behavior of a porous chalk: formulation, identification, and validation / J. Lin, S. Xie, J.F. Shao et al. // Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech. – 2012. – V.36. – P. 1245-1263.
215. A new anisotropic poroelasticity model to describe damage accumulation during cyclic triaxial loading rock / V. Lyakhovskiy, I. Panteleev, E. Shalev et al. // Geophysical Journal International. – 2022. – Vo. 230. – P. 179-201.

216. A numerical model for coupled fluid flow and matrix deformation with applications to disequilibrium compaction and delta stability / C. Morency, R. Huismans, C. Beaumont et. al. // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. – 2007. – V.112. – P.B10407.
217. A thermodynamics-based formulation for constitutive modelling using damage mechanics and plasticity theory / V.D. Vu, A. Mir, G.D. Nguyen et al. // *Eng. Struct.* – 2017. – V.143. – P. 22-39.
218. A thermomechanical constitutive model for cemented granular materials with quantifiable internal variables. Part II – validation and localization analysis / A. Das, A. Tengattini, G.D. Nguyen et al. // *J. Mech. Phys. Solids*. – 2014. – V.70. – P. 382-405.
219. A thermomechanical constitutive model for cemented granular materials with quantifiable internal variables. Part I Theory / A. Tengattini, A. Das, G.D. Nguyen et al. // *J. Mech. Phys. Solids*. – 2014. – V.70. – P. 281-296.
220. Acoustic characterization of crack damage evolution in sandstone deformed under conventional and true triaxial loading / J. Browning, P.G. Meredith, C.E. Stuart et al. // *J. Geophys. Res. Solid Earth*. – 2017. – V.122. – P. 4395-4441.
221. Acoustic emission and velocities associated with the formation of compaction bands in sandstones / J. Fortin, S. Stanchits, G. Dresen et al. // *J Geophys Res*. – 2006. – V.111. – B10203.
222. Agnon A. Damage distribution and localization during dyke intrusion / A. Agnon, V. Lyakhovsky // *The physics and chemistry of dykes/ Eds. Baer G., Heimann A.* – Rotterdam: Balkema, 1995. – P. 65-78.
223. Ahlgren S.G. The nucleation and evolution of Riedel shear zones as deformation bands in porous sandstone // *Journal of Structural Geology*. – 2001. – V.23, N.8. – P. 1203-1214.
224. Aki K., Richards P. *Quantitative Seismology: Theory and Methods* / K. Aki, P. Richards – W. H. Freeman: New York, 1980. – 557 p.
225. Albarello D. Stress diffusion across laterally heterogeneous plates / D. Albarello, M. Bonafede // *Tectonophysics*. – 1990. – V.179, N. 1-2. – P. 121-130.
226. Alm O. The influence of microcrack density on the elastic and fracture mechanical properties of Stripa granite / O. Alm, L.L. Jaktlund, S. Kou // *Phys. Earth Planet. In.* – 1985. – V.40. – P. 161–179.
227. Alonso J. Hydro-mechanical analysis of CO<sub>2</sub> storage in porous rocks using a critical state model / J. Alonso, V. Navarro, B. Calvo et al. // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* – 2012. – V.54. – P. 19-26.
228. An efficient finite element formulation for nonlinear analysis of clustered tensegrity / L. Zhang, Q. Gao, Y. Liu et al. // *Engineering Computations*. – 2016. – V.33, N.1. – P. 252-273.

229. An examination of in situ rock stress estimation using the Kaiser effect / A. Lehtonen, J.W. Cosgrove, J.A. Hudson et al. // *J. Eng. Geol.* – 2012. – V.124. – P. 24-37.
230. Ananthakrishna G. Current theoretical approaches to collective behavior of dislocations // *Physics Reports.* – 2007. – V.440, N.4–6. – P. 113–259.
231. Andersen L.M., A relative moment tensor inversion technique applied to seismicity induced by mining: Ph.D. dissertation – Univ. of the Witwatersrand, Johannesburg, 2001.
232. Anderson D.L. Accelerated plate tectonics // *Science.* – 1975. – V.187, N.4181. – P. 1077-1079.
233. Anderson E.M. The dynamics of faulting // *Trans. Edinburgh Geol. Soc.* – 1905. – V.8. – P. 387-402.
234. Anisotropic crack damage and stress-memory effects in rocks under triaxial loading / C. Stuart, P. Meredith, S. Murrell et al. // *J. Rock Mech. and Min. Sci. and Geomech. Abs.* – 1993. – V.30, N.7. – P. 937- 941.
235. Arrival Time Detection in Thin Multilayer Plates on the Basis of Akaike Information Criterion / P. Sedlak, Y. Hirose, M. Enoki et al. // *Journal of Acoustic Emission.* 2008. V.26. P. 182-188.
236. Arumugam V. Damage characterization of stiffened glass-epoxy laminates under tensile loading with acoustic emission monitoring / V. Arumugam, K. Saravanakumar, C. Santulli // *Composites Part B: Engineering.* – 2018. – V.147. – P. 22-32.
237. Athy L.F. Density, porosity, and compaction of sedimentary rocks // *Am. Assoc. Petrol. Geol. Bull.* – 1930. – V.14. – P. 1-24.
238. Basaran C. An irreversible thermodynamics theory for damage mechanics of solids / C. Basaran, S. Nie // *Int. J. Damage Mech.* – 2004. – V.13. – P. 205-223.
239. Baud P. Compaction localization in porous sandstones: spatial evolution of damage and acoustic emission activity / P. Baud, E. Klein, T.F. Wong // *J Struct Geol.* – 2004. – V.26. – P. 603-24.
240. Baud P. Dilatancy, compaction and failure mode in Solnhofen limestone / P. Baud, A. Schubnel, T.F. Wong // *J. Geophys. Res.* – 2000. – V.105. – P. 19289-19303.
241. Baud P. Shear-enhanced compaction and strain localization: Inelastic deformation and constitutive modeling of four porous sandstones / P. Baud, V. Vajdova, T.F. Wong // *J. Geophys. Res.* – 2006. – V.111. – B12401.
242. Bazant Z.P. Stability of Structures. Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories / Z.P. Bazant, L. Cedolin. – New York: Oxford Univ. Press, 1991 – 984 p.

243. Belyakova T.A. Elastoplastic deformation of a dilatant medium subjected to a plane stress state near a crack tip / T.A. Belyakova, E.V. Lomakin // *Mech. Solids*. – 2004. – V.39, № 1. – P. 81-87.
244. Ben-David O. Slip-stick and the evolution of frictional strength / O. Ben-David, S.M. Rubinstein, J. Fineberg // *Nature*. – 2010. – V.463. – P. 76-79.
245. Bernabé Y. Permeability-porosity Relationships in Rocks Subjected to Various Evolution Processes / Y. Bernabé, U. Mok, B. Evans // *Pure and Applied Geophysics*. – 2003. – V.160. – P. 937-960.
246. Bignonnet F. A micro-mechanical model for the plasticity of porous granular media and link with the Cam clay model / F. Bignonnet, L. Dormieux, D. Kondo // *Int. J. Plast.* – 2016. – V.79. – P. 259-274/
247. Biot M.A. General solutions of the equations of elasticity and consolidation for a porous material // *J. Appl. Mech.* – 1956. – V.23. – P. 91-96.
248. Biot M.A. General theory of three-dimensional consolidation // *J. appl. Phys.* – 1941. – V.12. – P. 155-164.
249. Birch F. Elasticity and constitution of the Earth's interior // *J. Geophys. Res.* – 1952. – V.57. – P. 221–286.
250. Bird P., 2003. An updated digital model of plate boundaries // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. – 2003. – V.4, N.3. – P. 1027.
251. Bott M.H.P. Stress diffusion from plate boundaries / M.H.P. Bott, D.S. Dean // *Nature*. – 1973. – V.243, N.5406. – P. 339-341.
252. Brace W.F. Some new measurements of the linear compressibility of rocks // *J. Geophys. Res* – 1965. – V.70. – P. 391-398.
253. Brace W.F. Volume changes during fracture and frictional sliding: a review // *Pure Appl. Geophys.* – 1978. – V.116. – P. 603-614.
254. Brady B.T. The non-linear behavior of brittle rock // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* – 1969. – V.6. – P. 301-310.
255. Braun O.M. Nonlinear dynamics of the Frenkel-Kontorova model // O. M. Braun, Yu.S. Kivshar // *Physics Reports*. – 1998. – V.306, N.1–2. – P. 1–108.
256. Breckenridge F.R. Calibration of acoustic emission transducers: comparison of two methods / F.R. Breckenridge, T. Watanabe, H. Hatano // *Prog. Acoust. Emiss.* – 1982. – V.1. – P. 448-458.
257. Bruch A. A thermo-poro-mechanical constitutive and numerical model for deformation in sedimentary basins / A. Bruch, S. Maghous, F.L.B. Ribeiro et al. // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2018. – V.160. – P.313-326.

