

На правах рукописи

Пьянкова МА

Пьянкова Марина Анатольевна

**ВЛИЯНИЕ ДИНАМИКИ ЛИНИИ КОНТАКТА
НА ПОВЕДЕНИЕ КАПЛИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ**

Специальность 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Пермь – 2023

Работа выполнена в Институте механики сплошных сред УрО РАН – филиале Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук

Научный руководитель:	Алабужев Алексей Анатольевич , кандидат физико-математических наук, доцент.
Официальные оппоненты:	Гималтдинов Ильяс Кадирович , доктор физико-математических наук, член-корреспондент АН Республики Башкортостан, профессор кафедры физики ФГБОУ ВО "Уфимский государственный нефтяной технический университет", г. Уфа. Полежаев Денис Александрович , кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики и технологии ФГБОУ ВО "Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет", г. Пермь.
Ведущая организация:	Федеральное государственное бюджетное учреждение науки "Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук", г. Москва.

Защита состоится **21 сентября 2023 г.** в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 004.036.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки "Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук" (филиал – Институт механики сплошных сред УрО РАН) по адресу: 614013, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1; тел: (342) 237-84-61; факс: (342) 237-84-87; сайт: www.icmm.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан «___» августа 2023 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
д.ф.-м.н., доцент



А. Л. Зуев

Общая характеристика работы

Актуальность и степень разработанности избранной темы

Явление электросмачивания на диэлектрической подложке, относящееся к влиянию электрического поля на смачивание капель жидкости поверхности электрода, покрытой диэлектрическим слоем, является важным и универсальным методом манипулирования каплями. Оно до сих пор привлекает большое внимание из-за его важности для фундаментального научного понимания и многочисленных технологических приложений, таких как новые цифровые микрожидкостные устройства, быстродействующие дисплеи, скоростная съемка, линзы с переменным фокусным расстоянием, струйная печать, самоочищающаяся или антиобледенительная поверхность, вызывающая отрыв капель и т.д. Для улучшения свойств таких устройств решающее значение имеет фундаментальное понимание динамики капель, обусловленной электросмачиванием. Установлено, что растекание капли по твердой подложке инициируется электрической силой, сосредоточенной вблизи линии контакта трех сред, динамика которой определяется балансом движущей электрической силы, капиллярной силы и силы сопротивления (т.е. трения контактной линии о твердую поверхность). В данный момент не существует полного теоретического описания динамики линии контакта при электросмачивании. Широко используемое условие Юнга-Липпманна плохо согласуется с экспериментальными данными, поэтому обычно используются феноменологические зависимости.

В настоящее время подробно изучено установившееся движение контактной линии по хорошо или полностью смачиваемой подложке. В этом случае жидкость растекается по подложке либо за счет межчастичного взаимодействия (например, ван-дер-ваальсово притяжение молекул жидкости к подложке), либо за счет статических внешних воздействий (сила тяжести, центробежная сила и т.д.). Есть существенное продвижение в исследованиях при более интенсивном движении контактной линии, а также для конечных значений динамического краевого угла. Существенной проблемой остается изучение движения по неоднородной (шероховатой) поверхности. Здесь процесс исследований ещё далек до завершения.

Для высокочастотного осциллирующего движения линии контакта ситуация существенно отличается от поступательного движения. Вязкость важна только в тонком пограничном слое на твердой поверхности, а вне него течение жидкости можно рассматривать как невязкое. Движение контактной линии определяется главным образом полем давления, и динамика видимого краевого угла описывается с помощью эффективного граничного условия. Неоднородность поверхности или внешнего воздействия также создает существенные трудности при описании. Суммарное влияние всех перечисленных факторов существенно осложняет изучение и моделирование

динамики контактной линии и требует дальнейших исследований.

Целью данной работы является изучение динамики капли жидкости, зажатой между двумя неоднородными пластинами, в неоднородном переменном электрическом поле. Необходимо определить влияние неоднородностей поверхности пластин и электрического поля на динамическую форму капли, амплитуду колебаний боковой поверхности и краевых углов. Дополнительно исследовать влияние осесимметричных вибраций на такую каплю и круговых вибраций на ансамбль капель. Для достижения поставленных целей были решены следующие **задачи**:

1. Исследовано влияние различающихся однородных или неоднородных пластин на динамику капли в однородном или неоднородном переменном электрическом поле.

2. Исследовано влияние свойств поверхностей на динамику капли под действием осесимметричных вибраций.

3. Исследованы вынужденные колебания, их устойчивость и групповая динамика ансамбля цилиндрических капель под действием круговых вибраций.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Различающиеся поверхности пластин приводят к возбуждению как нечетных, так и четных гармоник. Неоднородность поверхности пластин или электрического поля приводит к возбуждению азимутальных мод собственных колебаний капли, что выражается в появлении дополнительных резонансных пиков на частотах этих мод.

2. Краевой угол меняется монотонным образом и с увеличением амплитуды выходит на постоянное значение. На резонансной частоте вид зависимости краевого угла не изменяется. Изменение частоты и параметра смачивания существенным образом влияет на значения краевого угла. Зависимости краевого угла от амплитуды внешнего воздействия в случае неоднородного электрического поля качественно схожи с аналогичными в случае однородного поля.

3. Как осесимметричные вибрации, так и однородное электрическое поле приводят к возбуждению четных и нечетных гармоник колебаний формы капли в случае различающихся однородных пластин.

4. Для ансамбля капель в поле круговых вибраций вблизи границы области неустойчивости происходит затухание колебаний, т.е. нелинейность стабилизирует систему. Для первых мод наблюдается режим бегущей волны. В общем случае существует режим синхронизации, капли ведут себя одинаково, режим бегущей волны разрушается.

Научная новизна работы заключается в том, что в ней:

1. Впервые рассмотрены собственные и вынужденные колебания цилиндрической капли, окруженной другой жидкостью и сжатой между двумя параллельными поверхностями, как однородными, так и неоднородными, в однородном электрическом поле. Получены уравнения для

произвольного случая неоднородности поверхности. Найдены выражения, описывающее течение в капле и окружающей жидкости. Построены амплитудно-частотные характеристики, форма боковой поверхности и контактной линии. Показано, что в случае различающихся однородных пластин возбуждаются как четные, так и нечетные гармоники. В случае неоднородных пластин возбуждаются азимутальные моды, спектр которых определяется неоднородностью. В них энергия передается из осесимметричной моды из-за неоднородности поверхности.

2. Впервые рассмотрены вынужденные колебания цилиндрической капли в неоднородном переменном электрическом поле. Показано, что в этом случае возбуждаются азимутальные моды, энергия в которые передается напрямую из внешнего поля.

3. Впервые найдено решение, описывающее течение в цилиндрической капле, зажатой между различающимися неоднородными пластинами, и в окружающей ее жидкости при учете динамики линии контакта в поле осесимметричных вибраций.

4. Впервые исследована устойчивость вынужденных колебаний цилиндрической капли со свободной контактной линией и окруженной другой жидкостью в поле круговых вибраций. Исследована параметрическая неустойчивость для произвольной капли в ансамбле взаимодействующих капель.

Теоретическая и практическая значимость работы

Полученные результаты могут быть использованы: во-первых, для апробации других теоретических моделей; во-вторых, для оценки постоянной смачивания по сравнению с экспериментальными данными, а также для исследования неоднородности пластин или электрического поля. Также они могут быть полезны для изучения поведения различных включений в слое жидкости между твердыми поверхностями при наличии вибраций, для разработки методов управления ансамблями взаимодействующих между собой капель. Резонансные эффекты могут быть использованы для улучшения перемешивания в капле жидкости для микрожидкостных устройств. Возможно создание методов изучения физических параметров и свойств жидкости бесконтактным способом.

Исследования, представленные в настоящей диссертации, были поддержаны грантами РФФ 14-21-00090 (Гл. 2-3), РФФИ № 20-31-90104 (Гл. 4) и РФФ № 19-42-04120 (Гл. 5).

Методология и методы диссертационного исследования

Использовался метод малого параметра при исследовании малоамплитудных колебаний капли. Решение во всех задачах отыскивалось в виде рядов Фурье по базисным функциям оператора Лапласа. Для описания скорости движения линии контакта использовалось эффективное граничное условие.

Достоверность результатов, изложенных в диссертационной работе, подтверждается сравнением с известными ранее работами и согласием результатов, полученных разными методами и с использованием различных подходов. Например, значения резонансных частот внешнего поля хорошо согласуются со значениями соответствующих частот собственных колебаний.

Публикации. Материалы диссертации изложены в 10-ти работах [1 – 10]: 7 работ индексированы в международных базах данных Scopus и Web of Science [1 – 7], 3 работы в журналах из списка ВАК [8 – 10].

Личный вклад автора. Автором работы выведены и аналитически исследованы амплитудные уравнения и написаны программы численного расчета. Постановка задач, обсуждение и анализ результатов проведены совместно с научным руководителем.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы были представлены и обсуждались на следующих конференциях: «XXI Зимняя школа по механике сплошных сред», Пермь, 2019; «XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики», Уфа, 2019; XIX научная школа «Нелинейные волны - 2020», Нижний Новгород, 2020; International Symposium «Non-equilibrium processes in continuous media», Perm, 2021; «XXII Зимняя школа по механике сплошных сред», г. Пермь, 2021.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы из 99 наименований. Общий объем диссертации составляет 102 страницы, включая 45 рисунков.