258. Butenuth C. Comparison of tensile strength values of rocks determined by point load and direct tension tests // *Rock Mech. Rock Engng.* – 1997. – V.30, N.1. – P. 65-72.
259. Bykov V.G. Slow strain waves in blocky geological media from GPS and seismological observations on the Amurian plate / V.G. Bykov, S.V. Trofimenko // *Nonlinear Processes in Geophysics.* – 2016. – V.23, N.6. – P. 467–475.
260. Bykov V.G. Solitary waves in crustal faults and their application to earthquakes // *Earthquake source asymmetry, structural media and rotation effects* / Eds. R. Teisseyre, M. Takeo, E. Majewski. – Springer Verlag: Berlin, 2006. – P. 241-253.
261. Cai K. Topology optimization of bi-modulus structures using the concept of bone remodeling / K. Cai, Z.J. Luo, Q.H. Qin // *Eng Comput.* – 2014. – V.31. – P. 1361-1378.
262. Cai M. Practical estimates of tensile strength and Hoek– Brown strength parameter  $m_i$  of Brittle Rocks // *Rock Mechanics and Rock Engineering.* – 2010. – V.43, N.2. – P. 167-184.
263. Calvalho F. C. S. Source model of acoustic emission using displacement discontinuities / F.C.S. Calvalho, K.R. Shah, J.F. Labuz // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science.* – 1998. – V. 35. – P. 514–515.
264. Carroll M. A critical state plasticity theory for porous reservoir rock // *Recent Adv. Mech. Struct. Contin.* – 1991. – V.117. – P. 1-8.
265. Chaboche J. Damage induced anisotropy: on the difficulties associated with the active/passive unilateral condition // *Int. J. Damage Mech.* – 1992. – V.1. – P. 148-171.
266. Chao Y.J. Measurement of strains in a paper tensile specimen using computer vision and digital image correlation—part 1: data acquisition and image analysis system / Y.J. Chao, M.A. Sutton // *Tappi J.* – 1988. – V.70, N.3. – P. 173-175.
267. Chen Z.H. Experimental and numerical study of the directional dependency of the Kaiser effect in granite / Z.H. Chen, L.G. Tham, H. Xie // *J. Rock Mech. and Min. Sci.* – 2007. – V.44, N.7. — P. 1053-1061.
268. Choi S. Measurement of deformations on concrete subjected to compression using image correlation / S. Choi, S.P. Shah // *ExpMech.* – 1997. – V.37, N.3. – P. 307-313.
269. Cluster analysis of acoustic emission signals and deformation measurement for delaminated glass fiber epoxy composites / W. Zhou, W. Zhao, Y. Zhang et al. // *Composite Structures.* – 2018. – V.195. – P. 349–358.
270. Cluster analysis of acoustic emission signals and infrared thermography for defect evolution analysis of glass/epoxy composites / Y. Zhang, B. Zhou, F. Yy et al. // *Infrared Physics & Technology.* – 2021. – V.112. – P. 103581.
271. Cluster analysis of acoustic emission signals for 2D and 3D woven glass/epoxy composites / L. Li, S.V. Lomov, X. Yan et al. // *Composite Structures.* – 2014. – V.116. – P. 286-299.

272. Cluster analysis of acoustic emission signals for tensile damage characterization of quasi-static indented carbon/glass fiber-reinforced hybrid laminate composites / N. Pei, S. Zhou, C. Xu et al. // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. – 2021. – V.150. – P. 106597.
273. Clustering effect on damage mechanisms in open-hole laminated carbon/epoxy composite under constant tensile loading rate, using acoustic emission // H. Sayar, M. Azadi, A. Ghasemi-Ghalebahman et al. // *Compos Struct.* – 2018. – V.204. – P. 1–11.
274. Collective Damage Growth Controls Fault Orientation in Quasibrittle Compressive Failure / V. Dansereau, V. Demery, E. Berthier et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 2019. – V.122. – P. 085501.
275. Compaction, strain, and stress anisotropy in porous rocks / V. Lyakhovskiy, E. Shalev, I. Panteleev et al. // *Geomechanics and Geophysics for Geo-energy and Geo-Resources*. – 2022. – Vo. 8. – 8.
276. Comparison of polarity and moment tensor inversion methods for source analysis of acoustic emission data / C.C. Graham, S. Stanchits, I.G. Main et al. // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2010. – V.47, N.1. – P. 161-169.
277. Competition between preslip and deviatoric stress modulates precursors for laboratory earthquakes / S. Shreedharan, D.C. Bolton, J. Rivière et al. // *Earth and Planetary Science Letters*. – 2021. – V. 553. – P. 116632.
278. Connolly J.A.D. Temperature-dependent viscoelastic compaction and compartmentalization in sedimentary basins / J.A.D. Connolly, Y.Y. Podladchikov // *Tectonophysics*. – 2000. – V.324. – P.137-168.
279. Constitutive modelling of progressive localised failure in porous sandstones under shearing at high confining pressures // C.T. Nguyen, G.D. Nguyen, A. Das et al. // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* – 2017. – V.93. – P. 179-195.
280. Convergence analysis of a finite element method based on different moduli in tension and compression / X. He, Z. Zheng, J. Sun et al. // *International Journal of Solids and Structures*. – 2009. – V.46, N.20. – P. 3734-3740.
281. Costin L.S. A microcrack model for the deformation and failure of brittle rock // *J. Geoph. Res.* – 1983. – V.88, N.B11. – P. 9485-9492.
282. Coulomb C.A. Essai sur une application des r`egles de maximis et minimis `a quelques probl`emes de statique relatifs a l'architecture - *M`em. Math. Phys: Paris*, 1773. – 343 p.
283. Coupling 3D geomechanics to classical sedimentary basin modeling: From gravitational compaction to tectonics / A. Brüch, D. Colombo, J. Frey et al. // *Geomechanics for Energy and the Environment*. – 2021. – V.28. – P.100259.

284. Cowie P.A. Statistical physics model for the spatiotemporal evolution of faults / P.A. Cowie, C. Vanneste, D. Sornette // *Journal of geophysical research*. – 1993. – V.98, B12. – P. 21809-21821.
285. Crustal strain, crustal stress and microearthquake activity in the northeastern Japan arc / H. Ishii, T. Sato, K. Tachibana et al. // *Tectonophysics*. – 1983. – V.97, N.1–4. – P. 217–230.
286. Cuss R.J. The application of critical state soil mechanics to the mechanical behavior of porous sandstones / R.J. Cuss, E.H. Rutter, R.F. Holloway // *Int. J. Rock Mech. Min.* – 2003. – V.40, N.6. – P. 847-862.
287. Dahm T. Relative moment tensor inversion based on ray theory: Theory and synthetic tests // *Geophysical Journal International*. – 1996. – V.124. – P. 245-257.
288. Dahm T. Relative moment tensors of thermally induced micro cracks in salt rock / T. Dahm, G. Manthei, J. Eisenblatter // *Tectonophysics*. – 1997. – V. 289. – P. 61-74.
289. Damage and recovery of calcite rocks deformed in the cataclastic regime / A. Schubnel, J. Fortin, L. Burlini et al. // *High-strain zones: structure and physical properties* / Ed. by D. Bruhn, L. Burlini. – London: Geological society of London, 2005. – 203 p.
290. Damage categorization of glass/epoxy composite material under mode II delamination using acoustic emission data: a clustering approach to elucidate wavelet transformation analysis / J. Yousefi, M. Ahmadi, M. Nazmadar Shahri et al. // *Arab J SciEng.* – 2014. – V.39. – P. 1325-1335.
291. Damage evolution in center-holed glass-polyester composites under quasi-static loading using time-frequency analysis of acoustic emission monitored waveforms / T.H. Loutas, V. Kostopoulos, C. Ramirez-Jimenez et al. // *Composites Science and Technology*. – 2006. – V.66. – P. 1366-1375.
292. Damage mode identification of open hole composite laminates based on acoustic emission and digital image correlation methods / E. Özaslan, A. Yetgin, B. Acar et al. // *Composite Structures*. – 2021. – V.274. – P. 114299.
293. Damage precursor of construction rocks under uniaxial cyclic loading tests analyzed by acoustic emission / L. Dexing, W. Enyuan, K. Xiangguo et al. // *Construction and Building Materials*. – 2019. – V.206. – P. 169 -178.
294. Das A. Compaction bands due to grain crushing in porous rocks: a theoretical approach based on breakage mechanics / A. Das, G.D. Nguyen, I. Einav // *J. Geophys. Res.* – 2011. V.116. – B08203.
295. Das A. The propagation of compaction bands in porous rocks based on breakage mechanics / A. Das, G.D. Nguyen, I. Einav // *J. Geophys. Res. Solid Earth*. – 2013. – V.118. – P. 2049-2066.
296. Dasgupta T. Sediment compaction and applications in petroleum geoscience / T. Dasgupta, S. Mukherjee – Springer, 2020. – 208 p.