Основное содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, сформулирована цель и поставлены задачи, отражена научная новизна исследований, описана теоретическая и практическая значимость полученных результатов, представлены положения, выносимые на защиту.

В первой главе проведен обзор литературы, относящийся к результатам исследования поведения капель и пузырьков на подложке в электрическом или вибрационном поле.

В большинстве теоретических работ по электросмачиванию описание краевого угла \mathcal{G} между поверхностью капли и подложкой определяется из уравнения Юнга-Липпмана:

$$\cos \mathcal{G} = \cos \mathcal{G}_0 + E_w, \quad (1.1)$$

где \mathcal{G}_0 – равновесный краевой угол, определяемый уравнением Юнга $\cos \mathcal{G}_0 = \sigma_{ic}^{-1} (\sigma_{ip} - \sigma_{cp})$, $E_w = 0.5CV^2 \sigma_{ic}^{-1}$ – электрокапиллярное число (отношение электрической силы к силе поверхностного натяжения), $C = \varepsilon \varepsilon_0 d^{-1}$ – емкость на единицу площади, σ – межфазное поверхностное

натяжение, V – значение приложенного напряжения постоянного электрического тока, ε_0 – коэффициент диэлектрической проницаемости вакуума, ε и d – относительная проницаемость и толщина диэлектрического слоя соответственно. В большинстве экспериментов используется капля раствора электролита KCl концентрации 10^{-3} –1 М (электропроводность от 10^{-2} – 10 Ом $^{-1}$ м $^{-1}$) объемом 1 мкл на тефлоновой подложке толщиной $\sim 0,1$ мм. Окружающая среда – воздух. В этом случае $E_w \approx 10^{-6} V^2$. Типичные напряжения достигают 1 кВ.

Однако условие (1.1) плохо описывает поведение краевого угла в переменных полях и при больших потенциалах. Поэтому важной является проблема построения теоретической модели для описания изменения краевого угла при электросмачивании.

Условие Хокинга является одним из наиболее часто используемых граничных условий, описывающих динамику контактной линии. Оно предполагает линейную связь между скоростью движения контактной линии и отклонением краевого угла от равновесного значения ($\vartheta_0 = 0.5\pi$):

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \Lambda \mathbf{k} \cdot \nabla \zeta, \quad (1.2)$$

где ζ – отклонение поверхности жидкости от равновесного положения, Λ – феноменологическая постоянная (постоянная Хокинга), \mathbf{k} – вектор нормали к твердой поверхности. Условие (1.2) всегда приводит к затуханию колебаний, за исключением двух предельных случаев: неподвижной линии контакта – $\zeta = 0$ и постоянного краевого угла – $\mathbf{k} \cdot \nabla \zeta = 0$. Затухание обусловлено взаимодействием движущейся контактной линии с поверхностью подложки.

Внешнее переменное электрическое поле $\cos(\omega t)$ (ω – частота электрического поля) приводит к изменению краевого угла, т.е. для очень быстрых релаксационных процессов на линии контакта трех сред крайовой угол меняется по закону $\cos(2\omega t)$ согласно закону Липпманна (1.1). Следовательно, объединяя условия (1.1) и (1.2), можно сформулировать эффективное граничное условие, которое должно выполняться на линии контакта:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \Lambda \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + a \cos(2\omega t) \right), \quad (1.3)$$

где a – эффективная амплитуда электрического поля. Второе слагаемое в граничном условии (1.3) описывает внешнее воздействие электрического поля на крайовой угол ϑ (1.1): $\cos \vartheta = E_w = \tilde{E}_w V^2$ при условии $\cos \vartheta_0 = 0$.

Следовательно, $\zeta_z \sim \operatorname{ctg} \vartheta = E_w / \sqrt{1 - E_w^2} = \tilde{E}_w V^2 / \sqrt{1 - \tilde{E}_w^2 V^4} \approx \tilde{E}_w V^2 + O(V^6) \approx \tilde{E}_w V^2 \sim V^2$.

Отметим, что в случае переменного электрического поля, электрический потенциал постоянного поля V заменяется на потенциал переменного $U = U_0 \cos(\omega t)$, и $\zeta_z \sim \operatorname{ctg} \vartheta \approx \tilde{E}_w U^2 \approx \tilde{E}_w U_0^2 \cos(2\omega t)$. Перенормированное электрокапиллярное число $\tilde{E}_w U_0^2$ играет роль эффективной амплитуды a^* (1.3).

Вторая глава. В данной главе исследовано влияние неоднородности поверхности под действием однородного переменного электрического поля на вынужденные колебания капли жидкости. Предложена модель учета неоднородности поверхности подложки. Получены данные об отклонении поверхности и частотных характеристиках в зависимости от постоянной Хокинга, частоты и амплитуды внешнего электрического поля и геометрических параметров системы.

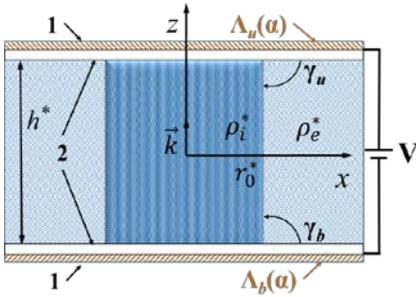


Рисунок 2.1. Геометрия задачи (1 – электрод, 2 – диэлектрический слой)

которые равно h^* . Данные поверхности являются проводящими и покрыты изнутри диэлектрической пленкой. Равновесная форма капли представляет собой круглый цилиндр радиуса r_0^* . К торцам пластин прикладывается переменное напряжение, имеющее частоту ω^* . Движение линии контакта описывается модифицированным граничным условием Хокинга (1.3).

В приближении идеальной жидкости записаны уравнения Бернулли и непрерывности и граничные условия в безразмерной форме:

$$p_j = -\rho_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial t}, \quad \Delta \varphi_j = 0, \quad j = e, i, \quad (2.1)$$

$$r = 1: \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} = \frac{\partial \varphi_e}{\partial r}, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad p_e - p_i = \zeta + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \alpha^2} + b^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2}, \quad (2.2)$$

$$r = 1, \quad z = \pm \frac{1}{2}: \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \mp \Lambda_{u,b}(\alpha) \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + Af(\alpha) \cos(2\omega t) \right), \quad (2.3)$$

$$z = \pm \frac{1}{2} : \quad \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} = 0, \quad (2.4)$$

где p – давление в жидкости, ρ – плотность жидкости, φ – потенциал поля скорости, a и ω – амплитуда и частота переменного электрического поля, ζ – отклонение поверхности от равновесного положения, $\Lambda_{u,b}(\alpha)$ – безразмерный параметр Хокинга на «верхней» и «нижней» пластине, соответственно, $f(\alpha)$ – функция пространственной неоднородности поля, α – азимутальный угол.

В разделе 2.2 рассмотрен случай однородного электрического поля (т.е. $f(\alpha) = 1$ в (2.3)) и различающихся однородных пластин с параметрами $\Lambda_{u,b}(\alpha) = \lambda_{u,b}$ (2.5). Решение краевой задачи (2.1) – (2.4) ищем в виде разложения в ряд Фурье по собственным функциям оператора Лапласа.

Внешняя сила возбуждает осесимметричные вынужденные колебания. По причине отсутствия симметрии между свойствами пластин возбуждаются как нечетные, так и четные гармоники. Это приводит к появлению парных резонансных пиков на амплитудно-частотных характеристиках (рис. 2.2). В большинстве случаев резонансная амплитуда нечетной гармоники – выше соответствующей четной. На определенных «антирезонансных» частотах ω движение капли не зависит от параметра смачивания λ и при любых его значениях линия контакта остается неподвижной.

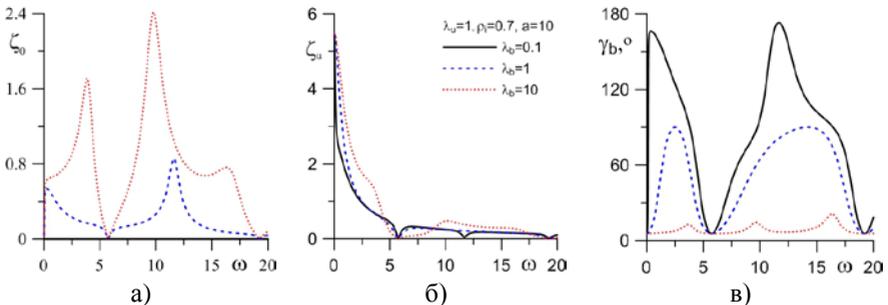


Рисунок 2.2. Зависимость амплитуды колебаний боковой поверхности капли ζ_0 (а), контактной линии ζ_u (б) и краевого угла γ (в) от частоты ω для разных значений λ_b .

Форма капли близка к описанию четной функцией только на «четных» резонансных частотах, когда амплитуды этих гармоник сравнимы с нечетными. Сечение боковой поверхности также близко к нечетной функции, несмотря на различные значения λ (рис. 2.3а).

Форма линии контакта представляет собой окружность в любой момент времени (рис. 2.3б). Изменение краевого угла происходит в широком

диапазоне (рис. 2.3в). Однако, в отличие от условия Юнга-Липпманна (1.1), максимальное значение краевого угла конечно.