297. De Groot P.J. Real-time frequency determination of acoustic emission for different fracture mechanisms in carbon/epoxy composites / P.J. De Groot, P.A.M. Wijnen, R.B.F. Janssen // *Composites Science and Technology*. – 1995. – V.55. – P. 405-412
298. De Groot S.R. Nonequilibrium Thermodynamics / S.R. De Groot, P. Mazur – North-Holland Publishing Co.: Amsterdam, 1962. – 510 p.
299. De Oliveira R. Health monitoring of FRP using acoustic emission and artificial neural networks / R. De Oliveira, A. Marques // *Computers & structures*. – 2008. – V.86. – P. 367-373.
300. Deformation bands in sandstone: A review / H. Fossen, R.A. Schultz, Z.K. Shipton et al. // *J. Geol. Soc. Lond.* – 2007. – V.164, N.4. – P. 755-769.
301. Deformation behavior of sandstones from the seismogenic Groningen gas field: Role of inelastic versus elastic mechanisms / R.P.J. Pijenburg, B.A. Verberne, S.J.T. Hangx et al. // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. – 2018. – V.123. – P.5532-5558.
302. Deformation mechanisms in austenitic TRIP/TWIP steels at room and elevated temperature investigated by acoustic emission and scanning electron microscopy / M. Linderov, A. Vinogradov, C. Segel et al. // *Materials science and Engineering: A*. – 2014. – V.597. – P. 183-193.
303. Deformation mechanisms underlying tension-compression asymmetry in magnesium alloy Zk60 revealed by acoustic emission monitoring / A. Vinogradov, A. Danyuk, D. Orlov et al. // *Materials science and Engineering: A*. – 2015. – V. 621. – P. 243-251.
304. Determination of displacements using an improved digital correlation method / M.A. Sutton, W.J. Wolters, W.H. Peters et al. // *Image and Vision Computing*. – 1983. – V.1, N. 3. –P. 133-139.
305. Determination of the initial stresses on rock mass using acoustic emission method / K. Michihiro, K. Hata, H. Yoshioka et al. // *J. Acoustic Emission*. – 1991/1992. – V.10, N.1/2. – P. 63-76.
306. Diagnostics of the stress state of the lithosphere in Mongolia based on seismic source data / A.V. Klyuchevskii, S. Demberel, V.M. Dem'yanovich et al. // *Doklady Earth Sciences*. – 2017. – V.473, N.2. – P. 433-437.
307. DiMaggio F. L. Material model for granular soils / F.L. DiMaggio, I.S. Sandler // *J. Eng. Mech. Div. Am. Soc. Civ. Eng.* – 1971. – V.97. – P. 935- 950.
308. Effect of grain size on the mechanisms of plastic deformation in wrought Mg-Zn-Zr alloy revealed by acoustic emission measurements / A. Vinogradov, D. Orlov, A. Danyuk et al. // *Acta Materialia*. – 2013. – V.61, N.6. – P. 2044-2056.
309. Effect of loading rate on the felicity effect of three rock types / Y. Zhang, Y. Chen, R. Yu. Et al. // *J. Rock Mech. and Rock Eng.* – 2017. – V.50, N.6. – P. 1673-1681.
310. Efimov V.P. The rock strength in different tension conditions // *Journal of Mining Science*. – 2009. – V.45, N.6. – P. 569-575.

311. Einav I. Coupled damage and plasticity models derived from energy and dissipation potentials / I. Einav, G.T. Houlsby, G.D. Nguyen // *Int. J. Solid Struct* – 2007. – V.44. – P. 2487-2508.
312. Eklund I. *Convex Analysis and Variational Problems* / I. Eklund, R. Temam. – New York: Elsevier, 1976. - 390 p.
313. Electromagnetic method of elastic wave excitation for calibration of acoustic emission sensors and apparatus / S. Lazarev, A. Mozgovoï, A. Vinogradov et al. // *J. Acoustic Emission*. – 2009. – V. 27. – P. 212-223.
314. Elsasser W.M. Convection and stress propagation in the upper mantle // In: S.K. Runcorn (Ed.), *The application of modern physics to the Earth and planetary interiors*. – Wiley: New York, 1969. – P. 223–246.
315. Erarslan N. Experimental, numerical and analytical studies on tensile strength of rocks / N. Erarslan, D.J. Williams // *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. – 2012. – V.49. – P. 21-30.
316. Exadaktylos G.E. Nonlinear rock mechanics // In: (P.P. Delsanto, ed.) *Universality of nonclassical nonlinearity* – Springer: New York, 2006. – P. 71–90.
317. Experimental and numerical investigation on fracture behavior of glass/carbon fiber hybrid composites using acoustic emission method and refined zigzag theory / I.E.Tabrizi, A.Kefal, J.S.M.Zanjani et al. // *Composite Structures*. – 2019. – V.223. – P. 110971.
318. Experimental investigation of the spatio-temporal localization of deformation and damage in sylvinite specimens under uniaxial tension / I. Panteleev, O. Plekhov, I. Pankov et al. // *Engineering Fracture Mechanics*. –2014. – Vol. 129. – P. 38-44.
319. Feature selection and clustering of damage for pseudo-ductile unidirectional carbon/glass hybrid composite using acoustic emission / A. Ichenihi, W. Li, Y. Gao et al. // *Applied Acoustics*. – 2021. – V.182. – 108184.
320. Field application of a novel core-based in-situ stress estimation technique / B.J. Pestman, R.M. Holt, C.J. Kenter et al. // *Society of Petroleum Engineers Inc. SPE/IRSM 78158. Rock Mechanics Conference held in Irving, Texas, 20-23 October 2002*. – Irving, 2002. – P. 1-7.
321. Firstov P.P. Peculiarities of subsoil gas dynamics before the M 7.2 Zhupanovo earthquake of January 30, 2016, Kamchatka / P.P. Firstov, E.O. Makarov, I.P. Glukhova // *Doklady Earth Sciences*. – 2017. – V.472, N.2. – P. 196-199.
322. Fossum A.F. Cap plasticity models and compactive and dilatant pre-failure deformation / A.F. Fossum, J.T. Fredrich // In: *Pacific Rocks 2000. Proceedings of the 4th North American Rock Mechanics Symposium*. – A.A. Balkema: Rotterdam, 2000. – P. 1169-1176.
323. Fracture of sedimentary rocks under a complex triaxial stress state / V.I. Karev, D.M. Klimov, Yu.F. Kovalenko et al. // *Mech. of Solids*. – 2016. – V.51, N.5. – P. 522-526.

324. Gajst H. Deformation bands, damage localization processes and damage rheology: PhD thesis – Tel-Aviv, Israel, 2020.
325. Gerogiannopoulos N.G. The critical state concept applied to rock / N.G. Gerogiannopoulos, E.T. Brown // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* – 1978. – V.15, N.1. – P. 1–10.
326. Gershenzon N.I. Model of deep nonvolcanic tremor part I: Ambient and triggered tremor / N.I. Gershenzon, G. Bambakidis // *Bulletin of the Seismological Society of America.* – 2014. – V.104, N.4. – P. 2073-2090.
327. Ghabezloo S. Evaluation of a permeability–porosity relationship in a low-permeability creeping material using a single transient test / S. Ghabezloo, J. Sulem, J. Saint-Marc // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences.* – 2009. – V.46, N.4. – P.761-768.
328. Global deformations of the Eurasian plate and variations of the Earth rotation rate / V. Milyukov, A. Mironov, V. Kravchuk et al. // *Journal of Geodynamics.* – 2013. – V.67. – P. 97-105.
329. Godin N. Integration of the Kohonen's self-organising map and k-means algorithm for the segmentation of the AE data collected during tensile tests on cross-ply composites / N. Godin, S. Huguen, R. Gaetner // *NDT & E International.* – 2005. – V.38. – P. 299-309.
330. Goodfellow S.D. A laboratory acoustic emission experiment under in situ conditions / S.D. Goodfellow, R.P. Young // *Geophysical Research Letters.* – 2014. – V.41. – P. 3422-3430.
331. Grueschow E. Elliptic yield cap constitutive modeling for high porosity sandstone / E. Grueschow, J.W. Rudnocki // *Int. J. Solids Struct.* – 2005. – V.42. – P. 4574-4587.
332. Gudmundsson A. How local stressfields prevent volcanic eruptions / A. Gudmundsson, S.L. Philipp // *Journal of Volcanology and Geothermal Research.* – 2006. – V.158, N.3–4. – P. 257-268.
333. Guo Y. Mechanical properties of Jintan mine rock salt under complex stress paths / Y. Guo, C. Yang, H. Mao // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* – 2012. – V.56. – P. 54-61.
334. Gurrutxaga-Lerma B. A stochastic study of the collective effect of random distributions of dislocations // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids.* – 2019. – V.124. – P. 10-34.
335. Hähner P. On the kinematics of Portevin - Le Chatelier bands: theoretical and numerical modeling / P. Hähner, E. Rizzi // *Acta Mater.* – 2003. – V.51, N.11. – P. 3385-4018.
336. Hamiel Y. Coupled evolution of damage and porosity in poroelastic media: theory and applications to deformation of porous rocks / Y. Hamiel, V. Lyakhovsky, A. Agnon // *Geophysical Journal International.* – 2004. – V.156, N.3. – P. 701-713.
337. Hamiel Y. Poroelastic damage rheology: Dilation, compaction, and failure of rocks / Y. Hamiel, V. Lyakhovsky, A. Agnon // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems.* – 2005. – V.6, N.1. – P. Q01008.