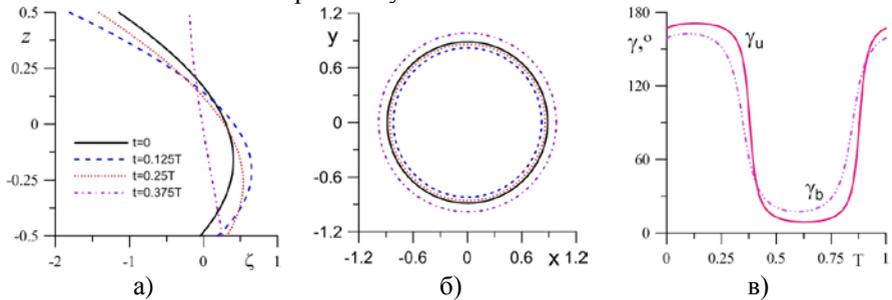


Рисунок 2.3. Форма боковой поверхности капли $\zeta(z, t)$ (а) и контактной линии $1 + 0.1\zeta(-0.5, t)$; (б) в разные моменты периода T , значение краевого угла на верхней γ_u и на нижней поверхности γ_b ; (в) ($a = 10$, $\omega = 1$, $\lambda_u = 1$, $\lambda_b = 0.1$)

В разделе 2.3 рассмотрен случай однородного электрического поля и одинаковых неоднородных пластин. Рассмотрены два случая неоднородности поверхности подложек (2.3): $\Lambda(\alpha) = \lambda|\cos\alpha|$ и $\Lambda(\alpha) = \lambda|\cos(\cos\alpha)|$.

В разделе 2.4 рассмотрен случай однородного электрического поля и различающихся неоднородных пластин $\Lambda_{u,b}(\alpha) = \lambda_{u,b}|\cos(\alpha)|$.

Из-за неоднородной поверхности пластин возбуждаются как осесимметричная, так и азимутальные моды. Динамика капли существенно отличается от ее поведения в однородном поле. Амплитуда колебаний боковой поверхности имеет идентичный локальный максимум в отличие от однородного электрического поля. Дополнительные резонансные пики связаны с возбуждением азимутальных мод. Квадрупольный режим оказывает значительное влияние, сжимая каплю вдоль неоднородности поля.

Третья глава посвящена исследованию влияния неоднородности поверхности на вынужденные колебания капли жидкости в неоднородном переменном электрическом поле.

В разделе 3.1 приведена постановка задачи, аналогичная разделу 2.1, но учитывающая неоднородность электрического поля как функцию $f(\alpha)$.

В разделе 3.2 рассмотрен случай неоднородного электрического поля $f(\alpha) = \sin(\cos(\alpha))$ и различающихся однородных пластин $\Lambda_{u,b}$. В таком неоднородном электрическом поле возбуждаются четные азимутальные моды вынужденных колебаний капли $\cos(2m\alpha)$, которые приводят к появлению дополнительных резонансных пиков.

Форма линии контакта существенно отличается от окружности при наличии азимутальных мод. При больших значениях λ амплитуда колебаний боковой поверхности увеличивается за счет увеличения отклонения линии контакта. Изменение ω и λ существенно влияет на значения краевого угла,

поэтому есть возможность получить согласие с экспериментальными результатами не только качественно, но и количественно.

В разделе 3.3 рассмотрен случай неоднородного электрического поля и неоднородных одинаковых пластин $\Lambda(\alpha) = \lambda |\cos \alpha|$, при котором происходят азимутальные колебания. Резонансными являются частоты азимутальных мод,

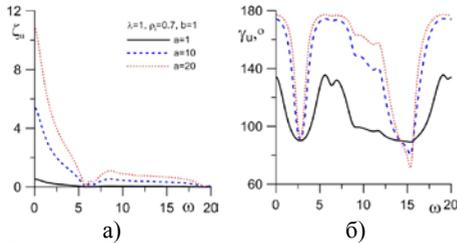


Рисунок 3.1. Зависимость амплитуды линии контакта ζ_u (а) и краевого угла γ_u (б) от частоты ω для разных значений a

в которые закачивается энергия из соответствующей азимутальной моды неоднородного переменного поля. «Антирезонансные» частоты существуют только при малых значениях параметра Хокинга. Аналогично случаю однородного поля, с увеличением амплитуды электрического поля величина отклонения поверхности растет (рис. 3.1).

В данном случае существуют пороговые значения внешнего краевого угла капли (рис. 3.1б) в отличие от однородного поля (рис. 2.2в). Дополнительные эффекты возникают за счет взаимодействия линии контакта с подложкой. Появляются дополнительные пики, поскольку поверхность неоднородная.

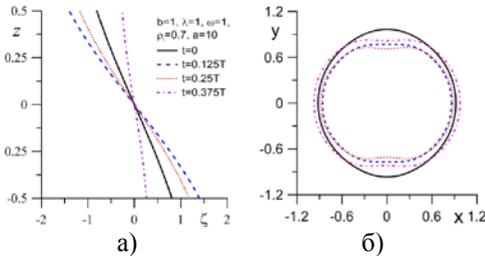


Рисунок 3.2. Форма боковой поверхности (а) и линии контакта (б) в разные моменты периода колебаний T

В равновесном состоянии форма линии контакта представляет собой окружность единичного радиуса. Из рис. 3.2б следует, что капля вытягивается вдоль направления неоднородности пластины.

В разделе 3.4 рассмотрен случай неоднородного электрического поля и неоднородных различающихся пластин.

В четвертой главе рассмотрены собственные и вынужденные колебания цилиндрической капли под действием вибраций, параллельных оси симметрии капли. Такие вибрации возбуждают осесимметричные колебания аналогично действию однородного электрического поля (Гл. 2).

В разделе 4.1 приведена постановка задачи, позволяющая рассмотреть задачу при осесимметричных вибрациях. Вибрационная сила, действующая на систему, имеет амплитуду A^* и частоту ω^* . Она направлена вдоль оси симметрии равновесной формы капли. Постановка задачи схожа с постановкой из предыдущих глав за исключением уравнения Бернулли и граничного условия Хокинга:

$$p_j = -\rho_j (\varphi_{jt} + \omega^2 b z e^{i\omega t}), \quad j = i, e, \quad (4.1)$$

$$r = 1, \quad z = \pm \frac{1}{2} : \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \mp \lambda_{u,b} \left| \cos(\alpha) \right| \frac{\partial \zeta}{\partial z}. \quad (4.2)$$

В разделе 4.2 рассмотрены собственные колебания капли. Получена спектрально-амплитудная задача, собственные значения которой являются значениями собственной частоты колебаний Ω . Общий декремент затухания определяется суммой индивидуальных коэффициентов для каждой пластины. Этот факт определяет конечное значение декремента затухания при малых λ_b , но конечных λ_u . Неоднородность поверхности меняет монотонность кривых и приводит к появлению локальных экстремумов. Помимо колебательного режима существует также монотонный режим, при котором корни полученного уравнения имеют только мнимую часть. Эти два типа движения не взаимодействуют до тех пор, пока частота колебательного режима не станет равной нулю.

В разделе 4.3 рассмотрены вынужденные колебания капли. Качественно динамика капли похожа на колебания капли в однородном электрическом поле (Гл. 2), но вибрации действуют на всю систему в целом, тогда как сила со стороны переменного электрического поля действует только на линии раздела трех сред.

Внешняя сила (4.1) возбуждает осесимметричные колебания. В случае однородных и гладких пластин возбуждаются только осесимметричные нечетные гармоники. Если поверхности различны, также возбуждается четный спектр. Каждая гармоника колебаний имеет два близких резонансных пика (рис. 4.1). Резонансные амплитуды могут быть сопоставимы в центре слоя. Небольшие пики соответствуют частотам азимутальных мод, которые возбуждаются из-за неоднородности поверхности.

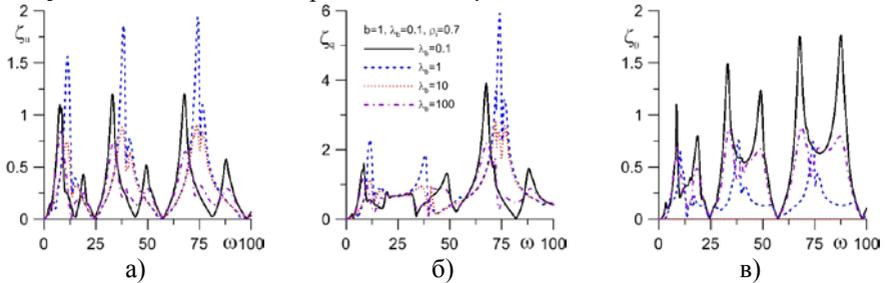


Рисунок 4.1. Зависимость амплитуды отклонения контактной линии ζ_u (а), боковой поверхности ζ_q (б) и ζ_0 (в) от частоты вибраций ω

Амплитуда колебаний поверхности капли достигает максимальных значений в режиме линейного резонанса. Значения резонансных частот уменьшаются с увеличением λ_u и λ_b .