338. Hamiel Y. Rock dilation, nonlinear deformation, and pore pressure change under shear / Y. Hamiel, V. Lyakhovsky, A. Agnon // *Earth. Planet. Sci. Lett.* – 2005. – V.237. – P. 577-589.
339. Hamiel Y. The Elastic Strain Energy of Damaged Solids with Applications to Non-Linear Deformation of Crystalline Rocks / Y. Hamiel, V. Lyakhovsky, Y. Ben-Zion // *Pure and Applied Geophysics.* – 2011. – V.168, N.12. – P. 2199-2210.
340. Hanks T. C. A moment magnitude scale / T.C. Hanks, H. Kanamori // *Journal of Geophysical Research.* – 1979. – V.84. – P. 2348-2350.
341. Hansen N.R. A thermodynamically consistent framework for theories of elastoplasticity coupled with damage / N.R. Hansen, H.L. Schreyer // *Int. J. Solid Struct.* – 1994. – V.31. – P. 359-389.
342. Hatano H. Acoustic-emission transducer and its absolute calibration / H. Hatano, E. Mori // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1976. – V.59. – P. 344-349.
343. Hatano H. Reciprocity calibration of acoustic emission transducers in Rayleigh-wave and longitudinal-wave sound fields / H. Hatano, T. Watanabe // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1997. – V.101. – P. 1450-1455.
344. Heap M.J. The evolution of elastic moduli with increasing crack damage during cyclic stressing of a basalt from Mt. Etna volcano / M.J. Heap, S. Vinciguerra, P.G. Meredith // *Tectonophysics.* – 2009. – V.471. – P. 153-160.
345. Heimisson E. R. Kilometer-scale Kaiser effect identified in Krafla volcano, Iceland / E.R. Heimisson, P. Einarsson, F. Sigmundsson et al. // *Geoph. Res. Lett.* – 2015. – V.42. – P. 7958-7965.
346. High-speed in situ study of the correlation between the deformation bands formation and acoustic response in Al–MG alloy / A.A. Shibkov, M.F. Gasanov. A.E. Zolotov et al. // *Crystallography Reports.* – 2020. – V.65, N. 4. – P. 546-553.
347. Hills E.S. *Elements of Structural Geology* / E.S. Hills. – London: Methuen, 1972. – 502 p.
348. Holcomb D. J. Observation of the Kaiser effect under multiaxial stress states: implications for its use in determining in situ stress // *Geoph. Res. Letts.* – 1993. – V.20, N.19. – P. 2119-2122.
349. Holcomb D.J. Detecting peak stress history using acoustic emissions / D.J. Holcomb, R.J. Martin // *Proc. 26th U. S. Symp. on Rock Mech.* – Rotterdam: A. A. Balkema, 1985. – V. 2. – P. 715-722.
350. Holland E. Poro-Visco-Elastic Compaction in Sedimentary Basins / E. Holland, R.E. Showalter // *SIAM Journal on Mathematical Analysis.* – 2018. – V.50, N.2. – P.2295-2316.
351. Hudson J. A. Source type plot for inversion of the moment tensor / J.A. Hudson, R.G. Pearce, R.M. Rogers // *Journal of Geophysical Research.* – 1989. – V.94. – P. 765-774.
352. Hughes D.S. Second-order elastic deformation of solids / D.S. Hughes, J.L. Kelly // *Phys. Rev.* – 1953. – V.92. – P. 1145-1149.

353. Hussein A. Behavior of High-Strength Concrete under Biaxial Stresses / A. Hussein, H. Marzouk // *Aci Structural Journal*. – 2000. – V.97. – P. 27-36.
354. Identification of failure modes in glass/polypropylene composites by means of the primary frequency content of the acoustic emission event / C.R. Ramirez-Jimenez, N. Papadakis, N. Reynolds et al. // *Composites Science and Technology*. – 2004. – V.64. – P. 1819-1827.
355. Imaging and monitoring temporal changes of shallow seismic velocities at the Garner Valley near Anza, California, in relation to the M7.2 2010 El Mayor-Cucapah earthquake / L. Qin, Y. Ben-Zion, L.F. Bomilla et al. // *J. Geophys. Res.* – 2020. – V.125, N.1. – e2019JB018070.
356. Inelastic compaction, dilation and hysteresis of sandstones under hydrostatic conditions / E. Shalev, V. Lyakhovsky, A. Ougier-Simonin et al. // *Geophysical Journal International*. – 2014. – V. 197. – P.920-925.
357. Initiation and propagation of compaction bands indry and wet Bentheim sandstone / S. Stancits, J. Fortin, Y. Guéguen // *Pure Appl Geophys.* – 2009. – V.166. – P. 843–68.
358. Instrumental recording of slow deformation waves in the South Baikal geodynamic study site / S.A. Bornyakov, D.V. Salko, K.Zh. Seminsky et al. // *Doklady Earth Sciences*. – 2017. – V.473, N.1. – P. 371-374.
359. Intermittent plasticity associated with the spatio-temporal dynamics of deformation bands during creep tests in an ALMG polycrystal / A.A. Shibkov, M.F. Gasanov, M.A. Zheltov et al. // *International Journal of Plasticity*. – 2016. – V.86. – P. 37-55.
360. Ishii H. Characteristics of strain migration in the Northeastern Japanese Arc. (I) – Propagation characteristics / H. Ishii, T. Sato, Takagi A. // *Science reports of the Tohoku University. Series 5. Geophysics*. – 1978. – V.25, N.2. – P. 83-90.
361. Ishii H. Characteristics of strain migration in the Northeastern Japanese Arc. (II) – Amplitude characteristics / H. Ishii, T. Sato, Takagi A. // *Journal of the Geodetic Society of Japan*. – 1980. – V.26, N.1. – P. 17-25.
362. Issen K. Theory of compaction bands in porous rock / K. Issen, J. Rudnicki // *Phys. Chem. Earth Part A Solid Earth Geodesy*. – 2001. – V.26. – P. 95-100.
363. Jaeger J.C. Fundamentals of rock mechanics / J.C. Jaeger, N.G.W. Cook, R. Zimmerman – Wiley-Blackwell: 2007. – 488 p.
364. Jaeger J.C. Fundamentals of Rock Mechanics / J.C. Jaeger, N.G.W. Cook – Cambridge: Chapman and Hall, 1979. – 593 p.
365. Jianhong Ye. Estimation of the tensile elastic modulus using Brazilian disc by applying diametrically opposed concentrated loads / Ye. Jianhong, F.Q. Wu, J.Z. Sun // *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. – 2009. – V.46. – P. 568-576.

366. Johnson P.A. Nonlinear dynamics, granular media and dynamic earthquake triggering / P.A. Johnson, X. Jia // *Nature*. – 2005. – V.473. – P. 871-874.
367. Johnson P.A. Nonlinear elasticity and stress-induced anisotropy in rock / P.A. Johnson, P.N.J. Rasolofosaon // *J. Geophys. Res.* – 1996. – V. 101. – P. 3113-3124.
368. Kachanov L.M. Effective elastic properties of cracked solids; critical review of some basic concepts // *Appl. Mech. Rev.* – 1992. – V.45. – P. 304-335.
369. Kachanov L.M. *Introduction to Continuum Damage Mechanics* / L.M. Kachanov – Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1986. – 135 p.
370. Kahn-Jetter Z.L. Optimal image correlation in experimental mechanics / Z.L. Kahn-Jetter, N.K. Jha, H. Bhatia // *Opt Eng.* – 1994. – V.33, N.4. – P. 1099-1105.
371. Kaiser J. An investigation into the occurrence of noises in tensile tests or a study of acoustic phenomena in tensile tests: Ph.D. Thesis, Tech. Hosch. Munchen, Munich – Germany, 1950.
372. Kaji Y. Development of structural analysis program for non-linear elasticity by continuum damage mechanics / Y. Kaji, W. Gu, M. Ishihara, T. Arai et al. // *Nuclear Engineering and Design*. – 2001. – V.206. – P. 1-12.
373. Kanagawa T. Estimation of spatial geostress components in rock samples using the Kaiser effect of acoustic emission / T. Kanagawa, M. Hayashi, N. Nakasa // *Proc. Jpn. Soc. Civil Eng.* – 1977. – V.285. – P. 63-75.
374. Karev V. I. Modeling deformation and failure of anisotropic rocks nearby a horizontal well / V.I. Karev, Yu.F. Kovalenko, K.B. Ustinov // *J. Min. Sci.* – 2017. – V.53, N.3. – P. 425-433.
375. Kasahara K. Migration of crustal deformation // *Tectonophysics*. – 1979. – V.52, N.1–4. – P. 329–341.
376. Kerner B.S. *Autosolitons: A new approach to problems of self-organization and turbulence* / B.S. Kerner, V.V. Osipov – Springer: Dordrecht, 1994. – 671 p.
377. Kilburn C. Precursory deformation and fracture before brittle rock failure and potential application to volcanic unrest // *Journal of Geophysical Research*. – 2012. – V.117. – B02211.
378. Klimov D. M. Experimental study of the influence of a triaxial stress state with unequal components on rock permeability / D.M. Klimov, V.I. Karev, Yu.F. Kovalenko // *Mech. of Solids*. – 2015. – V.50, N.6. – P. 633-640.
379. Klyuchevskii A.V. Synchronization episodes in annual numbers of earthquakes in the Mongolian-Baikal Region / A.V. Klyuchevskii, G. Bayar, S. Bum-Ochir // *Doklady Earth Sciences*. – 2010. – V.431, N.1. – P. 339-344.
380. Krajcinovic D. Continuous damage mechanics revisited: basic concepts and definitions // *J. Appl. Mech.* – 1985. – V.52. – P. 829-834.