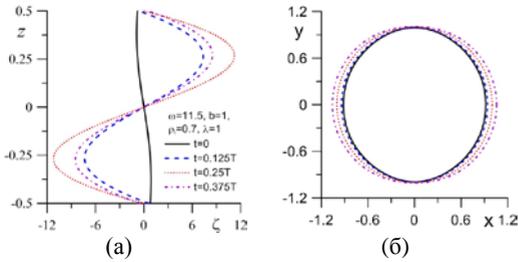


Рисунок 4.2. Форма боковой поверхности (а) и линии контакта капли (б) в разные моменты периода колебаний T

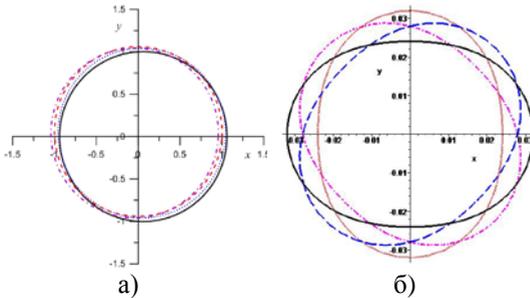


Рисунок 5.1. Форма линии контакта в главном (а) и первом порядке (б) в разные моменты периода колебаний T

капли. Форма сечения капли представляет собой окружность, центр которой двигается по эллиптической траектории. Независимо от соотношения плотностей имеет место эффект сжатия капли вдоль оси вибраций (рис. 5.1).

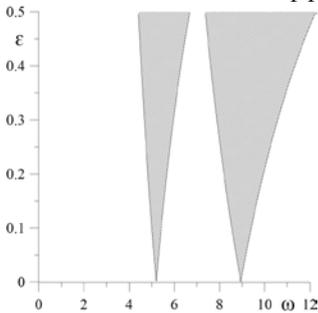


Рисунок 5.2. Области параметрического резонанса

В разделе 5.4, по аналогии с одиночной каплей, написана система уравнений для исследования параметрической неустойчивости произвольной капли в ансамбле взаимодействующих капель. Построены области

Амплитуда колебаний линии контакта (рис. 4.2а) довольно велика, несмотря на малые значения параметров смачивания $\lambda_a = \lambda_b = 0.1$. Форма линии контакта демонстрирует присутствие азимутальных мод (рис. 4.2б).

В пятой главе рассмотрена устойчивость вынужденных колебаний цилиндрической капли со свободной линией контакта (краевой угол постоянен и равен $0,5\pi$) в поле круговых вибраций и ансамбль взаимодействующих капель.

В разделе 5.1 приведена постановка задачи.

В разделе 5.2 рассмотрены вынужденные колебания одиночной

В разделе 5.3 исследована устойчивость вынужденных колебаний одиночной капли, полученных в разделе 5.2, относительно малых возмущений. Обнаружено явление нелинейного резонанса на сумме частот двух соседних мод: $\omega = \Omega_m + \Omega_{m+1}$, где m – волновое азимутальное число. Получена система амплитудных уравнений для возмущений и исследована параметрическая неустойчивость вынужденных колебаний одиночной капли. Области параметрической неустойчивости представлены на рис. 5.2.

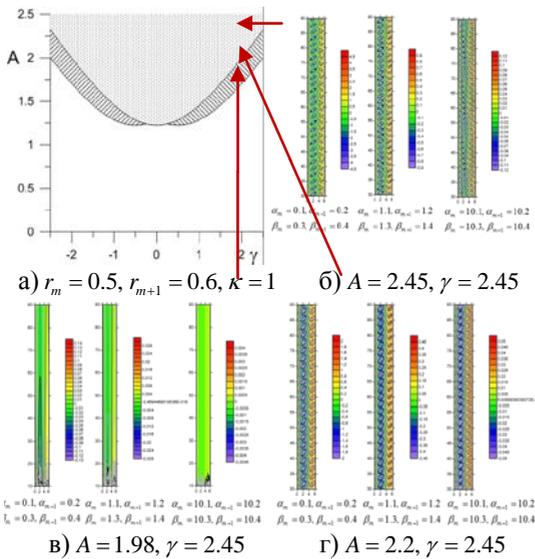


Рисунок 5.3. Области параметрического резонанса

неустойчивости как для взаимодействующих мод, так и для мод более высокого порядка (рисунок 5.3), где r_m – коэффициент трения, A – амплитуда, τ_j – сдвиг фазы, α_m и β_m – характеризуют нелинейные слагаемые, κ_m – параметр взаимодействия капли с ансамблем. В случае ненулевого взаимодействия нижние моды более опасны при наличии расстройки частоты. При рассмотрении нелинейных уравнений у нас существует три режима колебания формы. Вблизи границы (рисунок 5.3в) области неустойчивости

происходит затухание колебаний, т.е. нелинейность стабилизирует систему. Для первых мод наблюдается режим бегущей волны (рисунок 5.3б). В общем случае существует режим строгой синхронизации, капли ведут себя одинаково, режим бегущей волны разрушается (рисунок 5.3г).

Заключение

В главах 2 и 3 рассмотрены вынужденные колебания цилиндрической капли в плоском конденсаторе под действием внешнего переменного электрического поля, которое воздействует на каплю как внешняя периодическая сила, приводящая к движению контактной линии. Рассмотрены случаи как неоднородных поверхностей пластин, так и случай пространственной неоднородности электрического поля. В главе 4 рассмотрено действие осесимметричных вибраций. В главе 5 рассмотрены вынужденные колебания цилиндрической капли в поле круговых вибраций.

К основным результатам можно отнести следующее:

1. При различающихся свойствах поверхностей пластин, между которыми зажата капля, симметрия задачи относительно середины слоя нарушается, и возбуждаются как четные, так и нечетные гармоники колебаний формы.
2. Неоднородная поверхность пластин приводит к возбуждению азимутальных мод собственных колебаний как при вибрациях, так и в переменном электрическом поле. Резонансные пики на частотах этих мод

видны на амплитудно-частотных характеристиках. Форма линий контакта содержит азимутальные гармоники.

3. Используемая модель (1.3) отписывает конечное значение краевого угла в отличие от модели Юнга–Липпманна (1.1). Условие (1.3) позволяет учитывать неоднородности поверхности подложки или электрического поля.

4. При действии круговых вибраций на каплю со свободной линией контакта обнаружено явление параметрического резонанса, возникающее при выполнении условия синхронизма: частота вибраций равна сумме частот двух соседних азимутальных мод собственных колебаний. Для ансамбля таких капель, взаимодействующих между собой, было показано существование трех режимов.

Публикации по теме диссертации

1. **Kashina, M.A.** The dynamics of oblate drop between heterogeneous plates under alternating electric field / **M.A. Kashina**, A.A. Alabuzhev // *Microgravity Sci. Technol.* – 2018. – V. 30. – P. 11–17. (Q2)
2. Алабужев, А.А. Влияние различия свойств поверхностей на осесимметричные колебания сжатой капли в переменном электрическом поле / А.А. Алабужев, **М.А. Кашина** // *Изв. Вузов. Радиофизика.* – 2018. – Т. 61. – № 8–9. – С. 662–676. (Alabuzhev, A.A. Influence of Surface Properties on Axisymmetric Oscillations of an Oblate Drop in an AC Electric Field / A.A. Alabuzhev, **M.A. Kashina** // *Radiophysics and Quantum Electronics.* – 2019. – V. 61. – P. 589–602).
3. **Kashina, M.A.** The forced axisymmetric oscillations of an oblate drop sandwiched between different inhomogeneous surfaces under AC vibrational force / **M.A. Kashina**, A.A. Alabuzhev // *J. Phys.: Conf. Ser.* – 2019. – V. 1268: 012003.
4. **Kashina, M.A.** The influence of difference in the surface properties on the axisymmetric vibrations of an oblate drop in an AC field / **M.A. Kashina**, A.A. Alabuzhev // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. – V. 1163: 012017.
5. **Kashina, M.A.** The Forced Oscillations of an Oblate Drop Sandwiched Between Different Inhomogeneous Surfaces under AC Vibrational Force / **M.A. Kashina**, A.A. Alabuzhev // *Microgravity Sci. Technol.* – 2021. – V. 33: 35. (Q2)
6. **Kashina, M.A.** Influence of the Properties of the Plate Surface on the Natural Oscillations of the Clamped Drop / **M.A. Kashina**, A.A. Alabuzhev // *J. Phys.: Conf. Ser.* – 2021. – V. 1945: 012014.
7. **Pyankova, M.A.** Influence of the properties of the plate surface on the oscillations of the cramped drop / **M.A. Pyankova**, A.A. Alabuzhev // *Phys. Fluids.* – 2022. – V. 34: 092015. (Q1)
8. Алабужев, А.А. Динамика зажатой капли в неоднородном электрическом поле / А.А. Алабужев, **М.А. Кашина** // *Вестник Пермского университета. Физика.* – 2019. – № 4. – С. 33–43.
9. Алабужев, А.А. Влияние пространственной неоднородности подложек и электрического поля на динамику зажатой капли / А.А. Алабужев, **М.А. Пьянкова** // *Вестник Пермского университета. Физика.* – 2022. – № 2. – С. 56–65.
10. Алабужев, А.А. Параметрическая неустойчивость одиночной капли и ансамбля капель при круговых вибрациях / А.А. Алабужев, **М.А. Пьянкова** // *Вестник Пермского университета. Физика.* – 2022. – № 3. – С. 56–65.

Научное издание

Пьянкова Марина Анатольевна

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук на тему:
Влияние динамики линии контакта на поведение
капли в электрическом поле

Подписано в печать _____ 2023. Формат 60 × 90 1/16. Тираж 100 экз. Заказ.