381. Kreemer C. A geodetic plate motion and global strain rate model / C. Kreemer, G. Blewitt, E.C. Klein // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. – 2014. – V.15, N.10. – P. 3849-3889.
382. Kupfer H.B. Behaviour of concrete under biaxial stresses / H.B. Kupfer, K.H. Gerstle // *ASCE J Eng Mech Div*. – 1973. – V.99, N.4. – P. 853-866.
383. Kurita K. Stress memory of crystalline rocks in acoustic emission / K. Kurita, N. Fujii // *Geophys. Res. Letters*. – 1979. – V.6. – P. 9-12.
384. Kuzmin Y.O. Deformation autowaves in fault zones // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. – 2012. – V.48, N.1. – P. 1-16.
385. Kwiatek G. HybridMT: A MATLAB/shell environment package for seismic moment tensor inversion and refinement / G. Kwiatek, P. Martínez-Garzón, M. Bohnoff // *Seismological Research Letters*. – 2016. – V.87, N.4. – P. 964-976.
386. Landis E.N. Recovery of microcrack parameters in mortar using quantitative acoustic emission / E.N. Landis, S.P. Shah // *Journal of Nondestructive Evaluation*. – 1993. – V.12, N.4. – P. 219-232.
387. Laplacian score and K-means data clustering for damage characterization of adhesively bonded CFRP composites by means of acoustic emission technique / C. Barile, C. Casavola, G. Pappalettera et al. // *Applied Acoustics*. – 2022. – V.185. – P. 108425.
388. Lavrov A. Anisotropic damage formation in brittle rock: experimental study by means of acoustic emission and Kaiser effect / A. Lavrov, A. Vervoort, M. Wevers // *Proc. of the Sixth Euromech-Mecamat Conf. on Non-Linear Mech. of Anisotropic Materials, University of Liege, 2002*. – P. 385-392.
389. Lavrov A. Experimental and numerical study of the Kaiser effect in cyclic Brazilian tests with disk rotation / A. Lavrov, A. Vervoort, M. Wevers et al. // *J. Rock Mech. and Min. Sci.* – 2002. – V.39, N.3. – P. 287-302.
390. Lavrov A.V. The Kaiser effect in rocks: principles and stress estimation techniques // *J. Rock Mech. and Min. Sci.* – 2003. – V.40. – P. 151-171.
391. Leckie F.A. Tensorial nature of damage measuring internal variables / F.A. Leckie, E.T. Onat // *Physical Non-linearities in Structural Analysis* / Eds. Hult J., Lemaitre J. – Berlin: Springer, 1981. – P. 140-155.
392. Lee U. Anisotropic damage mechanics based on strain energy equivalence and equivalent elliptical microcracks / U. Lee, G.A. Lesieutre, L. Fang // *Int. J. Solid Struct.* – 1997. – V.34, N.4. – P. 4377-397.
393. Lemaitre J. Anisotropic damage law of evolution / J. Lemaitre, R. Desmorat, M. Sauzay // *Eur. J. Mech. Solid*. – 2000. – V.19. – P. 187-208.

394. Lemaitre, J. A non-linear model of creep-fatigue damage accumulation and interaction / J. Lemaitre, J. Chaboche // In: Proceedings of the IUTAM Symposium on Mechanics of Visco-Elastic Media and Bodies. – Springer-Verlag: Berlin, Gothenburg, Sweden, 1975. – P. 291-301.
395. Li C. Experimental verification of the Kaiser effect in rocks / C. Li, E. Nordlund // Rock Mech. Rock Engng. – 1993. – V.26, N.4. – P. 333-351.
396. Li L. Correlation of acoustic emission with optically observed damage in a glass/epoxy woven laminate under tensile loading / L. Li, S.V. Lomov, X. Yan // Composite Structures. – 2014. – V. 123. – P. 45-53.
397. Li C. Experimental verification of the Kaiser effect in rocks / C. Li, E. Nordlund // J. Rock Mech. and Rock Eng. – 1993. – V.26, N.4. – P. 333-351.
398. Liu S. Topology optimization of continuum structures with different tensile and compressive properties in bridge layout design / S. Liu, H. Qiao // Struct Multidiscip Optim. – 2011. – V.43. – P. 369-380.
399. Lockner D.A. A generalized law for brittle deformation of Westerly granite // J. geophys. Res. – 1998. – V.103. – P. 5107-5123.
400. Lockner D.A. Undrained poroelastic response of sandstones to deviatoric stress change / D.A. Lockner, S.A. Stanchits // J. Geophys. Res. – 2002. – V.107. – B12.
401. Lockner, D.A. Room temperature creep in saturated granite // J. geophys. Res. – 1993. – V.98. – P. 475-487.
402. Lomakin E.V. Constitutive Models for Anisotropic Materials Susceptible to Loading Conditions / E.V. Lomakin, B.N. Fedulov, A.M. Melnikov // Mechanics and Model-Based Control of Advanced Engineering Systems – Springer-Verlag: Wien, 2014. – P. 209-216.
403. Lomakin E.V. Constitutive relations of deformation theory for dilatant media // Mech. Solids. – 1991. – V.26, N.6. – P. 66-75.
404. Lomakin E.V. Difference in the modules of composite materials // Mech. Compos. Mater. – 1981. – V.17, N.1. – P. 18-24.
405. Lomakin E.V. Fracture properties of graphite materials and analysis of crack growth under bending conditions / E.V. Lomakin, M.P. Tretyakov // Meccanica. – 2016. – V.51, N.10. – P. 2353-2364.
406. Lomakin E.V. Nonlinear anisotropic elasticity for laminate composites / E.V. Lomakin, B.N. Fedulov // Meccanica. – 2015. – V.50, N.6. – P. 1527-1535.
407. Lyakhovsky V. A Continuum Damage–Breakage Faulting Model and Solid-Granular Transitions / V. Lyakhovsky, Y. Ben-Zion // Pure and Applied Geophysics. – 2014. – V.171, N.11. – P. 3099-3123.

408. Lyakhovsky V. A viscoelastic damage rheology and rate-and state-dependent friction / V. Lyakhovsky, Y. Ben-Zion, A. Agnon // *Geophys. J. Int.* – 2005. – V.161. – P. 179-190.
409. Lyakhovsky V. Acoustics of theologically non-linear solids / V. Lyakhovsky, V.P. Myasnikov // *PEPIAM.* – 1988. – V.50. – P. 60-64.
410. Lyakhovsky V. Damage evolution and fluid flow in poroelastic rock / V. Lyakhovsky, Y. Hamiel // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth.* – 2007. – V.43, N.1. – P. 13-23.
411. Lyakhovsky V. Distributed damage, faulting, and friction / V. Lyakhovsky, Y. Ben-Zion, A. Agnon // *J. Geophys. Res.* – 1997b. – V.102, N.B12. – P. 27635-27649.
412. Lyakhovsky V. Non-linear elastic behaviour of damaged rocks / V. Lyakhovsky, Z. Reches, R. Weinbeger et al. // *Geophysical Journal International.* – 1997. – V.130, N.1. – P. 157-166.
413. Lyakhovsky V. Visco-poroelastic damage model for brittle-ductile failure of porous rocks / V. Lyakhovsky, W. Zhu, E. Shalev // *J. Geophys. Res. Solid Earth.* – 2015. – V.120, N.4. – P. 2179-2199.
414. Lyakhovsky, V. On the behavior of elastic cracked solid / V. Lyakhovsky, V. Myasnikov // *Phys. Solid Earth.* – 1984. – V.10. – P. 71-75.
415. Lyons J.S. High-temperature deformation measurements using digital-image correlation / J.S. Lyons, J. Liu, M.A. Sutton // *ExpMech.* – 1996. – V.36, N.11. – P. 64-70.
416. Ma J. A fully coupled flow deformation model for elas- to-plastic damage analysis in saturated fractured porous media / J. Ma, G. Zhao, N. Khalili // *Int. J. Plast.* – 2016. – V.76, C. – P. 29–50.
417. Maeda N. A Method for Reading and Checking Phase Time in Auto-Processing System of Seismic Wave Data // *Journal of the Seismological Society of Japan.* – 1985. – V.38. – P. 365-379.
418. Main regularities of faulting in lithosphere and their application (based on physical modelling results) / S.A. Bornyakov, K.Zh. Seminsky, V.Yu. Buddo et al. // *Geodynamics & Tectonophysics.* – 2014. – V.5, N.4. – P. 823-861.
419. Makarov P.V. Slow Motions as Inelastic Strain Autowaves in Ductile and Brittle Media / P.V. Makarov, A.Y. Peryshkin // *Physical Mesomechanics.* – 2017. – V. 20. – P. 209-221.
420. Makarov P.V. The structure of deformation autosoliton fronts in rocks and geomedia / P.V. Makarov, I.Yu. Smolin, V.A. Zimina // *Geodynamics & Tectonophysics.* – 2021. – V.12, N.1. – P. 100-111.
421. Makhnenko R.Y. Localization of deformation in fluid-saturated sandstone / R.Y. Makhnenko, C. Ge. J.F. Labuz // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences.* – 2020. – V. 134. – P. 10455.
422. Marone C. Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting // *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* – 1998. – V.26. – P. 643-696.

423. Martin C.D. The progressive fracture of Lac du Bonnet granite / C.D. Martin, N.A. Chandler // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* – 1994. – V.31. – P. 643-659.
424. McGarr A. Some applications of seismic source mechanism studies to assessing underground hazard / A. McGarr // in *Rockbursts and Seismicity in Mines*, edited by N. C. Gay and E. H. Wainwright – S. Afr. Inst. Of Min. and Metal.: Johannesburg, 1984. – P. 199-208.
425. McLaskey G.C. Acoustic Emission Sensor Calibration for Absolute Source Measurements / G.C. McLaskey, S.D. Glaser // *J Nondestruct Eval.* – 2012. – V.31. – P. 157-168.
426. McLaskey G.C. Hertzian impact: experimental study of the force pulse and resulting stress waves / G.C. McLaskey, S.D. Glaser // *J. Acoust. Soc. Am.* – 2010. – V.128. – P. 1087-1096.
427. McPherson B. Overpressures in the Uinta Basin, Utah: Analysis using a three-dimensional basin evolution model / B. McPherson, J.D. Bredehoeft // *Water Resources Research.* – 2001. – V.37. – P.857-871.
428. Mechanical behavior and localized failure modes in a porous basalt from the Azores / S. Loaiza, J. Fortin, A. Schubnel et al. // *Geophysical Research Letters.* – 2012. – V.39, N.19. – P. L19304.
429. Mechanical compaction and strain localization in Bleurswiler sandstone / P. Baud, T. Reuschlé, Yu. Ji et al. // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth.* – 2015. – V.120, N.9. – P. 6501-6522.
430. Mechanical compaction of crustal analogs made of sintered glass beads: the influence of porosity and grain size / L. Carbillet, M.J. Heap, P. Baud et al. // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth.* – 2021. – V.126, N.4. – P. e2020JB021321.
431. Mechanical-mathematical and experimental modeling of well stability in anisotropic media / V.I. Karev, D.M. Klimov, Yu.F. Kovalenko et al. // *Mech. of Solids.* – 2013. – V.48, N.4. – P. 357-363.
432. Memory effects in rock salt under triaxial stress state and their use for stress measurement in a rock mass / Y.L. Filimonov, A.V. Lavrov, Y.M. Shafarenko et al. // *J. Rock Mech. and Rock Eng.* – 2001. – V. 34, N.4. – P. 275-291.
433. Menendez B. Micromechanics of Brittle Faulting and Cataclastic Flow in Berea Sandstone / B. Menendez, W. Zhu, T.-F. Wong // *J. Struct. Geol.* – 1996. – V.18. – P. 1-16.
434. Mogi K. Migration of Seismic Activity // *Bulletin of the Earthquake Research Institute.* – 1968. – V.46, N.1. – P. 53-74.
435. Monitoring of acoustic emission damage during tensile loading of 3D woven carbon/epoxy composites / S.V. Lomov, M. Karahan, A.E. Bogdanovich et al. // *Textile Research Journal.* – 2014. – V.84, N.13. – P. 1373-1384.

436. Motamedi M. An improved implicit numerical integration of a non-associated, three-invariant cap plasticity model with mixed isotropic–kinematic hardening for geomaterials / M. Motamedi, C. Foster // *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* – 2015. – V.39. – P. 1853–1883.
437. Murakami S. *Continuum Damage Mechanics: A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture* / S. Murakami – Dordrecht: Springer, 2012 – 402 p.
438. Murakami S. Mechanical modeling of material damage // *J. Appl. Mech.* – 1988. – V.55. – P. 280-286.
439. Murnaghan F.D. *Finite deformation of an elastic solid* / F.D. Murnaghan – New York: John Wiley, Chapman, 1951 – 140 p.
440. Murti V. Stress invariants in orthotropic damage space / V. Murti, W.H. Zhang, S. Valappan // *J. Eng. Frac. Mech.* – 1991. – V.40. – P. 985-990.
441. Naimark O. B. Defect induced transitions as mechanisms of plasticity and failure in multifield continua // *Advances in Multifield Theories of Continua with Substructure.* – Boston : Birkhauser Inc., 2003. – P. 75-114.
442. Naimark O.B. Defect induced transitions as mechanisms of plasticity and failure in multifield continua // In: G. Capriz, P. Mariano (Eds.), *Advances in multifield theories of continua with substructure.* – Boston: Birkhauser, 2004. – P. 75-114.
443. Naimark O.B. Some regularities of scaling in plasticity, fracture, and turbulence // *Physical Mesomechanics.* – 2016. – V.19, № 3. – P. 307-318.
444. Neuzil C.E. Hydromechanical coupling in geologic processes // *Hydrogeology Journal.* – 2003. – V.11. – P.41-83.
445. Nguyen G.D. A constitutive modelling framework featuring two scales of behaviour: fundamentals and applications to quasi-brittle failure / G.D. Nguyen, A.M. Korsunsky, I. Einav // *Eng. Fract. Mech.* – 2014. – V.115. – P. 221-240.
446. Nikolaevskiy V.N. Tectonic stress migration as nonlinear wave process along earth crust faults // In: T. Adachi, F. Oka, A. Yashima (Eds.), *Proceedings of 4th International workshop on localization and bifurcation theory for soils and rocks (Gifu, Japan, 28 September – 2 October 1997).* – Rotterdam: A.A. Balkema, 199. – P. 137-142.
447. Nishihara M. Stress–strain relation of rocks // *Doshisha Eng. Rev.* – 1957. – V.8. – P. 32-54.
448. Nonequilibrium and nonlinear dynamics in Berea and Fontainebleau sandstones: Low-strain regime / D. Pasqualini, K. Heitmann, J.A. Tencate et al. // *J. Geophys. Res.* – 2007. – V.112. – P. B01204.
449. Nonlinear and nonequilibrium dynamics in geomaterials / J.A. TenCate, D. Pasqualini, S. Habib et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – V.93, N.6. – P. 065501.

450. Non-linear anisotropic damage rheology model: theory and experimental verification / I. Panteleev, V. Lyakhovskiy, J. Browning et al. // *European journal of mechanics: A. Solids*. – 2021. – V.85. – P. 104085.
451. Numerical modelling of triple-junction tectonics at Karliova, Eastern Turkey, with implications for regional magma transport / O. Karaoglu, J. Browning, M. Bazargan et al. // *Earth and Planetary Science Letters*. – 2016. – V.452. – P. 157-170.
452. Observation of post-failure Kaiser effect in a plastic rock / Y. Filimonov, A. Lavrov, Y. Shafarenko et al. // *Pure and Applied Geophysics (PAGEOPH)*. – 2002. – V.159, N.6. – P. 1321-1331.
453. Ohtsu M. A Generalized Theory of Acoustic Emission and Green's Functions in a Half Space / M. Ohtsu, K. Ono // *Journal of AE*. – 1984. – V.3, N.1 – P. 124-133.
454. Ohtsu M. Acoustic emission techniques standardized for concrete structures / M. Ohtsu, T. Isoda, Y. Tomoda // *J. Acoustic Emission*. – 2007. – V.25. – P. 21-32.
455. Ohtsu M. Simplified moment tensor analysis and unified decomposition of acoustic emission source: Application to in situ hydrofracturing test // *Journal of Geophysical Research*. – 1991. – V. 96. – P. 6211-6221.
456. Ohtsu M. Source Mechanism and Waveform Analysis of Acoustic Emission in Concrete // *Journal of AE*. – 1982. – V.2, N.1. – P. 103-112.
457. Olsson W.A. Theoretical and experimental investigation of compaction bands in porous rocks // *J Geophys Res*. – 1999. – V.104, B4. – P. 7219-7228.
458. On acoustic emission for failure investigation in CFRP: Pattern recognition and peak frequency analyses / R. Gutkin, C. Green, S. Vangrattanachai et al. // *Mechanical Systems and Signal Processing*. – 2011. – V.25. – P. 1393-1407.
459. On the Kaiser effect of rock under cyclic loading and unloading conditions: insights from acoustic emission monitoring / Q. Meng, Y. Chen, M. Zhang et al. // *Energies*. – 2019. – V.12, N.17. – P. 1-18.
460. Ono K. Application of acoustic emission for structure diagnosis // *Diagnostyka - diagnostics and structural health monitoring*. – 2011. – V.2, N.58. – P. 3-18.
461. Onsager L. Reciprocal relations in irreversible processes // *Phys. Rev*. – 1931. – V.37. – P. 405-416.
462. Ord A. Shear band formation in Gosford Sandstone / A. Ord, I. Vardoulakis, R. Kajewski // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. – 1991. – V.28, N.5 – P. 397-409.

463. Ostapchuk A.A. Influence of the structure of a gouge-filled fault on the parameters of acoustic emission / A.A. Ostapchuk, K.G. Morozova, D.V. Pavlov // *Acta Acustica united with Acustica*. – 2019. – V.105. – P. 759-765.
464. Ostapchuk A.A. On the mechanism of laboratory earthquake nucleation highlighted by acoustic emission / A.A. Ostapchuk, K.G. Morozova // *Scientific Report*. – 2020. – V.1, N.1. – P. 7245.
465. Ouchi T. On the space-time pattern formation of the earthquake strain field / T. Ouchi, S. Goriki, K. Ito // *Tectonophysics*. – 1985. – V.113, N.1-2. – P. 31-48.
466. Panasiyan I. I. Stress memory studies in rock by means of acoustic emission / I.I Panasiyan, S.A. Kolegov, A.N. Morgunov // *Proc. Int. Conf. Mech. Jointed and Faulted Rock (MJFR)*, Rotterdam, A. A. Balkema, 1990. – P. 435-439.
467. Panteleev I.A. Model of geomedia containing defects: collective effects of defects evolution during formation of potential earthquake foci / I.A. Panteleev, O.A. Plekhov, O.B. Naimark // *Geodynamics & Tectonophysics*. – 2013. – V.4, N.1. – P. 37-51.
468. Pashmforoush F. Acoustic emission-based damage classification of glass/polyester composites using harmony search k-means algorithm / F. Pashmforoush, M. Fotouhi, M. Ahmadi // *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. – 2012. – V.31. – P. 671-680.
469. Patel B.P. A new constitutive model for bimodular laminated structures: Application to free vibrations of conical/cylindrical panels / B.P. Patel, K. Khan, Y. Nath // *Composite Structures*. – 2014. – V.110. – P. 183-191.
470. Pelleg J. *Mechanical properties of materials* / J. Peng – Dortmund: Springer, 2013. – 634 p.
471. Peng S. Mechanical damage evaluation of masonry under tensile loading by acoustic emission technique / S. Peng, Z. M. Sbartai, T. Parent // *Construction and Building Materials*. – 2020. – V.258. – P. 120336.
472. Pestman B.J. An acoustic emission study of damage development and stress-memory effects in sandstone / B.J. Pestman, J.G. van Munster // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech.* – 1996. – V. 33, N.6. – P. 585-593.
473. Pestman B.J. Estimation of In-situ Stress Magnitudes from Measurements on Cores / B.J. Pestman, C.J. Kenter, J.G. van Munster // *Society of Petroleum Engineers Inc. SPE/ISRM 47239. EUROCK '98 Symposium held in Trondheim Norway, 8-10 July 1998*. – Trondheim, 1998. – P. 171-177.
474. Peter J.G. Real-time frequency determination of acoustic emission for different fracture mechanisms in carbon-epoxy composites / J.G. Peter, A.M Peter. // *Composites Science and Technology*. – 1995. – V.55. – P. 405-412.

475. Pietruszczak S. Fundamentals of plasticity in geomechanics / S. Pietruszczak. – CRC Press, 2020. – 206 p.
476. Pink E. Serrated flow in a ferritic stainless steel / E. Pink, A. Grinberg // Mater Sci Eng. – 1981. – V. 51, N.1. – P. 1-8.
477. Polymodal faulting: Time for a new angle on shear failure / D. Healy, T.G. Blenkinsop, N.E. Timms et al. // Journal of Structural Geology. – 2015. – V.80. – P. 57-71.
478. Pomponi E. A real-time approach to acoustic emission clustering / E. Pomponi, A. Vinogradov // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2013. – V. 40, N2. – P. 791-804.
479. Qi G. Wavelet-based AE characterization of composite materials // NDT&E International. – 2000. – V.33. – P. 133–144.
480. Quasi-static fault growth and shear fracture energy in granite / D.A. Lockner, J.D. Byerlee, V. Kuksenko et al. // Nature. – 1991. – V.350. – P. 39-42.
481. Ramberg H. The role of gravity in orogenic belts // In: K.R. McClay, N.J. Price (Eds.), Thrust and Nappe Tectonics. Geological Society, London Special Publications. – 1981. – V.9. – P. 125-140.
482. Randall G. E. Efficient calculation of complete differential seismograms for laterally homogeneous earth models // Geophysical Journal International. – 1994. – V.118, N.1. – P. 245-254.
483. Reches Z. Determination of the tectonic stress tensor from slip along faults that obey the coulomb yield condition // Tectonics. – 1987. – V.6, N.6. – P. 849-861.
484. Reches Z. Nucleation and growth of faults in brittle rocks / Z. Reches, D. Lockner // J. Geophys. Res. Solid Earth. – 1994. – V.99, N.B9. – P. 18159-18173.
485. Relating strain localization and Kaiser effect to yield surface evolution in brittle rocks / H. Gajst, E. Shalev, R. Weinberger et al. // Int. J. Geoph. – 2020. – V.221, N.3. – P. 2091-2103.
486. Reliable onset time determination and source location of acoustic emissions in concrete structures / A. Carpinteri, J. Xu, G. Lacidogna et al. // Cement and Concrete Composites. – 2012. – V.34, N.4. – P. 529-537.
487. Revil A. Mechanical compaction of sand/clay mixtures / A. Revil, D. Grauls, O. Brévarat // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. – 2002. – V.107. – P.2293.
488. Rice J.R. The mechanics of earthquake rupture // In: A.M. Dziewonski, E. Boschi (Eds.), Physics of the Earth's Interior. Italian Physical Society / North-Holland, Amsterdam. – 1980. – P. 555–649.
489. Richter C.F. Elementary Seismology / C.F. Richter – San Francisco: W.H. Freeman, 1958. – 768 p.

490. Rijken M.C.M. Modeling naturally fractured reservoirs: From experimental rock mechanics to flow simulation: Dissertation of Doctor of Philosophy / The University of Texas at Austin. Austin, 2005. 275 p.
491. Rizzi E. On the Portevin–Le Chatelier effect: theoretical modeling and numerical results / E. Rizzi, P. Hähner // *Int. J. Plasticity*. – 2004. – V.20. – P. 121-165.
492. Roy M. Earthquake nucleation on model faults with rate- and state-dependent friction: Effects of inertia / M. Roy, C. Marone // *J. Geophys. Res.* – 1996. – V. 101. – P. 13919-13932.
493. Rudnicki J.W. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive, dilatant materials / J.W. Rudnicki, J.R. Rice // *J. Mech. Phys. Solids*. – 1975. – V.23. – P. 371-394.
494. Rutter E.H. The deformation of porous sandstones; are Byerlee friction and the critical state line equivalent? / E.H. Rutter, C.T. Glover // *J. Struct. Geol.* – 2012. – V.44. – P. 129-140.
495. Savage J.C. A theory of creep waves propagating along a transform fault // *Journal of Geophysical Research*. – 1971. – V.76, N.8. – P. 1954–1966.
496. Schade H. Tensor Analysis / H. Schade, K. Neemann. De Gruyter: 2018. 327 p.
497. Schock R.N. The response of rocks to large stresses // In: Roddy, D.L., Pepin, R.O., Merrill, R.B. (Eds.), *Impact and Explosion Cratering*. Pergamon Press, New York. – 1977. – P. 657-688.
498. Schreyer H.L. Analytical and numerical tests for loss of material stability / H.L. Schreyer, M.K. Neilsen // *Int. J. Num. Methods Eng.* – 1996. – V.39. – P. 1721-1736.
499. Schulson E.M. Compressive shear faults within arctic sea ice: Fractures on scales large and small // *J. Geophys. Res.* – 2004. – V.109. – P. C07016.
500. Schultz R.A. A general framework for the occurrence and faulting of deformation bands in porous granular rocks / R.A. Schultz, R. Siddharthan // *Tectonophysics*. – 2005. – V. 411, N. 1-4. – P. 1-18.
501. Schwartz S.Y. Slow slip events and seismic tremor at Circum-Pacific subduction zones / S.Y. Schwartz, J.M. Rokosky // *Reviews of Geophysics*. – 2007. – V.45, N.3. – P. RG3004.
502. Scruby C. B. Defect characterization in three dimensions by acoustic emission / C.B. Scruby, K.A. Stacey, G.R. Baldwin // *Z Phys. D: Appl Phys.* – 1986. – V.19. – P. 1597-1612.
503. Seminsky K.Zh. Specialized mapping of crustal fault zones. Part 1: Basic theoretical concepts and principles // *Geodynamics & Tectonophysics*. – 2014. – V.5, N.3. – P. 445–467.
504. Shah K.R. An elasto-plastic constitutive model for brittle-ductile transition in porous rocks // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* – 1997. – V.34, N.3-4. – P. 283-e1 – 283.e13.
505. Sheldon H. Numerical modelling of faulting and fluid flow in porous rocks: an approach based on critical state soil mechanics / H. Sheldon, A. Barnicoat, A. Ord // *J. Struct. Geol.* – 2006. – V.28. – P. 1468–1482.

506. Shevtsov N. Deformation and destruction of rocks on the true triaxial loading system with continuous acoustic emission registration / N. Shevtsov, A. Zaitsev, I. Panteleev // *Physical and Mathematical Modeling of Earth and Environment Processes*. – 2019. – P.424-432.
507. Shkuratnik V. L. Spectral characteristics of acoustic emission in carbon fiber-reinforced composite materials subjected to cyclic loading / V.L. Shkuratnik, P.V. Nikolenko // *Adv. in Material Sci. and Eng.* – 2018. – ID 1962679. – P. 1-8.
508. Shojaei A. A continuum damage failure model for hydraulic fracturing of porous rocks / A. Shojaei, A.D. Taleghani, G. Li // *Int. J. Plast.* – 2014. – V.59. – P. 199-212.
509. Skrzypek J.J. *Modeling of Material Damage and Failure of Structures* / J.J. Skrzypek, A. Ganczarski – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999. – 326 p.
510. Slip on weak faults by the rotation of regional stress in the fracture damage zone / D.R. Faulkner, T.M. Mitchell, D. Healy et al. // *Nature*. – 2006. – V. 444. – P. 922-925.
511. Smith T.M. Rock properties in low-porosity/low-permeability sandstones / T.M. Smith, C.M. Sayers, C.H. Sondergeld // *The Leading Edge*. – 2009. – V.28. – P.48-59.
512. Source analysis of acoustic emissions in Aue granite cores under symmetric and asymmetric compressive loads / A. Zhang, F. Christian Wagner, S. Stanchits et al. // *Geophysical Journal International*. – 1998. – V.135, N.3. – P. 1113-1130.
513. Spatiotemporal analysis of Portevin–Le Châtelier deformation bands: Theory, simulation, and experiment / P. Hähner, A. Ziegenbein, E. Rizzi et al. // *Phys Rev B*. – 2002. – V.65. – P. 134109.
514. Statistical behaviour and strain localization patterns in the Portevin-Le Chatelier effect / M. Lebyodkin, Y. Brechet, Y. Estrin et al. // *Acta Materialia*. – 1996. – V.44, N.11. – P. 4531-4541.
515. Stein R.S. Progressive failure on the North Anatolian fault since 1939 by earthquake stress triggering / R.S. Stein, A.A. Barka, J.H. Dietetich // *Geophysical Journal International*. – 1997. – V.128, N.3. – P. 594-604.
516. Stover S.C. A one-dimensional analytically based approach for studying poroplastic and viscous consolidation: Application to Woodlark Basin, Papua New Guinea / S.C. Stover, S. Ge, E.J. Screaton // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. – 2003. – V.108. – P. 2448.
517. Suetnova E.I. Influence of the fluid-dynamic and rheological properties of sediments on the process of viscoelastic compaction at different rates of sedimentation // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. – 2010. – V.46, N.6. – P.529-537.
518. Sun Z. Measuring microscopic deformations with digital image correlation / Z. Sun, J.S. Lyons, S.R. McNeill // *Opt Lasers Eng.* – 1997. – V.27, N.4. – P. 409-428.
519. Sutton M.A. *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements: Basic Concepts, Theory and Applications* / M.A. Sutton, J.J. Orteu, H.W. Schreier – Springer. – 2009. – 316 p.

520. Tape W. A geometric comparison of source-type plots for moment tensors / W. Tape, C. Tape // *Geophysical Journal International*. – 2012. – V.190, N.1. – P. 499-510.
521. Temporal and spatial correlations of the strain field in tectonic active region, southern Kyusyu, Japan / M. Harada, T. Furuzawa, M. Teraishi et al. // *Journal of Geodynamics*. – 2003. – V.35, N.4-5. – P. 471-481.
522. Tengattini A. A constitutive modelling framework predicting critical state in sand undergoing crushing and dilation / A. Tengattini, A. Das, I. Einav // *Géotechnique*. – 2016. – V.66. – P. 695-710.
523. The effect of crack orientation on the nonlinear interaction of a P wave with an S wave. *Geophys* / J.A. TenCate, A.E. Malcolm, X. Feng et al. // *Res. Lett.* – 2016. – V.43, N.12. – P. 6146-6152.
524. The kinetics of the Portevin-Le Chatelier bands in an Al-5at%Mg alloy / K. Chihab, Y. Estrin, L.P. Kubin et al. // *Scripta Metallurgica*. – 1987. – V.21, N.2. – P. 203-208.
525. Thermal evolution of the intracratonic Paris Basin: Insights from 3D basin modelling / M. Torelli, R. Traby, V. Teles et al. // *Marine and Petroleum Geology*. – 2020. – V.119. – P.104487.
526. Three types of Portevin–Le Chatelier effects: Experiment and modelling / H. Jiang, Q. Zhang, X. Chen et al. // *Acta Materialia*. – 2007. – V. 55, N.7. – P. 2219-2228.
527. Time-dependent brittle creep in Darley Dale sandstone / M.J. Heap, P. Baud, P.G. Meredith et al. // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. – 2009. – V.114. – P.B07203.
528. Time-dependent compaction band formation in sandstone / M.J. Heap, N. Brantut, P. Baud et al. // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. – 2015. – V.120. – P.4808-4830.
529. Time-dependent cracking and brittle creep in crustal rocks: A review / N. Brantut, M.J. Heap, P.G. Meredith et al. // *Journal of Structural Geology*. – 2013. – V.52. – P. 17-43.
530. Tolooiyan A. Measurement of the Tensile Strength of Organic Soft Rock / A. Tolooiyan, R. Mackay, J. Xue // *Geotechnical Testing Journal*. – 2014. – V.37, N.6. – P. 991–1001.
531. Tuncay E. Comparison of stresses obtained from acoustic emission and compact conical-ended borehole overcoring techniques and an evaluation of the Kaiser effect level / E. Tuncay, Y. Obara // *Bulletin of Eng. Geol. and the Env.* – 2012. – V.71, N.2. – P. 367-377.
532. Tuncay E. Relation between Kaiser effect levels and pre-stresses applied in the laboratory / E. Tuncay, R. Ulusay // *J. Rock Mech. and Min. Sci.* – 2008. – V.45, N.4. – P. 524-537.
533. Unsupervised acoustic emission data clustering for the analysis of damage mechanisms in glass/polyester composites / A.R. Oskouei, H.Heidary, M.Ahmadi et al. // *Materials & Design*. – 2012. – V. 37. – P. 416-422.

534. Use of acoustic emission to identify damage modes in glass fibre reinforced polyester / S. Huguet, N. Godin, R. Gaertner et al. // *Composites Science and Technology*. – 2002. – V.62. – P. 1433-1444.
535. Vajdova V. Compaction, dilatancy and failure in porous carbonate rocks / V. Vajdova, P. Baud, T.-F. Wong // *J. Geophys. Res.* – 2004. – V.109. – P. B05204-1 – B05204-16.
536. Vavryčuk V. Inversion for parameters of tensile earthquakes // *Journal of Geophysical Research*. – 2001. – V.106, N.B8. – P. 16339-16355.
537. Vavryčuk V. Moment Tensors: Decomposition and Visualization // In: Beer M., Kougioumtzoglou I., Patelli E., Au IK. (eds) *Encyclopedia of Earthquake Engineering*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2015. – P. 1-16.
538. Vervoort A. Kaiser effect in triaxial tests of limestone samples, In-situ rock stress / A. Vervoort, A. Govaerts – Taylor and Francis Group, London, 2006. – P. 143-149.
539. Very slow moving crustal strain disturbances / F. Bella, P.F. Biagi, M. Caputo et al. // *Tectonophysics*. – 1990. – V.179, N.1–2. – P. 131-139.
540. Vijayakumar K. Stress–strain relation for composites with different stiffnesses in tension and compression – a new model / K. Vijayakumar, K.P. Rao // *Int. J. Comput. Mech.* – 1987. – V.1. – P. 167-175.
541. Villaescusa E. Stress measurements from oriented core / E. Villaescusa, M. Seto, G. Baird // *J. Rock Mech. and Min. Sci.* – 2002. – V.39, N.5. – P. 603- 615.
542. Voyiadjis G.Z. A plasticity-damage theory for large deformation of solids – I. Theoretical formulation / G.Z. Voyiadjis, P.I. Kattan // *Int. J. Eng. Sci.* – 1992. – V.30. – P. 1089-1108.
543. Voyiadjis G.Z. Some basic issues of isotropic and anisotropic continuum damage mechanics / G.Z. Voyiadjis, P.I. Kattan, M.A. Yousef – *Handbook of Damage Mechanics*. Berlin: Springer, 2015. – P. 3-42.
544. Wang H.F. Effects of deviatoric stress on undrained pore pressure response to fault slip // *J. Geophys. Res.* – 1997. – V.102. – P. 17943-17950.
545. Water-level oscillations caused by volumetric and deviatoric dynamic strains / E. Shalev, I. Kurzon, M.-L. Doan et al. // *Geophys. J. Int.* – 2016. – V.204. – P. 841–851.\
546. Weinberger R. Tensile properties of rocks in four-point beam tests under confining pressure / R. Weinberger, Z. Rechez, Z. Eidelman et al. // In: Nelson, P., Laubach, S.E. (Eds.), *Proceedings First North American Rock Mechanics Symposium*, Austin, Texas, 1994. – P. 435-442.
547. Wong T.-F. The brittle-ductile transition in porous rock: A review / T.-F. Wong, P. Baud // *J. Struct. Geol.* – 2012. – V.44. – P. 25-53.

548. Wu C. Non-linearity and temporal changes of fault zone site response associated with strong ground motion / C. Wu, Z. Peng, Y. Ben-Zion // *Geophys. J. Int.* – 2009. – V.176, N.1. – P. 265–278.
549. Wu X.Y. Micromechanics of compressive failure and spatial evolution of anisotropic damage in Darley Dale sandstone / X.Y. Wu, P. Baud, T.-F. Wong // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* – 2000. – V.37. – P. 143-160.
550. Ye Z.M. A new elasticity and finite element formulation for different Young's modulus when tension and compression loading / Z.M. Ye, H.R. Yu, W.J. Yao // *J. Shanghai Univ.* – 2001. – V.5. – P. 89-92.
551. Yoshinaka R. Mechanical behavior of soft rocks under triaxial cyclic loading conditions / R. Yoshinaka, T.V. Tran, M. Osada // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences.* – 1997. – V.34, N.3–4. – P. 354.e1-354.e14.
552. Yu R. Relation between stresses obtained from Kaiser effect under uniaxial compression and hydraulic fracturing / R. Yu, Y. Tian, X. Wang // *J. Rock Mech. and Rock Eng.* – 2015. – V.48, N.1. – P. 397- 401.
553. Zaiser M. Oscillatory modes of plastic deformation: theoretical concepts / M. Zaiser, P. Hahner // *Phys. Stat. Sol. B.* – 1997. – V.199, N.2. – P. 267-330.
554. Zaiser M. Randomness and slip avalanches in gradient plasticity / M. Zaiser, E.C. Aifantis // *Int. J. Plast.* – 2006. – V.22. – P. 1432-1455.
555. Zang A. Stress field of the earth's crust / A. Zhang, O. Stephansson – Springer, 2010. — 322 p.
556. Zhang W. Continuum Damage Mechanics and Numerical Applications / W. Zhang, Y. Cai – Berlin: Springer, 2010. – 1000 p.
557. Zhao W.Z. Cluster analysis of acoustic emission signals and tensile properties of carbon/glass fiber-reinforced hybrid composites / Zhao W.Z., W. Zhou // *Struct Heal Monit.* – 2019. – V.18. – P. 1686–1697.
558. Zhu W. Micromechanics of cataclastic pore collapse in limestone / W. Zhu, P. Baud, T.-F. Wong // *J. Geophys. Res. Solid Earth.* – 2010. – V. 115. – P. B04405.
559. Zhu W. The transition from brittle faulting to cataclastic flow. Permeability evolution / W. Zhu, T. Wong // *J. Geophys. Res. B.* – 1997. – V.102, N.2. – P. 3027-3041.
560. Zoback M.D. The effect of microcrack dilatancy on the permeability of Western granite / M.D. Zoback, J.D. Byerlee // *J. Geophys. Res.* – 1975. – V.80. – P. 752-755.
561. Zuev L.B. Autowave physics of material plasticity / L.B. Zuev, S.A. Barannikova // *Crystals.* – 2019. – V.9, N.9. – P. 458.

562. Zuev L.B. Elaboration of speckle photography techniques for plastic flow analyses / L.B. Zuev, V.V. Gorbatenko, K.V. Pavlichev // Measur. Sci. Technol. – 2010. – V.21, N.5. – P. 054014-054019.
563. Zuev L.B. Plastic flow localization viewed as auto-wave process generated in deforming metals / L.B. Zuev, S.A. Barannikova // Sol. St. Phen. – 2011. – V.172-174. – P. 1279-1283.
564. Zuev L.B. Wave phenomena in low-rate plastic flow of solids // Ann. Phys. – 2001. – V.10, N. 11-12. – P. 965-984.